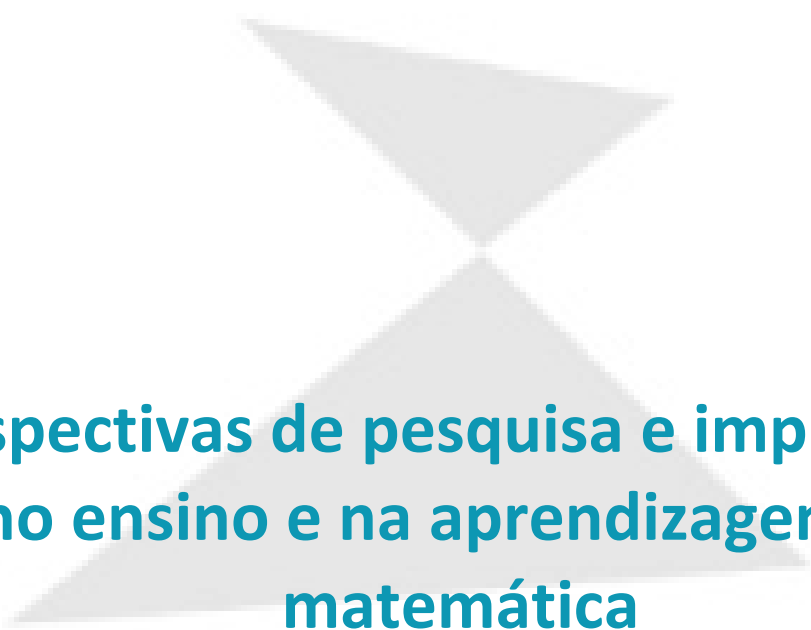


**WILLIAN CRUZ
CHANG RODRIGUES
AMARILDO SILVA
ORGANIZADORES**

**PERSPECTIVAS DE PESQUISA E IMPLICAÇÕES NO
ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA**



**WILLIAN CRUZ
CHANG RODRIGUES
AMARILDO SILVA
ORGANIZADORES**



**Perspectivas de pesquisa e implicações
no ensino e na aprendizagem de
matemática**

EDITORA
U F J F

1ª Edição
Juiz de Fora
2024

© 2024 Editora UFJF

Licença Creative Commons CC BY-NC-ND 4.0 Deed. Você pode compartilhar o material, respeitando os termos a seguir: conceda o devido crédito, inclua um link para a licença e sinalize quaisquer alterações realizadas; é proibido o uso do material para fins comerciais; caso remixe, transforme ou crie a partir do material original, fica vedada a distribuição da versão modificada.



Reitora: Girlene Alves da Silva

Vice-reitor: Telmo Mota Ronzani

Pró-reitora de Pós-graduação e Pesquisa: Priscila de Faria Pinto

Pró-reitora Adjunta de Pós-graduação e Pesquisa: Isabel Cristina Gonçalves Leite

Projeto Gráfico, Editoração e Capa: Lorena Fernandes Simoni

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Perspectivas de pesquisa e implicações no ensino e na aprendizagem de matemática [recurso eletrônico] / Willian Cruz, Chang Rodrigues, Amarildo Silva Organizadores. – Juiz de Fora : Ed. UFJF, 2024.

Dados eletrônicos (1 arquivo: 2,2 MB)

ISBN: 978-85-93128-71-4

1. Ensino de Matemática. 2. Educação Matemática. I. Cruz, Willian José da. II. Rodrigues, Chang Kuo. III. Silva, Amarildo Melchíades da. IV. Título.

CDU: 51(07)

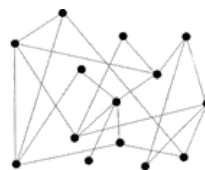
Bibliotecário responsável: Fabíola Rubim Silva - CRB-6 3230



Rua Isaías Régis de Miranda, 680
Hauer, Curitiba, PR, Brasil
contato@reflexaoacademica.com.br



Campus Universitário, bairro São Pedro
Juiz de Fora, MG, Brasil
editora@ufjf.br / propp@ufjf.br / ufjf.br/editora



Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Campus Universitário, bairro São Pedro
Juiz de Fora, MG, Brasil

Ensinar exige pesquisa

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que fazeres se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade.

