

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Daniel José de Paula

A Geometria Analítica em livros didáticos de autores brasileiros para o ensino superior: circulação no contexto da UFJF nas décadas de 1960 e 1970

Juiz de Fora

2024

Daniel José de Paula

A Geometria Analítica em livros didáticos de autores brasileiros para o ensino superior: circulação no contexto da UFJF nas décadas de 1960 e 1970

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Cristina Araújo de Oliveira

Juiz de Fora

2024

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração
automática da Biblioteca Universitária da UFJF,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Paula, Daniel José de.

A Geometria Analítica em manuais de autores brasileiros para o
ensino superior : circulação no contexto da UFJF nas décadas de
1960 e 1970 / Daniel José de Paula. -- 2024.

119 f.

Orientadora: Maria Cristina Araújo de Oliveira
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de
Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de
Pós-Graduação em Educação Matemática, 2024.

1. Geometria Analítica. 2. história da educação matemática. 3.
livros didáticos. 4. saberes profissionais docentes. 5. história das
disciplinas escolares. I. Oliveira, Maria Cristina Araújo de, orient. II.
Título.

Daniel José de Paula

A Geometria Analítica em livros didáticos de autores brasileiros para o ensino superior: circulação no contexto da UFJF nas décadas de 1960 e 1970

Dissertação apresentada ao Programa de pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 29 de maio de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Maria Cristina Araújo de Oliveira - Orientadora

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dra. Maria Célia Leme da Silva - Membro externo

Universidade Federal de São Paulo

Prof. Dr. José Manuel Leonardo de Matos - Membro interno

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 22/05/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Maria Célia Leme da Silva, Usuário Externo**, em 05/06/2024, às 17:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maria Cristina Araujo de Oliveira, Professor(a)**, em 05/06/2024, às 18:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.](#)



Documento assinado eletronicamente por **José Manuel Leonardo de Matos, Professor(a)**, em 11/06/2024, às 15:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.](#)



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1812692** e o código CRC **AAECD60B**.

Dedico este trabalho aos meus pais, Rita e José Mauro, pelo exemplo, incentivo, amor e carinho. Aos meus sobrinhos, Mell e Johnny, todo o meu amor a vocês. Às minhas irmãs, pelo imensurável amor e apoio em todos os momentos. Aos meus amigos e amigas, pela convivência, apoio e atenção nos momentos alegres e tristes e, por fim, aos profissionais da Educação que fizeram e fazem parte da minha formação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus pelo dom da vida, aos meus pais, Rita Aparecida Gomes Paula e José Mauro de Paula Silva, por todo o apoio desde a graduação, mas principalmente por todo o exemplo de seriedade com os compromissos, mostrando-me um caminho repleto de responsabilidade e dignidade a seguir. Sem a força de vocês, nada seria possível.

Agradeço às minhas irmãs, Liliam Aparecida de Paula Rodrigues e Larissa Maria de Paula, por todo amparo em momentos conturbados, por todo carinho, amor e, principalmente, pela motivação infinita.

Agradeço aos meus amigos e amigas por toda a convivência, apoio emocional e carinho em momentos felizes e conturbados. Vocês foram (e são) sempre essenciais em minha trajetória, em especial: Lectícia Sobreiro, João Marcos Cândido, Daniel Campos, Grazielle Conrado, Ana Cláudia dos Passos, Cleiton Martins, Letícia Andrade, Raphael Bortolassi, Evellin Cruz, Isabela Kirchmair, Robert Rene, Vitor Botelho, Adriano Zarlam e Grazielly Ferreira.

Agradeço a todos (as) colegas do GHEMAT-UFJF pela parceria nos estudos, pelo empenho e dedicação nas discussões de referencial teórico, por todo apoio emocional e, também, pelos momentos de descontração que sempre deram um gás a mais. Vocês foram especiais em todo o processo e continuarão fazendo parte da minha vida.

Um agradecimento especial à minha orientadora Maria Cristina Araújo de Oliveira. Paciência, confiança, carinho e empenho em toda a trajetória, pelos puxões de orelhas pertencentes ao processo e, principalmente, por sempre me lembrar do meu potencial que demorei um pouco para reconhecer. Muito obrigado, Cris.

Ainda em tempo, agradeço a todo corpo docente do PPGEM pelos ensinamentos, pelas orientações e contribuições ao longo do processo de elaboração deste trabalho.

Desde já, agradeço a banca examinadora, composta pelos professores José Manuel e Maria Célia Leme, por terem aceitado o convite de participar deste momento importante, além de toda a contribuição e atenção desde o exame de qualificação. Conselhos e apontamentos essenciais para a conclusão deste projeto.

Por fim, gostaria de agradecer a existência da universidade pública e à oportunidade de ter frequentado este espaço. É preciso valorizar a educação pública,

gratuita e de qualidade. A Universidade Federal de Juiz de Fora se tornou minha segunda casa desde a graduação e tenho muito orgulho de ter passado por ela.

“O professor é, naturalmente, um artista, mas ser um artista não significa que ele ou ela consiga formar o perfil, possa moldar os alunos. O que um educador faz no ensino é tornar possível que os estudantes se tornem eles mesmos.” (Freire *in* Horton, 1990, p.181).

RESUMO

A presente pesquisa de Mestrado Profissional em Educação Matemática investigou o ensino de Geometria Analítica (GA) no ensino superior a partir de análise de livros didáticos de GA publicados nas décadas de 1960 e 1970 que circularam no contexto da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Projeto no âmbito da história da educação matemática contou como aporte teórico-metodológico: a História Cultural, discutida por Burke (2008) e Chartier (1990); os conceitos de saberes *a ensinar* e *para ensinar*, que são frutos de pesquisas desenvolvidas pela Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE) da Universidade de Genebra e estão sendo apropriados pelo GHEMAT-Brasil; A História das Disciplinas Escolares (HDE) discutida por Chervel (1990); Choppin (2002; 2004), que contribui para o entendimento e tratamento do livro didático como fonte de pesquisa; Valente (2007) com abordagem sobre a escrita em história da educação matemática; Cultura escolar como objeto histórico colocada em debate por Julia (2001) reforça a compreensão sobre as fontes de pesquisa e o contexto da época que se analisa tais documentos. Para selecionar as fontes históricas utilizadas foi realizado um levantamento de livros de GA para o ensino superior e selecionadas obras físicas presentes em acervos das bibliotecas da UFJF. Analisamos cinco obras, observando como o ensino de GA é sistematizado em cada uma, quais os principais conteúdos, quais deles podem ser sistematizados como saberes. Considerando as observações levantadas de acordo com as análises, identificamos como indícios de saberes *a* e *para ensinar* geometria analítica no ensino superior em obras das décadas de 1960 e 1970: o uso da linguagem da teoria de conjuntos, linguagem vetorial no plano e no espaço, tratamento algébrico, uso de conceitos da trigonometria e da geometria euclidiana plana e espacial, organização didática do conteúdo por tópicos e com uso de representações gráficas. Por fim, este trabalho incentiva a existência do livro texto no processo de ensino e aprendizagem de matemática, e em particular, de Geometria Analítica.

Palavras-chave: Geometria Analítica; história da educação matemática; livros didáticos; história das disciplinas escolares; saberes profissionais docentes.

ABSTRACT

This Professional Master's research in Mathematics Education investigated the teaching of AG in higher education based on an analysis of Analytic Geometry textbooks published in the 1960s and 1970s and circulated in the context of UFJF. In the context of the history of mathematical education, we relied on the following theoretical and methodological approaches: Cultural History, discussed by Burke (2008) and Chartier (1990); the concepts of professional knowledge (to and for teaching), which are the fruit of research developed by the Research Team in the History of Educational Sciences (ERHISE) at the University of Geneva and are being appropriated by GHEMAT-Brasil; The History of School Subjects (HDE) discussed by Chervel (1990); Choppin (2002; 2004), which contributes to the understanding and treatment of the textbook as a research source; Valente (2007) with an approach to writing in the history of mathematics education; School culture as a historical object put into debate by Julia (2001) reinforces the understanding of research sources and the context of the time when these documents are analyzed. In order to select the historical sources used, we carried out a survey of analytical geometry books for higher education and selected physical works from the UFJF library collections. We analyzed five books, looking at how GA teaching is systematized in each one, what the main contents are and which of them we can systematize as knowledge. Considering the observations made according to the analyses, we identified the following as indications of knowledge to and for teaching analytic geometry in higher education in works from the 1960s and 1970s: the use of the language of set theory, vector language in the plane and in space, algebraic treatment, use of trigonometry concepts and flat and spatial Euclidean geometry, didactic organization of the content by topics and with the use of graphical representations. Finally, this work encourages the existence of the textbook in the process of teaching and learning mathematics, and in particular analytic geometry.

Keywords: Analytical Geometry; history of mathematics education; didactic books; history of school subjects; professional teaching knowledge.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Capa do livro Elementos de geometria analítica plana, de Alencar Filho (1964)	69
Figura 2	– Contracapa do livro Elementos de geometria analítica plana, de Alencar Filho (1964)	70
Figura 3	– Capa do livro Geometria analítica plana, de Silveira (1968)	71
Figura 4	– Contracapa do livro Geometria analítica plana, de Silveira (1968)	72
Figura 5	– Capa do livro Cálculo vetorial e geometria analítica, de Novais (1973)	73
Figura 6	– Contracapa do livro Cálculo vetorial e geometria analítica, de Novais (1973)	74
Figura 7	– Capa do livro Geometria analítica plana - Tratamento vetorial, de Gonçalves (1978)	75
Figura 8	– Contracapa do livro Geometria analítica plana - Tratamento vetorial, de Gonçalves (1978)	76
Figura 9	– Capa do livro Geometria analítica no espaço - Tratamento vetorial, de Gonçalves (1978)	77
Figura 10	– Contracapa do livro Geometria analítica no espaço - Tratamento vetorial, de Gonçalves (1978)	78
Figura 11	– Menção a noção de vetor identificada na definição de ponto no Ilvro Elementos de geometria analítica plana, de Alencar Filho (1964).	83
Figura 12	– Menção a noção de vetor identificada no tópico Interpretação das coordenadas pelas projeções no livro Elementos de geometria analítica plana, de Alencar Filho (1964)	83
Figura 13	– Menção a Trigonometria identificada no tópico Sistema de eixos coordenados no livro Geometria Analítica Plana, de Silveira (1968)	91
Figura 14	– Quadro Correspondência mútua no livro Geometria Analítica Plana, de Silveira (1968)	93

Figura 15 – Teoria Analítica da linha reta no livro Geometria Analítica Plana, de Silveira (1968)	94
Figura 16 – Recorte do sumário do livro Geometria Analítica Plana, de Silveira (1968)	94
Figura 17 – Teoria Analítica da circunferência do círculo no livro Geometria Analítica Plana, de Silveira (1968)	95
Figura 18 – Definição de <i>vetor livre</i> no livro <i>Cálculo vetorial e geometria analítica</i> , de Novais (1973)	98
Figura 19 – Figura 5.2 inserida no tópico Potência de um ponto em relação a uma esfera no livro Cálculo vetorial e geometria analítica, de Novais (1973)	99
Figura 20 – Figura 15.22 presente no tópico Curvas Especiais em coordenadas Polares no livro Geometria Analítica Plana - Tratamento Vetorial, de Gonçalves (1978)	103
Figura 21 – Menção a teoria de conjuntos identificada tópico Coordenadas no plano no livro Cálculo vetorial e geometria analítica, de Novais (1973)	109
Figura 22 – Explicação do tópico Produto de um vetor por um escalar no livro Geometria analítica plana, de Silveira (1968)	111

LISTA DE TABELAS E QUADROS

Tabela 1 – Quantidade de trabalhos por combinações de palavras-chave e por acervo.....	46
Tabela 2 – Quantidade de livros por público-alvo e por plataforma	61
Quadro 1 – Inventário dos livros de GA (ou com GA no título presente nas bibliotecas da UFJF)	62
Quadro 2 – Livros didáticos de GA de autores brasileiros	64

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Doutorados
Buscad	Busca de trabalhos acadêmicos
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EM	Educação Matemática
ERHISE	Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação
GA	Geometria Analítica
GHEMAT	Grupo Associado de Estudos e Pesquisas em história da educação matemática
HDE	História das Disciplinas Escolares
hem	história da educação matemática
IC	Iniciação Científica
ICE	Instituto de Ciências Exatas
Ifes	Instituto Federal do Espírito Santo
IME	Instituto de Matemática e Estatística
Lahem	Laboratório de história da educação matemática
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NHC	Nova História Cultural
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPGEM	Programa de Pós-graduação em Educação Matemática
RCD	Repositório de Conteúdo Digital
UFF	Universidade Federal Fluminense
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
USP	Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	18
1.1	BREVE TRAJETÓRIA	18
1.2	JUSTIFICATIVA.....	21
1.3	PRODUTO EDUCACIONAL	24
2	REFERENCIAL TEÓRICO	27
2.1	HISTÓRIA CULTURAL.....	27
2.2	SABERES A <i>ENSINAR E PARA ENSINAR</i>	30
2.2.1	<i>Formação do professor que ensina matemática</i>	33
2.3	HISTÓRIA DAS DISCIPLINAS ESCOLARES	37
2.4	LIVROS DIDÁTICOS COMO FONTES DE PESQUISA	41
3	REVISÃO DE LITERATURA	45
4	LIVROS DE GEOMETRIA ANALÍTICA E AUTORES.....	57
4.1	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	57
4.2	LEVANTAMENTO DAS FONTES – INVENTÁRIO.....	59
4.3	LIVROS SELECIONADOS E SEUS AUTORES	63
4.3.1	<i>Formação dos autores dos livros analisados.....</i>	65
5	CRTIÉRIOS PARA ANÁLISE DAS FONTES E DESCRIÇÃO.....	79
5.1	Elementos de Geometria Analítica Plana, de Filho (1964)	80
5.2	Geometria Analítica Plana, de Silveira (1968)	89
5.3	Cálculo vetorial e geometria analítica, de Novais (1973)	95
5.4	Geometria Analítica Plana - Tratamento vetorial, de Gonçalves (1978)	100
5.5	Geometria Analítica no espaço - Tratamento vetorial, de Gonçalves (1978)	103
6	ANÁLISE HISTÓRICA E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	106
6.1	ANÁLISE HISTÓRICA DOS LIVROS.....	106
6.2	À GUIA DE CONCLUSÃO.....	113
	REFERÊNCIAS.....	117

1 INTRODUÇÃO

1.1 BREVE TRAJETÓRIA

Foi no segundo semestre da graduação que descobri um novo caminho a seguir. Em 2016, ingressei no curso chamado Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) que contava com um primeiro ciclo geral, mas em breve seria necessário fazer uma escolha: licenciatura ou bacharelado. Até então meu pensamento era todo voltado para o bacharel mesmo sem entender o que eram esses dois trajetos.

Contudo, logo no segundo semestre da graduação me matriculei na disciplina “Matemática Escolar I” do 6º período, que não havia pré-requisito e encaixava no horário. Nela tive o primeiro contato com discussões relacionadas ao ensino e aprendizagem da matemática, incluindo estudos de documentos que historicamente foram base para a construção de um currículo escolar brasileiro, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Nesse momento, mesmo que de forma precoce considerando o tempo de graduação, passei por uma virada de chave em meus interesses tendendo a seguir pela licenciatura.

A partir daí movimentei meus objetivos com outro olhar tomando como referência as discussões abordadas na disciplina cuja professora se tornaria em breve uma peça fundamental em minha caminhada acadêmica. Paralelo a isso, segui a graduação me aproximando gradualmente da Educação Matemática por meio das disciplinas da Faculdade de Educação da universidade.

Em 2017, surgiu a oportunidade de uma bolsa de Iniciação Científica (IC), para estudar um tema ligado a um projeto maior vinculado ao Grupo Associado de Estudos e Pesquisas em história da educação matemática (GHEMAT – Brasil), núcleo UFJF, cuja coordenadora é a professora da disciplina citada e que foi me apresentando essa área de pesquisa. Cabe aqui justificar, brevemente, o uso da expressão “história da educação matemática” com iniciais em letras minúsculas. Nomenclatura adotada pelo grupo GHEMAT conforme Valente (2013).

Primeiramente, “o grupo considera a história da educação matemática um tema dos estudos históricos, uma especificidade da história da educação” (Valente, 2013, p.24), o que justifica o uso de história com inicial minúscula. Já o termo “Educação Matemática” se difere de “educação matemática” pelo fato de o primeiro se referir ao campo de pesquisa que se consolida no final da década de 1980,

enquanto o segundo remete aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática desde tempos longínquos, constituindo-se, assim, em tema de pesquisa dos estudos relativos à história da educação matemática. Essa distinção se torna necessária para não confundir “história da educação matemática” como uma história do campo de pesquisa “Educação Matemática”.

Dando sequência à minha trajetória, foi então a partir de 2017, que iniciei minha caminhada como pesquisador em história da educação matemática, pois fui bolsista em mais dois projetos articulados ao grupo. A professora da disciplina do segundo semestre de 2016 se tornou peça essencial na minha formação acadêmica, visto que foi orientadora de dois projetos de IC, colaboradora do terceiro e é a orientadora desta pesquisa de mestrado, a professora Maria Cristina Araújo de Oliveira.

A primeira IC tratava da “Profissionalidade para o ensino de geometria e desenho no período entre 1890 e 1990”. Compreendia análises de livros didáticos de geometria e desenho destinados a professores do ensino primário da época. A investigação tinha como objetivo identificar os saberes matemáticos em determinados momentos históricos (método intuitivo, escola nova e Movimento da Matemática Moderna). Fiquei responsável pela parte da geometria e outra bolsista ficou com a parte do desenho.

A partir desse projeto me envolvi em dois outros de forma consecutiva, também ligados ao GHEMAT-UFJF, sendo um intitulado “Geometria e Desenho como saberes profissionais 1890 a 1990”, orientado pela mesma professora e coordenadora do grupo e outro por “Circulação da Geometria Analítica no ensino secundário do Brasil (1930 a 1959)” orientado pelo professor José Manuel de Portugal que esteve como visitante na UFJF e que também é pesquisador no GHEMAT-UFJF.

O projeto relativo à Geometria Analítica fazia parte de um projeto maior intitulado “Escolarização da GA: uma perspectiva histórica” que se guiava pela questão norteadora: como se caracteriza o processo de escolarização da GA no ensino secundário a partir do século XX? Para buscar respostas a essa questão contava com a participação de mais dois projetos de IC e uma dissertação de mestrado.

Junto aos contribuintes deste último projeto em nível de IC, definimos a angulação individual de cada um focando em cada momento histórico distinto. Sendo eles: Primeira República até 1930; Reformas Educacionais de 1931 e 1942 até o final da década de 1950 e o terceiro a partir da década de 1960 contemplando o Movimento da Matemática Moderna (MMM).

A partir de leituras de aporte teórico-metodológico e da busca e catalogação dos livros didáticos, foi escolhido um exemplar para cada bolsista analisar, considerando seu período histórico. Em nosso trabalho, vimos maneiras que a GA era abordada nos livros didáticos analisados e identificamos características significativas em relação aos contextos históricos de cada exemplar como a alteração da linguagem matemática de acordo com a intensificação do uso da simbologia, a diminuição no tratamento das curvas transientes com o passar do tempo e os exercícios e problemas que vão adquirindo outras possibilidades que incluem a demonstração além daqueles de resolução numérica e de construção geométrica (Siqueira et al., 2021).

Ao fim do projeto de IC, alguns questionamentos surgiram: como os livros de GA do ensino secundário e do ensino superior se distanciam ou se aproximam nas primeiras décadas do século XX? A partir do processo de busca pelas fontes, foi possível observar a existência de livros didáticos sem identificação clara do público-alvo, podendo ser de ensino secundário ou ensino superior.

Outros questionamentos resultantes do trabalho se deram pelo fato de que foram identificados exemplares com títulos contendo Geometria Analítica com Álgebra, Aritmética ou com Cálculo Vetorial em publicações a partir da década de 1950 e gerando inquietações da seguinte forma: como a Geometria Analítica, nestes livros, se relaciona com as demais áreas da Matemática? A Geometria Analítica é vista como um suporte para o ensino das demais áreas da Matemática ou estas são vistas como um suporte para o ensino da Geometria Analítica?

Além dessas, outra inquietação que surgiu ao fim do projeto de IC se refere às quais mudanças de tratamento para o ensino de GA se configuraram com o surgimento de obras didáticas de autores brasileiros? Sendo esta última uma questão crucial para este projeto agora em nível de mestrado que investiga o ensino de GA no superior.

1.2 JUSTIFICATIVA

A história da educação matemática compreende investigações sobre o passado do ensino e da aprendizagem da matemática articuladas a estudos sobre a formação de professores que ensinam matemática. Tais estudos são guiados por questões postas na contemporaneidade a fim de desnaturalizar processos relativos ao ensino e aprendizagem da matemática, analisar e entender trajetos ao longo do tempo que só se tornam comprehensíveis pela investigação histórica.

Nesse sentido a Geometria Analítica (GA) como componente curricular é um tema particularmente interessante. Na perspectiva da História da Matemática, os trabalhos de Descartes e Fermat vão, a partir do século XVII, dar início ao que veio a se constituir como a Geometria Analítica em virtude de um processo de legitimação dos procedimentos algébricos, em nível de igualdade aos geométricos historicamente consolidados (Roque, 2012).

A GA é um conteúdo matemático que foi sendo desenvolvido primeiramente no âmbito acadêmico e há indícios que em meados do século XIX começa a ser inserida no ensino secundário, uma tendência internacional e recorrente de incluir conteúdos matemáticos (tratados inicialmente somente no ensino superior), no secundário de modo a aproximar os estudos do tema nesses dois níveis.

Um exemplo disso no Brasil é a presença da GA, como um conteúdo, no ensino secundário conforme Beltrame (2000) identificou no programa de 1895 do Colégio Pedro II:

Analisaremos a seguir o programa de 1895, que apresentará mudanças radicais em relação aos já estudados pois lembremos que, como previsto na modificação feita à reforma Benjamim Constant pelo ministro em 1891, seria a partir desse ano que o Cálculo passaria a constar nos programas; em outras palavras, que boa parte da proposta de Benjamin seria realmenteposta em execução.

A matemática continuou sendo vista nos 4 primeiros anos do curso; porém com a seguinte distribuição:

1º ano: *Arithmetica*.

2º ano: *Arithmetica e Algebra*.

3º ano: *Geometria e Trigonometria*.

4º ano: *Geometria geral, Calculo e Geometria descriptiva* (Álgebra, Noções de Cálculo diferencial e integral, Geometria analítica e Geometria descriptiva). (Beltrame, p.67, 2000).

No século XX, a GA também aparece, segundo Oruê (2020), nos programas de Matemática dos Cursos Complementares Pré-Médico e Pré-Politécnico que foram

expedidos na data 17 de março de 1936. Além disso, Oruê identificou os conteúdos do ensino de Geometria Analítica dos Cursos Complementares em manuais que circularam no período da Reforma Francisco Campos.

o estudo da Geometria Analítica pelos manuais editados em tempos da Reforma Francisco Campos confirma que para os Cursos Complementares havia um rol de conteúdos de Geometria Analítica – como constatamos pelos programas – e que, de fato, o estudo da Geometria Analítica nos Cursos Complementares Pré-Médico e Pré-Politécnico comportava tanto o estudo da Geometria Analítica de duas dimensões quanto o estudo da Geometria Analítica de três dimensões, ou seja, todo o estudo da Geometria Analítica. (Oruê, p. 114, 2020).

Desse modo, o conteúdo GA consta no ensino secundário brasileiro já no século XIX, vide Beltrame (2000) e, conforme Oruê (2020) aparece em tempos de Reforma Francisco Campos. Nas matrizes curriculares do ensino superior encontramos a GA em cursos de exatas, como as engenharias, química, matemática, física, dentre outros. Soares (2013) identificou uma apostila de GA datada de 1956 para o Curso de Engenharia da Universidade de Minas Gerais (UMG)¹.

No decorrer dos anos, um marco para o ensino de geometria analítica no ensino superior é a circulação de livros didáticos escritos por autores brasileiros, por volta de 1960. De acordo com Soares (2013), que estudou a trajetória da GA como componente curricular no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970, até a década de 1950 circulou no Brasil inicialmente exemplares de autores estrangeiros, nas línguas originais ou traduzidos para o português. Na década de 1960 começam a surgir livros escritos por autores brasileiros.

Desse modo, definimos como recorte temporal as décadas de 1960 e 1970 por se tratar de um período em que aparentemente ocorrem mudanças relativas ao ensino de GA ou ao que se apresenta nos livros deste tema, tornando-se assim um ponto instigante para compor o processo histórico do ensino da GA aqui pretendido.

Nosso objetivo é investigar como se configura a GA em livros para o ensino superior nas décadas de 1960 e 1970, a partir de obras específicas desse assunto produzidas por autores brasileiros; buscando compreender as ideias propostas para o ensino e as finalidades com as quais tais exemplares foram desenvolvidos, semelhanças e diferenças entre as obras. Em suma, construir uma representação

¹ atual Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

histórica sobre esse ensino problematizando a GA sistematizada nesses exemplares. Procuramos também analisar e discutir a possibilidade de apreender saberes profissionais para o ensino de GA por meio de uma análise histórica de livros didáticos.

A fim de atender o objetivo estabelecido definimos como questões norteadoras: *qual a Geometria Analítica sistematizada em exemplares de autores brasileiros das décadas de 1960 e 1970 para o ensino no nível superior? Quais motivações e referências marcaram a produção dessas obras? Quais saberes são sistematizados para o ensino de GA neste período?*

Pretendemos também dialogar, de certa forma, com trabalhos que tomam o ensino da GA com perspectiva histórica como objeto de estudo em ambos os níveis de ensino: secundário e superior. Como é o caso de Júnior (2013) e Oruê (2020) que tratam da GA no ensino secundário em recortes temporais próximos, Andrade (2023) que desenvolveu um estudo historiográfico da GA também no ensino secundário com foco na abordagem das curvas cônicas e o trabalho de Soares (2013) que desencadeou uma pesquisa histórica da disciplina GA no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970.

Por se tratar de uma pesquisa no programa de pós-graduação da UFJF e havendo a possibilidade de contato com exemplares físicos em acervos da instituição, optamos por fechar a busca nesse lócus. Foi realizado um levantamento de livros de GA para o ensino superior nas décadas citadas, de autoria de professores brasileiros e selecionados estes exemplares físicos presentes nos acervos das Bibliotecas da UFJF:

- Acervo: Biblioteca do Instituto de Ciências Exatas – UFJF
 - Título: Elementos de Geometria Analítica Plana. Autor: Edgard de Alencar Filho. Edição: 2^a edição. Ano: 1964. Editora: Livraria Nobel S. A.
 - Título: Geometria Analítica Plana. Autor: Hélio Siqueira Silveira. Ano: 1968. Publicação: UFJF.
 - Título: Geometria Analítica Plana - Tratamento vetorial. Autor: Zózimo Menna Gonçalves. Ano: 1978. Editora: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A.

- Título: Geometria Analítica no espaço - Tratamento vetorial. Autor: Zózimo Menna Gonçalves. Ano: 1978. Editora: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A.
- Acervo: Biblioteca Universitária (Central) - UFJF
 - Título: Cálculo Vetorial e Geometria Analítica. Autora: Maria Helena Novais. Ano: 1973. Editora: Editora Edgard Blucher Ltda.

Para analisá-los historicamente é preciso discutir a produção historiográfica em história da educação matemática; é o que será apresentado no primeiro capítulo que trata do referencial teórico da pesquisa. Em seguida, o segundo capítulo irá abordar a revisão de literatura que inclui uma reflexão a partir de trabalhos já realizados na temática. O terceiro capítulo apresenta o processo de busca pelas fontes de pesquisas utilizadas, além de uma apresentação das mesmas e uma breve biografia dos autores das obras. O quarto capítulo consta as análises históricas de cada uma. O texto se encerra com o quinto capítulo que busca expor as considerações obtidas com o projeto.

1.3 PRODUTO EDUCACIONAL

Esta pesquisa integra um programa de pós-graduação profissional e com isso, paralelo a esta dissertação foi desenvolvido um Produto Educacional em formato de *podcast*, cujo título é “**EnsiGA Podcast** – Ensino de Geometria Analítica: perspectiva histórica”. Consiste em uma série de quatro episódios de *podcast* cujo objetivo é divulgar a pesquisa acadêmica em história da educação matemática e o processo histórico do ensino de GA analisado nessa pesquisa em termos mais acessíveis para, além de pesquisadores e pós-graduandos em Educação Matemática, professores e estudantes distantes do meio acadêmico; para uma divulgação mais ampla o *podcast* foi produzido e publicado na plataforma de reprodução de áudio chamada *Spotify*. Também está publicado no site do Laboratório de história da educação matemática (LaHem).

A universidade pública é uma instituição que, além de formar profissionais, desenvolve inúmeras pesquisas que contribuem para a sociedade como um todo. No entanto, ainda se percebe que a ligação entre universidade e sociedade é restrita exclusivamente a uma parcela elitizada e privilegiada.

Em particular, observo que a pesquisa em história da educação matemática não é amplamente divulgada fora do seu campo de pesquisadores e sinto que há uma distância muito grande entre os projetos que se desenvolvem e a sociedade civil. Desse modo, considero que esta produção midiática, como *podcast*, pode abrir outro caminho para exposição de pesquisas dessa área.

Além do mais, os episódios contam com participações de professores da educação básica, do ensino superior e estudantes de cursos da área de exatas, preferencialmente licenciandos em matemática, que estudaram a disciplina GA. Essas colaborações foram essenciais para o objetivo do Produto Educacional abrangendo a possibilidade de tratar com naturalidade e um pouco menos de formalidade a perspectiva histórica do ensino de GA e a pesquisa em hem.

Algumas questões que guiaram as discussões nos episódios foram:

- (aos professores que lecionam GA) qual o “melhor livro” para o ensino de GA? – discussão esta que guiou o segundo episódio, levantando reflexões sobre a importância de ser ter um livro texto, do contexto escolar e da prática docente; como você escolhe o livro didático que irá apoiar sua prática docente no ensino de GA? – o que permitiu discutir a contribuição desta pesquisa ao olharmos para as diferentes abordagens do conteúdo de GA em livros de outras épocas;
- (aos estudantes de licenciatura) ao estudar GA na graduação, vocês sentiram dificuldades com o conceito de vetor? – levantando discussões a respeito da vivência do estudante de GA com tal conceito e apresentamos que, conforme nossa pesquisa há muitas formas de abordar essa definição; já se perguntaram por que este conceito é tratado na disciplina GA sem muita ênfase sob o seu aspecto geométrico, enquanto que nos Cálculos e nas Físicas as características geométricas do vetor são fundamentais para o entendimento dos conceitos e os desenvolvimentos algébricos decorrentes? – permitiu dialogar com as formas que o vetor é tratado nos livros analisados e quais as heranças desses tratamentos ao longo da história do ensino de GA.