Paulo Freire¹

¹ FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. 59ª edição. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2019

APRESENTAÇÃO

Caro(a) leitor(a),

Apresentamos esta obra que reúne as principais perspectivas e correntes de pesquisa do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática. Atualmente, o programa oferece cursos de Doutorado e Mestrado Profissional nessa área. Ao celebrarmos os 15 anos de existência, destacamos nosso compromisso com a formação continuada de professores que lecionam Matemática, tanto em Juiz de Fora como em outras regiões do país. Dividida em capítulos, a obra traça a jornada dos(as) pesquisadores(as) e professores(as) do PPGEM ao longo desses anos, marcada pelo sucesso e dedicação à Educação Matemática e à Educação em geral. Nosso foco reside no Ensino e na Aprendizagem da Matemática em todos os níveis. O compromisso do PPGEM reflete-se na estabilidade e competência de seu corpo docente, assim como na qualidade e quantidade de suas produções, sejam elas bibliográficas ou técnicas.

Os Organizadores.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1	5
HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: INVESTIGAÇÃO E ELABORAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS	
Maria Cristina Araújo de Oliveira	
CAPÍTULO 2	29
TRAJETÓRIA NO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: TEMAS DE INTERESSE, PROJETOS DE PESQUISA, ORIENTAÇÕES E REFERENCIAIS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS	
Reginaldo Fernando Carneiro	
CAPÍTULO 3	49
A FENOMENOLOGIA EM UM MESTRADO PROFISSIONAL	
Adlai Ralph Detoni	
CAPÍTULO 4	66
EXPERIMENTOS MENTAIS COMO METODOLOGIA DE ENSINO POR MEIO DA PERSPECTIVA SEMIÓTICA PEIRCEANA NO ÂMBITO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UFJF	
Willian José da Cruz	
CAPÍTULO 5	89
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ESCOLAR NO SÉCULO XXI: A FORMAÇÃO DE ESTUDANTES E PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Amarildo Melchiades da Silva	
Ronaldo Rocha Bastos	
Rosana de Oliveira	
CAPÍTULO 6	109
A ATUAÇÃO DE DOIS EDUCADORES MATEMÁTICOS CONDUZINDO PESQUISAS QUALITATIVAS E FORMANDO PROFESSORES DE MATEMÁTICA	
Marco Aurélio Kistemann Jr	
Fabiano dos Santos Souza	
CAPÍTULO 7	131
TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: TRAJETÓRIA, DESAFIOS E PERSPECTIVAS NO PPGEM	
Liamara Scortegagna	
Eduardo Barrére	
José Maria N. David	

CAPÍTULO 8	160
AÇÃO-REFLEXÃO-DISSCUSSÃO-AÇÃO: DESDOBRAMENTOS NAS PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	
Chang Kuo Rodrigues	
CAPÍTULO 9	183
POR ONDE ANDA A MATEMÁTICA? DISCUSSÕES SOBRE A FORMAÇÃO DENTRO E FORA DA ESCOLA	
Marco Antônio Escher	
SOBRE OS AUTORES	203

INTRODUÇÃO

A Universidade Federal de Juiz de Fora UFJF é uma instituição pública de ensino superior criada no ano de 1960. Esta Instituição de ensino vem contribuindo para que a cidade de Juiz de Fora se constitua em um polo educacional ao longo dos anos e vem atraindo estudantes das cidades do entorno bem como de outros estados do Brasil, até mesmo de outros países, por meio de convênios e acordos de cooperação.

Em 2009 dá início ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, com o Mestrado Profissional (MP) em Educação Matemática e, em 2024, após 15 anos, tem início a primeira turma de Doutorado Profissional

Os Programas profissionais se constituem como uma modalidade de Pós-graduação *stricto sensu* cujo objetivo é capacitar profissionais, por meio de pesquisa nas diversas áreas do conhecimento, mediante ao desenvolvimento de produtos, processos, métodos e técnicas que visam atender demandas do mercado de trabalho e melhor qualificar os profissionais para a atuação no mesmo. No campo da Educação Matemática, o principal objetivo é formar professores para o desenvolvimento de pesquisa aplicada ao ensino nas áreas de Educação Matemática e Ensino de Ciências em seu ambiente de trabalho para o pleno exercício da docência no Ensino Fundamental, Médio e Superior.

Este livro é um compêndio das pesquisas desenvolvidas no âmbito do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática - UFJF, com foco no ensino, na aprendizagem e na formação de professores que ensinam Matemática, visando mudanças efetivas nesses processos. Esta obra também se constitui como referência para a compreensão das vertentes de pesquisa fomentadas no âmbito do PPPGEM.