A expectativa é que tais questões possam mobilizar reflexões tanto nos participantes, quanto nos ouvintes, que de fato, nos interessa que sejam professores de matemática ou estudantes do curso de licenciatura em matemática. Professores e pesquisadores da Educação Matemática também se constituem público-alvo do

podcast especialmente com o objetivo de discutir, mesmo que indiretamente, a contribuição de pesquisas em história da educação matemática para o campo da Educação Matemática.

O papel da história da educação matemática na sua relação com a Educação Matemática é discutido por Matos (2020) que afirma que muitos educadores matemáticos não se interessam pelas investigações históricas. Ele traz três justificativas mencionadas em outro texto seu de 2018 sobre a importância de incluir um olhar histórico na EM. Deixa claro que tais justificativas compõem aspectos que vão agregar as pesquisas e que nenhuma delas vai responder à questão “qual a relevância da história da educação matemática para a Educação Matemática?”, pois “a utilidade do conhecimento histórico mede-se no médio e no longo prazo, como a de outras áreas científicas ditas fundamentais, e a utilidade para o presente não deve ser confundida com utilidade imediata” (Matos, 2020, p. 27).

Tais justificativas trazidas por Matos (2020) são: *identidade* da Educação Matemática; *qualidade* da pesquisa e *intervenção*. A primeira refere-se a uma articulação entre uma visão futura (em busca de pesquisas promissoras, o que pode ser relevante) e uma visão do passado do campo acadêmico Educação Matemática (como foram evoluindo o ensino e a aprendizagem). Essa articulação auxilia na compreensão de que “muito do que se imagina inovador tem, na verdade, raízes profundas no passado” (Matos, 2020, p.27).

A segunda justificativa diz respeito a ter um conhecimento das evidências do passado e como elas se refletem no presente, pois “só o conhecimento do passado nos permite compreender como o presente é apenas uma etapa de um longo processo de evolução que já conheceu muitas realidades que antes pareciam tão naturais como a do presente” (Matos, 2020, p. 28).

E a terceira justificativa retrata a ação, ou seja, a partir do momento que se tem o conhecimento do passado é que será provável intervir adequadamente no presente. Pois, “como afirmam diversos escritores, entre os quais o próprio Clements, ‘os que não conhecem o passado estão condenados a repeti-lo’” (Matos, 2020, p.29).

Portanto, esse formato de Produto Educacional articulado a esta pesquisa é uma oportunidade de colocar em prática a atenção que a história da educação matemática merece perante a sua colaboração com a Educação Matemática.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Utilizamos aqui o referencial teórico adotado pelo GHEMAT em produções de história da educação matemática. Como se trata de um trabalho que envolve análise histórica de livros didáticos, nos apoiamos em contribuições da História Cultural, por meio de Burke (2008) e Chartier (1990). Utilizamos os conceitos de saberes profissionais (*a ensinar* e *para ensinar*), que são frutos de pesquisas desenvolvidas pela Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE) da Universidade de Genebra e estão sendo apropriados pelo GHEMAT.

A História das Disciplinas Escolares (HDE) discutida por Chervel (1990) também compõe parte teórico-metodológica deste trabalho, assim como Choppin (2002, 2004), que contribui para o entendimento e tratamento do livro didático como fonte de pesquisa. Valente (2007) com abordagem sobre a escrita em história da educação matemática. Além disso, a Cultura escolar como objeto histórico colocada em debate por Julia (2001) reforça a compreensão sobre as fontes de pesquisa e o contexto da época que se analisa tais documentos.

2.1 HISTÓRIA CULTURAL

Peter Burke (2008) divide a história da História Cultural em quatro fases: a História Clássica (1800 a 1950), a História Social da Arte (1830 a 1940), a História da Cultura Popular (1950 a 1960) e a “Nova” História Cultural (NHC) que entra mais em uso a partir dos anos 1980. A palavra “nova”, segundo Burke, serve para diferenciar a NHC das formas mais antigas, ou seja, das “histórias” já discutidas por ele nas quatro fases consideradas. E a palavra “cultural” também a distingue de outras histórias como a história intelectual, a social e a econômica.

Dessa maneira, a nova história cultural se torna predominante como uma inovadora maneira de fazer história, ou seja, deixando de tratar a história como aquela que conta um acontecimento da forma que ocorreu, mas sim ampliando e colocando questões sobre como aconteceu, porque aconteceu e o que podemos aprender com o passado. Para isso, alguns conceitos foram tomados de teóricos como Mikhail Bakhtin, Norbert Elias, Michel Foucault e Pierre Bourdieu, cujos

estudos contribuíram para que a NHC tomasse forma surgindo novos temas históricos ou reconstituindo antigos.

De forma breve, o teórico Bakhtin voltou seus estudos à linguagem e a literatura destacando uma cultura visual. Elias, Foucault e Bourdieu eram sociólogos em que o primeiro estudou o comportamento das pessoas diante da sociedade enfatizando o autocontrole, já o segundo chamava a atenção para o controle sobre o eu enquanto o terceiro defendia a ideia de reprodução cultural. Roger Chartier (1990) inspirado pelos estudos desses quatro teóricos discute dois conceitos importantes que compõem a NHC: práticas, representações e apropriações.

A História Cultural, segundo Chartier (1990), enfoca a interseção entre práticas sociais e representações culturais. Ele argumenta que a História Cultural deve investigar como os conhecimentos são produzidos, difundidos e apropriados pelos diferentes grupos sociais ao longo do tempo. O conceito de “práticas” remete uma atenção na “história das práticas”, que perpassam pelas práticas de leitura e escrita, e como essas práticas moldam e são moldadas pelas condições sociais, econômicas e políticas. Ele destaca que os textos não têm significados fixos, mas são interpretados de maneiras diversas conforme o contexto cultural e social dos leitores.

O modelo de “práticas” comprehende desenvolver estudos culturais que dariam atenção, por exemplo, à prática da fala e suas representações políticas e sociais, no lugar de investigar o campo da linguística. Conforme Burke (2008) tal conceito foi sendo aprimorado à medida que historiadores culturais avançavam seus estudos preocupando-se com a parte prática de determinado tema de interesse. Ou seja, olhar para além da teoria existente expandindo as análises, permitindo mais questionamentos, suposições, possíveis respostas, exercitando a dimensão histórica na perspectiva prática de um determinado tema.

Assim, a História Cultural examina as múltiplas formas de interação entre os textos (sejam eles escritos, visuais ou orais) e os leitores. Tomando como base o conceito de “práticas” ou a “história das práticas” de Chartier, podemos atribuir questões em pesquisas em história da educação matemática como as que se articularam com nossa pesquisa: como acontece o processo de estabelecimento de qual Geometria Analítica (plana ou espacial) é abordada no ensino superior? É mais frequente um tratamento vetorial, algébrico ou geométrico?

Chartier (1990) também aborda o conceito de “representações”, que se refere às maneiras pelas quais os grupos sociais percebem e interpretam o mundo ao seu redor. Essas representações são mediadas por práticas culturais e são fundamentais para a construção da realidade social. Ele argumenta que as representações culturais são ferramentas de poder, usadas para legitimar ou desafiar as estruturas sociais existentes.

É este conceito de representações que nos auxilia nas interpretações produzidas na análise de uma fonte de pesquisa, por exemplo. Ou seja, caracterizar o que se vê além daquilo que está posto no documento; considerando seus aspectos físicos, disposição, estrutura, inserindo-o num contexto mais amplo de sua produção.

Nessa perspectiva buscamos analisar, por exemplo, livros didáticos nas pesquisas em história da educação matemática, a fim de compreender por que um livro didático de um determinado assunto foi publicado com certa frequência em um espaço curto ou longo de tempo, qual a importância da estrutura dele, porque tem prefácio ou não, quais assuntos mais presentes quando se analisa um coletivo de exemplares de um mesmo período, dentre outros apontamentos que podem surgir durante uma pesquisa. Isso está relacionado com o próximo conceito abordado por Burke, a cultura material.

Segundo ele, em um primeiro momento esse assunto não atraiu historiadores culturais, porém por volta das décadas de 1980 e 1990 alguns deles se atentaram para o estudo da cultura material atrelado ao que historiadores da literatura praticavam a respeito do material estudado com o foco na história desse material. Um exemplo clássico é quando se estuda um livro e ao invés de focar no conteúdo preocupam-se com sua materialidade, número de páginas, aspectos do interior que podem atribuir questões relevantes para uma pesquisa.

Quanto ao conceito de “apropriação”, para Chartier (1990), este se refere ao processo pelo qual diferentes grupos sociais interpretam e utilizam os bens culturais de formas específicas. Ele considera que isso ocorre na interseção entre práticas e representações: as práticas são moldadas pelas representações e, ao mesmo tempo, reinterpretam e transformam essas representações. O autor destaca a importância da recepção e do uso dos objetos culturais, mais do que apenas sua criação e disseminação. Dessa forma, por meio do conceito de “apropriação” é

possível, por exemplo, procurar entender as diferentes maneiras que um livro é utilizado dependendo do contexto social e histórico.

A partir dessas concepções, a pesquisa aqui apresentada utiliza a História Cultural como modo de fazer História, direcionado a investigar o ensino da GA em nível universitário nas décadas de 1960 e 1970.

2.2 SABERES A ENSINAR E PARA ENSINAR

Hofstetter e Schneuwly (2017) juntamente estudos e pesquisas desenvolvidas pela Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE) da Universidade de Genebra sistematizaram saberes profissionais docentes com base em conceitos e práticas para tornar a profissão docente possível. Tais estudos estão sendo apropriados pelo GHEMAT-Brasil.

Conforme Hofstetter e Schneuwly (2017), esta profissionalização possui uma trajetória ao longo da história. Os autores apontam duas ramificações distintas em torno da profissionalização: profissão do ensino e profissão da formação. Ambas possuem a mesma função: a de formar o outro. A primeira se refere aos professores da educação básica e a segunda são os professores do ensino superior.

Os autores se debruçam sobre literaturas internacionais que abordam o exercício dessas profissões do ensino e da formação em perspectiva histórica. Hofstetter e Schneuwly (2017) discutem um breve contexto histórico que está por trás dessa formulação sobre o que chamamos de escola, um espaço voltado para a aprendizagem e a formação do outro. Baseado em estudiosos, os autores sintetizam que

esta escola tem como primeira meta a formação geral, a transmissão de uma cultura geral, que o conceito de *Bildung* (BENNER & BRUGGEN, 2004) explicita judiciosamente. Os conteúdos nela ensinados são o resultado de processos complexos de construção e de transformações de saberes, que estão estudados com pontos de vista diferentes, por teorias da transposição didática (CHEVALLARD, 1985) ou da cultura escolar (GOODSON, 1993). Nessa escola, o que é ensinado é objeto de um processo de modelização. Os conteúdos são pouco a pouco constituídos em matérias ou disciplinas escolares – no sentido atribuído por Chervel (1998; ver mais recentemente, ASTOLFI, 2008) – que constituem uma organização particular de saberes em função das finalidades do sistema escolar. Esta organização por si própria encarna a ideia de uma formação cuja lógica é diferente da aprendizagem cotidiana: trata-se bem de

“disciplinar”, de dar acesso a novos modos de pensar, de falar e de agir, que constituem os alicerces culturais da sociedade. (Hofstetter; Schneuwly, 2017, p. 118).

Ou seja, este espaço onde se ensina e aprende algo tem sua importância e criação particular e histórica. Um processo que envolve vários contextos como culturais e sociais, além de sujeitos importantes como a figura do professor e a do aluno. Segundo Hofstetter e Schneuwly (2017) os estudiosos Vincent, Lahire e Thin (1994) sistematizaram o conceito de “forma escolar” que por meio das cinco características abaixo especificam o que se entende a respeito

1. a escola como lugar específico, separado de outras práticas sociais (o exercício da profissão em especial), ligado à existência de saberes objetivados;
2. a “pedagogização” das relações sociais de aprendizagem, inseparável de uma escrituralização-codificação dos saberes e das práticas;
3. a sistematização do ensino, produzindo efeitos de socialização duradouros (reprodução social);
4. a escola como lugar de aprendizagem de formas de exercício de poder, mediante normas supra-pessoais as quais professores e alunos estão sujeitos;
5. a instauração de uma relação escritural-escolar com a linguagem e com o mundo. (Hofstetter; Schneuwly, 2017, p. 119).

Tais características fazem parte desse longo processo histórico que reflete o papel da escola para os sujeitos desde a formação inicial até a formação pós-escolar também discutida pelos autores, que funciona com base nos mesmos princípios.

Inseridos nesse processo estão outros aspectos como o currículo, entendido pelos autores – com base em Rey (2006) – como uma sequência organizada de situações destinadas a fazer e aprender. Além disso, é por meio do mesmo autor que Hofstetter e Schneuwly (2017) inserem em discussão a construção de saberes profissionais que passa por “uma transmissão curricular, implicando decomposição, objetivação, teorização e distância em relação à prática” (Hofstetter; Schneuwly, 2017, p. 126).

O que não é suficiente, visto que, o próprio teórico enfatiza a distância presente entre o currículo profissional e o começo da atuação da profissão docente. Nesse sentido, começa a tomar forma uma discussão do que os professores precisam “saber” para o exercício da profissão, além da função que o profissional do ensino e da formação (considerando que o primeiro se refere aos professores que atuam na educação básica, enquanto o segundo diz respeito àqueles que formam

profissionais, ou seja, atuam no ensino superior) exerce na sociedade. De forma análoga, Hofstetter e Schneuwly (2017) definem instituições de ensino e de formação como os locais de atuação desses profissionais.

Para os autores, a questão central presente nesses locais e, consequentemente, na prática dos profissionais diz respeito aos saberes. Antes de tudo, tomam como referência os estudos de Barbier (1996) para definir o que é “saber” destacando duas definições da palavra: a primeira direcionada ao campo dos “saberes incorporados” que se relacionam com “componentes identitários” e a segunda relacionada ao campo dos “saberes objetivados” que são aqueles voltados para as representações tomando como sentido aquelas já sistematizadas, ou seja, que não são do sujeito, já foram transmitidas e, portanto, saberes institucionalizados.

Nessa perspectiva, Hofstetter e Schneuwly (2017) definem alguns saberes constitutivos referidos às profissões do ensino e da formação, chamando-os de saberes *a ensinar* e saberes *para ensinar* tomados como conceitos centrais. De todo modo, a intenção aqui não é resumir saberes profissionais docentes a apenas essas duas vertentes, pois entendemos que saberes profissionais que regem o ofício de ensinar abrange diversos outros caminhos, perspectivas e elementos que necessitam de uma pesquisa somente do assunto.

Para esta pesquisa, consideramos como **saberes profissionais docentes** os saberes *a ensinar* e *para ensinar*. Os saberes *a ensinar* compreendem os objetos de ensino, referem-se aqueles elaborados originalmente pelas disciplinas universitárias (Geometria Analítica, por exemplo), pelos diferentes campos científicos considerados importantes para a formação de professores. Já os saberes *para ensinar* incluem os conhecimentos que o professor deverá dispor para o exercício da docência, ligam-se àqueles saberes próprios da profissão docente; e são constituídos de referências vindas do campo das ciências da educação.

Diante disso, tais saberes são levados em consideração nos estudos que buscam caracterizar saberes profissionais do professor, como é o caso nesta pesquisa. Os autores evidenciam que tais saberes (*a* e *para ensinar*) se relacionam e juntos se tornam essenciais para a prática docente independentemente do nível de ensino.

Formar, como qualquer atividade humana, implica dispor de saberes para sua efetivação, para realizar essa tarefa, esse ofício específico. E esses saberes constituem ferramentas de trabalho, neste caso

saberes para formar ou saberes para ensinar (...). Tratam-se principalmente de saberes sobre “o objeto” do trabalho de ensino e de formação (sobre os saberes a ensinar e sobre o aluno, o adulto, seus conhecimentos, seu desenvolvimento, as maneiras de aprender, etc.), sobre as práticas de ensino (métodos, procedimentos, dispositivos, escolha dos saberes a ensinar, modalidades de organização e de gestão) e sobre a instituição que define seu campo de atividade profissional (planos de estudos, instruções, finalidades, estruturas administrativas e políticas etc.). (Hofstetter; Schneuwly, 2017, p. 126).

Ainda conforme os autores “é por meio da simulação da realidade e de sua explicitação, da elementação, da demonstração levando em conta esses saberes – pressupondo assim modelos dos saberes a ensinar – que age o formador-professor” (Hofstetter; Schneuwly, 2017, p. 133), onde o termo “formador-professor” engloba as duas profissões citadas anteriormente: do ensino e da formação.

Trazendo para o ensino de Matemática, a Geometria Analítica (GA) é um conteúdo primeiramente abordado no ensino superior e, posteriormente, inserido na educação básica. O futuro professor de matemática ao estudar esse conteúdo na graduação ganhará bagagem para compor os saberes a *ensinar*. Não no sentido de que o conteúdo estudado por ele em nível acadêmico irá para a sala de aula diretamente, mas sim pela forma que os conhecimentos advindos da GA irão proporcionar na sua formação com o intuito de produzir estes saberes.

Outro ponto ainda discutido pelos autores é o processo histórico de transformação dos saberes pela institucionalização da formação dos formadores-professores, ou seja, em que medida esses saberes refletem a diferença entre a profissão do ensino e a profissão da formação, além dos aspectos perceptíveis como os públicos e níveis de atuação, conteúdos e disciplinas de ensino. Discutiremos este ponto a seguir, contemplando de forma breve a história da formação do professor que ensina Matemática no Brasil.

2.2.1 Formação do professor que ensina matemática

Segundo Valente (2022), em um primeiro momento – décadas finais do século XIX – a matemática do curso secundário era a matemática presente na formação de professores para os primeiros anos escolares. Desse modo, as ferramentas de trabalho às quais esse futuro professor era formado para ensinar

matemática nos anos iniciais constituíam-se de conteúdos presentes no ensino secundário de matemática.

Com significativas mudanças na educação mundial, novas concepções circularam e surgiram novas ferramentas de trabalho que o professor precisaria ser formado, inseridas no período do método intuitivo – final do século XIX e início do século XX – com o ganho de estudos pedagógicos e psicológicos voltados para a educação. Nessa perspectiva, o ensino de matemática também sofre intervenções com propostas ligadas ao ensino gradual, ao uso das “coisas”, ou seja, valorização do concreto, dentre outras medidas.

Após a Primeira Guerra Mundial há uma necessidade de reformulação da educação, ganhando força o movimento da Escola Nova. No Brasil ocorrem novas mudanças na formação de professores para os anos iniciais e na matemática para ensinar, tendo em vista a centralidade do aluno no processo educativo. Por meio de testes psicológicos e pedagógicos, procurava-se respaldar o desenvolvimento infantil e apontar como a escola deveria se mover para tal. As aplicações de testes que envolvem a matemática se davam com o foco em percorrer do simples para o complexo, ou seja, do fácil para o difícil com o intuito de abordar um ensino gradual.

Contudo, a formação mencionada acima se refere ao professor ou professora que ensina matemática nos anos iniciais, ou seja, pedagogos (as). Mas e a formação do (a) professor (a) de matemática do ensino secundário e daquele (a) que vai atuar no ensino superior (e, assim, lecionar GA, por exemplo)? Valente (2005; 2008) nos informa que os cursos de formação para professor de matemática possuem uma trajetória histórica que se transformam de acordo com cada época.

Conforme Valente (2005), em meados do século XVIII o professor José Fernandes Pinto Alpoim,

por ordem do rei de Portugal, torna-se, de 1738 até 1765, professor da *Aula de Artilharia e Fortificações*. Durante esse período escreveu no Brasil duas obras para ensino das matemáticas: *Exame de Artilheiros* (1744) e *Exame de Bombeiros* (1748). Elas constituem as fontes mais remotas para investigação das origens da matemática escolar no Brasil. Ensinando conhecimentos elementares de Aritmética e Geometria, Alpoim é, também, o primeiro professor de matemática contratado por Portugal para estabelecer-se em terras brasileiras. (Valente, 2005, p.76).

Valente (2005) constatou também que a “matemática” ensinada era de acordo com as necessidades dos militares, ou seja, os conhecimentos de Aritmética

e Geometria eram voltados para a realidade da época: a necessidade de proteção em guerras que esses militares poderiam enfrentar. Além disso, a Aula de Artilharia e Fortificações deu origem às academias militares, que, no início do século XIX, com a vinda da Corte Portuguesa para o Brasil, estabeleceu duas academias: Academia Real dos Guardas-Marinha e, posteriormente, a Academia Real Militar.

É nessas academias onde o ensino das matemáticas tem lugar. Professores militares, portugueses e brasileiros, utilizando compêndios franceses, ministram cursos de Aritmética, Álgebra e Geometria/Trigonometria, nos primeiros anos dessas escolas. Seus professores pouco a pouco tornam-se autores de livros didáticos dos ramos matemáticos. A evolução desses cursos organiza a matemática escolar presente nos liceus e cursos preparatórios de todo século XIX. (Valente, 2005, p.76).

Desse modo, esses professores das academias militares ministraram cursos de Aritmética, Álgebra e Geometria/Trigonometria com referências estrangeiras, mas que ao longo dos anos sentem a necessidade de produzirem outras obras desses ramos matemáticos, o que se relaciona com nosso trabalho que buscou obras de GA de autores brasileiros.

No início do século XIX com a Independência do Brasil esses professores militares passaram a ter um novo público de alunos, pois se tornaram também professores de cursos preparatórios para o ensino superior. Nesse período, consideraram que não era mais necessário enviar filhos da elite brasileira para obterem o título de bacharel em Direito em Portugal. Viram a necessidade de criação de cursos superiores de Direito, que primeiramente são os cursos jurídicos que entram em cena. (Valente, 2005).

A criação dos cursos jurídicos imediatamente traz para as discussões na Câmara e no Senado, o problema do ingresso dos alunos. Que formação inicial deve ter o candidato a futuro advogado? Um grupo de militares que tem acento no Congresso consegue incluir, além do Latim, do Francês, da Filosofia e da Retórica, a Geometria. Desse modo, a Matemática, anteriormente considerada um saber específico, próprio das escolas técnico-militares, passa a se constituir num saber de cultura geral escolar. Também os futuros advogados devem, assim, aprender Geometria. (Valente, 2005, p.77).

Ainda conforme Valente (2005), esse sistema de cursos preparatórios ministrados pelos professores militares se estendeu por cem anos e eram voltados para alunos que ingressaram em escolas de medicina e engenharia. No início do século XX, começam a surgir discussões internacionais sobre unificar o ensino de

Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria em uma só disciplina. Seria então a criação da Matemática como disciplina, que no Brasil, ficou estabelecido na Reforma Francisco Campos de 1931, que também instituiu o sistema seriado de ensino.

Nesse mesmo período, as faculdades de filosofia com cursos para formar professores licenciados nas diversas áreas, inclusive matemática, surgem no país. Entretanto, até que se formem professores de matemática, são os engenheiros que ainda dominavam essa prática docente.

Até o início dos anos 1930, não há escolas para formação do professor de Matemática para o ensino secundário. A cátedra de Matemática é reservada, sobretudo, aos egressos das escolas politecnicas. Não está, até essa altura, colocada em questão, a condição do engenheiro como professor de Matemática. Engenheiros são profissionais que foram formados com cursos de Matemática e, assim sendo, habilitam-se como professores de um conteúdo que dominam. São os concursos que irão oficializar e transformar engenheiros em professores e catedráticos de Matemática. (Valente, 2005, p.86).

Ao longo da história do ensino e aprendizagem da Matemática, os engenheiros tiveram grande presença como professores oficializados pelos concursos. Além disso, são eles que seguem carreira acadêmica e vão para o ensino superior lecionar disciplinas da Matemática Aplicada e Pura para os futuros professores ou bacharéis dos cursos de Matemática bacharelado e licenciatura.

Dos autores dos livros selecionados para nossa pesquisa, podemos constatar que o Zózimo Menna Gonçalves, autor de dois exemplares analisados, foi engenheiro civil antes de começar a dar aulas. Ou seja, ele é um dos muitos exemplos de engenheiros que se tornaram professores de Matemática.

2.3 HISTÓRIA DAS DISCIPLINAS ESCOLARES

A História das Disciplinas Escolares (HDE) é um campo de pesquisa desenvolvido pelo pesquisador francês André Chervel que investiga a história das disciplinas, do ensino e dos conteúdos de ensino, consistindo em uma fundamentação teórica de pesquisas historiográficas que buscam pelo trajeto de disciplinas, como é o caso deste trabalho que aborda a Geometria Analítica como componente curricular.

As discussões trazidas por Chervel embasam e apontam reflexões sobre a GA ser uma disciplina tanto escolar quanto acadêmica. Chervel (1990) relata que a aparição da palavra “disciplina” até sua conceituação perpassa por aspectos que envolvem três elementos: finalidades, práticas e efeitos; que juntos constituem uma disciplina escolar.

Chervel (1990) relata que não havia um interesse significativo sobre o estudo em perspectiva histórica das disciplinas escolares até meados dos anos 1990, período em que se percebe uma procura maior de professores em escrever uma história da própria disciplina. Segundo o autor, algumas reflexões começam a surgir no grupo “Serviço de História da Educação” em busca de uma investigação sobre esse estudo, se tornando pontos centrais, como:

a noção de história das disciplinas escolares tem sentido? A história das diferentes disciplinas apresenta analogias, traços comuns? E, para ir mais longe, a observação histórica permite resgatar as regras de funcionamento, ver um ou vários modelos disciplinares ideais, cujo conhecimento e exploração poderiam ser de alguma utilidade nos debates pedagógicos atuais ou do futuro? (Chervel, 1990, p. 177).

Dessa forma, Chervel (1990) desenvolve uma linha de pensamento que permeia tais questões nos mostrando o trajeto histórico, considerando o contexto francês. Conforme o autor, o termo “disciplina escolar” passou por diversas acepções considerando o verbo disciplinar e o significado da palavra *disciplina* ora tomada do latim, ora do alemão. Ou seja, a noção de disciplina se transforma ao longo da história.

Além do mais, não tendo sido rompido o contato com o verbo disciplinar, o valor forte do termo está sempre disponível. Uma “disciplina”, é igualmente, para nós, em qualquer campo que se a encontre, um modo de disciplinar o espírito, quer dizer de lhe dar os métodos e as regras para abordar os diferentes domínios do pensamento, do conhecimento e da arte. (Chervel, 1990, p. 181).

O autor sintetiza que, primeiramente, as disciplinas são enxergadas pela sociedade como uma matéria focada em servir ao exercício intelectual, posteriormente (no período da Segunda Guerra Mundial) torna-se uma compilação de métodos e regras para abordar os diferentes domínios do pensamento, do conhecimento e da arte. Em seguida, a disciplina é tomada como um modo de disciplinar o espírito, ou seja, é olhada como algo que vai regrar o comportamento no geral.

O termo disciplina se transforma em uma rubrica escolar após a Primeira Guerra Mundial, que segundo Chervel (1990) “torna-se uma pura e simples rubrica que classifica as matérias de ensino, fora de qualquer referência às exigências da formação do espírito” (CHERVEL, 1990, p. 181). De acordo com o autor, o termo *disciplina escolar* e os seus conteúdos de ensino:

[...] são concebidos como entidades *sui generis*, próprios da classe escolar, independentes, numa certa medida, de toda realidade cultural exterior à escola, e desfrutando de uma organização, de uma economia interna e de uma eficácia que elas não parecem dever a nada além delas mesmas, quer dizer à sua própria história (Chervel, 1990, p. 181).

Nesse ponto, podemos ressaltar a relação entre as disciplinas escolares, as ciências de referência e a pedagogia. Chervel (1990) considera que o que é ensinado na escola não é uma vulgarização do saber científico, pois as disciplinas são historicamente criadas pela própria escola, na escola e para a escola, ou seja, a escola tem seu próprio saber.

Desse modo, a HDE deve buscar encontrar na própria escola o princípio de uma investigação, de uma descrição histórica específica e levar em conta que a HDE tem sua própria importância, não sendo considerada como um membro da história do ensino, mas sim como a própria concepção do ensino.

Entretanto, ao se deparar com o estudo da constituição e do funcionamento das disciplinas escolares, Chervel aponta três problemas que o historiador irá enfrentar. O primeiro problema é o da gênese das disciplinas escolares – como a escola começa a agir para produzi-las? O segundo problema é o da sua função – para que servem as disciplinas escolares? E, por fim, o terceiro problema é o seu funcionamento – como as disciplinas funcionam? Como elas agem sobre os alunos? Quais são os resultados do seu ensino?

Chervel (1990) agrupa tais problemas em duas finalidades das disciplinas escolares: as finalidades reais e as finalidades de objetivos. As reais dizem respeito ao que acontece de fato, sendo aquelas que chegam aos docentes por intermédio da tradição pedagógica, ou seja, se relacionam com o primeiro problema da gênese. Por outro lado, as finalidades de objetivos são aquelas que atendem o que se é decretado se tornando história da legislação da disciplina, ligadas então ao problema da função e do seu funcionamento.

Desse modo, o autor considera que os objetivos da história das disciplinas escolares se voltam para a relação das finalidades presentes em documentos e registros oficiais que vão ser possíveis fontes para análise e respostas para compor as reflexões pretendidas pela pesquisa, como por exemplo, “a série de textos oficiais programáticos, discursos ministeriais, leis, ordens, decretos, acordos, instruções, circulares, fixando os planos de estudos, os programas, os métodos, os exercícios, etc.” (Chervel, 1990, p. 192).

Para Chervel (1990), os componentes de uma disciplina escolar são:

- exposição pelo professor ou pelo manual de um conteúdo de conhecimentos (componente que distingue de todas as modalidades não escolares de aprendizagem, as da família ou da sociedade);
- os exercícios (podem se classificar em uma escala qualitativa e juntamente com os conteúdos explícitos e constituem o núcleo da disciplina);
- as práticas de motivação e incitação aos estudos (Trata-se não somente de preparar o aluno para uma nova disciplina, mas de selecionar, aliás com igual peso, os conteúdos, os textos, as narrações mais estimulantes, ou seja, levá-lo a se engajar espontaneamente nos exercícios nos quais ele poderá expressar sua personalidade) e
- um aparelho docimológico (refere-se às avaliações internas e externas que influenciam no desenvolvimento da disciplina).

Todos esses constituintes estão relacionados com as finalidades e em cada estado da disciplina funcionam de forma conjunta. Embora Chervel aborda a história de disciplinas da educação básica, consideramos a Geometria Analítica discutida neste trabalho como uma disciplina acadêmica a partir de tais concepções trazidas pelo autor e com as análises dos livros passando pelos componentes de uma disciplina apontados por Chervel.

Diante das finalidades da disciplina escolar, seus componentes e fontes documentais que auxiliam no estudo histórico das disciplinas, Chervel (1990) define um fenômeno chamado de *vulgata*, que segundo o autor, ocorre quando manuais publicados em datas próximas compartilham de um mesmo conteúdo, métodos similares, exercícios e terminologias idênticas ou muito parecidas, ou seja, são munidos de uma estrutura equivalente.

o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas. São apenas essas variações, aliás, que podem justificar a publicação de novos manuais e de qualquer modo, não apresentam mais do que desvios mínimos: o problema do plágio é uma das constantes da edição escolar. (Chervel, 1990, p. 209).

Conforme o autor surge então uma tarefa fundamental do historiador que consiste em descrever e analisar essa *vulgata* tendo em mente que as "vulgatas evoluem e se transformam" e que "as exigências intrínsecas de uma matéria ensinada nem sempre se acomodam numa evolução gradual e contínua" (Chervel, 1990, p. 209). Assim, a história das disciplinas acontece por meio de constantes alterações e transformações, e segundo o autor, passa por períodos de estabilidades que ele divide em "transitórios" e "crises":

Os períodos de estabilidade são separados pelos períodos "transitórios", ou de "crise", em que a doutrina ensinada é submetida a turbulências. O antigo sistema ainda continua lá, ao mesmo tempo em que o novo se instaura: períodos de maior diversidade, onde o antigo e o novo coabitam, em proporções variáveis. Mas pouco a pouco, um manual mais audacioso, ou mais sistemático, ou mais simples do que os outros, destaca-se do conjunto, fixa os "novos métodos", ganha gradualmente os setores mais recuados do território, e se impõe. É a ele que doravante se imita, é ao redor dele que se constitui a nova *vulgata*. (Chervel, 1990, p. 209).

Ou seja, conforme Chervel (1990), nesse período transitório (ou de crise) um manual (ou mais) possui maior circulação, ganha certo destaque e a partir dele surgem outros que transmitem as mesmas ideias, os mesmos métodos que se tornaram referência. É esse ponto que entra como desafio para o historiador de uma disciplina: analisar cuidadosamente se ocorre essa "cópia" dos demais manuais em relação àquele que obteve certo destaque para classificar esse grupo de exemplares como pertencentes ao fenômeno de *vulgata* ou não. Logo, temos que os manuais são valiosas fontes de pesquisa na HDE, e por isso, precisamos pontuar seus aspectos e concepções empregadas ao utilizá-los.

Entretanto, esta pesquisa não tem como objetivo identificar o fenômeno de *vulgata* com as obras analisadas, pois entendemos que para tal seria necessário analisar um conjunto maior de livros para caracterizá-los ou não como exemplares

de uma *vulgata*. Optamos por discutir este conceito apenas para enfatizar a relevância de livros como fontes de nossa pesquisa e das pesquisas em história da educação matemática.

2.4 LIVROS DIDÁTICOS COMO FONTES DE PESQUISA.

Este trabalho é articulado ao GHEMAT Brasil, grupo que desde sua criação, realiza uma tarefa árdua de: inventariar, digitalizar, catalogar, construir fichas descritivas e disponibilizar documentos para a elaboração de fontes de pesquisa que auxiliam os trabalhos em história da educação matemática. Tais fontes dizem respeito a cadernos escolares de ex-alunos (as) ou de professores (as), livros didáticos, compêndios, revistas educacionais, jornais, dentre outras, que são adquiridas por meio de doações, empréstimos de instituições.

O GHEMAT Brasil conta com um acervo para inserção e armazenamento digital destas fontes, o Repositório de Conteúdo Digital (RCD) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Sendo o mesmo, alimentado por membros do GHEMAT de todo o país e sob a responsabilidade do professor e pesquisador David da Costa da UFSC.

De acordo com Ludvig e Costa (2020), “o contato com o RCD contribui para se conhecer o ambiente de pesquisa, de investigação e de estudos acerca da história da educação matemática, como também possibilita auxiliar e facilitar o acesso de pesquisadores às suas fontes” (Ludvig; Costa, 2020, p. 277). Dessa maneira, com as fontes de pesquisas utilizadas por pesquisadores do grupo bem como também os trabalhos desenvolvidos sob uso e análises de tais fontes (artigos, TCC’s, dissertações e teses) presentes no RCD possibilita um amplo espaço de busca e compilação de produções científicas de uma mesma área, valorizando assim o trabalho do grupo.

No entanto este trabalho com as fontes não é uma tarefa simples, envolve algumas etapas específicas e que devem ser feitas com cuidado e atenção: digitalização das fontes, ficha catalográfica (ou metadados) até a inserção no RCD com os dados corretamente preenchidos de acordo com as fichas. Por exemplo, para livros didáticos

os metadados estão associados ao título da obra, ao nome dos agentes intervenientes (autores, editores, ilustradores, prefaciadores,

etc.), ano de edição, número da edição, informações acerca da citação, editor ou impressor, a descrição completa da correta citação normatizada (ABNT), descrição física da obra além da localização do exemplar que serviu para ser digitalizado, dentre outras coisas. (Costa; Valente, 2015, p. 103).

Ainda segundo Costa e Valente (2015), os metadados se figuram como ferramentas de facilitar as buscas e permitir bons resultados para quem necessita de alguma fonte histórica sobre determinado assunto. Cabe ressaltar também sobre o modo de digitalizar fontes que deve ser realizado atentamente considerando aspectos como a luz ambiente, a posição dos documentos, bons equipamentos e aplicativos.

Nós do GHEMAT, núcleo UFJF, fazemos um constante trabalho com as fontes passando por todos os processos mencionados desde digitalização, produção das fichas catalográficas (metadados) até a inserção no RCD contribuindo para o trabalho colaborativo do GHEMAT Brasil com o uso do repositório. Os livros analisados nesta pesquisa já se encontram digitalizados e serão disponibilizados no RCD após a culminância de nosso trabalho.

Dada a relevância do trabalho com as fontes e estipulado quais documentos consideramos fontes de pesquisa em história da educação matemática, para este trabalho os livros didáticos ocupam posição central, pois constitui etapa inicial de análise no processo de investigação sobre o ensino de GA no ensino superior nas décadas de 1960 e 1970, circulação de exemplares no contexto da UFJF.

Choppin (2002) discute a complexidade presente em um exemplar, pois segundo ele cada um de nós tem um olhar parcial sobre o manual que depende da posição ocupada em um dado momento da vida no contexto educativo, ou seja, aluno, professor, pais de aluno, editor, responsável político, etc., e menciona que:

Direcionando seu olhar aos manuais, o historiador pode, assim, observar, a longo prazo, a aparição e as transformações de uma noção científica, as inflexões de um método pedagógico ou as representações de um comportamento social; pode igualmente, colocar sua atenção sobre as evoluções materiais (papel, formato, ilustração, paginação, tipografia, etc.) que caracterizam os livros destinados às classes. (Choppin, 2002, p. 15).

Contudo, o autor, em outro de seus textos, considera duas grandes categorias de pesquisas históricas que envolvem os livros: a primeira aborda o livro didático apenas como um documento histórico, igual a qualquer outro, analisando

seus conteúdos em busca de informações intrínsecas a ele mesmo ou interessadas no conteúdo ensinado por meio do livro didático (história do ensino de GA, por exemplo); a segunda categoria negligencia os conteúdos dos exemplares, considerando-os como objetos físicos, isto é, como um produto fabricado, comercializado, distribuído e avaliado em um determinado contexto. E, complementa

No primeiro caso, a história que o pesquisador escreve não é, na verdade, a dos livros didáticos: é a história de um tema, de uma noção, de um personagem, de uma disciplina, ou de como a literatura escolar foi apresentada por meio de uma mídia particular; além disso, é frequente que os livros didáticos constituam apenas uma das fontes às quais o historiador recorre. Na segunda categoria, ao contrário, o historiador dirige sua atenção diretamente para os livros didáticos, recolocando-os no ambiente em que foram concebidos, produzidos, distribuídos, utilizados e “recebidos”, independentemente, arriscaríamos a dizer, dos conteúdos dos quais eles são portadores. Essa distinção é seguramente esquemática, uma vez que uma pesquisa geralmente participa — ainda que em proporções variáveis — das duas categorias. (Choppin, 2004, p. 554).

À vista disso, a história escrita pelo historiador não é a dos livros e sim a história de um tema, de uma disciplina; o livro nesse caso é uma fonte de pesquisa.

O historiador francês Dominique Julia também contribui para o entendimento de fontes de pesquisa ao abordar a cultura escolar como um objeto histórico articulado a estudos da história da educação. Julia (2001) mobiliza o conceito de cultura escolar como um conjunto de normas que apontam conhecimentos a ensinar e um conjunto de práticas que permitem a transmissão destes. Entretanto, estudar a cultura escolar envolve analisar minuciosamente outras culturas que lhe são contemporâneas, como a cultura religiosa, política ou cultura popular.

Em outras palavras, as normas são os programas de ensino, documentos oficiais, planos de ensino, regimentos escolares, que determinam ou auxiliam o funcionamento interno do espaço escolar e nos aproximam, em determinados contextos, à realidade daquele lugar, ou seja, a realidade das práticas conforme as finalidades que estão atreladas às normas e práticas que variam conforme as épocas: finalidades religiosas, sociopolíticas ou simplesmente de socialização.

Nessa perspectiva, Julia (1995; 2001) ressalta que para estudar a cultura escolar como um objeto histórico é necessário se perguntar quais são suas fontes de pesquisa. De acordo com suas escritas que compreendem uma história “mais antiga” (como ele mesmo classifica, por relatar fatos dos séculos XVI a XVIII), o

acesso às fontes passa por uma trajetória conturbada. Em um determinado período, considerando o contexto europeu, há uma dificuldade de conservação de cadernos, livros ou outros documentos que poderiam se constituir numa fonte de pesquisa.

De todo modo, Julia (1995; 2001) compactua com a importância das fontes em pesquisas históricas dissertando que podem ser de diversos tipos, como cadernos escolares de alunos ou de preparação dos educadores, livros e normas ditadas em programas oficiais ou artigos de revistas pedagógicas.

Justifica ainda, que é comum acessarmos os textos reguladores e os projetos pedagógicos mais fácil que as práticas. Mas é preciso que os textos normativos nos levem às práticas permitindo constatar o funcionamento real das finalidades atribuídas à escola que são mais visíveis a partir de momentos de crise e de conflitos, ou seja, quando são colocadas em discussão.

Os conceitos aqui mobilizados subsidiaram o desenvolvimento de um estudo historiográfico sobre o ensino de geometria analítica no ensino superior presente em livros das décadas de 1960 e 1970 encontrados nas bibliotecas da UFJF. No próximo capítulo apresentamos uma revisão de literatura incorporando trabalhos que investigaram a geometria analítica sob perspectiva histórica.

3 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, apresentamos a nossa revisão de literatura acerca da Geometria Analítica enquanto uma disciplina investigada com perspectiva histórica. O objetivo, com este levantamento, é fornecer uma visão geral do que já foi estudado sobre a temática: questões motivadoras, fundamentação teórico-metodológica apropriada pelos autores e principais resultados.

Esta revisão de literatura contou com uma pesquisa bibliográfica, a qual abrangeu dissertações e teses no âmbito da história da educação matemática que versaram sobre a GA. Utilizamos uma ferramenta tecnológica chamada “Buscad” (Busca de trabalhos acadêmicos) desenvolvida sem fins lucrativos “a partir das necessidades de Mestrados e Doutorandos do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT), do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), em realizarem Revisões de Literatura de suas investigações.” (Mansur; Altoé, 2021, p.3).

A Buscad é simples de se utilizar e possibilita gerar diversas combinações de palavras-chave. Além disso, a procura pelos trabalhos dentro da ferramenta ocorre em diversos bancos de dados sendo que para este trabalho foram selecionadas: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Como requisitos, buscamos trabalhos que investigaram a GA com perspectiva histórica e ainda no âmbito da história da educação matemática. Para isso utilizamos as palavras-chave: geometria analítica; história da educação matemática; livros didáticos; história das disciplinas escolares e saberes profissionais docentes. A tabela abaixo mostra as quantidades de trabalhos, entre dissertações e teses, encontradas com as combinações selecionadas.

Tabela 1 – Quantidade de trabalhos por combinações de palavras-chave e por acervo

Palavras-chave (combinações)	CAPES	BDTD
“geometria analítica” AND “história da educação matemática”	7	7
“geometria analítica” AND “história da educação matemática” AND “livros didáticos”	1	3
“geometria analítica” AND “história da educação matemática” AND “livros didáticos” AND “história das disciplinas escolares”	1	3

“geometria analítica” AND “história da educação matemática” AND “livros didáticos” AND “saberes profissionais docentes”	0	0
---	---	---

Fonte: Elaborado pelo autor com base na pesquisa por meio da ferramenta Buscad (2024)

De acordo com a Tabela 1, obtemos 7 trabalhos na CAPES fruto da combinação de “geometria analítica” e “história da educação matemática”. São eles:

1. *Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970*, de Suzana Ribeiro Soares. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, publicada em 2013.
2. *Sistemas de Avaliações em Larga Escala na Perspectiva Histórico-Cultural: o caso do Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública*, de Carlos Renato Soares. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, publicada em 2011.
3. *A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM*, de Josélio Lopes Valentim Júnior. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, publicada em 2013.
4. *História do ensino de Cálculo Diferencial e Integral: a existência de uma cultura*, Marcos Ribeiro Raad. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, publicada em 2012.
5. *Memórias De Práticas: A Disciplina Prática De Ensino na Formação do Professor de Matemática*, de Fernanda Luciana Tenório Magalhães. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, publicada em 2013.
6. *O Desenho Geométrico como disciplina de curso de Licenciatura em Matemática: uma perspectiva histórica*, de Éder Quintão Lisboa. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, publicada em 2013.
7. *A Trajetória Escolar da Geometria Analítica no ensino secundário Brasileiro: Constituição e funcionamento em tempos da Reforma Francisco Campos, 1931-1942*, de Gabriela Regina Vasques Oruê. Dissertação de Mestrado em

Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá, publicada em 2020.

Com a mesma combinação também encontramos 7 trabalhos na BDTD em que a maioria coincide, com algumas diferenças: assim como na CAPES, foram apontados os projetos de Soares (2013), Valentim Júnior (2013) e Oruê (2020) sendo que cada um foi contabilizado duas vezes e o sétimo trabalho tem o título *Números Complexos: um estudo histórico sobre sua abordagem na coleção Matemática 2º ciclo*, de Camila Libanori Bernardino, Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da Universidade de São Paulo “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), campus de Rio Claro (UNESP), publicada em 2016.

A fim de refinar as buscas atribuímos “livros didáticos” na combinação anterior obtendo apenas o trabalho de Valentim Junior (2013) na CAPES e os projetos de Soares (2013), Valentim Júnior (2013) e Oruê (2020) na BDTD. Com a inserção de “história das disciplinas escolares” resultando na junção – “geometria analítica” AND “história da educação matemática” AND “livros didáticos” AND “história das disciplinas escolares” – obtemos apenas o trabalho de Junior (2013) na CAPES e três vezes o trabalho de Oruê (2020) na BDTD. Ao adicionarmos “saberes profissionais docentes” nesta última combinação, nenhum trabalho foi encontrado tanto na CAPES quanto na BDTD.

Desse modo, fechamos em 8 projetos distintos para identificarmos proximidades com nossos objetivos. A partir da leitura dos resumos dos trabalhos, o referencial teórico-metodológico e seus objetivos, estabelecemos quais deles tendiam para pesquisas sobre o ensino da GA com perspectiva histórica e selecionamos três deles que atendem nossos requisitos, que são:

- a. *Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970*, de Suzana Ribeiro Soares. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, publicada em 2013.
- b. *A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM*, de Josélia Lopes Valentim Júnior. Dissertação de Mestrado Profissional

em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, publicada em 2013.

- c. *A Trajetória Escolar da Geometria Analítica no ensino secundário Brasileiro: Constituição e funcionamento em tempos da Reforma Francisco Campos, 1931-1942*, de Gabriela Regina Vasques Oruê. Dissertação de Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá, publicada em 2020.

A revisão será apresentada conforme a ordem listada acima. O primeiro trabalho analisado é a dissertação de mestrado profissional: *Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970*, a qual foi escrita por Suzana Ribeiro Soares e defendida em 2013.

Nesse estudo, Soares (2013) realizou uma pesquisa histórica da disciplina Geometria Analítica como componente curricular no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970, tomando como fontes de pesquisas: apostilas adotadas e indicadas como referência bibliográfica por várias décadas, entrevistas com professores e ex-alunos do autor das apostilas, além de levantamento bibliográfico de obras de geometria analítica.

A autora nos conta que seu projeto estava vinculado a um projeto maior cujo título é “A Formação de Professores de Matemática na Universidade Federal de Juiz de Fora: história das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica, Prática de Ensino de Matemática e História da Matemática”, com objetivo geral de investigar a presença de tais disciplinas na formação de professores.

Como objetivos específicos para seu trabalho, Soares (2013) objetivou compreender:

a importância e a contribuição dos materiais didáticos de geometria analítica produzidos pelo professor Hélio Siqueira Silveira na estabilização da disciplina no curso de matemática da UFJF. A análise deste material, além de enriquecedora, nos permitirá compreender as ideias propostas para o ensino da geometria analítica na UFJF, as circunstâncias e as finalidades com as quais elas foram sendo desenvolvidas no curso de licenciatura em matemática. (Soares, 2013, p. 20).

Além disso, a autora complementa: “O estudo da geometria analítica na UFJF é para nós uma oportunidade de mostrarmos a sua importância, bem como, num contexto histórico apresentar sua trajetória e as suas contribuições no curso de matemática”. (Soares, 2013, p. 20).

Como considerações teórico-metodológicas de seu trabalho, Soares (2013) se apoia em Valente (2007; 2010) sobre a escrita e produção de trabalhos no âmbito da história da educação matemática; em Marc Bloch (2002) para a construção de fatos históricos que conforme a autora ele

discute a questão do tempo histórico e critica a busca acelerada de alguns historiadores pela “origem” dos fatos que na visão dele, precisam ser entendidos ao longo do tempo relacionando as causas em que se deram tais acontecimentos e os efeitos, com o tempo presente.” (Soares, 2013, p. 25).

Soares (2013) traz também em seu trabalho um breve relato histórico das origens da geometria analítica, em que a autora destaca os estudos de Descartes e Fermat como principais contribuições para o surgimento da geometria analítica.

É possível notar que quase todos os livros didáticos de matemática citam Descartes como o criador da geometria analítica. Parece que há um consenso entre os historiadores de que, só depois das contribuições de René Descartes e Pierre de Fermat à geometria analítica, esta ganhou os contornos iniciais da forma com a qual estamos acostumados. (Soares, 2013, p. 37).

Porém, a autora segue seu estudo citando pesquisadores da História da Matemática (HM) sobre o surgimento da geometria analítica: Boyer (2006), Eves (2006), Santos e Laval (2012), e Roque (2012). Soares (2013) aponta que Boyer (2006) e Eves (2006) consideram que “a forma atual de apresentação da geometria analítica surgiu um século após a divulgação do trabalho de Descarte” (SOARES, 2013, p. 38) e que as nomenclaturas mais recentes (como coordenadas, abscissas e ordenadas) são contribuições de Leibniz no século XVII.

Além disso, a autora menciona diferenças entre a geometria analítica de Descartes e Fermat por meios autores Santos e Laval (2012):

Descartes construiu a geometria em torno do problema de Pappus, enquanto Fermat limitou a sua geometria a lugares mais simples. Descartes começou com o lugar das três e quatro retas, usando uma delas como eixo das abscissas e enfatizava a construção de soluções algébricas. Já Fermat começou com a equação linear e escolheu um sistema de coordenadas arbitrárias e dava ênfase ao esboço de soluções indeterminadas. (Soares, 2013, p. 38).

Soares (2013) nos traz também, ainda por meio de Santos e Laval (2012), que Lagrange contribui no século XVIII com seus estudos sobre aplicação da álgebra em problemas de geometria elementar ao trabalhar sobre soluções

analíticas relacionadas a resolver áreas de triângulos e volumes de tetraedros, compreendendo assim em uma relação do cálculo com a geometria analítica.

Ainda apoiada nesses autores, Soares (2013) constata que no século XIX a geometria analítica se consolida como disciplina por meio do trabalho de um professor francês, Gaspard Monge, professor da École Polytechnique. “Lacroix, aluno e posteriormente colega de Monge, juntamente com ele deram um “toque final” à geometria analítica, deixando-a próxima das notações nos moldes atuais.” (SOARES, 2013, p. 40).

Outro contexto histórico que Soares (2013) aborda é do curso de matemática da UFJF para então encontrar em sua pesquisa a presença marcante do professor Hélio Siqueira Silveira como autor de apostilas de GA utilizadas como livros textos nos cursos da área de exatas da instituição nas décadas de 1960 e 1970.

Sua investigação passou por análises dessas fontes e entrevistas com ex-professores do departamento de matemática da UFJF e ex-alunos do professor Hélio. Como relevante contribuição para o presente trabalho, Soares (2013) fez um levantamento de livros didáticos de geometria analítica no mesmo recorte temporal que o nosso, as décadas de 1960 e 1970.

Podem-se destacar algumas conclusões da produção de Soares (2013), que contribuem com uma trajetória histórica do ensino de GA no ensino superior.

A pesquisa nos permitiu analisar a trajetória da geometria analítica no curso de matemática, em particular, verificar o movimento que reduz a geometria analítica plana no ensino superior a um pequeno tópico desta disciplina. É possível afirmarmos que pelo menos até o ano de 1996 a geometria analítica plana ainda era considerada disciplina na UFJF (...) as apostilas trazem conteúdos que vão se estabilizar no ensino superior, como o estudo de vetores, especialmente a partir da representação em coordenadas e outros que não se estabilizam, como é o caso da geometria vetorial no plano. (...) A cultura de ensino de geometria analítica, muitas vezes, se alinha com a de cálculo, especialmente pela estabilidade de alguns conteúdos como os anteriormente mencionados. Embora se possa observar que por um dado período na USP a geometria analítica tenha sido incorporada ao cálculo (...) A disciplina geometria analítica era ensinada mais com a finalidade de dar suporte à disciplina de cálculo. (Soares, 2013, p. 108-109).

De certo modo, a pesquisa aqui pretendida, dialoga diretamente com o trabalho de Soares (2013), pois pretendemos seguir com uma representação

histórica do ensino de GA no ensino superior, tomando como fontes de pesquisa os livros de geometria analítica encontrados nas bibliotecas da UFJF. Cabe ressaltar que o autor das apostilas é autor de um dos livros didáticos analisados, ou seja, tais apostilas podem ter sido os “rascunhos” para a produção do livro publicado em 1968 pela Editora da UFJF.

A dissertação de mestrado profissional: *A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM*, de Josélio Lopes Valentim Júnior também foi publicada em 2013 e tomou como objeto de estudo o ensino de geometria analítica no ensino secundário a partir de análises de livros didáticos.

Assim como Soares, Valentim Júnior (2013) também desenvolveu um estudo historiográfico no âmbito da história da educação matemática se baseando teoricamente em Marc Bloch (2002) e Michel de Certeau (2007). Para Valentim Júnior (2013) a contribuição de Bloch (2002) indica como produzir história e sintetizou dizendo que

Segundo Bloch, na pesquisa histórica é preciso encontrar dois tipos de “documentos”: aqueles explícitos, como os livros didáticos que podem ser analisados em qualquer tempo, e os implícitos, como as políticas existentes em determinada época ou mesmo os movimentos educacionais nesse período. (Valentim Júnior, 2013, p. 5).

Enquanto isso, Valentim Júnior (2013) também enfatiza para seu trabalho os estudos de Certeau (2007) considerando que o historiador nos mostra “como organizar uma pesquisa histórica, explicitando com clareza os passos metodológicos do fazer histórico” e, que, além disso, “qualquer investigação historiográfica articula-se sobre um lugar, uma região social, econômica, política e cultural.” (Valentim Júnior, 2013, p. 5).

Do mesmo modo que em nosso trabalho, Valentim Júnior (2013) também conta com os estudos de Chervel (1990) referentes à história das disciplinas escolares e de Julia (2001) para o entendimento da cultura escolar. Outra referência teórica utilizada pelo autor é Chartier (1991) que auxilia na compreensão da história cultural, história dos livros e o conceito de “apropriação”. Valentim Júnior (2013) aponta que “Chartier ressalta que a maneira como um texto, ou uma ideia, é lida ou concebida, respectivamente, por diferentes sujeitos (pessoas ou grupos), cada qual

com suas especificidades. É recebida, apropriada de maneiras distintas" (Valentim Júnior, 2013, p. 5).

Para nossa investigação, a principal contribuição do trabalho de Valentim Júnior (2013) se volta para o uso de livros didáticos como fontes de pesquisa que tomou como objetivo produzir um estudo histórico sobre a trajetória da geometria analítica como conteúdo da matemática escolar no ensino secundário, no período compreendido entre 1940 e 1970.

Além dos livros didáticos como fonte de pesquisa, o autor também utilizou documentos oficiais que tratavam da Reforma Gustavo Capanema de 1942, a Portaria Ministerial de 1951 e discussões referentes ao movimento internacional denominado Movimento da Matemática Moderna (MMM).

O trabalho de Valentim Júnior (2013) obteve algumas conclusões ao final das análises dos livros, que segundo o autor, algumas obras continham os conteúdos semelhantes com os programas tanto nas décadas de 1940 quanto 1950 e que, especificamente em relação à geometria analítica na década de 1940, essa se constituiu num dos blocos que compunham a matemática do ensino secundário, ainda como herança da matemática fragmentada em ramos das décadas anteriores.

Além disso, conforme o autor, na década de 1950, a geometria analítica deixou de aparecer explicitamente e ficou diluída entre o estudo de limites e derivadas, e restrita ao estudo da reta e da circunferência, ganhando força novamente com o advento do MMM. Porém, não se verificou a padronização observada nas décadas anteriores, ao que tudo indica pela ausência de uma orientação oficial.

Nossa pesquisa analisa e investiga o ensino da geometria analítica no ensino superior, porém podemos encontrar semelhanças do tratamento desse conteúdo (como por exemplo, uso da linguagem vetorial ou algébrica) no ensino secundário ao promover certo diálogo com o trabalho apresentado por Valentim Júnior.

A terceira dissertação analisada é um de mestrado acadêmico: *A Trajetória Escolar da Geometria Analítica no ensino secundário Brasileiro: Constituição e funcionamento em tempos da Reforma Francisco Campos, 1931-1942*, de Gabriela Regina Vasques Oruê, publicada em 2020 e consiste em um estudo histórico da GA no ensino secundário em um recorte temporal anterior ao de Valentim Júnior.

Oruê (2020) também conta como fontes de pesquisa os livros de geometria analítica e documentos oficiais promulgados pelo governo conforme contexto histórico brasileiro. Para tanto, a autora contou com a História das Disciplinas Escolares (HDE), difundida por André Chervel, como fundamentação teórico-metodológica que promoveu uma investigação dos pilares da HDE (finalidades do ensino escolar, prática docente e aculturação escolar dos alunos); investigação da presença de elementos que constituem uma disciplina escolar (ensino de exposição, exercícios, práticas de incitação e de motivação e aparelho docimológico); e verificação da ocorrência do fenômeno de vulgata nos manuais.

Oruê (2020) observou que inicialmente o ensino de Geometria Analítica foi imposto como um curso preparatório no currículo de Matemática do ensino secundário brasileiro, consequentemente, a finalidade do ensino escolar era preparar os alunos para o exame das faculdades de Medicina, Farmácia, Odontologia, Engenharia e Arquitetura.

Além disso, a autora por meio da investigação da prática docente constatou que o ensino da GA contém todos os constituintes de uma disciplina escolar e a verificação do fenômeno de vulgata comprovou que o conjunto de manuais de ensino selecionados em tempos da Reforma Francisco Campos caracteriza-se como uma vulgata escolar. Entretanto, é preciso destacar que uma das propostas da Reforma Francisco Campos consiste na unificação dos ramos da matemática em uma única disciplina, conforme referências e discussões internacionais. Ou seja, por mais que Oruê (2020) considerou a geometria analítica como disciplina no ensino secundário, principalmente em cursos preparatórios, essa discussão é abrangente e necessita de mais estudos.

Desse modo, o trabalho de Oruê (2020), assim como de Valentim Júnior (2013), apresentam uma trajetória história da GA no ensino secundário em determinado espaço temporal e contribui para nossa pesquisa na maneira de olhar o ensino da GA como objeto histórico de investigação tomando livros didáticos como fontes de pesquisa.

Como já mencionamos, nossa investigação está articulada a um projeto maior denominado *Escolarização da Geometria Analítica: uma perspectiva histórica* do GHEMAT-UFJF, que conta com pesquisas em nível de IC já realizadas que listamos a seguir e outra dissertação que estava em desenvolvimento da

pesquisadora Letícia Genevain Andrade, defendida em dezembro de 2023. Seu trabalho possui o título *O Ensino de Curvas Cônicas no curso secundário: saberes profissionais e livros didáticos de Matemática nas décadas de 1930 e 1940*.

Andrade (2023) investigou o ensino de geometria analítica no ensino secundário, em particular o ensino de curvas cônicas. Suas fontes de pesquisa também são livros didáticos, considerando seu recorte temporal, com possibilidade de também apreender saberes *a ensinar* e *para ensinar* no ensino das curvas cônicas. Embora Andrade (2023) desenvolva uma abordagem no nível secundário, as contribuições de seu trabalho percorrem os processos de análises de livros didáticos assim como nossa pesquisa.