Dividimos esta obra nos seguintes capítulos: *História da educação matemática: investigação e elaboração de produtos educacionais; Trajetória no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática: temas de interesse, projetos de pesquisa, orientações e referenciais teóricos e metodológicos; A Fenomenologia em um mestrado profissional; Experimentos Mentais como Metodologia de Ensino por meio da perspectiva semiótica peirceana no âmbito do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UFJF; Educação Matemática Escolar no Século XXI: a formação de estudantes e professores da Educação Básica; A atuação de dois educadores*

matemáticos conduzindo pesquisas qualitativas e formando professores de matemática; Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática: trajetória, desafios e perspectivas no PPGEM; Ação-Reflexão-Discussão-Ação: desdobramentos nas pesquisas em Educação Matemática; Por onde anda a matemática? Discussões sobre a formação dentro e fora da escola.

O capítulo 1, “*História da educação matemática: investigação e elaboração de produtos educacionais*”, apresenta a temática, apontando suas características e distinção em relação à História da Matemática; o que confere a ela maior proximidade com a formação de professores que ensinam matemática. A História da Educação Matemática investiga e produz conhecimentos sobre processos, materiais, personagens, vagas pedagógicas, elaboração/produção de matemática escolar, ou de *matemática do ensino* (Valente, 2023), em diferentes níveis de ensino ao longo do tempo. Assim, a Hem, dito de forma sintética, se volta para as questões do ensino e da aprendizagem da Matemática em qualquer tempo. Neste capítulo são apresentados os projetos de pesquisa desenvolvidos no PPGEM, bem como os trabalhos em nível de mestrado articulados a esses. São também indicados os produtos educacionais associados aos projetos. Com a apresentação dos projetos, procurou-se também explicitar os principais resultados decorrentes de cada um deles até o momento.

O capítulo 2, “*Trajетória no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática: temas de interesse, projetos de pesquisa, orientações e referenciais teóricos e metodológicos*”, tem como objetivo apresentar os principais projetos de pesquisa, trazer um pouco sobre o referencial teórico de formação de professores e apresentar algumas reflexões sobre pesquisa narrativa (auto)biográfica, perspectiva metodológica que tem sido estudado até então. Além disso, também há apresentação das pesquisas oriundas das orientações ao longo dos 10 anos no PPGEM por parte do autor, além de tecer algumas considerações.

O capítulo 3, “*A Fenomenologia em um mestrado profissional*”, expõe uma trajetória de estudos e pesquisas no âmbito do Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFJF, que são trabalhados na concepção fenomenológica de Educação, em, principalmente, orientações de dissertações sob a coordenação do autor. Forma-se um contexto das ideias fenomenológicas, embasando referenciais teóricos e bases

metodológicas, que são considerados nos estudos dos discentes. Oferece-se referências de literatura de base teórica e de pesquisadores fenomenológicos.

No capítulo 4, *“Experimentos Mentais como Metodologia de Ensino por meio da perspectiva semiótica peirceana no âmbito do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UFJF”*, o autor faz um arrazoado sobre a pesquisa desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, cujo foco está no desenvolvimento dos Experimentos Mentais como Metodologia de Ensino, com base na semiótica sob a perspectiva peirceana.

O capítulo 5, *“Educação Matemática Escolar no Século XXI: a formação de estudantes e professores da Educação Básica”*, tem como finalidade apresentar o programa de investigação e seu primeiro macroprojeto de pesquisa de modo a informar novos pesquisadores com interesse nas temáticas propostas a se inserir no grupo de pesquisa para efetivar o *design* de seus projetos de pesquisas de mestrado, doutorado profissional, estágios pós-doutoral ou se envolver, como professor em exercício, em atividades de investigação.

O capítulo 6, *“A atuação de dois educadores matemáticos conduzindo pesquisas qualitativas e formando professores de matemática”*, objetiva explicitar as ações de dois educadores matemáticos que têm atuado na Educação Matemática com a formação de Professores de Matemática da Educação Básica e Superior, buscando despertar nestes professores a importância da prática docente, ambientada em cenários para investigação no contexto da Educação Financeira e da Educação Estatística.