Os trabalhos em nível de IC já produzidos articulados com o projeto maior são: *Circulação da Geometria Analítica no Brasil no período da Primeira República*; *Circulação da Geometria Analítica no ensino secundário do Brasil, décadas de 1930 a 1950, inclusive*; *A Matemática Moderna e a Geometria Analítica no ensino secundário*, que juntos foram sintetizados no artigo *Escolarização da geometria analítica no ensino secundário: uma análise de livros didáticos em três períodos do século XX* publicado em 2020 na revista ACERVO: Boletim do Centro de Documentação do GHMET-SP.

Este trabalho contou com um levantamento bibliográfico de livros de geometria analítica em acervos de bibliotecas de universidades que auxiliaram o levantamento para nossa pesquisa e com análise de um exemplar em cada período: para o primeiro trabalho o livro analisado foi *Apontamentos de Geometria*, de Antônio Ferreira de Abreu, publicado em 1921; no segundo, foi analisado o livro de Júlio César Mello e Souza, *Geometria Analítica –Primeira parte – Geometria Analítica no espaço de duas dimensões*, publicado em 1943 e para o terceiro projeto a análise foi da obra *Vetores, geometria analítica e álgebra linear, um tratamento moderno* de João Pitombeira de Carvalho, publicado em 1975.

Os autores observaram diferenças na linguagem matemática nos três períodos.

No primeiro período o autor apresenta definições e teoremas, que são demonstrados algebricamente com técnicas de desenho geométrico, no segundo o autor apresenta o conteúdo de forma descritiva, utilizando uma linguagem sem formalidade e em alguns momentos com exemplos resolvidos. Por fim, no terceiro voltamos a observar a utilização pelo autor de definições e teoremas, mas com demonstração exclusivamente algébrica em que as representações

gráficas são ilustrativas, tendo um uso maior de símbolos matemáticos e a utilização de uma matemática mais abstrata. (Siqueira et al, 2020, p. 78).

A outra pesquisa de IC desenvolvida é *O conceito de vetor em manuais de Geometria Analítica publicados na década de 1960*, de Geovanna Vilela Avelar, que também foi realizada no âmbito do GHEMAT-UFJF entre 2022 e 2023. Utilizando dos mesmos referenciais teóricos, como História Cultural, saberes para o ensino de matemática e cultura escolar, contou com análise do livro didático que também analisamos: o livro de Hélio Siqueira Silveira: *Geometria Analítica Plana*, 1968.

O objetivo dessa pesquisa em nível de IC era identificar a forma de abordagem do conceito de vetor em obras da década de 1960 voltadas para o ensino superior, observando sua estrutura, relação com outros conteúdos, propostas de exercícios, considerando o contexto histórico e a cultura da época. Segundo Avelar (2023), Silveira define vetor como um ente matemático representativo da grandeza vetorial e associa os segmentos orientados como representação da grandeza vetorial.

Além do livro de Silveira (1968), Avelar (2023) também analisou o conceito de vetor em livros e apostilas recentes para comparação a fim de investigar permanências ou rupturas do tratamento e abordagem desse conceito: o livro “Geometria Analítica: Um Tratamento Vetorial” de Paulo Boulos, publicado em 2005; a apostila “Geometria Analítica e Sistemas Lineares” de Cristiane de Andrade Mendes de 2020, disponível no site da disciplina com mesmo título na UFJF.

Segundo Avelar (2023) o conceito de vetor no livro de Boulos (2005) apresenta o conceito de grandeza vetorial, mas apesar disso, o vetor também é definido como um ente representado por um segmento orientado. Enquanto na apostila de Mendes (2020) a autora também define primeiramente uma grandeza vetorial e, em seguida, define vetor como representação geométrica de um segmento orientado.

As considerações finais do projeto de Avelar (2023) apontam que a abordagem do conteúdo de geometria analítica é algébrica, com ênfase em mais teoria e menos exercícios, além de muitas figuras (representação geométrica) que auxiliam o conteúdo. Considerou também que os conceitos que permaneceram são: produtos vetoriais, estudo vetorial da reta, entre outros.

Apresentados os trabalhos que se relaciona com nosso projeto, o próximo capítulo irá tratar do processo de escolha dos livros didáticos utilizados para as análises que irão incorporar nossos objetivos.

4 LIVROS DE GEOMETRIA ANALÍTICA E AUTORES

Este capítulo tem como objetivo apresentar o procedimento metodológico da pesquisa que compreende a busca e separação das fontes de pesquisa utilizadas, a apresentação delas, o contexto histórico articulado às edições das mesmas e uma breve biografia dos autores que as produziram. Como mencionado anteriormente, as fontes utilizadas para a pesquisa compreendem livros textos de GA publicados no Brasil nas décadas de 1960 e 1970, voltados para o ensino superior, produzidos por autores brasileiros e que circularam no contexto da UFJF.

Com o intuito de instruir nossos passos teórico-metodológicos nesse estudo, organizamos o capítulo em três seções. Na primeira seção delineamos os procedimentos metodológicos que nos apoiamos e o processo de estabelecer os critérios de análises dos livros, enquanto a segunda compreende a descrição da busca pelas fontes de pesquisa. Na terceira seção apresentamos quais as fontes de pesquisa foram elencadas, além de uma breve biografia dos autores.

4.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa em história da educação matemática envolve um constante trabalho de busca e separação de fontes documentais tanto para análises quanto para construção de um referencial metodológico que vai embasar o andamento do projeto. Segundo Valente (2007), “os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado. Assim, o trabalho do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos” (Valente, 2007, p. 31). Logo, por meio desses traços o historiador os transforma em fontes que vão auxiliar na produção dos fatos.

Dias (2012), traz uma distinção para o trabalho do historiador: história versus historiografia. O autor pontua que a primeira se refere aos acontecimentos, sujeitos e processos, dentre outros, que compreende o objeto do conhecimento histórico e a segunda constitui o conhecimento histórico produzido pelo historiador.

Nessa linha de pensamento, a historiografia na pesquisa em história da educação matemática compreende o trabalho de identificação e construção de fontes históricas desde o momento em que há uma demarcação temporal até a

análise documental que irá dar corpo para processos interpretativos dando consistência ao fato histórico em construção.

Como mencionado anteriormente, as fontes de pesquisa deste projeto compreendem livros didáticos de GA publicados no Brasil nas décadas de 1960 e 1970 voltados para o ensino superior e de autores brasileiros (para nosso projeto livros presentes nas bibliotecas da UFJF). O interesse principal por investigar tais fontes passa pelas informações vagas deixadas ao longo da história advindas de questionamentos atuais como: Quais os tópicos de GA estão mais presentes em tais exemplares? Por que e como os livros textos de geometria analítica para o ensino superior começam a ser elaborados por autores brasileiros somente nas décadas em questão? Conforme Soares (2013) existem livros de GA da década de 1940 produzidos por autores brasileiros, no entanto não fica claro que eram exemplares para o ensino superior. Na década de 1950, a maioria dos livros encontrados são obras traduzidas. Já na década de 1960 surge uma quantidade maior de exemplares escritos por brasileiros (Soares, 2013, p.57-58).

A fim de guiar a busca, separação e análise dos exemplares pretendidos, nos apoiamos em um processo de investigação histórica acerca de saberes docentes elaborado por Valente (2018) que consiste em três etapas: recompilação de experiências docentes, análise comparativa dos conhecimentos dos docentes, sistematização e uso dos conhecimentos como saberes. Ou seja, tal processo orienta na separação de fontes tomadas como experiências docentes, na análise dessas fontes para identificar os conhecimentos docentes e, enfim, sistematizar os conhecimentos como saberes.

A recompilação de experiências docentes, segundo Valente (2018), consiste numa busca, seleção e separação de informações relatadas em fontes históricas que podem ser revistas, livros, programas e leis de ensino. “O conjunto obtido de tal procedimento de pesquisa representa uma coleção de conhecimentos dispersos num dado tempo histórico” (Valente, 2018, p. 380).

Desse modo, esta etapa no presente trabalho consiste em uma seleção e separação de livros textos de geometria analítica de 1960 a 1970 presentes nas bibliotecas das UFJF cujas obras selecionadas foram: *Elementos de Geometria Analítica Plana*, de Edgard de Alencar Filho, publicado em 1964; *Geometria Analítica Plana*, de Hélio Siqueira Silveira, publicado em 1968; *Geometria Analítica Plana -*

Tratamento vetorial, de Zózimo Menna Gonçalves e do mesmo autor a obra *Geometria Analítica no espaço - Tratamento vetorial*, ambos de 1978; *Cálculo Vetorial e Geometria Analítica*, de Maria Helena Novais, publicado em 1973. Conforme levantamento está descrito na próxima seção do capítulo.

Quanto à análise comparativa dos conhecimentos docentes

visa promover uma nova seleção no âmbito do inventário elaborado anteriormente, com a montagem da coleção de conhecimentos dispersos num dado tempo da história da educação escolar. Tal seleção envolve um novo inventário, agora composto pela separação daquelas informações sobre experiências docentes que se mostram convergentes do ponto de vista da orientação para o trabalho do professor. (Valente, 2018, p. 381).

Nessa linha de raciocínio, tendo em mãos os livros textos de geometria analítica e dispendo dos critérios de análise, será feita uma composição de conhecimentos expostos nas obras a fim de identificar quais aspectos se mostram mais presentes no período estudado almejando caracterizar o ensino de geometria analítica no ensino superior contextualizado na UFJF.

Com relação a terceira e última etapa, sistematização e uso dos conhecimentos como saberes, refere-se a

uma assepsia de elementos subjetivos e conjunturais dos consensos pedagógicos, de modo a que os conhecimentos possam ser vistos com caráter passível de generalização e de uso, isto é, como saber. De outra parte, a análise inclui, de modo conjunto, a verificação em instâncias normativas e/ou didático-pedagógicas da ocorrência de uso dos elementos sistematizados pelo pesquisador (Valente, 2018, p. 381).

Isto é, de posse dos livros a serem analisados, caberá nessa etapa converter (ou não) os conhecimentos de geometria analítica expressos pelos autores como saberes levando em conta o objetivo da pesquisa que inclui compreender as ideias propostas para o ensino, as circunstâncias e as finalidades com as quais tais exemplares foram desenvolvidos, semelhanças e diferenças entre as obras, além da possibilidade de apreender saberes profissionais para o ensino de GA.

4.2 LEVANTAMENTO DAS FONTES – INVENTÁRIO

Retomamos a motivação para o desenvolvimento da pesquisa, que decorre de questionamentos atuais: por que e como os livros textos de GA para o ensino

superior começam a ser elaborados por autores brasileiros nas décadas em questão? Quais os tópicos de GA eram mais presentes em tais exemplares?

Desse modo, para o levantamento de fontes ou recompilação de experiências docentes conforme Valente (2018), foi preciso se atentar ao tipo de documentos que condizem com os critérios estabelecidos para elucidar o que se pretende nesta pesquisa. Um primeiro rastreio de livros textos de GA foi realizado considerando os seguintes aspectos de busca: GA no título, podendo ter outros complementos; livros textos que contenham teoria e não somente exercícios; edições publicadas entre as décadas de 1960 e 1970; autores brasileiros; ensino superior como público-alvo.

Esta primeira averiguação ocorreu de forma remota em repositórios e acervos de universidades brasileiras como Universidade de São Paulo (USP), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) e Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Esse processo ocorreu no âmbito do projeto de Iniciação Científica já mencionado. Identificamos alguns exemplares com o público-alvo desejado e outros com público-alvo indeterminado, segundo informações das fichas catalográficas dos acervos. As quantidades e disposição referentes aos repositórios consultados estão demonstradas na tabela abaixo.

Tabela 2 – Quantidade de livros por público-alvo e por plataforma

Público-alvo	USP	UFMG	UFJF	UFRJ	Total
Ensino superior	3	3	2	0	8
Sem destinação específica	33	7	25	5	70

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

A partir desse levantamento, é possível afirmar que somente 8 exemplares eram destinados ao ensino superior, enquanto 70 são obras sem identificação clara do público-alvo, podendo ser voltadas tanto para o ensino secundário quanto para o ensino superior. Isto ocorre pelo formato de fichas catalográficas de cada acervo que são particulares.

Esta quantidade levantada não contém a separação referente a nacionalidade dos autores. Além disso, podemos perceber que a quantidade de livros com o público-alvo identificado para o ensino superior presentes na UFJF, de

acordo com a busca, é de dois livros, mas ao consultar presencialmente as outras vinte e cinco obras sem destinação específica é que foi possível encontrar e selecionar os livros que analisamos.

Conforme um levantamento feito anteriormente por Soares (2013) na Biblioteca do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da USP, é na década de 1950 que começam a surgir livros de GA para o ensino superior cujos autores são brasileiros, além de obras internacionais traduzidas para o português. Considerando o contexto da época, por meio de Duarte et al (2010) temos que o primeiro curso de Matemática no Brasil é criado em 1934 com o decreto que cria a Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da USP (FFCLUSP) e “com a criação do curso de Matemática, vários professores estrangeiros foram contratados para dar aulas, entre eles dois italianos, Luigi Fantappiè e Giácomo Albanese.” (Duarte et al, 2010, p. 109).

Desse modo, os primeiros matemáticos brasileiros surgem das primeiras turmas do curso recém-criado, pois “Antes disso, os professores de Matemática eram, em grande parte, engenheiros e muitas vezes professores autodidatas sem formação em nível superior.” (Duarte et al, 2010, p. 107).

Contudo, reforçamos que por decorrência desse trabalho pertencer a um programa de pós-graduação da UFJF e havendo a possibilidade de contato com exemplares físicos em acervos da instituição, optamos por fixar a busca nesse *lócus*. Sendo assim, com os livros em mãos, abrimos uma oportunidade maior de identificação do público-alvo que cada exemplar se destina.

Refinando a busca apresentamos no quadro abaixo o inventário de 27 livros de Geometria Analítica (ou com GA no título) publicados nas décadas de 1960 e 1970 registrados nos acervos das bibliotecas de institutos da UFJF.

Quadro 1: Inventário dos livros de GA (ou com GA no título presente nas bibliotecas da UFJF)

Inventário dos livros de GA (ou com GA no título presente nas bibliotecas da UFJF)		
Título	Autor	Ano
Cálculo e geometria analítica	Henry Bayard Phillips	1963
Elementos de geometria analítica plana	Edgard de Alencar Filho	1964

Matrizes, vetores, geometria analítica: teoria e exercícios	Alésio João de Caroli	1965
Matemática superior: cálculo diferencial e integral, geometria analítica plana	Jean Quinet	1966, 1967, 1968, 1969
Curso moderno de geometria analítica	Antônio Rodrigues	1967
Geometria analítica	Percey Franklin Smith	1967
Geometria analítica plana	Hélio Siqueira Silveira	1967, 1968
Vetores geometria analítica: teoria e exercícios	Alésio João de Caroli	1968
Curso de geometria analítica: com tratamento vetorial	Zózimo Menna Gonçalves	1969
Elementos de geometria analítica I	Edson Durão Judice	1971
Geometria analítica: com uma introdução ao cálculo vetorial e matrizes	David Carruthers Murdoch	1971
Elementos de geometria analítica	Nikolai Efimov	1972
Elementos de geometria analítica plana	Alfredo Steinbruch	1972, 1975
Geometria analítica: plana e no espaço	Joseph Henry Kindle	1972, 1974, 1976, 1978, 1979
Cálculo vetorial e geometria analítica	Maria Helena Novais	1973
Vetores, geometria analítica e álgebra linear: um tratamento moderno	João Pitombeira de Carvalho	1975
Geometria analítica plana: tratamento vetorial	Zózimo Menna Gonçalves	1978
Geometria analítica no espaço: tratamento vetorial	Zózimo Menna Gonçalves	1978

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Conforme os critérios estabelecidos para a seleção dos livros, que compreendem a autoria brasileira procuramos reduzir o quadro acima com as obras de autores nacionais para coerência da investigação.

Quadro 2: Livros didáticos de GA de autores brasileiros

Livros didáticos de GA de autores brasileiros		
Título	Autor	Ano
Elementos de geometria analítica plana	Edgard de Alencar Filho	1964
Matrizes, vetores, geometria analítica: teoria e exercícios	Alésio João de Caroli	1965
Curso moderno de geometria analítica	Antônio Rodrigues	1967
Geometria analítica plana	Hélio Siqueira Silveira	1967, 1968
Vetores geometria analítica: teoria e exercícios	Alésio João de Caroli	1968
Curso de geometria analítica: com tratamento vetorial	Zózimo Menna Gonçalves	1969
Elementos de geometria analítica	Edson Durão Judice	1971
Elementos de geometria analítica plana	Alfredo Steinbruch	1972, 1975
Cálculo vetorial e geometria analítica	Maria Helena Novais	1973
Vetores, geometria analítica e álgebra linear: um tratamento moderno	João Pitombeira de Carvalho	1975
Geometria analítica plana: tratamento vetorial	Zózimo Menna Gonçalves	1978
Geometria analítica no espaço: tratamento vetorial	Zózimo Menna Gonçalves	1978

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Com os exemplares em mãos, foi possível analisar e apontar aqueles que se destinam ao ensino superior, sendo então as obras selecionadas para análise indicadas na próxima seção.

4.3 LIVROS SELECIONADOS E SEUS AUTORES

De acordo com um dos critérios de escolha dos livros para análise que consiste em selecionar obras voltadas para o ensino superior, descartamos as obras: *Matrizes, vetores, geometria analítica: teoria e exercícios* de Caroli (1965), *Curso moderno de geometria analítica* de Rodrigues (1967), *Vetores geometria analítica: teoria e exercícios* de Caroli (1968), *Elementos de geometria analítica* de Judice (1971), *Elementos de geometria analítica plana* de Steinbruch (1972; 1975) e *Vetores, geometria analítica e álgebra linear: um tratamento moderno* de Carvalho (1975), que são obras indicadas para o ensino secundário ou sem destinação totalmente especificada. Entretanto, a obra *Curso de geometria analítica: com tratamento vetorial* de Gonçalves (1969) conta no registro do acervo da biblioteca UFJF, porém com estoque zerado impossibilitando o contato físico com ela.

Desse modo, os livros selecionados para fontes da nossa pesquisa na Biblioteca do ICE da UFJF são:

- *Elementos de Geometria Analítica Plana* de Edgard de Alencar Filho, 2^a edição, 1964, Livraria Nobel S. A;
- *Geometria Analítica Plana* de Hélio Siqueira Silveira, 1968, Publicação UFJF (nos registros da biblioteca foi encontrada a mesma obra com publicação datada de 1967, mas dois exemplares presentes no acervo datam de 1968, o que pode ser apenas erro de digitação no sistema);
- *Geometria Analítica Plana - Tratamento vetorial* e *Geometria Analítica no espaço - Tratamento vetorial*, ambos de Zózimo Menna Gonçalves, publicados em 1978, por Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, encontrados no acervo da Biblioteca do Instituto de Ciências Exatas (ICE) – UFJF.

E, ainda, encontrada no acervo da Biblioteca Universitária (Central) – UFJF obtivemos a obra: *Cálculo Vetorial e Geometria Analítica* de Maria Helena Novais, publicado em 1973 pela Editora Edgard Blucher com apoio da Universidade Federal de Pernambuco.

A fim de contribuir com nossa análise tendo em vista que investiga o ensino de GA no ensino superior a partir de obras de autores brasileiros no contexto da UFJF, não descartamos a possibilidade de apreender saberes profissionais para ensinar GA.

Desse modo, é concorrente introduzirmos uma breve biografia dos autores das obras selecionadas, uma vez que conhecer quem os elaborou nos auxilia na compreensão e interpretação desse objeto.

Por outro lado, se torna também motivo de análise ao identificarmos as formações deles (as) retomando nossa discussão sobre a formação do professor que ensina matemática, em particular, que ensina geometria analítica no ensino superior.

4.3.1 Formação dos autores dos livros analisados

- ✓ Edgar de Alencar Filho

Encontramos poucas informações consistentes em relação ao autor do livro *Elementos de Geometria Analítica Plana* de 1964. Ao pesquisar seu nome na plataforma Google Acadêmico foi possível encontrar outro livro seu: *Teoria Elementar dos Números* publicado em 1981 em São Paulo disponível digitalizado na internet².

Na capa desse exemplar constam as informações que Alencar Filho é ex-professor de Geometria Analítica e Cálculo da Escola Militar do Realengo e de Matemática da Escola Preparatória de São Paulo, mas não há menção a sua formação. Neste mesmo exemplar, há outra informação que diz sobre a produção de outros livros como *Trigonometria Plana*, *Exercícios de Geometria Plana*, *Teoria Elementar dos Números* e *Elementos de Geometria Analítica no Espaço*.

Este último de título *Elementos de Geometria Analítica no Espaço* também consta em uma lista de livros presente na obra que analisamos juntamente com: *Exercícios de Geometria Plana*, *Exercícios de Geometria no Espaço*, *Elementos de Geometria Plana I*, *Trigonometria Plana* e *Exercícios de Trigonometria Plana*.

- ✓ Hélio Siqueira Silveira

Conforme Soares (2013) Hélio foi professor da UFJF e da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Lecionou Geometria Analítica logo no início do curso de matemática na UFJF em 1969. Além disso, há registro disponibilizado

² Disponível em <https://www.scribd.com/doc/271374314/Edgard-de-Alencar-Filho-Teoria-Elementar-Dos-Numeros-Livro>

pela pesquisadora de que o professor Hélio Siqueira Silveira esteve lotado por algum tempo no Departamento de Matemática (DM) da UFJF, mas, em 1977, pede remoção para o departamento de Transportes da Faculdade de Engenharia da UFJF. Conforme atas do próprio DM, este pedido veio a atender não somente ao seu desejo como também ao interesse da instituição, pelo profissional capacitado que ele demonstrava ser (Soares, 2013).

Entretanto, não há informações diretas quanto a formação do professor Hélio. Outro professor, autor de livros de matemática da época, Roberto Peixoto, conhecia o professor Hélio e foi responsável por escrever o prefácio tanto da apostila quanto do livro que essa se tornou em seguida. Soares (2013) nos mostra que, de acordo com as palavras de Peixoto, o professor Hélio “dedicou boa parte de seus estudos à matemática pura e se especializou no ensino de geometria analítica e cálculo vetorial” (Soares, 2013, p.45). De fato, consta no prefácio do livro que analisamos os dizeres de Peixoto:

Tendo sólidos conhecimentos do Cálculo Infinitesimal e acendrado espírito de pesquisador, foi-lhe fácil construir modelo muito pessoal da Geometria de Descartes, atualizada pelos recursos do Cálculo Vetorial, que consubstanciou em apostilas de indiscutível mérito e que muito tem servido aos estudantes das nossas Escolas de Engenharia (Siqueira, 1967, prefácio).

Não é possível afirmar que o professor Hélio tem formação inicial em matemática, pois ele pode ter se formado em algum curso da área de exatas antes de se interessar pela matemática pura.

✓ Maria Helena Novais

Em relação à autora Maria Helena Novais, consta que o exemplar analisado foi elaborado para disciplinas no departamento de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), sendo essa a única informação encontrada. Tomamos como hipótese que Maria Helena Novais foi professora na UFPE.

Tentamos contato por e-mail com uma professora da UFPE, Cristiane Pessoa, que é conhecida da professora Cristina, orientadora desta pesquisa. Ela se mostrou solícita para ajudar a encontrar informações da autora, Novais, mesmo não sendo seu local de atuação (Cristiane Pessoa é professora no Departamento de

Educação da UFPE, informação nos dada pelo contato no e-mail). Entretanto, ainda não foram encontrados dados sobre a autora Maria Helena Novais.

✓ Zózimo Menna Gonçalves

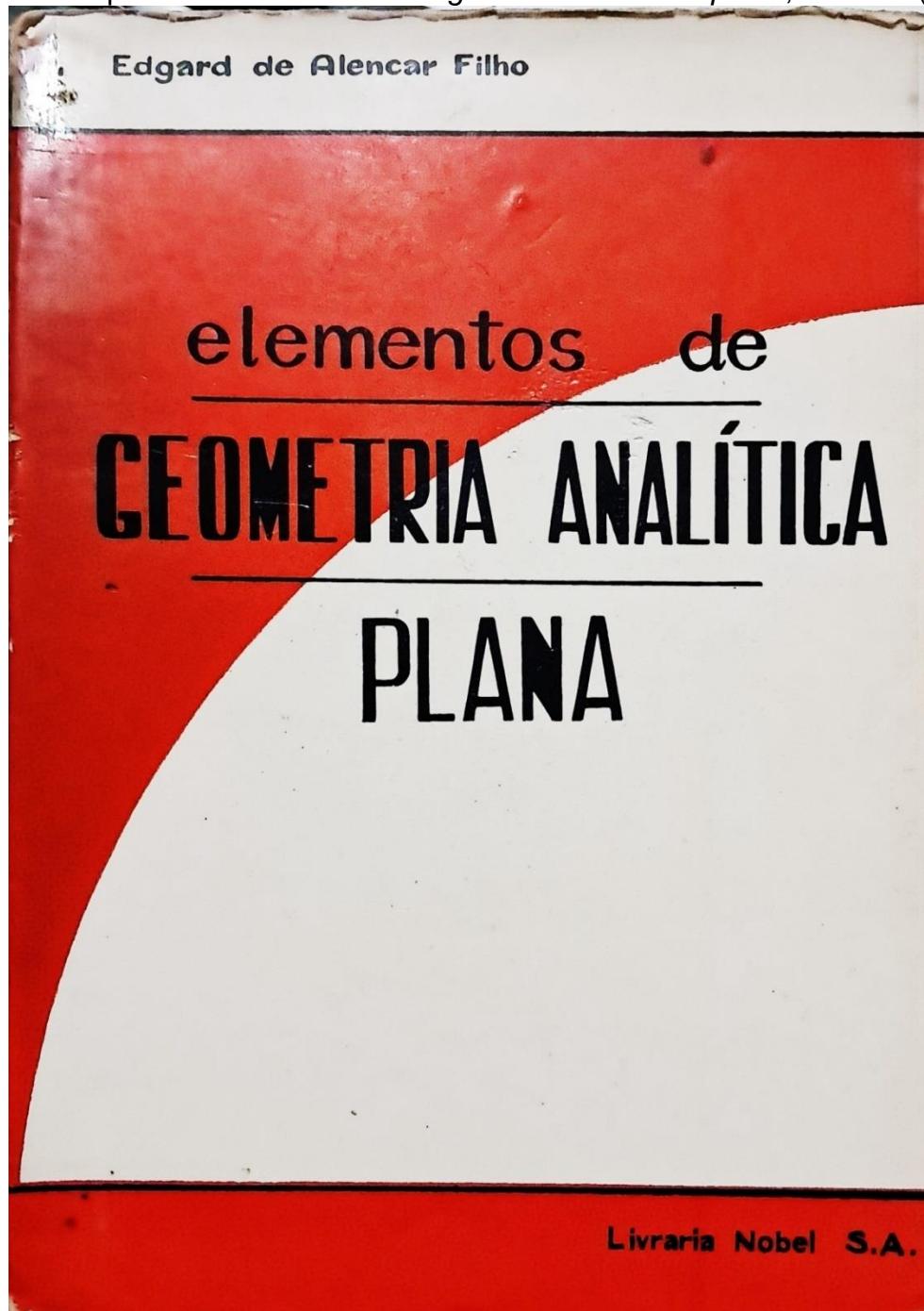
Autor de dois exemplares analisados nessa pesquisa, Gonçalves, se formou em Engenharia Civil pela Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro. É Ex-Engenheiro da Comissão Mista Ferroviária Brasileiro-Boliviana e do Departamento Nacional de Estradas de Rodagem, além de Ex-Presidente do Conselho Rodoviário do Estado do Rio de Janeiro. Foi professor Titular de Geometria Analítica e coordenador dessa disciplina e Cálculo Vetorial, no Instituto de Matemática da Universidade Federal Fluminense (UFF), instituição que apoiou a publicação da obra analisada.

Toda esta descrição está presente nos dois exemplares do autor analisados. O que facilitou descobrir e entender que Gonçalves faz parte do grupo de engenheiros que se tornaram professores de matemática, fato esse presente ao longo da história da formação de professores de matemática.

Após as biografias dos autores, apresentamos as capas e contracapas dos livros didáticos acompanhadas de uma breve descrição seguindo a ordem de publicação:

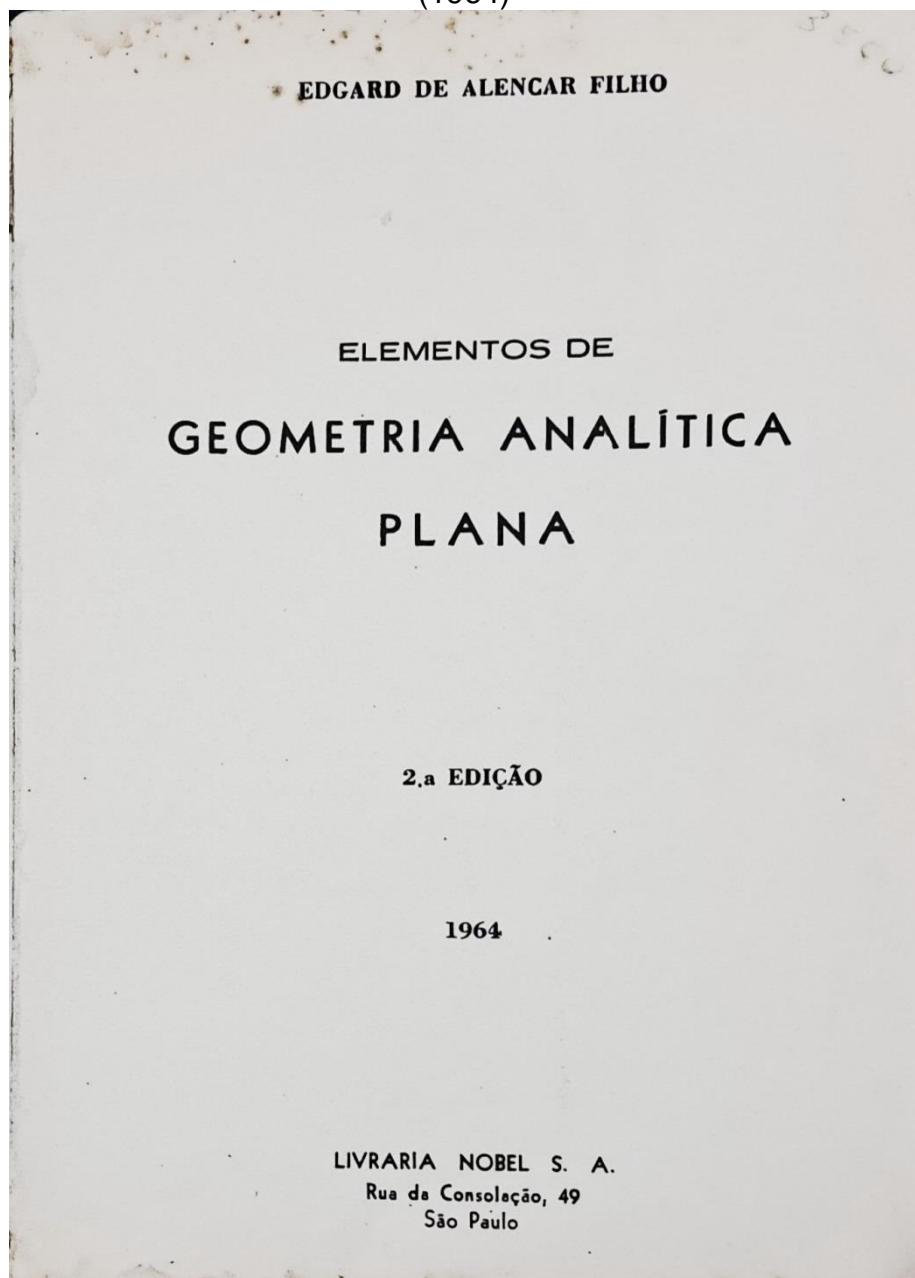
1. *Elementos de geometria analítica plana*, de Alencar Filho (1964).
2. *Geometria analítica plana*, de Silveira (1968).
3. *Cálculo vetorial e geometria analítica*, de Novais (1973).
4. *Geometria analítica plana: tratamento vetorial*, de Gonçalves (1978).
5. *Geometria analítica no espaço: tratamento vetorial*, de Gonçalves (1978).

Figura 1 - Capa do livro *Elementos de geometria analítica plana*, de Filho (1964)



Fonte: Alencar Filho (1964, s/p)

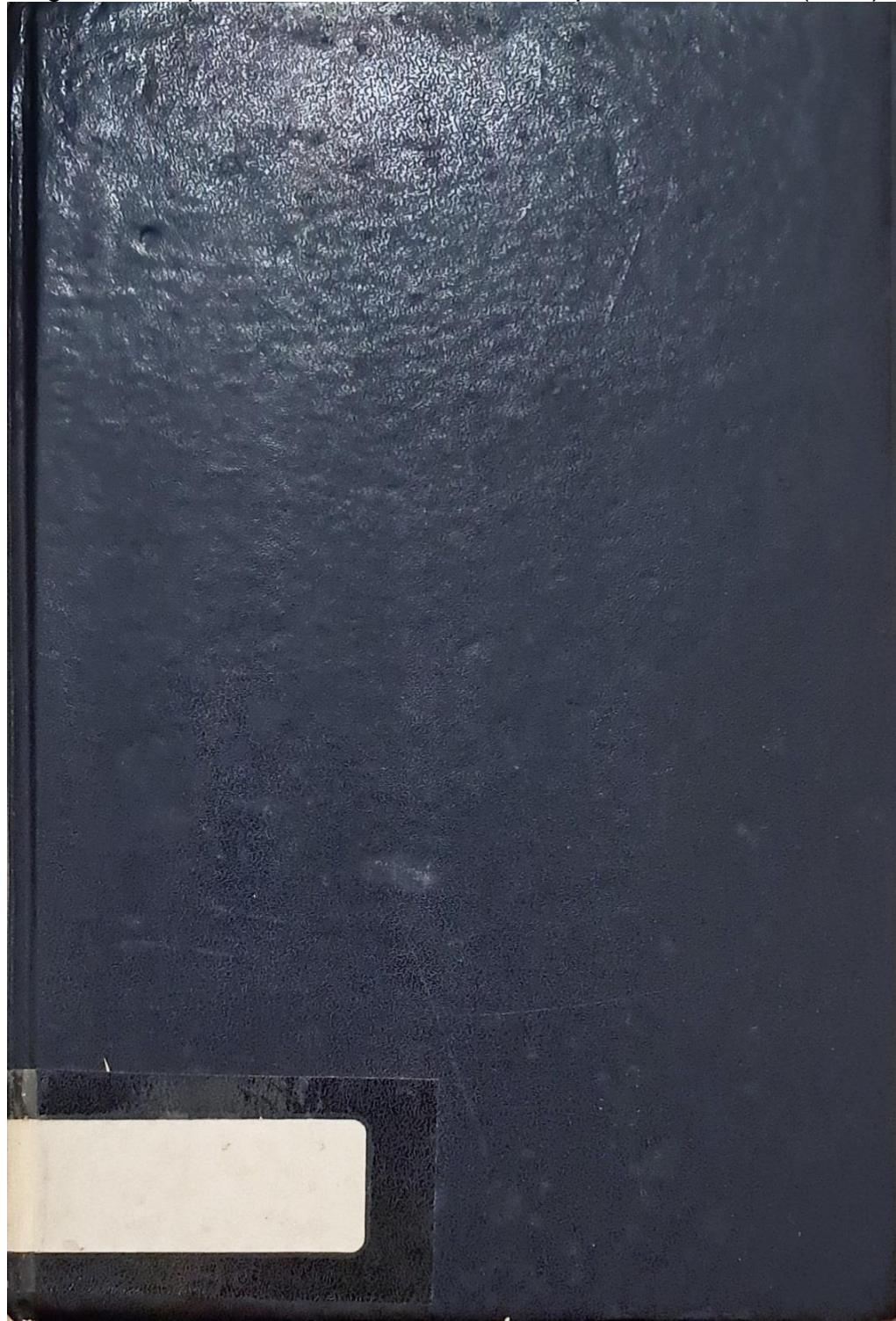
Figura 2 - Contracapa do livro *Elementos de geometria analítica plana*, de Filho (1964)



Fonte: Filho (1964, p. 1)

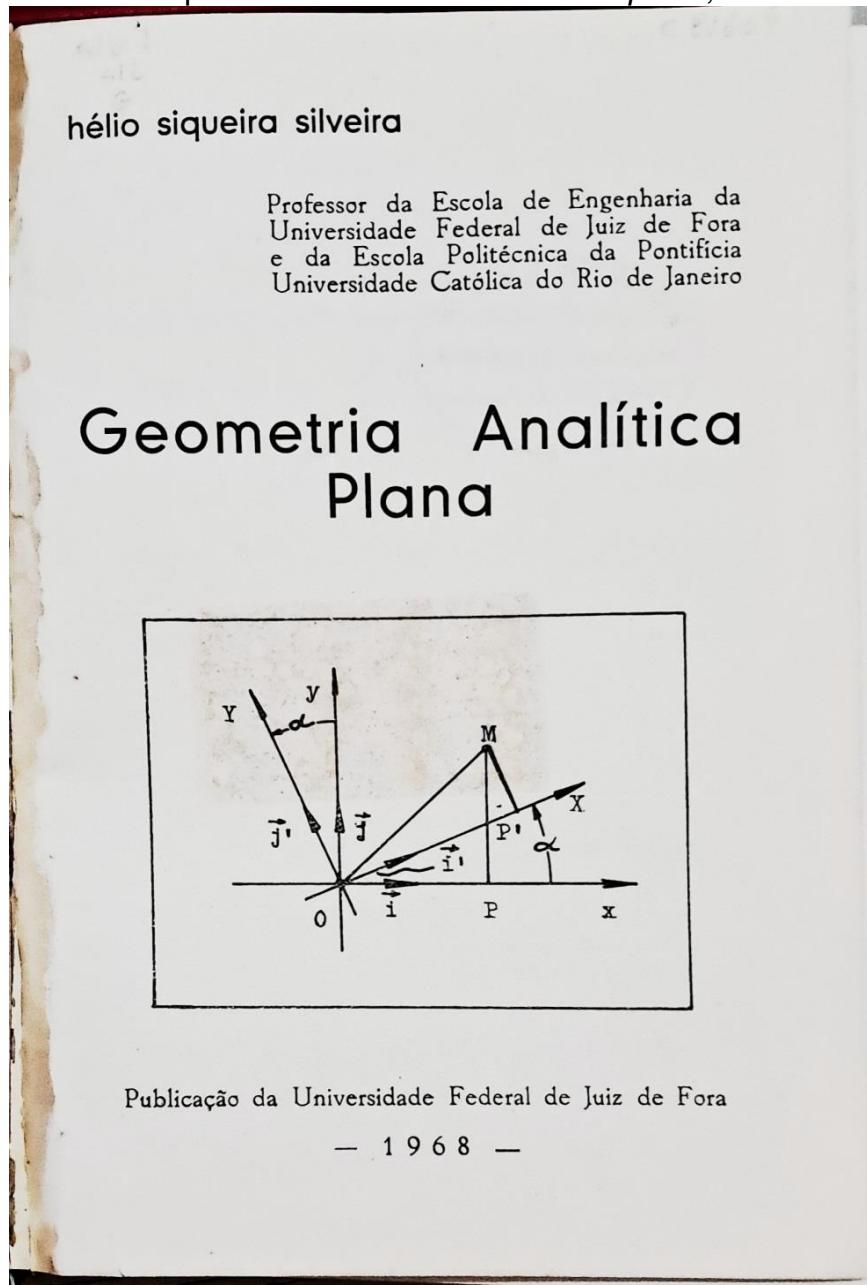
O livro *Elementos de Geometria analítica plana* foi escrito por Edgard de Alencar Filho e publicado pela Livraria Nobel S.A (São Paulo) em 1964, sendo essa a 2^a edição. O serviço de datilografia foi responsabilidade de Toshiro Iqueda. Contém dezoito capítulos distribuídos em 384 páginas. O primeiro capítulo já se apresenta logo após a contracapa e o índice aparece ao final do último capítulo encerrando o livro.

Figura 3 - Capa do livro *Geometria analítica plana*, de Silveira (1968)



Fonte: Silveira (1968, s/p)

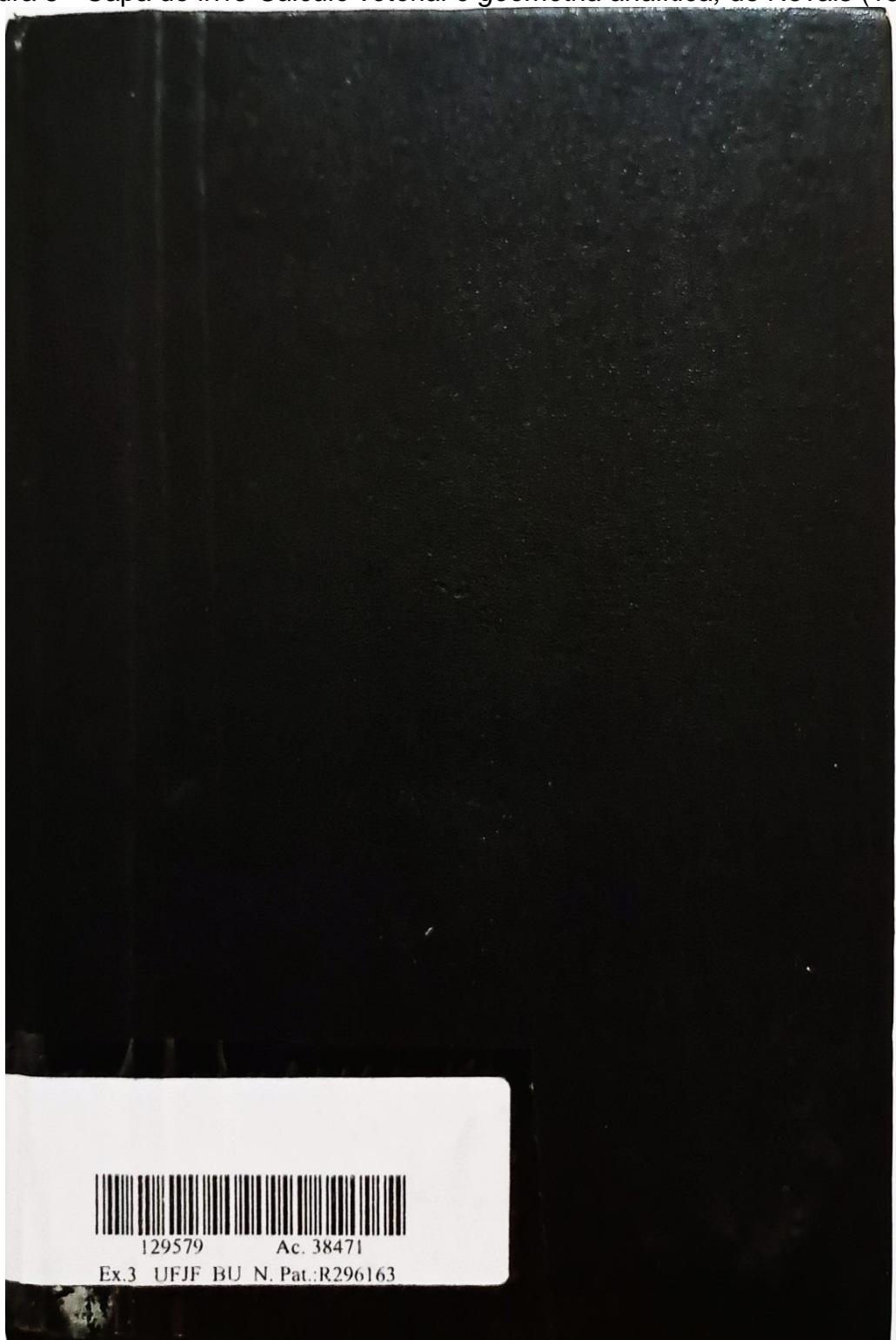
Figura 4 - Contracapa do livro *Geometria analítica plana*, de Silveira (1968)



Fonte: Silveira (1968, p. 1)

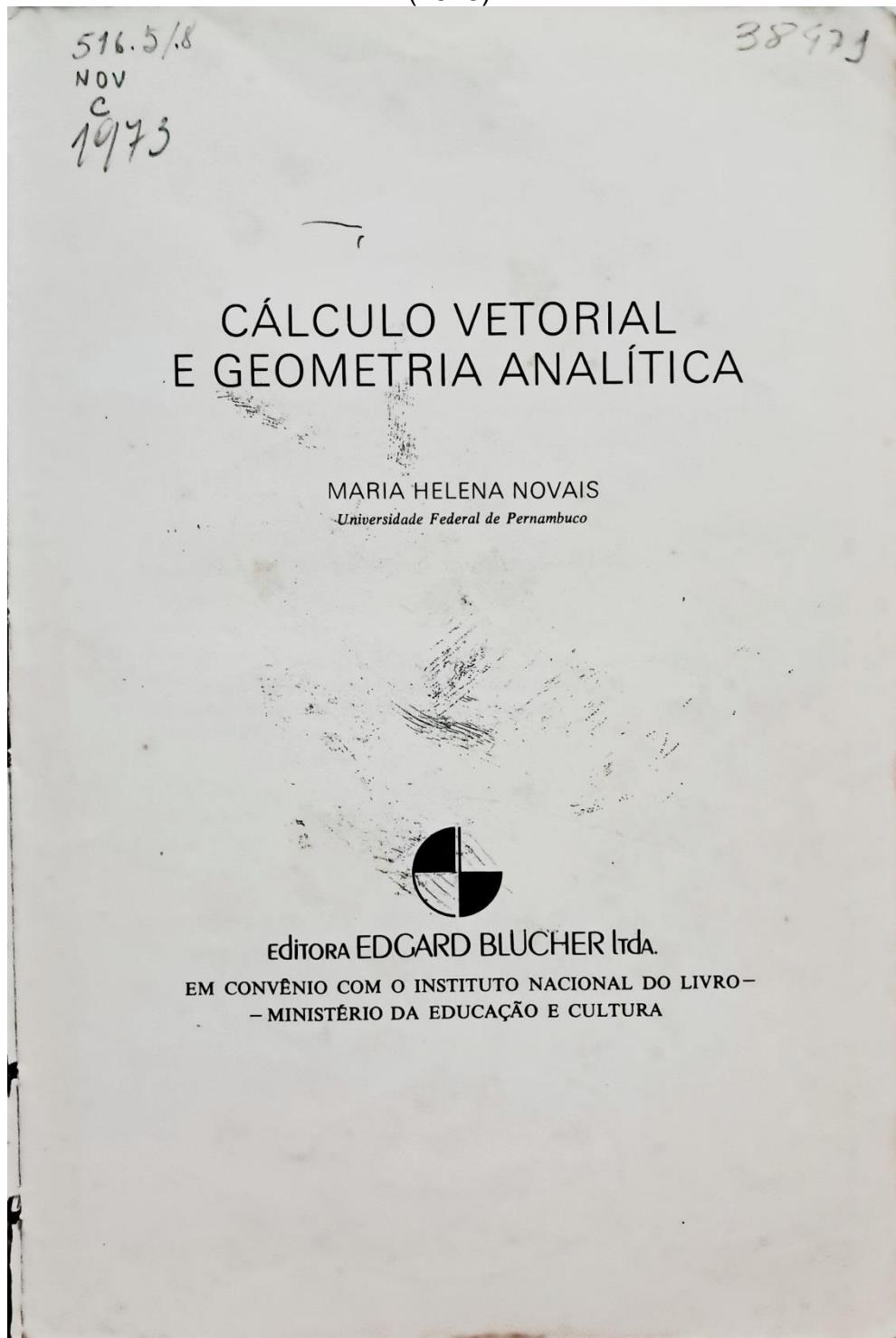
O livro *Geometria Analítica Plana* foi escrito por Hélio Siqueira Silveira publicado pela Universidade Federal de Juiz de Fora em 1968. Conta com apresentação, nota da reitoria, prefácio, um parecer, resolução e índice antes do início do conteúdo. Compreende vinte e um capítulos distribuídos em 195 páginas e se encerra com bibliografia utilizada em sua elaboração.

Figura 5 - Capa do livro *Cálculo vetorial e geometria analítica*, de Novais (1973).



Fonte: Novais (1973, s/p)

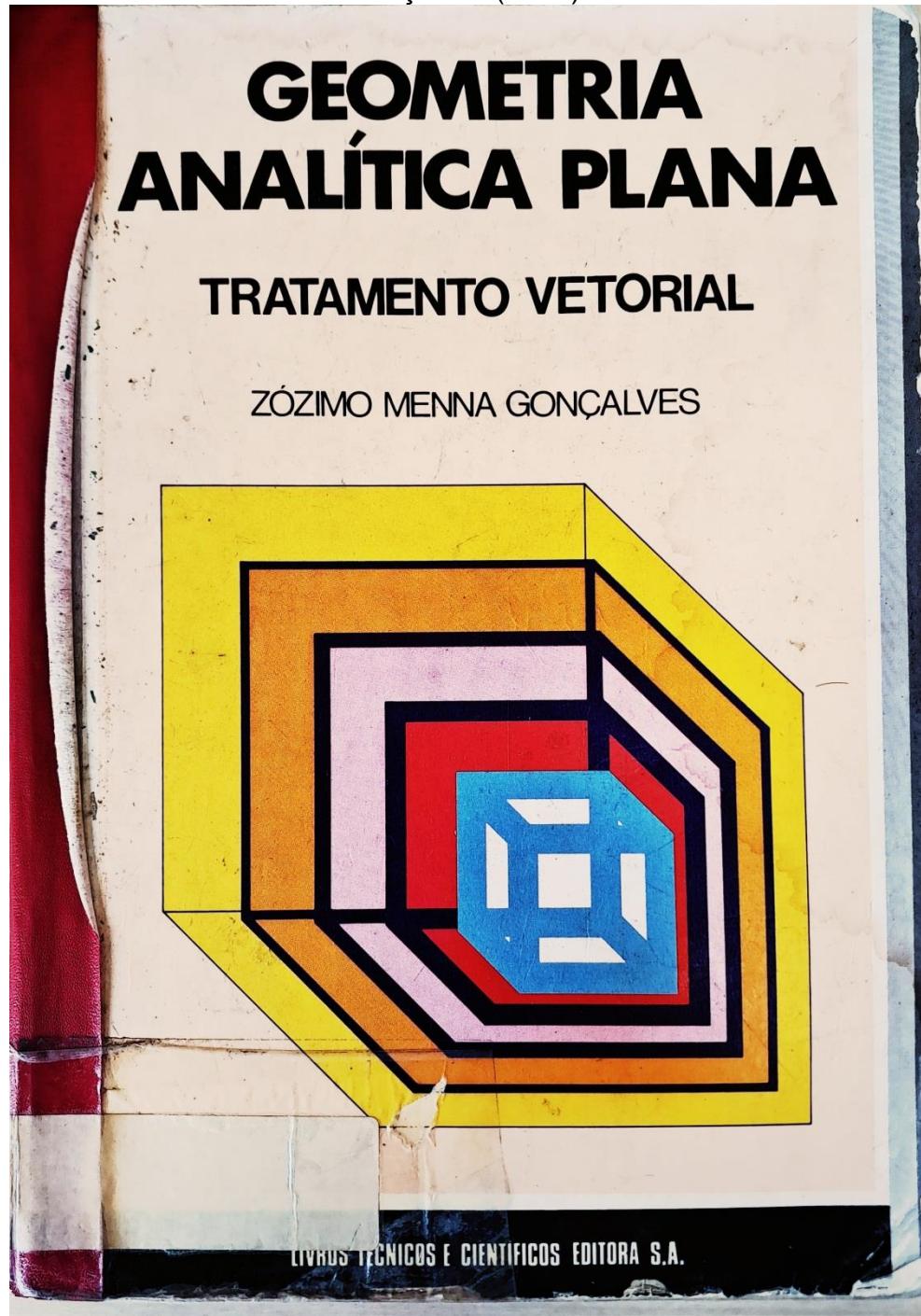
Figura 6 - Contracapa do livro *Cálculo vetorial e geometria analítica*, de Novais (1973).



Fonte: Novais (1973, s/p)

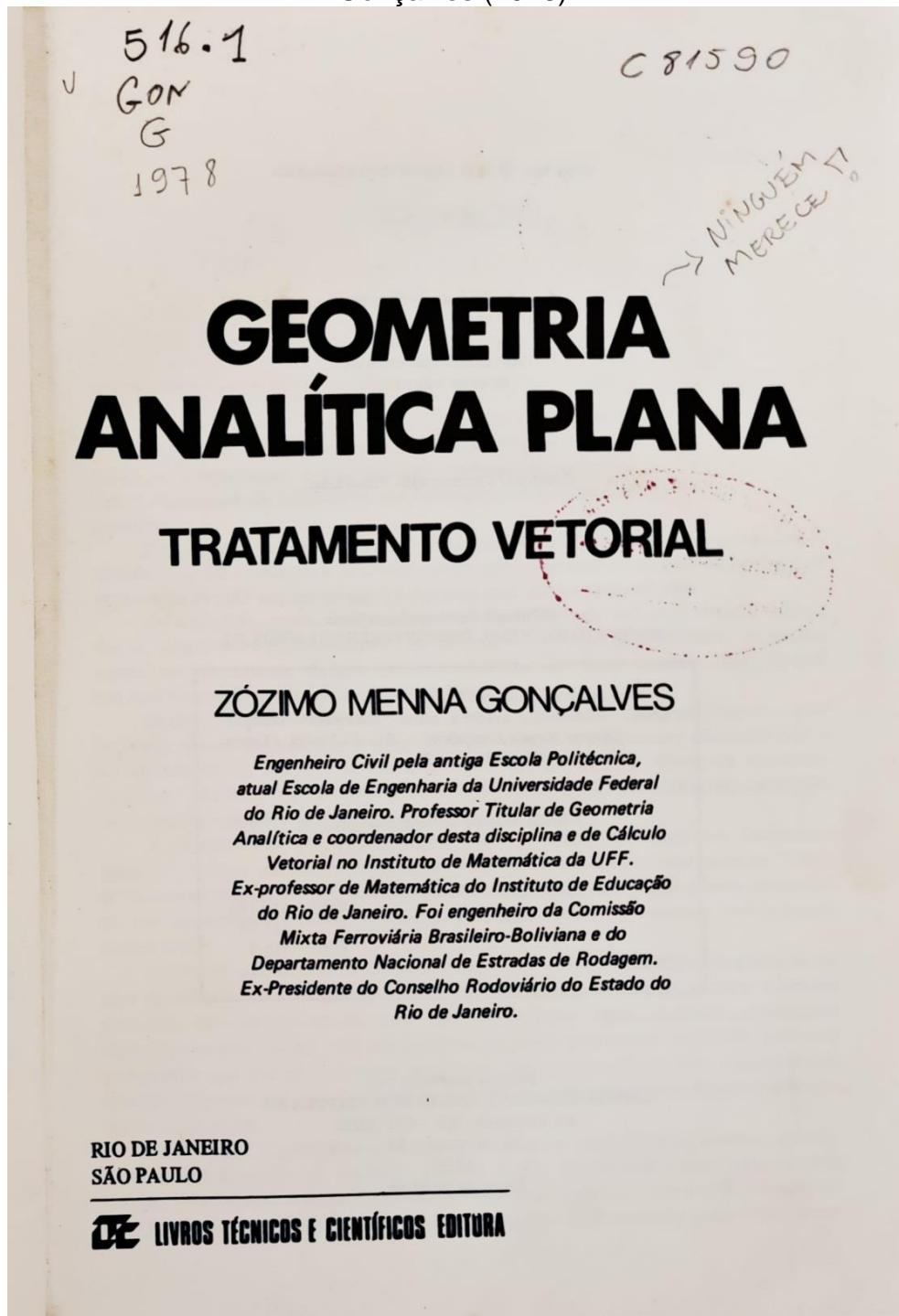
A obra *Cálculo vetorial e geometria analítica* foi escrita por Maria Helena Novais publicada pela Editora Edgard Blucher LTDA em parceria com a Universidade Federal de Pernambuco em 1973. Apresenta seu índice com o título “conteúdo” e prefácio. Contém sete capítulos remanejados em 138 páginas.

Figura 7 - Capa do livro *Geometria analítica plana - Tratamento vetorial*, de Gonçalves (1978).



Fonte: Gonçalves (1978, s/p)

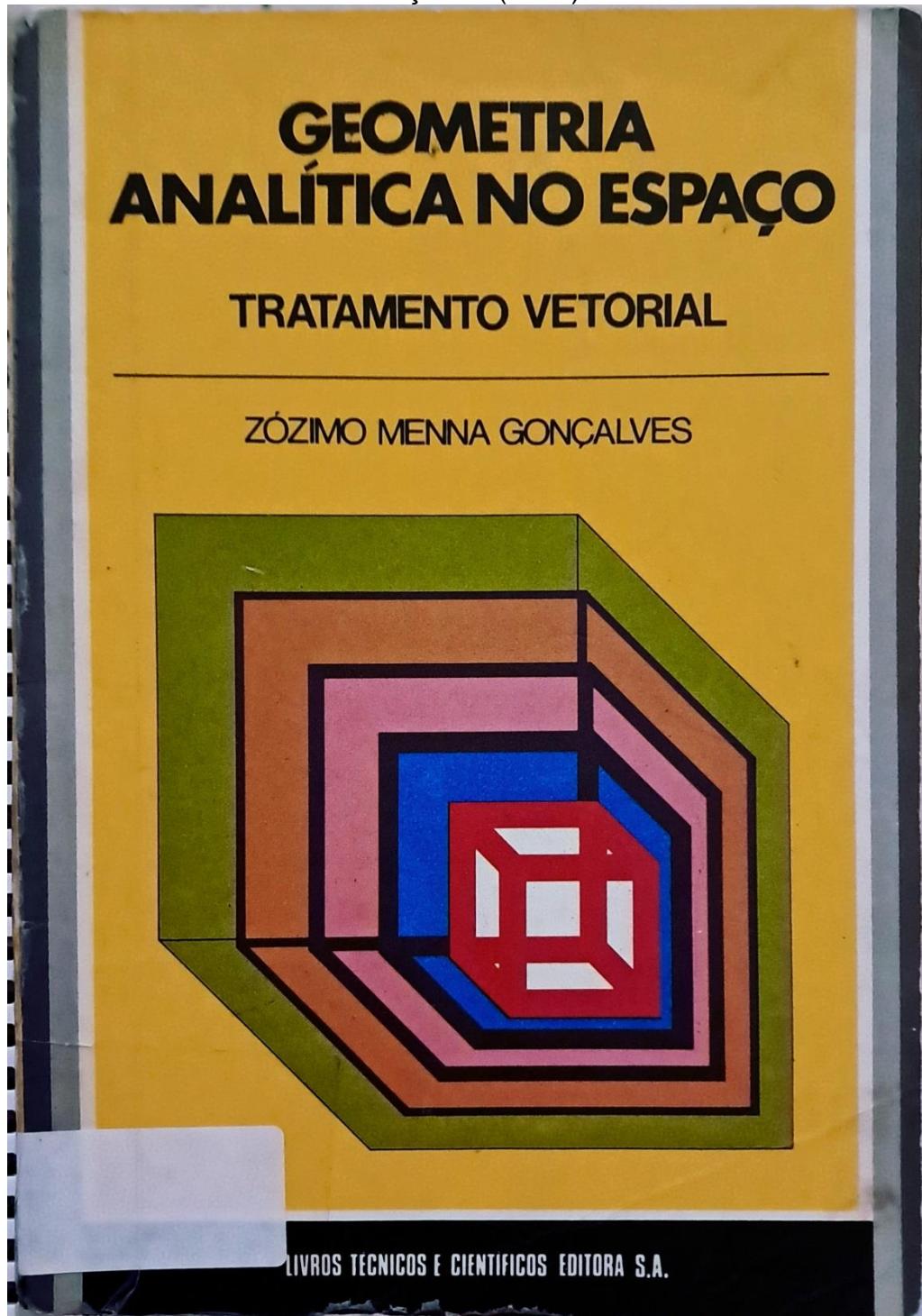
Figura 8 - Contracapa do livro *Geometria analítica plana - Tratamento vetorial*, de Gonçalves (1978).