O capítulo 7, *“Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática: trajetória, desafios e perspectivas no PPGEM”*, apresenta a trajetória do grupo de professores que atua na Linha 2 do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), indicando os movimentos feitos nos últimos anos e a consonância destes com temáticas inovadoras pesquisadas como, Cultura Digital, Educação a Distância, Educação Híbrida, Objetos de Aprendizagem, Inteligência Artificial na Educação, Formação continuada de professores, Gamificação, Pensamento Computacional, Vídeos educacionais, Colaboração e Aprendizagem Colaborativa Apoiada por Computador e Metodologias Ativas. Bem como são destacados os projetos de pesquisa, as orientações realizadas e os resultados por meio da indicação das dissertações e Produtos Educacionais desenvolvidos.

O capítulo 8, intitulado *“Ação-Reflexão-Discussão-Ação: desdobramentos nas pesquisas em Educação Matemática”*, apresenta uma visão da Educação Matemática, destacando sua relevância na pesquisa e prática pedagógica, especialmente no contexto da Educação Básica. A partir de uma análise das vertentes da Didática da Matemática, enfoca a interação entre professor, aluno e conhecimento no processo de ensino e de aprendizagem. Além disso, discute projetos e grupos de pesquisa no campo da Educação Matemática, destacando a colaboração entre pesquisadores e a importância do diálogo para além da instituição local. O texto aborda ainda as orientações concluídas pela autora, com foco em temas como Educação Estatística, Educação Financeira e Didática da Matemática, demonstrando a diversidade de abordagens e metodologias utilizadas. Por fim, o texto oferece uma visão abrangente e detalhada do campo da Educação Matemática, abordando temas relevantes e atuais, destacando a importância da pesquisa e prática pedagógica nesse contexto.

No capítulo 9, *“Por onde anda a matemática? Discussões sobre a formação dentro e fora da escola”*, propõe trazer algumas das principais influências teórico/metodológicas da trajetória de formação do pesquisador/autor, desde a graduação até os dias atuais, e que deram origem às pesquisas relacionadas às orientações concluídas e em curso.

CAPÍTULO 1

HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: INVESTIGAÇÃO E ELABORAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS

Maria Cristina Araújo de Oliveira

PRELIMINARES

Esse capítulo tem como objetivo produzir uma explicação sobre o campo da História da educação matemática (Hem), como temática de investigação e ainda, caracterizar o trabalho desenvolvido nessa área no âmbito do PPGEM desde 2009.

Sobre a História da educação matemática cabe uma primeira diferenciação de sua “prima” mais velha, bem mais velha, a História da Matemática. Enquanto a História da Matemática tem como foco a trajetória histórica de elaboração/produção de conceitos, ideias, resultados da Matemática como campo de conhecimento; a História da educação matemática tematiza processos, materiais, personagens, vagas pedagógicas, elaboração/produção de matemática escolar, ou de *matemática do ensino* (Valente, 2023), em diferentes níveis de ensino ao longo do tempo. Assim, a Hem, dito de forma sintética, se volta para as questões do ensino e da aprendizagem da matemática a qualquer tempo.

Tomando como ponto de partida essa explanação bem geral, gostaria ainda de pontuar dois aspectos que ajudam a caracterizar a Hem. Primeiro que ela não se restringe aos estudos desenvolvidos somente a partir do surgimento do campo da Educação Matemática (EM) no Brasil. Aqui me refiro à EM como um campo de investigação e prática que tem como marco na sua trajetória de consolidação a década de 1980 do século passado. No espectro dos trabalhos desenvolvidos em Hem cabem estudos e problematizações sobre os processos de ensino, aprendizagem e formação de professores relativamente à matemática em qualquer tempo. Segundo outra marca da Hem é sua relação com a matemática; que se dá de um modo geral em contextos que

pessoas – alunos, professores, formadores; materiais didáticos ou voltados ao ensino; publicações – livros, revistas, vídeos; tratam, elaboram ou se relacionam com esse saber matemático.

1. COMO A HEM CHEGOU NO PPGEM - UFJF

O PPGEM iniciou suas atividades acadêmicas em 2009, nesse mesmo ano fui aprovada no concurso para docente do Departamento de Matemática e também credenciada para integrar o corpo docente permanente do Programa. Logo após a conclusão do meu doutorado em 2004, cujo tema da tese refere-se à formação inicial de professores de matemática, me interessei pela área de Hem e passei a fazer parte do GHEMAT, Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática. Esse grupo, coordenado pelo Prof. Wagner Valente da UNIFESP, foi minha principal referência de pesquisa na área de Hem; mas também no trabalho de investigação em uma dimensão mais alargada, ou seja, a participação em projetos de pesquisa amplos, de maior fôlego, envolvendo muitos pesquisadores de diversas instituições do Brasil e do exterior.