Fonte: Gonçalves (1978, s/p)

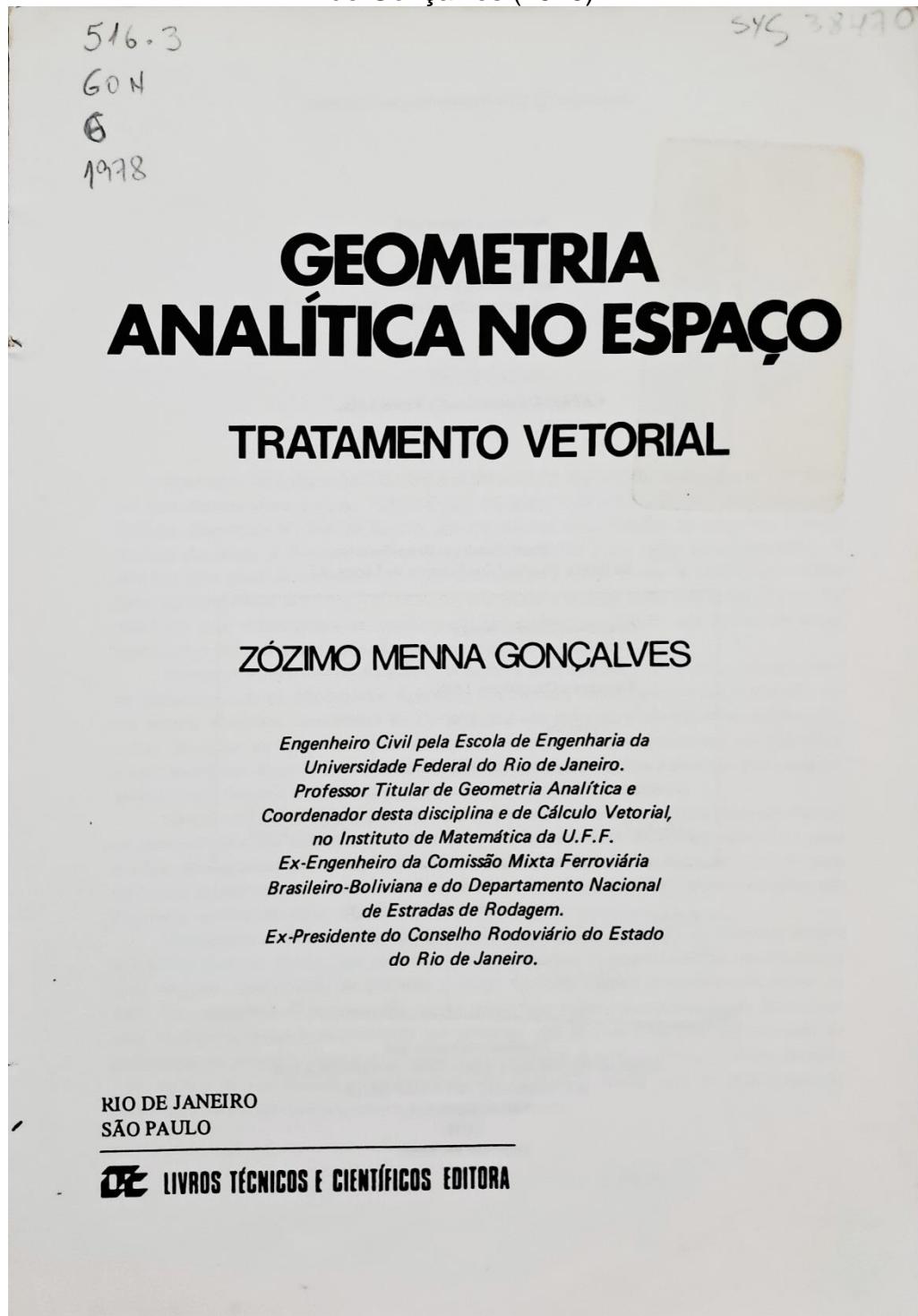
O livro *Geometria Analítica Plana - Tratamento vetorial* foi escrito por Zózimo Menna Gonçalves, publicado pela Editora “Livros Técnicos e Científicos Editora S.A” em 1978. Apresenta prefácio, sumário e conta com dezoito capítulos alocados em 248 páginas além de dois apêndices e respostas dos exercícios.

Figura 9 - Capa do livro *Geometria analítica no espaço - Tratamento vetorial*, de Gonçalves (1978)



Fonte: Gonçalves (1978, s/p)

Figura 10 - Contracapa do livro *Geometria analítica no espaço - Tratamento vetorial*, de Gonçalves (1978).



Fonte: Gonçalves (1978, s/p)

O livro *Geometria Analítica no espaço - Tratamento vetorial* foi escrito por Zózimo Menna Gonçalves, publicado pela Editora "Livros Técnicos e Científicos Editora S.A." Apresenta prefácio, sumário e conta com dezessete capítulos alocados em 160 páginas além de um apêndice e respostas dos exercícios.

Apresentados os livros e seus autores, o próximo capítulo contará com a explicação da escolha dos critérios para as análises e seções individuais de cada livro apontando os critérios estabelecidos.

5 CRITÉRIOS PARA ANÁLISE DAS FONTES E DESCRIÇÃO

Com apoio do nosso referencial teórico e após descrição dos procedimentos metodológicos da pesquisa chegamos à etapa central do trabalho: as análises históricas. Trazemos neste capítulo aspectos identificados nas obras como indispensáveis para a reflexão pretendida levando em consideração o processo metodológico apoiado em Valente (2018) sendo esta fase incluída na etapa da análise comparativa em busca de conhecimentos para sua sistematização como saberes.

Ao selecionarmos as obras para análise a primeira questão que surge é: quais os critérios que vamos adotar? A fim de atender nossos objetivos e encontrar possíveis respostas para nossas inquietações, optamos primeiramente por olharmos os livros de um modo geral captando informações de estrutura, os conteúdos presentes e maneiras que os autores definiram os conceitos. Posteriormente, estabelecemos que fosse pertinente analisar o prefácio para possíveis indicações da proposta ou informações sobre os autores.

Com essa primeira olhada para as obras, foi possível notar que algumas apresentam uma GA plana, enquanto outras trabalham a GA espacial e ainda uma obra que comprehende a GA de duas e três dimensões, gerando assim uma reflexão sobre a GA plana no ensino superior. Desse modo, definimos como outro critério de análise investigar qual abordagem mais presente (plana ou espacial), além de qual linguagem adotada: algébrica, vetorial ou geométrica (ou ambas).

Ainda com esse primeiro contato diante dos livros escolhidos, percebemos que cada autor possui sua maneira de escrita e exposição de conteúdo. Assim, consideramos coerente analisar as propostas metodológicas para o desenvolvimento do conteúdo com olhar atento para a possibilidade de apreender saberes *para ensinar geometria analítica*.

Por entendermos que o conceito de vetor é central na geometria analítica, também consideramos como critério de análise, identificarmos como cada autor (a) define vetor a fim e sua relação com os demais conceitos, com a linguagem adotada no exemplar, relacionando com a pesquisa de Avelar (2023) mencionada.

E, por fim, também observamos que cada obra se dispõe de exercícios ou problemas que remete inquietações sobre quais suas finalidades, gerando assim mais um critério de análise.

Em suma, levaremos em conta os critérios:

- i. Analisar o prefácio – a fim de identificar a proposta da obra ou demais contribuições do (a) autor (a);
- ii. Observar o tratamento dado a GA (vetorial, algébrico, geométrico ou ambos) e se há uma GA mais plana ou espacial;
- iii. Analisar o conceito de vetor nas obras – como os autores definem este conceito central na geometria analítica.
- iv. Verificar as propostas metodológicas para desenvolvimento do conteúdo – aspectos relacionados em como o ensino da GA é posta nos exemplares, ou seja, identificar a apresentação do conteúdo, exemplos e outros indicativos que podem auxiliar o ensino em termos de organização didática e possível presença de saberes para ensinar geometria analítica;
- v. Examinar as propostas de exercícios ou problemas – identificar os tipos de exercícios/problemas e suas finalidades, considerando o que se entendia por “exercícios” ou “problemas” em cada obra e no contexto da época.

Entendemos que esses critérios estabelecidos podem nos auxiliar nas possíveis respostas das questões de pesquisa. Diante deles, seguimos para as análises.

5.1 Elementos de Geometria Analítica Plana, de Alencar Filho (1964)

Este exemplar foi publicado em 1964, pela Livraria Nobel S.A. Não possui prefácio, introdução ou apresentação, o que não possibilita extrair informações mais concisas sobre público-alvo, objetivo do exemplar ou aspectos direcionados a sua criação e circulação.

Entretanto, de acordo com os assuntos tratados e sua linguagem, consideramos um livro que se volta para o ensino superior, visto que está disponibilizado com estoque e histórico de uso na Biblioteca do ICE da UFJF.

Como já mencionamos, no final do exemplar é exposta uma lista de outras obras já publicadas do autor: *Exercícios de Geometria Plana*, *Exercícios de Geometria no Espaço*, *Elementos de Geometria Plana I*, *Trigonometria Plana*, *Exercícios de Trigonometria Plana* e *Elementos de Geometria Analítica no Espaço*. Buscamos pelas obras nas bibliotecas da UFJF, porém não obtemos sucesso.

Mesmo não tendo informações diretas das contribuições do autor, com essa lista podemos dizer que foi um autor de livros mais da área da Geometria (Plana, Espacial e Analítica).

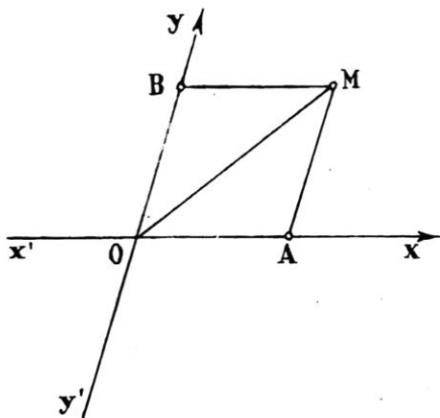
Sua estrutura é por capítulos, sendo 18 no total, e seu índice está posto ao final do livro. O primeiro capítulo cujo título é “Sistemas de coordenadas” se inicia com a definição e divisão da geometria analítica

A geometria analítica é o ramo da matemática que tem por fim a resolução das questões geométricas por métodos que sistematicamente se revestem da forma algébrica. Divide-se em duas partes: a) geometria analítica de duas dimensões ou geometria analítica do plano, que estuda as figuras cujos pontos estão todos no mesmo plano. b) geometria analítica de três dimensões ou geometria analítica do espaço, que estuda as figuras no espaço de três dimensões. (Alencar Filho, 1964, p.3).

Contudo, como consta no título, todo o conteúdo do livro trata de uma GA no plano. A estrutura deste capítulo contém explicação teórica com ilustrações e pouca menção a noção de vetor que aparece, por exemplo, na explicação sobre ponto no plano logo no início do capítulo como consta na figura a seguir. De qualquer maneira, ele inclui linguagem vetorial ao sinalizar a notação de uma seta orientada sobre letras maiúsculas (notação utilizada para um vetor ou segmento orientado). Entretanto, a maioria da linguagem presente neste momento do livro é algébrica, ou seja, aproximando relação da álgebra com a geometria.

Figura 11: Menção a noção de vetor identificada na definição de ponto no livro *Elementos de geometria analítica plana*, de Filho (1964)

Posto isto, seja \underline{M} um ponto qualquer do plano cuja posição se quer determinar: Tiremos por \underline{M} as paralelas \underline{MA} e \underline{MB} respectivamente aos eixos dos y e dos x , e sejam a e b as medidas algébricas dos vetores \overline{OA} e \overline{OB} . Deste modo, ao ponto \underline{M} corresponde o par de números reais $a=\overline{OA}$, $b=\overline{OB}$ e esse par é único; além disso, a pontos diferentes correspondem pares diferentes. Reciprocamente, ao par $a=\overline{OA}$, $b=\overline{OB}$ corresponde um único ponto \underline{M} e a pares diferentes correspondem pontos diferentes, como imediatamente se reconhece.



Fonte: Alencar Filho (1964, p. 4).

Além disso, “vetor” também é citado no tópico “Interpretação das coordenadas pelas projeções”, como podemos ver na figura 12.

Figura 12: Menção a noção de vetor identificada no tópico *Interpretação das coordenadas pelas projeções* no livro *Elementos de geometria analítica plana*, de Filho (1964)

4. - Interpretação das coordenadas pelas projeções. - Suporemos sempre que todo vetor cujo suporte é paralelo ou confundido com um dos eixos coordenados tem o mesmo sentido positivo que esse eixo. Nessas condições a abcissa do ponto \underline{M} é a projeção do vetor \overline{OM} sobre o eixo dos x , esta projeção sendo feita paralelamente ao eixo dos y , e a ordenada do pon-

Fonte: Filho (1964, p. 4).

Porém, o autor define vetor ou outros conceitos de cálculo vetorial, como “projeção” (que também é possível ser observada na figura 12) indicando que o professor e o discente precisam conhecer previamente tais conceitos para usar o livro no estudo da GA plana.

Ao abordar outros sistemas de coordenadas como o polar, o bilinear, polo-diretriz e o biangular o autor apresenta explicação teórica com ilustração se apoioando em outros conceitos (da geometria euclidiana plana como: semelhança

triângulos) que não são definidos no livro indicando que tanto o professor quanto o aluno precisa saber destes para seu uso.

Por exemplo, no sistema polar é preciso ter um prévio conhecimento de trigonometria, enquanto nos sistemas bilinear e polo-diretriz tomam como base conhecimentos da geometria euclidiana plana (condição de existência de um triângulo e construção geométrica).

Por fim, o capítulo 1 é finalizado com 20 “Problemas para resolver” cujos enunciados se assemelham entre si contendo dados (como pontos, coordenadas, figuras planas) para encontrar coordenadas de acordo com o sistema indicado no problema. Todos possuem as respostas indicadas e exploram o conhecimento analítico por meio algébrico.

O segundo capítulo possui o título “Distância entre dois pontos. Coordenadas do ponto descrevente de uma reta”. O autor inicia explicando a fórmula da distância entre dois pontos por meio de uma demonstração com auxílio de ilustração, considerando eixos oblíquos e em seguida, informando a fórmula para eixos retangulares ou ortogonais.

No tópico “4. Coordenadas do ponto descrevente de uma reta - Primeiro método” há novamente uma menção a “vetor”, assim como no sexto tópico do capítulo que trata do “Segundo método”. Ou seja, mesmo que a obra apresente uma linguagem algébrica, o autor carrega junto às explicações uma noção vetorial que implica na discussão sobre qual GA é sistematizada no exemplar: uma GA como suporte à álgebra ou uma GA que explore seus próprios conceitos e enfatize a noção vetorial, por exemplo.

Finaliza a parte teórica do capítulo abordando as coordenadas do “ponto do meio” de um segmento de reta e coordenadas do centro de gravidade de um triângulo. Os problemas para resolver aumentam em quantidade comparando com o primeiro capítulo. São 56 somente no capítulo 2 contendo: aplicação direta da fórmula da distância entre dois pontos; dados os pontos encontrar comprimentos de segmentos e lados de triângulos; encontrar natureza (classificação) do triângulo, dados os vértices, além de problemas de demonstração.

O terceiro capítulo tem como título “Correspondência entre as equações e as curvas planas - Interseção de duas curvas” onde o autor aborda todo o tratamento algébrico de equações, partindo de um teorema que define equação algébrica de

uma variável, fazendo a relação da equação com a curva. Em seguida, é mencionado o mesmo teorema (com alterações) para as equações com duas variáveis.

Um ponto chave do capítulo é o tópico que enuncia, o que o autor chama, de “Problemas fundamentais da Geometria Analítica”, que são decorrentes da correspondência que é possível estabelecer entre as equações e as curvas planas. O primeiro “Formar a equação de uma curva plana definida geometricamente” e o segundo “Construir a curva plana correspondente a uma equação dada”.

A partir desse tópico são trabalhadas equações naturais (definição de equação natural, conforme o autor, é aquela equação que num sistema de coordenadas convenientemente escolhido, é a tradução imediata da sua definição geométrica) e equações paramétricas de curvas. Este capítulo possui apenas uma ilustração, ou seja, seu foco é mais algébrico, indicando que é preciso ter conhecimentos advindos da álgebra para acompanhá-lo.

Para fechar o terceiro capítulo são propostos 31 problemas para resolver envolvendo representação de equações, encontrar equações de lugares geométricos a partir de pontos dados, transformações de equações paramétricas em equações cartesianas e vice-versa, além de problemas que envolvem demonstração de curvas iguais com equações diferentes.

O capítulo IV de título “Linha reta” aborda o estudo das equações algébricas da linha reta desde a equação geral ($Ax + By + C = 0$) até suas características como: coeficiente angular; casos particulares ($A = 0$; $B = 0$; $C = 0$), condições para retas paralelas e retas coincidentes; além de equação polar da linha reta.

Tópico este que, juntamente com um item enunciado por um problema, são os únicos que possuem ilustrações. Os 32 problemas para resolver que finalizam o capítulo seguem o tratamento algébrico trabalhado na parte teórica.

Os próximos quatro capítulos do livro de Alencar Filho se referem, respectivamente, às curvas planas Círculo, Elipse, Hipérbole e Parábola que são trabalhadas com foco algébrico. Começando pelo capítulo que trata da curva Círculo é trabalhada sua equação em coordenadas retangulares, oblíquas e polares, seus casos particulares e uma representação paramétrica.

Toda a explicação é algébrica com a presença de ilustração apenas em dois momentos. Desse modo, são utilizados conceitos de álgebra, simplificação de

equações, trigonometria e projeção. Os 30 problemas presentes no final do capítulo são algébricos explorando todos os sistemas estudados (retangular, oblíquo e polar).

O capítulo que trata da Elipse se inicia com a definição da curva como lugar geométrico de pontos para depois chegar à equação algébrica. Para isso, o autor faz a demonstração partindo de conceitos de triângulo, distância entre dois pontos e manipulação algébrica.

Há um tópico destinado a construção da elipse por pontos com base nos círculos da elipse (círculo principal e círculo auxiliar) definidos no tópico anterior. Também é trabalhada a equação da elipse no sistema polar. O capítulo é finalizado com 28 problemas algébricos com ênfase em encontrar equações de elipses partindo de alguns dados.

A Hipérbole é o tema do capítulo seguinte que, de forma análoga ao capítulo da elipse, se inicia com a definição da curva como lugar geométrico de pontos usando demonstração com conceitos de triângulo, distância entre dois pontos e manipulação algébrica até chegar à equação da hipérbole. São estudadas as características da hipérbole, assíntotas, hipérboles conjugadas, os círculos da hipérbole, representação paramétrica e equação polar. O capítulo é finalizado com 38 problemas algébricos sobre hipérboles.

O capítulo VIII é destinado à Parábola, que também é definida primeiramente como um lugar geométrico de pontos equidistantes de um ponto fixo e de uma reta dada no plano. Há uma demonstração com auxílio de ilustração para deduzir a fórmula e em seguida estudam-se outras formas da equação da parábola. É abordado o conceito de parâmetro da parábola e, em seguida, parâmetros da elipse e da hipérbole.

Assim como nos dois capítulos anteriores, também há um tópico destinado a construção da parábola por pontos. Os demais aspectos presentes no capítulo são: equações paramétricas e equação polar da parábola, eixos de simetria e a parábola como limite de uma elipse. Antes dos problemas, é enunciado que as três curvas, a elipse, a hipérbole e a parábola, são curvas cônicas, termo que não foi utilizado nos capítulos VI e VII. Os problemas são de manipulação algébrica.

Até este momento do exemplar, podemos perceber que a GA apresentada pelo autor é de relacionar curvas do plano com equações algébricas. Ou seja, uma GA que tem como suporte de estudo a álgebra, predominando então uma linguagem

mais algébrica no estudo de curvas no plano sendo fiel a definição de geometria analítica que ele descreve no início do livro.

Os capítulos IX e X tratam, respectivamente, de Transformação de Coordenadas e Simplificação das Equações, onde o primeiro trabalha as transformações de eixos com tratamento algébrico e ilustrações enquanto o segundo é o capítulo mais curto do exemplar que trata das simplificações de equações algébricas de curvas.

Antes de iniciar o capítulo XI há um título “Teoria Analítica da Linha Reta”, nos indicando que a partir desse momento teremos um estudo mais completo do tratamento analítico da reta. De fato, os capítulos XI, XII e XIII são destinados a esse tema. O capítulo XI cujo título é “Diferentes formas da equação da linha reta; Interseção de duas retas. Ângulos de duas retas.” retoma a equação geral da reta, seus casos particulares considerando os eixos retangulares e oblíquos, a interseção de retas e o ângulo entre duas retas. Possui 51 problemas para resolver que envolvem determinar equações de retas partindo de informações iniciais como pontos, pontos de interseção, além de determinar ângulos entre retas dadas.

O capítulo XII é todo trabalhado no formato de problemas como o próprio título indica “Problemas sobre retas sujeitas a uma condição”. Retoma novamente a equação geral da reta e são trabalhados quatro: I. Formar a equação das retas que passam por um ponto dado; II. Formar a equação das retas paralelas a uma reta dada; III. Formar a equação das retas perpendiculares a uma reta dada; IV. Formar a equação das retas que passam pelo ponto de interseção de duas retas dadas.

Após os problemas, a parte teórica é finalizada com dois teoremas que estudam, respectivamente, os coeficientes da equação de uma reta e condição para que três retas sejam concorrentes. Os 13 problemas para resolver dispostos no final do capítulo são relacionados ao que foi estudado sobre formar equações de retas partindo de dados como pontos ou retas.

Na sequência, o capítulo XIII se assemelha ao capítulo XII, pois também é trabalhado no formato de problemas. Seu título é “Problemas sobre retas sujeitas a duas condições” e comprehende, dentre outros, esses três: “Formar a equação da reta que passa por dois pontos dados”; “Formar a equação da reta que passa por um ponto dado e é paralela a uma reta dada”; “Formar a equação da reta que passa por um ponto dado e é perpendicular a uma reta dada”. O capítulo ainda conta com a

maior lista de problemas para resolver do exemplar de Alencar Filho, 153, que envolvem achar equação de retas ou curvas que passam por determinados pontos.

O único capítulo apenas teórico é o XIV cujo título é “Elementos Imaginários”. Define ponto imaginário, reta imaginária que passa por um ponto real, pontos imaginários conjugados, retas isótropas (que são retas com coeficientes angulares $+i$ e $-i$ em eixos retangulares) e suas propriedades. Contudo não possui lista de problemas para resolver, mas no capítulo seguinte, que trata dos Feixes de Retas, há problemas que envolvem os elementos imaginários. Desse modo, a teoria do capítulo XIV foi uma base necessária para o estudo no capítulo XV.

Ainda neste capítulo uma lista de “Problemas Diversos” com 46 problemas sem as respostas indicadas e que envolvem situações analíticas para demonstrar, como por exemplo, o problema 11: “De um ponto P da bissetriz do ângulo A de um triângulo ABC baixa-se PM perpendicular sobre AB e PN perpendicular sobre AC. Demonstrar que a reta PI é perpendicular a BC, sendo I o ponto de encontro da reta MN com a mediana que parte do vértice A.” Consideramos que os problemas dessa lista são com um rigor matemático mais avançado que os demais das listas chamadas “Problemas para resolver”.

Caminhando para o final do livro, os três últimos capítulos são precedidos do título “Teoria Analítica do Círculo”, um indicativo que ambos irão tratar de características do círculo. De fato, os capítulos são: Capítulo XVI: Tangentes e Normais; Capítulo VII: Potência de um ponto em relação a um círculo. Eixo radical. Centro radical. Interseção de dois círculos; Capítulo VIII: Círculos sujeitos a condições dadas.

Esses três últimos capítulos de Alencar Filho (1964) exploram características algébricas que envolvem os círculos com um tratamento totalmente algébrico, assim como todo o exemplar. No capítulo XVII, há uso do conceito de “limite”, que é do Cálculo, ao trabalhar o coeficiente angular da tangente a uma curva. Entretanto, a definição de limite não é tomada, nota-se que é necessário conhecer do assunto para guiar o entendimento da seção. O capítulo se encerra com 31 problemas para resolver que basicamente trabalham equações algébricas, coeficientes angulares de tangentes e equações de retas normais.

Já o capítulo XVII, apesar de um título com muitas informações, é curto e objetivo com um tópico para cada tema citado em seu título. Ao final, conta com

apenas 6 problemas para resolver, que também são algébricos. O último capítulo da obra retoma a equação do círculo em equações retangulares e trabalha com oito problemas que discutem, algebraicamente, as equações de círculos dadas algumas condições, como por exemplo, os problemas: “Formar a equação dos círculos que passam pela origem”; “Formar a equação dos círculos tangentes aos eixos coordenados”; “Formar a equação dos círculos que associados a um círculo dado têm o eixo radical em coincidência com uma reta dada”; “Formar a equação dos círculos que passam pelos pontos de interseção de dois círculos dados”.

É finalizado com 51 problemas para resolver que são algébricos sempre iniciando com a expressão “Formar a equação”. Edgar de Alencar Filho encerra o capítulo, e assim o livro, com uma lista de “Problemas Diversos” contendo 33 problemas, que são voltados para uma solução mais demonstrativa, mais rigor matemático.

Diante dessa análise histórica e descritiva do exemplar de Alencar Filho, podemos perceber que o autor foi fiel à definição de geometria analítica colocada por ele no primeiro capítulo em que a GA é o ramo da matemática que estuda “a resolução das questões geométricas por métodos que sistematicamente se revestem da forma algébrica” (Alencar Filho, 1964, p.3), pois de fato, ele trabalha soluções algébricas para curvas no plano em todo o exemplar.

Desse modo, a linguagem adotada pelo autor é mais algébrica, não fazendo uso de uma linguagem vetorial. Assim como o título da obra *Elementos de Geometria Analítica Plana*, toda a GA é trabalhada em duas dimensões não fazendo menção à GA espacial.

Além disso, notamos que o autor se utiliza do termo “Problemas” em listas que na maioria do exemplar são “Problemas para resolver” e apenas duas com a expressão “Problemas diversos”. A principal diferença nos tipos de listas apresentadas pelo autor é que na primeira os problemas são mais diretos, algebraicamente falando, de encontrar ou formar equações a partir de dados previamente ditos, como pontos, retas, etc., e sempre com o comando objetivo de “Formar a equação...”, “Achar a equação...”. Já as listas de “Problemas diversos” compreendem problemas de demonstração com maior rigor matemático.

5.2 Geometria Analítica Plana, de Silveira (1968)

O livro de Hélio Siqueira Silveira foi publicado pela Universidade Federal de Juiz de Fora, onde o autor foi professor. A obra possui datas de publicação em 1967 e 1968, conforme registros da Biblioteca do ICE da UFJF. Escolhemos o exemplar com data de 1968 para análise, pois o registrado com data de 1967 estava sem estoque enquanto do ano de 1968 havia três exemplares a disposição.

Possui uma breve apresentação escrita pelo próprio autor onde informa que o livro era especialmente elaborado para a 3.^a série do Colégio Técnico Universitário da UFJF, mas também destinava aos vestibulandos de Engenharia e completa dizendo poderia ser útil aos seus discentes de “Cálculo Vetorial e Geometria Analítica”, disciplina esta que contemplava as grades dos cursos de exatas da UFJF.

Desse modo, o exemplar atendia o ensino secundário bem como para ele “poderia ser útil” no ensino superior. Entretanto, conforme Soares (2013), o livro de Silveira foi utilizado no curso de Matemática da UFJF desde sua criação no final da década de 1960 e início da década de 1970, primeiramente como uma apostila que em seguida se tornou este exemplar.

Há um prefácio escrito pelo também professor e autor de livros de matemática, Roberto Peixoto, que elenca elogios ao professor e autor Hélio Siqueira Silveira. Peixoto escreve que Silveira considerava que a GA plana “deveria ter, também, um tratamento acentuadamente vetorial” (Peixoto *in* Silveira, 1968, p. 7).

O exemplar é estruturado por capítulos sendo 21 no total, os mesmos da apostila analisada por Soares (2013), o que comprova que essa apostila foi como um “pré-lançamento” do livro ou até mesmo um “rascunho”.

“Noções preliminares” é o título do primeiro capítulo que traz definições de eixo, segmento orientado, grandezas científicas e a definição de vetor como um “ente matemático representativo da grandeza vetorial e associa os segmentos orientados como representação da grandeza vetorial” como bem nos trouxe Avelar (2023). Cabe-nos agora analisar se a obra toda possui linguagem vetorial.

É um capítulo curto de apenas quatro páginas e somente teórico, mas contém as primeiras noções necessárias para o entendimento do conteúdo presente no restante do exemplar. É visivelmente um exemplar que conta com ilustrações para auxiliar a teoria estudada, pois em apenas quatro páginas já foi possível notar

que o autor se atentou para uma apresentação casada com o suporte da representação gráfica do conteúdo.

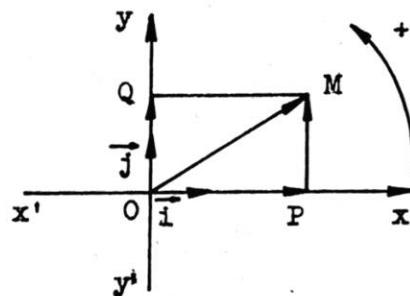
Os capítulos II e III também são teóricos e apresentam propriedades de vetores. O quarto capítulo da obra ainda trabalha aspectos sobre os vetores, como as operações. É neste que aparece a primeira lista de exercícios com 33 no total explorando os conceitos de vetores com suas propriedades. A única diferença para a apostila analisada por Soares (2013), pois segundo a autora “Tanto a apostila quanto o livro mencionam os mesmos conteúdos. Existe apenas uma pequena diferença no capítulo IV do livro, onde a quantidade de exercícios é muito maior” (Soares, 2013, p. 69).

O capítulo V apresenta a definição de projeção trabalhando suas propriedades com o auxílio de uma linguagem vetorial. Finaliza o capítulo com uma lista curta de quatro exercícios numéricos para calcular projeções.

O capítulo VI trata das coordenadas cartesianas que se apoiam sempre na linguagem vetorial, além de contar com um suporte da trigonometria, como podemos ver mencionada na figura 13.

Figura 13: Menção à Trigonometria identificada no tópico *Sistema de eixos coordenados* no livro *Geometria Analítica Plana*, de Silveira (1968)

Os eixos coordenados $x'x$ e $y'y$ ficam sempre determinados pelos respectivos vetores unitários, \vec{i} e \vec{j} , assim subentendendo-se, ainda quando não indicados na figura.



O plano dos eixos é orientado como na Trigonometria, conforme indica a figura.

Fonte: Silveira (1968, p. 45)

Na figura acima, podemos observar que o autor cita a Trigonometria para indicar a orientação do plano de eixos, além da coerência em manter a linguagem vetorial. Ao final deste capítulo constam três exercícios, sendo dois de construção de figuras planas a partir de pontos dados e um que envolve calcular os módulos de vetores formados por pontos também dados.

Os capítulos VII e VIII tratam, respectivamente, de determinação de vetores e determinação de uma direção. São capítulos curtos, mas com listas de exercícios relativamente grandes, sendo 37 exercícios no primeiro e 27 no segundo. Para não nos tornarmos repetitivos, adiantamos que todos os capítulos são curtos no número de páginas com teoria, entretanto são objetivos e explicativos com muitas representações gráficas auxiliando o conteúdo listado.

No próximo capítulo é trabalhado o produto escalar e suas aplicações, com explicações enfatizando as propriedades vetoriais. Conta com 34 exercícios que vão explorar cálculos de produto escalar, de coeficientes angulares de retas, áreas de polígonos dados seus vértices, além de identificar direções de vetores e cálculos de módulos.

O autor trabalha no capítulo X a divisão de um segmento de reta numa razão dada onde constam figuras que auxiliam a visualização gráfica dos conceitos aplicados. Já no capítulo XI ele traz a correspondência entre as curvas e equações, com menos figuras, mas com uma discussão sobre a relação entre Álgebra e Geometria, que segundo ele, caracteriza a Geometria Analítica e se torna presente em todos os problemas de que se ocupa. Para isso, é apresentado um quadro “Correspondência mútua” como mostra na figura 14:

Figura 14: Quadro *Correspondência mútua* no livro *Geometria Analítica Plana*, de Silveira (1968)

CORRESPONDÊNCIA MÚTUA	
NA GEOMETRIA PLANA	NA ÁLGEBRA
Um ponto.	Dois números: abscissa e ordenada.
Deslocamento de um ponto.	Variação de dois números: abscissa e ordenada.
Ponto médio de um segmento de reta.	Cálculo das coordenadas pela média aritmética das coordenadas homônimas dos extremos do segmento.
Medida da distância entre dois pontos.	Cálculo da raiz quadrada da soma dos quadrados das diferenças das coordenadas homônimas dos pontos.
Deslocamento de um ponto sobre um curva.	Variação de dois números x e y (abscissa e ordenada), de modo a verificar certa equação.
Exame de 1 curva e suas propriedades.	Estudo de sua equação.

Fonte: Silveira (1968, p. 95)

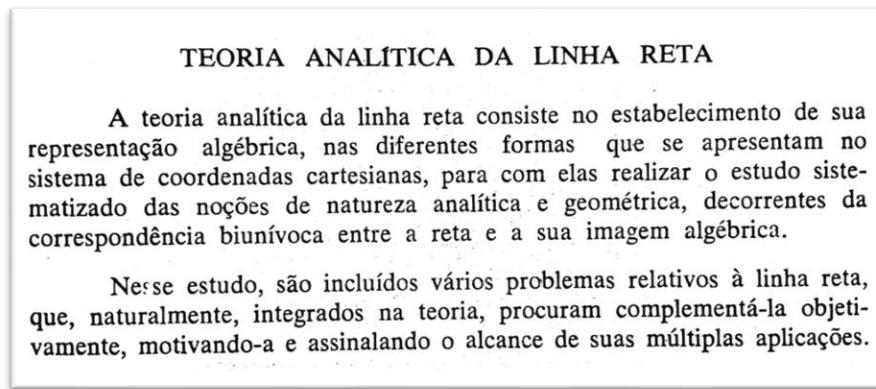
O quadro presente na figura acima está inserido no tópico “Síntese da concepção cartesiana” do capítulo XI em que o autor possibilita uma discussão sobre a criação da Geometria Analítica, que parte de uma relação existente entre a álgebra e a geometria euclidiana. O autor considera que a finalidade da GA é a mesma da geometria euclidiana: “medida direta da extensão, baseada no estudo das propriedades das figuras” e que se diferencia no tratamento dado pela GA em que se adotam processos gerais de soluções, aplicáveis a todas as figuras, enquanto na geometria euclidiana é necessário um processo de solução para cada figura.

De todo modo, a discussão levantada pelo autor permite a reflexão dessa relação conforme mostrado na figura 14 do tratamento de, por exemplo, o ente geométrico ponto (assim chamado na geometria plana) como um par ordenado na álgebra, ou seja, corresponder a dois números: abscissa e ordenada.

Diante disso, o autor apresenta no capítulo seguinte o tópico de transformações de coordenadas cartesianas, considerando eixos retangulares e eixos rotacionados, trabalhando então a translação e a rotação de vetores e eixos. Finaliza o capítulo com 22 exercícios que discutem equações de curvas e transformações.

Os capítulos XIII e XIV são precedidos de uma página onde consta o título “Teoria Analítica da linha reta” junto de uma explicação do que é estudar de forma analítica a linha reta conforme mostra a figura 15.

Figura 15: *Teoria Analítica da linha reta* no livro *Geometria Analítica Plana*, de Silveira (1968)



Fonte: Silveira (1968, p. 109)

Nota-se que o autor faz uma breve apresentação da finalidade existente no estudo analítico da linha reta. Para então, trabalhar os capítulos XIII e XIV com os tópicos descritos na figura 16.

Figura 16: Recorte do sumário do livro *Geometria Analítica Plana*, de Silveira (1968)

Capítulo XIII — EQUAÇÃO CARTESIANA DA LINHA RETA.		
1.	Teorema	110
2.	Teorema recíproco	111
3.	Resumo	111
4.	Problema	111
5.	Parâmetros da reta	111
6.	Discussão da equação $Ax + By + C = 0$	112
7.	Bissetrizes dos ângulos dos eixos coordenados	114
8.	Equação linear, função linear e forma linear	115
9.	Construção de uma reta dada por sua equação	115
10.	Condições analíticas para determinar uma reta	116
11.	Exercícios	116

Capítulo XIV — DIFERENTES FORMAS DA EQUAÇÃO DA LINHA RETA.		
1.	Forma geral	119
2.	Forma explícita	119
3.	Formas paramétricas	119
4.	Forma simétrica	122
5.	Forma segmentária	123
6.	Forma normal	124
7.	Problemas	126
8.	Exercícios	128

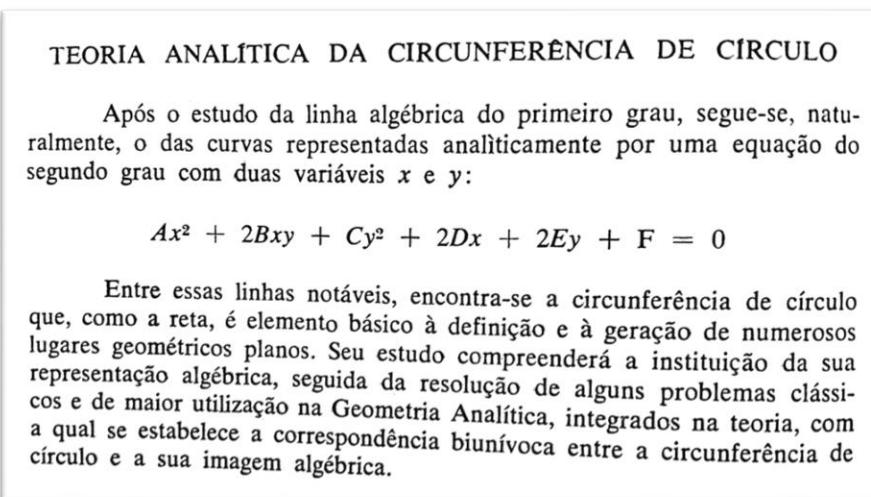
Fonte: Silveira (1968, p. 15)

Coerente com todo o exemplar, o autor trata os tópicos presentes na figura 16 com tratamento vetorial e representação gráfica como auxílio das explicações. Na

mesma perspectiva, os capítulos XV, XVI, XVII e XVIII compreendem assuntos relacionados à linha reta.

Os três últimos capítulos da obra de Silveira também são precedidos de uma página apresentando como um tema geral o que será tratado em ambos. É o caso, mostrado na figura 17 em que o autor indica o estudo analítico da circunferência do círculo.

Figura 17: *Teoria Analítica da circunferência do círculo* no livro *Geometria Analítica Plana*, de Silveira (1968)



Fonte: Silveira (1968, p. 168)

Desse modo, os capítulos referentes à teoria analítica da circunferência do círculo são: Capítulo XIX - Representação Analítica da circunferência do círculo; Capítulo XX - Problemas sobre a circunferência do círculo e Capítulo XXI - Potência de um ponto em relação a um círculo - eixo radical, centro radical. Ambos trabalhados sob a noção vetorial intercalando com a álgebra. O livro é finalizado com uma breve bibliografia e não contém respostas dos exercícios propostos.

Com essa análise descrita, podemos perceber que o livro do professor Hélio foi escrito de acordo com sua prática docente em ensinar GA, comprovada pela fala de Peixoto no prefácio. Outro aspecto notado é sobre a linguagem vetorial adotada em todo o exemplar. Contém muitas representações gráficas, exercícios para acompanhar a teoria e aborda uma GA plana de acordo com o próprio título do livro *Geometria Analítica Plana*. Conforme Soares (2013), o livro estava presente no ensino superior já que foi utilizado no curso de Matemática da UFJF desde sua criação em 1969.

Entretanto, Soares (2013) também analisou outras apostilas escritas pelo professor Hélio que tratam da GA espacial, ou seja, o livro que utilizamos para compor nossa pesquisa não é a única produção do autor e indica que houve uma atenção em dividir a GA plana em obras separadas da GA espacial.

5.3 Cálculo vetorial e geometria analítica, de Novais (1973)

Como já mencionamos, o livro de Maria Helena Novais foi publicado em 1973 com apoio da UFPE. É um livro com contém “Geometria Analítica” no título atendendo um de nossos critérios de busca pelas fontes. A obra de Novais possui prefácio que indica seu objetivo: “Este livro contém o programa dado na disciplina de geometria analítica, área de ciências exatas e tecnologia do ciclo geral da Universidade Federal de Pernambuco” (Novais, 1973, prefácio).

Ainda no prefácio, é mencionado que tal programa é comum aos cursos de matemática, engenharia, estatística, física, química e geologia, dado no primeiro semestre universitário e que por esse motivo foi evitado incluir no livro noções de geometria das curvas e superfícies que envolvam algum conhecimento de cálculo diferencial e integral. Ainda consta no prefácio um agradecimento especial à professora Elza Gomide. Prefácio datado de janeiro de 1973.

Em comparação com os dois livros anteriores este exemplar de Novais é menor na quantidade de capítulos, sendo apenas 7 e cada um deles é composto por tópicos. Nota-se que há uma distribuição de conteúdo de Geometria Analítica de forma gradativa, iniciando com conceitos iniciais como coordenadas na reta, no plano e no espaço para definir vetores e assim por diante. Há representação gráfica em alguns momentos e exercícios com soluções. Como foi mencionado no prefácio, o livro toma certo cuidado em não aprofundar no cálculo infinitesimal e integral.

O primeiro capítulo possui três tópicos voltados para as definições de coordenadas na reta, no plano e no espaço. Dessa forma, o livro já deixa indicado que haverá tratamento tanto de uma GA plana quanto de uma GA espacial. Para essas primeiras definições é necessário um conhecimento prévio de conceitos da geometria euclidiana.

A autora utiliza uma linguagem, que parece se basear, na teoria de conjuntos ao denominar pontos e retas para definir as coordenadas estabelecendo

relações biunívocas entre pontos de uma reta e números reais. Para a definição de coordenada negativa, o recurso utilizado é o de simétrico da coordenada positiva. Ainda como conceitos iniciais presentes nessa etapa estão: reta orientada e eixo.

Ao expor as coordenadas no plano é estabelecida novamente uma relação biunívoca, agora entre o conjunto de pontos do plano e o conjunto de pares ordenados de números reais. Têm-se neste momento a definição de abscissa e de ordenada. Para tratar de coordenadas negativas, a autora cita a palavra “inversamente” definindo-as de modo análogo às coordenadas positivas. Ainda neste tópico, a autora define ângulos seguindo orientação de 0 a π .

Para finalizar o primeiro capítulo, são postas as coordenadas no espaço considerando um sistema de três retas concorrentes e pertencentes a planos distintos. Por meio de relações biunívocas entre o conjunto dos pontos do espaço e o conjunto de ternos ordenados de números reais as coordenadas de um ponto P no espaço são definidas com os nomes: “abscissa” para x, “ordenada” para y e “cota de P” para z. Há algumas representações gráficas neste tópico possibilitando visualização de pontos no espaço no sistema de três eixos. O capítulo 1 é apenas teórico, ou seja, não há exercícios e nem exemplos.

O segundo capítulo possui mais tópicos que o primeiro, um total de sete, e nele começam a surgir exercícios. A linguagem se mantém com uma ideia resultante da teoria de conjuntos. Além disso, uma linguagem algébrica que vai se modificando para linguagem vetorial, com a presença de algumas representações gráficas.

A autora inicia este capítulo definindo segmento orientado e equipolência de segmentos (que na linguagem atual é equivalência). Passados esses dois tópicos já são disponibilizados exercícios que antecede o terceiro tema do capítulo: “Vetores livres”. Estabelecemos como critério analisar a definição de vetor nas obras e Novais (1973) possui um método distinto até aqui de apresentar este conceito.

Para definir vetor, Novais explica que “a relação de equipolência é uma relação de equivalência definida no conjunto C de todos os segmentos orientados” e que “nesse caso, às classes de equivalência chamamos de *classes de equipolência*.” (NOVAIS, 1973, p.14). Assim, ela segue para a definição de *vetor livre* como mostra a figura 18.

Figura 18: Definição de *vetor livre* no livro *Cálculo vetorial e geometria analítica*, de Novais (1973)

Seja \overrightarrow{AB} a classe de equipolência definida pelo segmento orientado \overrightarrow{AB} , isto é,

$$\overrightarrow{AB} = \{\overrightarrow{XY} \in \mathcal{S} \text{ tais que } \overrightarrow{XY} \sim \overrightarrow{AB}\}.$$

Chamamos *vetor livre* a cada uma das classes de equipolência. Assim,

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \text{ se, e só se, } \overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}.$$

Fonte: Novais (1973, p. 14)

Em seguida, trabalha as propriedades de vetores livres como soma, produto escalar, vetores colineares e soma de um ponto com um vetor. Ou seja, neste capítulo é dado início ao trabalho de vetores no plano. Notamos que a definição de vetor segundo Novais (1973) é partindo do conceito segmento orientado e não como uma grandeza, distinta da definição de Silveira (1968).

O que acontece de novo no capítulo 2 em comparação com o capítulo 1 é a presença de exercícios com soluções sendo duas listas: uma primeira após dois tópicos e uma segunda ao final do capítulo. Os primeiros exercícios são de demonstração algébrica e vetorial enquanto os demais são mais práticos de construção de pontos no plano, identificação de conjuntos de pontos no plano e um de demonstração por meio de construção geométrica.

O capítulo 3 é composto por cinco tópicos, sendo os dois primeiros destinados às definições de referenciais cartesianos, plano e espacial, que a autora chama respectivamente de E_2 e E_3 . O terceiro tópico define as equações paramétricas da reta com tratamento vetorial contendo um exemplo com solução e representação gráfica de um paralelogramo no referencial E_2 para identificar as coordenadas de um ponto. O tópico seguinte é voltado para a definição das equações paramétricas de um plano referencial E_3 com tratamento vetorial, ou seja, a disposição de uma GA espacial.

Ainda no capítulo 3 são trabalhados, também de modo vetorial, os tópicos: Reta, Plano e Paralelismo (entre retas, entre planos e entre reta e plano). A autora utiliza exemplos para trabalhar estes conceitos. Ao final, são colocados exercícios que tratam de assuntos do capítulo com tratamento todo algébrico e alguns com as soluções expostas.

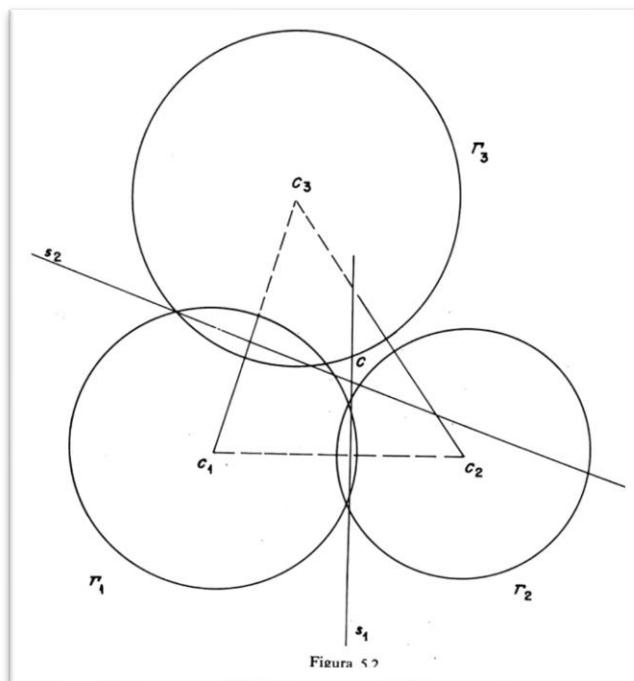
O capítulo 4 possui quatro tópicos: 4.1 Produto interno; 4.2 Aplicações do produto interno; 4.3 Produto externo e 4.4 Produto misto, que são operações de vetores. Desse modo, são tópicos trabalhados com um tratamento vetorial. Contém explicação com exemplos e auxílio de representações gráficas. O capítulo é finalizado com exercícios contendo problemas de demonstração, construção gráfica e aqueles com soluções vetoriais mais diretas referentes às operações de vetores.

O capítulo 5 possui seis tópicos. O primeiro tópico se refere à circunferência e superfície esférica com um tratamento vetorial e sem o suporte de representação gráfica. Já no tópico seguinte cujo título é “Potência de um ponto em relação a uma circunferência” se inicia com representação gráfica seguida de explicação.

Os dois próximos tópicos são curtos, teóricos, explicativos e algébricos, sem tanto apego a linguagem vetorial, cujos títulos são “Eixo radical de duas circunferências” e “Feixe de circunferências”.

Os dois últimos tópicos se voltam para uma geometria analítica no espaço, se tratando da superfície esférica, iniciando com representação gráfica e linguagem vetorial. Contudo, a representação gráfica não se trata de uma figura espacial como mostramos a seguir na figura 19. Para finalizar o capítulo são colocados 5 exercícios teóricos e vetoriais, todos sem as soluções.

Figura 19: Figura 5.2 inserida no tópico *Potência de um ponto em relação a uma esfera* no livro *Cálculo vetorial e geometria analítica*, de Novais (1973)



Fonte: Novais (1973, p. 86)

O capítulo 6 trata das cônicas, começando pela elipse, passando pela hipérbole e encerrando com a parábola. Possui representação gráfica e são definidas de modo construtivo tomando pontos, distâncias e relações para chegar à construção de cada cônica. Contém a notação vetorial dos pontos trabalhados, além do conceito de limite no estudo das assíntotas da hipérbole.

Há uma lista de exercícios após o tópico da parábola a fim de trabalhar os conteúdos das três cônicas, para depois dar continuidade nos assuntos do capítulo. Como um quarto tópico tem-se o título “Equação geral do 2º grau (estudo unificado das cônicas)” trabalhado todo de forma algébrica.

Em seguida, há outro tópico chamado “Diâmetros conjugados” estudado de modo vetorial com auxílio de representações gráficas. Para finalizar o capítulo 6, ainda constam dois tópicos curtos sobre eixos de simetria e mudança de referencial. Este último com alguns exemplos resolvidos. São propostos exercícios em seguida que trabalham as equações com os conteúdos trabalhados.

O sétimo e último capítulo do livro traz em seu primeiro tópico as superfícies de revolução com definições teóricas acompanhadas de representação gráfica. Há exemplos com tratamento vetorial e com as respectivas soluções. No segundo tópico são trabalhadas as quâdricas com explicações teóricas sempre articuladas com a noção de vetor no espaço e com a presença de representações gráficas.

O terceiro tópico trata vetorialmente das superfícies regradas, que são as superfícies geradas por uma reta: hiperbolóide de uma folha, parabolóide hiperbólico, superfície cônica e a superfície cilíndrica (além do plano). Ao final do capítulo são propostos sete exercícios apresentando a solução apenas do último.

Perante informações do livro de Novais (1973), notamos que a autora apresenta uma GA tanto plana quanto espacial com linguagem mais vetorial do que algébrica, justificando o título *Cálculo vetorial e geometria analítica*. Este exemplar era, conforme prefácio, de uso exclusivo universitário então, no contexto da UFPE tanto a GA plana quanto a espacial eram trabalhadas em curso superior.

5.4 Geometria Analítica Plana - Tratamento vetorial, de Gonçalves (1978)

A obra de Zózimo Menna Gonçalves foi publicada em 1978 pela editora “Livros Técnicos e Científicos Editora S/A”. Apresenta prefácio, sumário e

compreende dezoito capítulos alocados em 248 páginas, além de dois apêndices. O prefácio foi escrito pelo próprio autor, onde explica a finalidade do exemplar e como foi constituído.

Segundo Gonçalves (1978), que era professor na UFF, a disciplina “Cálculo Vetorial – Geometria Analítica” do Instituto de Matemática da instituição foi desdobrada em duas disciplinas, uma é Cálculo Vetorial e a outra é Geometria Analítica, por decorrência da “última reforma universitária”.

Sendo assim, o autor cita que seu exemplar *Curso de Geometria Analítica com Tratamento Vetorial* foi subdividido em três livros: *Geometria Analítica Plana*, *Geometria Analítica no Espaço* e *Curvas Planas e Reversas*, que segundo Gonçalves

Os dois primeiros livros abrangem a matéria correspondente ao atual programa, a ser lecionada em um período com a carga horária indicada. O último será elaborado com o aproveitamento de assuntos convenientemente selecionados do “Curso de Geometria Analítica” não incluídos nos anteriores, objetivando o estudo sistemático das curvas planas e reversas mais importantes por suas aplicações. (Gonçalves, 1978, prefácio).

Ainda no prefácio, o autor indica que embora esta obra contenha toda a matéria versada na primeira parte do “Curso de GA”, foram substancialmente modificadas enfatizando a aplicação do método vetorial, apresentando-o de maneira mais ampla. Contudo, a fim de não ampliar as dimensões do livro, ele considera que as noções de Cálculo Vetorial utilizadas no exemplar são “conhecidas”. De todo modo, registra no prefácio que ao final da obra estão disponibilizados dois apêndices contendo resumos das principais fórmulas e conhecimentos relativos a vetores no plano, da álgebra e da trigonometria, para eventuais consultas complementares.

O primeiro capítulo, de apenas duas páginas, contém o objetivo e a importância da Geometria Analítica, que, segundo Gonçalves (1978), o objetivo perpassa por uma aplicação de propriedades em figuras geométricas de modo geral, ou seja, a GA permite soluções gerais. E a importância comprehende a possibilidade de “estudar inúmeras curvas e superfícies desconhecidas da geometria elementar”, além da criação do Cálculo Infinitesimal advindo da aplicação do cálculo algébrico à resolução dos problemas geométricos que a GA proporcionou auxiliando assim o desenvolvimento de áreas como Física Superior e Mecânica Racional. (Gonçalves,

1978). Ainda neste primeiro capítulo, o autor expõe a divisão da GA (plana e espacial) e um tópico com dados históricos da criação dela.

O capítulo 2 é destinado às noções preliminares, como medida de um segmento, reta orientada, valor algébrico de um segmento orientado, abscissas, interpretação vetorial, expressão cartesiana do vetor de um eixo e divisão de segmento em uma razão dada. Finaliza o capítulo com exercícios de cálculo de valor algébrico de segmentos e de vetores, além de identificar coordenadas de pontos.

Embora se trate de uma obra com linguagem vetorial a definição de vetor não é trazida para o exemplar, pois o autor considera que o leitor público-alvo já tem conhecimento como mencionou no prefácio.

O capítulo 3 é destinado às coordenadas cartesianas trabalhadas em eixos retangulares e oblíquos. Define projeção ortogonal e interpretação vetorial das coordenadas. Em seguida, trabalha a distância entre dois pontos e área dos polígonos dados os pontos de seus vértices. Finaliza o capítulo com uma lista de 10 exercícios numéricos.

O quarto capítulo da obra estuda as linhas planas e suas equações que são trabalhadas de maneira algébrica e cartesiana. O capítulo 5 é sobre a reta que é trabalhada de maneira vetorial. O capítulo 6 estuda as mudanças dos eixos coordenados e o capítulo seguinte trata de pontos e curvas imaginárias, sendo este mais algébrico.

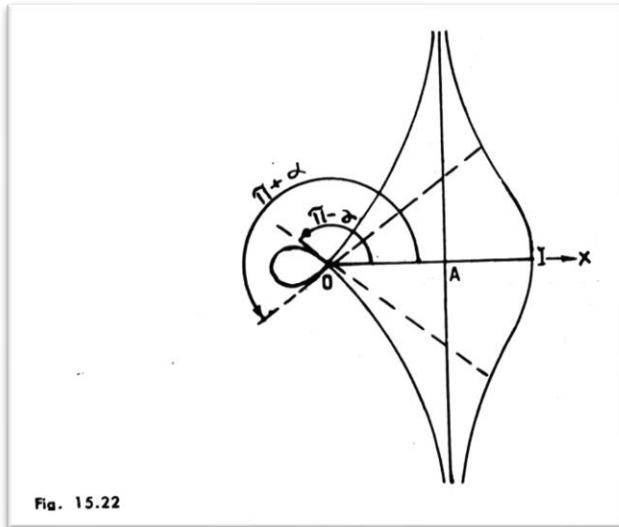
“Família e sistemas de retas” compreende o tema do oitavo capítulo que também é trabalhado de forma mais algébrica. Em sequência, na mesma perspectiva, o capítulo 9 trabalha as “coordenadas homogêneas”.

Os capítulos 10, 11, 12 e 13 são destinados às curvas Circunferência, Parábola, Elipse e Hipérbole, respectivamente. Todas são definidas como lugar geométrico de pontos no plano, explorando suas equações algébricas.

O capítulo 14 cujo é “Cônicas” reúne as curvas cônicas trabalhadas nos capítulos anteriores e são demonstradas analiticamente que cada uma, parábola, elipse e hipérbole são cônicas, passando de um tratamento algébrico para vetorial.

Já o capítulo 15 é destinado ao estudo das coordenadas polares abordando algebraicamente as conversões, imagem geométrica e estudo de curvas cujo aspecto é pouco tradicional como mostra a figura abaixo.

Figura 20: Figura 15.22 presente no tópico *Curvas Especiais em coordenadas Polares* no livro *Geometria Analítica Plana - Tratamento Vetorial*, de Gonçalves (1978)



Fonte: Gonçalves (1978, p. 182)

Caminhando para o final do livro, temos os capítulos 16, 17 e 18, que são respectivamente, *Representação Paramétrica*, *Curvas Algébricas Especiais* e *Curvas Transcendentais*. Ambos são trabalhados de forma algebraicamente explorando propriedades e com auxílio de figuras de representações gráficas. Desses três últimos capítulos, apenas o 16 contém exercícios, enquanto os outros dois são apenas teóricos.

De fato, após o capítulo dezoito o livro conta com os dois apêndices citados no prefácio. O primeiro contém as principais fórmulas e conhecimentos da Álgebra e da Trigonometria. O segundo apresenta um resumo referente aos conceitos de vetores no plano cartesiano. A obra finaliza com uma seção destinada às respostas dos exercícios.

Este exemplar de Gonçalves contém conteúdo de uma GA plana com abordagem mais vetorial como indica no título *Geometria Analítica – Tratamento Vetorial*, mas vimos que em alguns momentos havia linguagem algébrica. De todo modo, o autor se preocupou um pouco menos em explorar diretamente o conceito de vetor já que elaborou a obra considerando que tais conceitos prévios de vetor já seriam estudados anteriormente porque iria usar o exemplar, como informou no prefácio.

5.5 *Geometria Analítica no espaço - Tratamento vetorial*, de Gonçalves (1978)

Este livro de Gonçalves também foi publicado em 1978 pela mesma editora do anterior: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A. Apresenta em sua estrutura: prefácio, sumário, dezessete capítulos, um apêndice e a seção final com respostas dos exercícios.

De acordo com o prefácio, a obra é um segundo volume do “Curso de GA” da Universidade Federal Fluminense (UFF), ou seja, é uma continuidade da obra descrita no item anterior. Possui um tratamento vetorial no espaço, conta com representações gráficas em alguns momentos e listas de exercícios para resoluções a cargo do leitor.

Por se tratar de um livro de GA espacial, o primeiro capítulo trata das coordenadas no espaço com interpretação vetorial. Apresenta o conteúdo em tópicos com representação gráfica e finaliza o capítulo com exercícios numéricos. Pouco se utiliza de exemplos. O segundo capítulo comprehende a noção geral sobre a representação analítica de superfícies e linhas no espaço que é curto e teórico.

Em seguida, são abordados, nos capítulos 3 e 4, os conceitos de plano e reta, também em termos vetoriais. Em ambos, apresenta equação geral, posições, formas especiais da equação do plano e equações paramétricas e simétricas da reta. Possuem listas de exercícios que são para deduzir equações conforme pontos dados ou outras informações.

O capítulo 5, por sua vez, trabalha problemas sobre planos e retas distribuídos em três categorias: Determinação de retas e planos; Ângulos de retas e planos e Problemas de distância. Finaliza o capítulo com uma lista de exercícios que exploram os problemas trabalhados.

O capítulo 6 é o mais curto com apenas duas páginas e trata de superfícies imaginárias (que são superfícies cujas coordenadas são “números complexos”, como conhecemos hoje). Já o capítulo 7 comprehende mudanças de eixos no espaço e fórmulas de Euler, que assim como o capítulo anterior, é apenas teórico.

Gonçalves traz no capítulo seguinte os lugares geométricos no espaço trabalhados como problemas fundamentais da geometria analítica no espaço com explicações teóricas, poucas representações gráficas e uma seção presente apenas neste capítulo titulada por “Discutir as equações seguintes e concluir que superfícies elas representam”.

Nos próximos capítulos, o autor promove o estudo das superfícies esféricas, cilíndricas e cônicas, considerando a noção de lugar geométrico. As coordenadas esféricas e cilíndricas também são apresentadas. Finalizando o livro, são trabalhadas as superfícies de revolução, as superfícies regradas, as quádricas, algumas outras curvas no espaço (definidas a partir de interseções entre superfícies) e os helicoides.

A obra conta com um apêndice, como mencionado no prefácio, que compreende conceitos do cálculo vetorial (fórmulas e conhecimentos relativos a vetores no espaço tridimensional) a fim de auxiliar o aluno.

Em suma, a obra de Gonçalves conta com exercícios de cálculos numéricos, determinação de equações de retas, planos e superfícies com tratamento vetorial. Também há aqueles de discussão de equações de superfícies (que se refere a identificar traços, interseções, simetria, seções e extensão).

Além disso, Gonçalves é fiel nesta obra ao tratamento vetorial e, como no livro anterior, não define vetor considerando que o estudante já saiba este conceito ao usar este material. Entretanto, deixa a disposição o apêndice com conceitos de vetores no espaço para eventuais consultas.

6 ANÁLISE HISTÓRICA DOS LIVROS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, apresentamos nossas reflexões a partir da análise das fontes, livros para o ensino de Geometria Analítica em curso superior, publicados por autores brasileiros nas décadas de 1960 e 1970.

6.1 ANÁLISE HISTÓRICA DOS LIVROS

Retomando o primeiro critério de análise: examinar o prefácio a fim de buscar informações sobre a escrita da obra como: as finalidades, aspecto relevante para uma disciplina, conforme Chervel (1988); propostas formuladas por cada um dos autores para o ensino do conteúdo; as referências utilizadas e o público-alvo.

Apenas a obra de Edgar de Alencar Filho (1964) não possui prefácio, o que dificultou inclusive em entender sua principal proposta ou finalidade com a obra. As demais obras contêm prefácio e cada um contribui de uma forma para compreender objetivos e finalidades dos livros. Primeiramente, no livro de Silveira (1968) o prefácio foi escrito pelo professor e autor de livros de matemática, Roberto Peixoto, mencionando que o professor Hélio Silveira tinha experiência em ensinar geometria analítica e que um desejo seu era tratar a GA plana com vetores. Desse modo, identifica-se uma das propostas da obra de Silveira: trabalhar vetorialmente a GA em duas dimensões.

O livro de Maria Helena de Novais também possui prefácio, ao que parece escrito pela própria autora. Nele constam informações de que a obra contemplava o programa de ensino da disciplina “geometria analítica” ensinada no ciclo geral de vários cursos da UFPE, como: matemática, estatística, engenharia, física, química e geologia. A autora explica que por ser uma disciplina comum a vários cursos optou por não incluir conceitos mais sofisticados do cálculo infinitesimal e integral. O que nos leva a entender que foi uma escrita pensada para esse público mais geral.

Os dois livros de Zózimo Menna Gonçalves possuem prefácio escrito pelo próprio autor. Ele era professor na UFF e explica, no primeiro exemplar – Geometria Analítica plana - Tratamento vetorial – que com a última reforma universitária a disciplina “Cálculo Vetorial – Geometria Analítica” do Instituto de Matemática da UFF foi desdobrada em duas disciplinas: uma com o nome *Cálculo Vetorial* e a segunda

chamada *Geometria Analítica*. Com essa divisão, o autor informa que seu exemplar *Curso de Geometria Analítica com Tratamento Vetorial* foi subdividido em três livros: *Geometria Analítica Plana/Tratamento vetorial*, *Geometria Analítica no Espaço/Tratamento vetorial* e *Curvas Planas e Reversas*, que segundo Gonçalves (1978) as duas primeiras obras, as quais analisamos neste trabalho, contemplam todo o programa da disciplina Geometria Analítica ministrada na UFF em quinze semanas com quatro créditos semanais. Desse modo, conforme o autor nos mostra tanto a GA plana quanto a GA espacial eram trabalhadas no ensino superior no contexto da UFF no período de publicação dos exemplares: final da década de 1970.

Como segundo critério de análise ficou estabelecido identificar qual o tratamento dado à GA em cada obra. Notamos que Alencar Filho (1964) e Silveira (1968) abordam uma GA plana, Novais (1973) apresenta um estudo de GA plana e espacial. Já Gonçalves (1978) trata em uma obra da GA plana e na segunda a GA espacial. Entretanto, no exemplar de Novais (1973) os conceitos trabalhados para a GA espacial são abordados em apenas um capítulo ao tratar de superfícies de revolução e quádricas, por exemplo. Por outro lado, Gonçalves (1978) produziu um livro para a GA espacial compreendendo desde coordenadas no espaço, vetores e retas no espaço até superfícies e curvas em três dimensões.

Nessa perspectiva, a partir dessas obras não é possível afirmar que nesse período, qual GA, plana ou espacial, prevalecia no ensino da GA em curso superior. Quanto ao tratamento dado em cada manual, também não é possível constatar qual linguagem (algébrica, geométrica ou vetorial) domina este ensino no período analisado.

No exemplar de Alencar Filho (1964), a linguagem algébrica é predominante. A palavra “vetor” e a expressão “medidas algébricas dos vetores” aparecem apenas no primeiro capítulo, porém são mencionadas no meio de uma explicação sem definir anteriormente o que é um vetor. Além disso, o autor também utiliza “projeções” sem definir o que é uma projeção. Desse modo, se baseando no livro de Filho, o professor deveria saber vetores e projeções para ensinar a GA posta no exemplar.

No decorrer do exemplar de Alencar Filho (1964), ao abordar outros sistemas de coordenadas como o polar, o bilinear, polo-diretriz e o biangular o autor apresenta explicação teórica com ilustração em alguns momentos se apoiando em

alguns temas que não são definidos no livro indicando que tanto o professor quanto o aluno precisariam saber destes para seu uso. Por exemplo, no sistema polar é preciso ter um prévio conhecimento de trigonometria, enquanto nos sistemas bilinear e polo-diretriz tomam como base conhecimentos da geometria euclidiana plana (condição de existência de um triângulo e construção geométrica).

Por se tratar de um exemplar predominantemente algébrico, as manipulações algébricas remetem a um tipo de abordagem que o professor deve dominar *para ensinar a GA* segundo Alencar Filho. Trigonometria e diversos conceitos da geometria euclidiana plana também aparecem em outros momentos do livro, como nos estudos das curvas elipse, hipérbole e parábola, que são definidas como cônicas pelo autor apenas no final do capítulo destinado à parábola.

O livro de Silveira (1968) tem linguagem totalmente vetorial o que indica que o professor deveria saber manipular vetorialmente *para ensinar a GA* proposta na obra. Além disso, esta obra conta com um significativo número de representações gráficas, comparando-se com os demais exemplares analisados, acompanhando as explicações teóricas e os exemplos.

No estudo de curvas e equações, o autor elabora um quadro cujo título é “Correspondência mútua” exposto na Figura 14, onde ressalta a “unidade lógica” entre a Geometria e a Álgebra, que segundo ele, é o que “caracteriza a Geometria Analítica” (Silveira, 1968, p.94-95). Neste quadro, é mencionado, por exemplo, que “ponto” na geometria plana corresponde a “Dois números: abscissa e ordenada” na álgebra.

Desse modo, consideramos este quadro “Correspondência Mútua” como um encaminhamento metodológico presente no exemplar de Silveira para uso do professor no ensino da GA proposta.

Com relação ao livro de Novais (1973), primeiramente, foi possível observar que há presença de uma linguagem da Teoria dos Conjuntos como, por exemplo, ela define as coordenadas como uma correspondência biunívoca entre o conjunto dos pontos do plano e o conjunto de pares ordenados dos números reais, como podemos ver na figura a seguir.

Figura 21: Menção a teoria de conjuntos identificada tópico *Coordenadas no plano* no livro *Cálculo vetorial e geometria analítica*, de Novais (1973)

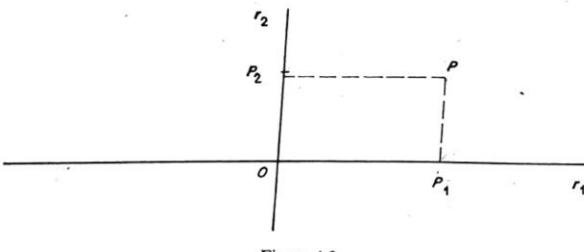
.2 COORDENADAS NO PLANO

Podemos estabelecer uma correspondência biunívoca entre o conjunto dos pontos do plano e o conjunto dos pares ordenados de números reais.

Na verdade, sejam r_1 e r_2 duas retas concorrentes do plano e seja O o seu ponto de encontro.

a. Primeiro estabeleçamos uma correspondência biunívoca entre o conjunto dos pontos do plano e o conjunto dos pares ordenados de pontos, o primeiro da reta r_1 e o segundo da reta r_2 .

A cada ponto P do plano façamos corresponder um ponto $P_1 \in r_1$ e um ponto $P_2 \in r_2$, construídos da seguinte maneira: o ponto P_1 é obtido pela intersecção de r_1 com a paralela a r_2 conduzida por P e o ponto P_2 é obtido pela intersecção de r_2 com a paralela a r_1 conduzida por P , como se vê na Fig. 1.3.



Fonte: Novais (1973, p. 2)

Sabemos que a linguagem da Teoria dos Conjuntos pode ser uma consequência do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que no Brasil ocorre a partir da década de 1960, sobretudo nos níveis primário e secundário. Por meio dessa percepção, pode-se dizer que tomando o livro de Novais, o professor deveria saber sobre a linguagem da Teoria dos Conjuntos que permeia o exemplar para ensinar GA.

Quanto aos livros de Gonçalves (1978), o autor aponta nos títulos que são obras com “tratamento vetorial”. Contudo, no primeiro exemplar onde trata da GA plana, há mais capítulos com abordagem apenas algébrica, como é o caso dos capítulos que estudam as curvas circunferência, parábola, elipse e hipérbole, além dos capítulos que tratam de curvas algébricas especiais e transcendentais. No entanto, ele expõe o conteúdo com um uso frequente de representações gráficas durante as explicações, ou seja, há um tratamento geométrico desses saberes. Isso ocorre em praticamente metade do exemplar, ou seja, indo contra ao próprio título do livro que contém a expressão “tratamento vetorial” (*Geometria Analítica Plana – Tratamento Vetorial*) e ao que se informa no prefácio: proposta do exemplar ser todo vetorial reforçando o título.

O segundo exemplar de Gonçalves referente a uma GA espacial é todo trabalhado com a noção vetorial. Como estes exemplares tratam de uma reestruturação de uma “nova” disciplina “Geometria Analítica” desmembrada da “antiga” “Cálculo Vetorial e Geometria Analítica”, é pressuposto pelo autor, baseado na estrutura do curso de Matemática da UFF, que o professor deveria saber cálculo vetorial para saber ensinar a GA proposta pelos livros.

Gonçalves disponibiliza, tanto na primeira obra quanto na segunda, apêndices para auxiliar o estudo sistematizado por essas. O exemplar que trata da GA plana conta com dois apêndices, sendo o primeiro com fórmulas e conhecimentos mais usados da Álgebra e da Trigonometria, enquanto o segundo contém resumos do cálculo vetorial no plano. Já no exemplar que trata da GA espacial o apêndice apresenta as principais fórmulas e conhecimentos relativos a vetores no espaço tridimensional.

Consideramos como terceiro critério de análise apurar como cada autor apresenta ou define vetor, pois é um conceito central na Geometria Analítica. Como mencionamos, no livro de Alencar Filho (1964) não contém a definição de vetor, mas ele cita este conceito em alguns momentos considerando que o leitor já conheça. Novais (1973) define a partir de classes de equipolência de segmentos orientados chamando-o de *vetor livre* e Silveira (1968) considera o vetor como um ente matemático representativo de uma grandeza (vetorial) e ainda atribui o vetor como uma imagem geométrica de um segmento orientado.

Enquanto isso, nas obras de Gonçalves (1978) não consta definição para vetor. O autor já considera que o leitor tem conhecimento deste conceito ao utilizar seus livros, porém fornece ao final de cada exemplar alguns resumos em apêndices com conceitos iniciais do cálculo vetorial em forma de fórmulas e propriedades de vetores, mas não contém qualquer definição, ou seja, mesmo nos resumos ele optou por não apresentar uma definição para vetor.

Outro critério de análise é identificar propostas metodológicas em tais obras. Nos exemplares de Alencar Filho (1964) e Novais (1973) a estrutura comprehende apresentação do conteúdo, exemplos em alguns momentos e exercícios/problemas para fixação. No entanto, não há outras indicações metodológicas para que o professor possa se guiar; apenas sugere que em determinadas partes o docente deva saber certos conceitos preliminares.

Por outro lado, o exemplar de Silveira (1968) apesar de seguir essa estrutura de apresentação do conteúdo, exemplos e exercícios, estabelece maneiras de escrita que podem indicar procedimentos metodológicos para o ensino da GA, como por exemplo, estabelecer uma organização didática numerada ao explicar o conteúdo como podemos ver na figura a seguir.

Figura 22: Explicação do tópico *Produto de um vetor por um escalar* no livro *Geometria analítica plana*, de Silveira (1968)

4. PRODUTO DE UM VETOR POR UM ESCALAR —

I) *Definição* — Chama-se *produto* de um vetor \vec{a} por um número real k ou vice-versa, um vetor \vec{b} , de mesma direção que \vec{a} , cuja razão para o vetor \vec{a} é igual ao escalar k . Escreve-se:

$$\vec{b} = k \vec{a} \text{ ou } \vec{b} = \vec{a} k \quad (1)$$

Decorre da definição, que o vetor \vec{b} é obtido de \vec{a} por meio da homotetia de razão k .

II) *Propriedades* —

a) a fórmula ou igualdade vetorial (1), quando k varia de $-\infty$ — $\vec{a} + \infty$, representa todos os vetores \vec{b} , paralelos ao vetor \vec{a} . Se k é positivo, \vec{b} e \vec{a} terão o mesmo sentido e, se k é negativo, \vec{b} terá sentido contrário ao de \vec{a} , e reciprocamente.

Em particular, se $k = 0$, o vetor \vec{b} será o vetor nulo; se $k = 1/n$, a operação definida expressa o quociente de um vetor por um escalar n :

$$\vec{b} = \frac{\vec{a}}{n}$$

b) é evidente que a operação definida, além de *comutativa*, goza também da propriedade *associativa*:

$$(mn)\vec{a} = m(n\vec{a})$$

Fonte: Silveira (1968, p. 26)

Esse padrão de organizar a escrita de forma numerada é adotado por Silveira (1968) em todo o exemplar e difere das obras de Alencar Filho (1964) e Novais (1973) que são estruturadas com parágrafos às vezes curtos, às vezes longos.

Já nas duas obras de Gonçalves (1978), o autor mantém uma estrutura de apresentação do conteúdo com o suporte de ilustrações (representação gráfica) do que está sendo explicado. Pouco se usa exemplos e em quase todos os capítulos disponibiliza exercícios.

Articulado com esse critério de identificar possíveis propostas metodológicas foi considerado pertinente, com base no referencial teórico de saberes profissionais, apreender saberes para o ensino de geometria analítica nas obras.

Retomando o que já mencionamos como saberes nos livros, temos que na obra de Alencar Filho (1964) há indícios de saberes profissionais *a ensinar* que deveriam compor o repertório do professor quando o autor menciona “vetor”, “projeção”, “medidas algébricas dos vetores”, sem definir antes. Assim, o professor ao utilizar esta obra no ensino de GA precisa ter conhecimento destes conceitos. Outros conteúdos que não estão presentes no livro de Alencar Filho (1964), mas são necessárias para o ensino de parte do conteúdo de GA são: trigonometria e manipulação algébrica.

No livro de Novais (1973), de modo análogo, identificamos como indícios de saberes *a ensinar*: linguagem da teoria de conjuntos. Nos livros de Gonçalves (1978), a linguagem vetorial, operar vetorialmente, as propriedades de vetores. Já no livro de Silveira (1968) também consideramos como saberes *a ensinar* pressupostos a linguagem vetorial e como saberes *para ensinar* a organização didática do conteúdo.

Na investigação dos exercícios ou problemas, devemos considerar o que cada obra trata como “exercícios” ou “problemas”, também levando em conta o contexto da época. A obra de Alencar Filho (1964) adota listas com “Problemas para resolver” como título, além de duas listas que aparecem em dois capítulos do exemplar chamadas de “Problemas Diversos”. Entendemos que o autor “classifica” como “problemas para resolver” aqueles mais técnicos, pois são de resolução mais direta com tratamento todo algébrico. Como, por exemplo, identificar equações de retas de curvas no plano a partir de pontos. Por outro lado, as listas denominadas “Problemas diversos” são aqueles com maior grau de dificuldade e que suas soluções são demonstrações matemáticas, ou seja, que exigem um maior rigor matemático.

Nas demais obras os autores utilizam a expressão “Exercícios”, contendo vários tipos: de aplicação direta de fórmulas; de construção; de fixação da terminologia; de prova e demonstração e de verificação. Entretanto, cabe observar que nos exemplares de Silveira (1968) e Gonçalves (1978) o termo “Problemas” aparece em momentos de discussão dos conteúdos. Por exemplo, no livro

Geometria Analítica Espacial – Tratamento vetorial de Gonçalves, 1978, o termo “problemas” aparece em dois momentos: no capítulo 5, de título “Problemas sobre planos e retas” em que são discutidas as formas de encontrar equações de planos e retas a partir de condições dadas. Ou seja, Gonçalves (1978) considera “Problemas” como um termo indicativo de explicar conteúdo. De forma análoga, Silveira (1968) toma o uso da expressão “problemas” para explicar conteúdos como é o caso dos capítulos de títulos “Problemas Métricos – Distância e Ângulos” e “Problemas sobre a circunferência do círculo”.

Atribuímos como finalidades de exercícios e problemas identificados: estímulo para os alunos assimilarem os conceitos, definições e terminologias, como também, desenvolverem o espírito de rigor nas demonstrações (principalmente na obra de Filho nas listas “Problemas para resolver”), e por fim, exercícios de verificações de equações e aplicações de fórmulas.

Estas análises permitiram levantar algumas questões para compor a investigação: a presença do tratamento algébrico em diversos momentos poderia se justificar pela dificuldade de representação no espaço? Pois a álgebra permite utilizar procedimentos de forma mais padronizada e talvez por isso parecesse ao professor/autor um campo mais seguro.

6.2 À GUIA DE CONCLUSÃO

Esta pesquisa assumiu como objetivo investigar como se configura a GA em livros para o ensino superior nas décadas de 1960 e 1970, a partir de obras específicas desse assunto produzidas por autores brasileiros com circulação no contexto da UFJF. A História Cultural como referencial teórico auxiliou no processo de análise das fontes para compreender e produzir uma representação sobre esse ensino.

Lembramos que o recorte temporal escolhido comprehende o fato histórico do surgimento de mais livros de autores brasileiros, deixando de lado as obras estrangeiras ou traduzidas que eram maioria. Vimos em Duarte e Oliveira (2010) que o primeiro curso superior de Matemática foi instituído em 1934 em São Paulo e, que até então, os professores de matemática eram engenheiros.

Desse modo questionamos se o fato de os primeiros autores brasileiros de livros de ramos da Matemática para o ensino superior surgir apenas a partir da década de 1960 é resultado dos cursos de matemática no Brasil após a década de 1930. Embora observamos que um dos autores dos livros analisados não possui formação em matemática. Então qual critério para produzir um livro de GA para o ensino superior? A prática docente bastaria?

Diante do que foi analisado buscamos construir uma representação histórica sobre esse ensino problematizando a GA sistematizada nesses exemplares. E, em tempo, discutir a possibilidade de apreender saberes profissionais para o ensino de GA em tais livros analisados.

Retomando uma de nossas questões norteadoras: *qual a Geometria Analítica sistematizada em exemplares de autores brasileiros das décadas de 1960 e 1970 para o ensino em nível superior?*

Constatamos que, nas obras analisadas, levando em conta livros presentes nas bibliotecas da UFJF, cada uma apresenta uma proposta de ensino de GA própria. O livro de Alencar Filho (1964) propõe uma GA plana caracterizada pelo tratamento algébrico com poucas representações gráficas; Silveira (1968) também trabalha a GA plana, mas diferente de Alencar Filho, aborda vetorialmente e incentiva a visualização geométrica dos conceitos.

Novais (1973) discute a GA plana com tratamento vetorial e alguns tópicos da GA espacial, como superfícies de revolução e quádricas. A autora mobiliza a linguagem da Teoria de Conjuntos para o ensino de GA ao definir conceitos utilizando termos como “correspondência biunívoca entre conjuntos”. No entanto, ela não se apoia tanto em representações gráficas. E, Gonçalves (1978), nas suas duas obras estimula uma GA com tratamento vetorial e com bastante uso de representações gráficas para a visão geométrica.

Sendo assim, nas décadas de 1960 e 1970, tomando como base as obras analisadas, a GA no ensino superior contemplava tanto a perspectiva plana, quanto a espacial.

Em relação a nossa segunda questão norteadora: *quais motivações e referências marcaram a produção dessas obras?*

Entendemos aqui motivações e referências tanto do contexto da época (autores de outros exemplares, outros professores) bem como, da própria prática

docente de cada autor. Nas obras analisadas, as principais referências ou motivações que notamos são em relação a cada contexto em que foram produzidas. Com exceção do livro de Edgard de Alencar Filho, os demais foram produzidos a partir de necessidades que surgiram para cada autor.

A autora Maria Helena Novais registrou no prefácio que o exemplar contemplava o programa da disciplina Geometria Analítica na UFPE; embora não tenhamos a confirmação que ela foi professora de GA nessa universidade fica colocada a hipótese dada a especificidade de a proposta atender ao programa da disciplina.

O autor Zózimo Menna Gonçalves atribuiu a produção de seus livros analisados neste trabalho ao conteúdo programático das “novas” disciplinas que surgiram no Instituto de Matemática da UFF, onde ele atuava como professor. Informação descrita pelo próprio autor no prefácio de um dos exemplares. Assim, sua principal motivação para desenvolver estas obras parece decorrer da necessidade de atender uma demanda: criação de disciplinas universitárias.

O autor Hélio Siqueira Silveira foi comprovadamente professor de Geometria Analítica na UFJF, conforme Soares (2013), que inferiu que Silveira foi referência no ensino da disciplina, produzindo notas de aulas que foram utilizadas inclusive como indicações bibliográficas na ementa da disciplina durante longo período na instituição. Suas notas de aulas se tornaram apostilas e, como consequência, uma das apostilas se tornou o livro que analisamos aqui.

Dessa maneira, atribuímos como uma referência para Silveira (1968) a sua prática docente e experiência com o ensino de GA constatada também pelo autor do prefácio de seu livro, o professor e autor de livros Roberto Peixoto.

Nossa terceira e última questão norteadora: *quais saberes são sistematizados para o ensino de GA neste período?*

Identificamos como indícios de saberes *a ensinar* geometria analítica nas décadas de 1960 e 1970: o uso da linguagem da teoria de conjuntos, o tratamento vetorial no plano e no espaço, o tratamento algébrico, o uso de conceitos da trigonometria e da geometria euclidiana plana e espacial. E, como saberes *para ensinar* a organização didática predominante composta por apresentação da teoria, exemplos e exercícios. Conforme nosso referencial teórico-metodológico,

sistematizamos esses conceitos como saberes *a e para ensinar* geometria analítica no superior nas obras analisadas.

Como mencionamos, esta pesquisa gerou o *podcast* **EnsiGA Podcast**, com o objetivo de discutir e divulgar os estudos da área história da educação matemática possibilitando atingir, além de pesquisadores e pós-graduandos em Educação Matemática, estudantes e professores distantes do meio acadêmico. Em um dos episódios o tema tratado foi sobre o uso do livro didático e a produção deste.

Neste episódio contamos com a participação de professoras que lecionam atualmente a disciplina GA no ensino superior e uma professora da Educação Básica. Provocamos nossas convidadas com a questão “*qual seria o ‘melhor’ livro para o professor ensinar Geometria Analítica?*” Foram levantadas reflexões que relacionamos com a pesquisa aqui presente.

Uma das participantes, a professora Cristiane Mendes (UFJF), registrou a interessante fala de que o melhor livro para ela ensinar GA será aquele que talvez um dia ela escreva e justifica dizendo que assim consegue livros que são da “vida real”. Ela ainda enfatiza a importância de “se ter um livro texto seja ele maravilhoso, mais ou menos, ou pelo menos razoável, pois faz parte da formação de um aluno de um curso superior ter a oportunidade de ter um livro na mão, de criticar o livro...” (Mendes, 2024, via *podcast*).

Essa fala de Mendes nos revela alguns aspectos para se escrever um livro, como levar em conta o contexto, público-alvo e o amadurecimento de quem escreve a partir da prática. Nas obras que analisamos o livro do professor Hélio Siqueira Silveira é um exemplo muito próximo disso: ele obteve experiência no ensino de geometria analítica, produziu notas de aulas que se tornaram apostilas e uma delas deu vida ao livro que analisamos. De acordo com Soares (2013), que entrevistou ex-alunos de Silveira, ele foi uma grande referência. Talvez para ele o melhor livro fosse o que ele escreveu.

Em tempo, esperamos que esta pesquisa possa estimular os estudos em história da educação matemática a partir de análises de livros didáticos, que consideramos relevantes para o ensino e aprendizagem. E, nos interrogamos, se o desenvolvimento do campo da Educação Matemática a partir da década de 1980 no Brasil, vem possibilitando mudanças nos livros de textos voltados ao ensino superior de GA, em termos metodológicos.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Letícia Genevain. **O Ensino de curvas cônicas no curso secundário.** 2023. Dissertação (Mestrado Profissional) – Departamento de Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2023.
- ALENCAR FILHO, Edgar. **Elementos de Geometria Analítica Plana.** 2^a edição. São Paulo: Livraria Nobel S. A, 1964.
- AVELAR, G. V. O conceito de vetor em manuais de Geometria Analítica publicados na década de 1960. 2023. In: **28ª Semana da Matemática**, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2023.
- BELTRAME, Josilene. **Os programas de ensino de Matemática do Colégio Pedro II: 1837 – 1932.** 2000. Dissertação (Mestrado Acadêmico) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.
- BURKE, Peter. **O que é História cultural?** 2^a edição. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.
- CHARTIER, Roger. et al. **A história cultural: Entre práticas e representações.** Lisboa: Difel, v. 1, p. 12, 1990.
- CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & educação**, v. 2, n. 2, p. 177-229, 1990.
- CHOPPIN, A. O historiador e o livro escolar. **História da Educação**. Pelotas, v. 6 no 11, pp.79- 109, 2002.
- CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e pesquisa**, v. 30, p. 549-566, 2004.
- COSTA, D. A.; VALENTE, W. R. O repositório de conteúdo digital nas pesquisas de história da educação matemática. **RIDPHE_R: Revista Iberoamericana do Patrimônio Histórico-Educativo**, v. 1, n. 1, p. 96-110, 2015.
- DIAS, A. L. M. Tendências e Perspectivas Historiográficas e Novos Desafios na História da Matemática e da Educação Matemática. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 14, n. 3, p. 301-321, jan. 2012.
- DUARTE, A. R. S.; OLIVEIRA, M. C. A.; PINTO, N. B. A relação conhecimento versus conhecimento pedagógico na formação do professor de matemática: um estudo histórico. **Zetetike**, v. 18, n. 1, p. 103-136, 2010
- GONÇALVES, Zózimo Menna. **Geometria Analítica Plana - Tratamento Vetorial.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, 1978.
- GONÇALVES, Zózimo Menna. **Geometria Analítica no espaço - Tratamento Vetorial.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, 1978.

HOFSTETTER, Rita; SHNEUWLY, Bernard. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, Rita; VALENTE, Wagner. **Saberes em (trans) formação:** tema central da formação de professores. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 113-172.

HORTON, Myles. **We make the road by walking:** Conversations on education and social change. Temple University Press, 1990.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista brasileira de história da educação**, v. 1, n. 1, p. 9-43, 2001.

LUDVIG, I. C.; COSTA, D. A. Um relato de experiência sobre o projeto “O Repositório de Conteúdo Digital (RCD): fontes de pesquisa sobre história da educação matemática”. **ACERVO: Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP**, v. 2, p. 274-283, 2020.

SIQUEIRA, M. F. et al. Escolarização da geometria analítica no ensino secundário: uma análise de livros didáticos em três períodos do século XX. **ACERVO: Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP**, v.2, p.47-80, 2020.

MATOS, J. M. Prefácio: História da Educação Matemática e Educação Matemática. **História da Educação Matemática e Formação de Professores: aproximações possíveis**, p. 19-51, 2020.

MANSUR, D. R.; ALTOÉ, R. O. Ferramenta Tecnológica para Realização de Revisão de Literatura em Pesquisas Científicas. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, v.10, n. 1, p. 8-28, 2021. Acesso ao artigo:
<https://ojs.ifes.edu.br/index.php/saladeaula/article/view/1206>

NOVAIS, Maria Helena. **Cálculo Vetorial e Geometria Analítica**. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 1973.

ORUÊ, Gabriela Regina Vasques. **A trajetória escolar da Geometria Analítica no ensino secundário brasileiro:** constituição e funcionamento em tempos da Reforma Francisco Campos, 1931-1942. 2020. Dissertação (Mestrado Acadêmico) - Universidade Estadual de Maringá, 2020.

ROQUE, Tatiane. **História da Matemática:** desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVEIRA, Hélio Siqueira. **Geometria Analítica Plana**. Juiz de Fora: Sociedade Propagadora Esdeva. (Publicação Universidade Federal de Juiz de Fora), 1968.

SOARES, Suzana Ribeiro. **Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional). Instituto de Ciências Exatas-Departamento de Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

VALENTE, W. R. Do engenheiro ao licenciado: subsídios para a história da profissionalização do professor de Matemática no Brasil. **Revista Diálogo Educacional**, v. 5, n. 16, p. 1-20, 2005.

VALENTE, W. R. Quem somos nós, professores de matemática? **Cadernos Cedes**, v. 28, p. 11-23, 2008.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. REVEMAT: **Revista Eletrônica de matemática**, v. 2, n. 1, p. 28-49, 2007.

VALENTE, W. R. Oito temas sobre a história da educação matemática. 2013.

VALENTE, W. R. Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 20, n. 3, 2018.

VALENTIM JÚNIOR, Josélia L. **A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário**: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional). Instituto de Ciências Exatas-Departamento de Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.