Nesse percurso de trabalho coletivo em torno de projetos de pesquisa vale destacar duas experiências em nível de intercâmbio internacional que tive oportunidade de participar. A primeira delas foi no projeto de cooperação Capes – Grices entre a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) e a Universidade Nova de Lisboa em Portugal, no projeto, *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos*. O projeto se desenvolveu entre os anos de 2006 e 2009, produzindo inúmeras publicações, titulações em nível de mestrado, doutorado e pós-doutorado e envolveu diversas instituições brasileiras para além da universidade sede, a PUC-SP. Em julho de 2010, o IX Seminário Temático sobre esse projeto, foi realizado na UFJF, tendo como um dos principais resultados a publicação do livro: *O Movimento da Matemática Moderna - história de uma revolução curricular*.

A segunda experiência em projeto de pesquisa de cooperação internacional foi no âmbito Capes – Cofecube, em torno do projeto: *O ensino de Matemática na escola primária nos séculos XIX - XX: estudos comparativos entre o Brasil e a França*. A coordenação desse projeto do lado brasileiro também foi do Prof. Valente, por fim,

realizei um estágio pós-doutoral na Université Paris XI, sob a supervisão do Prof. Renault D'Enfert, coordenador do lado francês do projeto.

Essas experiências e vivência no grupo de pesquisa GHEMAT me formou numa perspectiva de investigação coletiva em torno de projetos. Assim, a minha atuação como orientadora no PPGEM se dá nessa mesma direção. Nomeamos nosso grupo na UFJF como GHEMAT – UFJF, assim explicitamos nossa filiação teórico-metodológica com o GHEMAT, e também imprimimos a nossa identidade. A seguir, apresentarei os principais projetos de pesquisa já desenvolvidos e em desenvolvimento, e os subprojetos que resultaram em mestrados profissionais em Educação Matemática. Apresentarei também de forma sintética os caminhos teóricos e metodológicos seguidos no nosso grupo.

2. A PESQUISA NO PPGEM: PROJETOS E SUBPROJETOS EM HEM

As pesquisas que venho desenvolvendo, de um modo geral, referem-se a problematizações sobre a formação de professores que ensinam matemática em uma perspectiva histórica, ou seja, no âmbito da Hem.

Mas para desenvolver essas investigações quais percursos teórico-metodológicos são mobilizados? Quais conceitos, teorias, propostas metodológicas sustentam esses trabalhos? Antes de apresentar os projetos, farei uma síntese do aporte teórico-metodológico utilizado pelo grupo GHEMAT – UFJF.

3. ALGUNS ELEMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS: A PROFISSIONALIDADE PARA O ENSINO DE GEOMETRIA E DE DESENHO

Apresentaremos alguns conceitos mobilizados pelo grupo nas pesquisas que desenvolvemos cujo foco, de um modo geral, se circunscreve nas problemáticas da atuação e da formação docente para o ensino de Geometria e Desenho. Tal delimitação ficará explícita com a descrição dos projetos de pesquisa levados a cabo pelo grupo.

As pesquisas desenvolvidas pelo grupo tomam como referência estudos da história cultural de autores como Roger Chartier (1990) e Michel de Certeau (1982), que trazem contribuições fundamentais à produção de história. Conceitos como os de “apropriação”, “tática”, “estratégia”, por exemplo, possibilitam melhor compreender os

mecanismos que estão presentes na cultura escolar para a constituição de uma disciplina, além de orientarem a leitura das fontes de pesquisa.

Aliados com um movimento de afastamento de uma história da educação matemática *externalista*, praticada no mundo das ideias pedagógicas, voltamos nossos estudos *para dentro das salas de aula*. Mais precisamente, no interior da *cultura escolar*.

O conceito de cultura escolar formulado por Julia (2001), no texto “A cultura escolar como objeto histórico”, considera, inicialmente, que ela não pode ser estudada sem a análise “das relações conflituosas ou pacíficas que mantém, a cada período de sua história, com o conjunto das culturas que lhe são contemporâneas”: religiosa, política ou popular. (Julia, 2001, p. 10). Em seguida, a autora define cultura escolar como:

Um conjunto de *normas* que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de *práticas* que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos (Julia, 2001, p. 10).

Assim, adentrar no espaço da cultura escolar pressupõe não desconsiderar a relação entre essa e as demais culturas presentes em cada tempo e espaço escolar ou não. Nas investigações sobre a formação e a atuação de professores relativamente ao trabalho com a Geometria e o Desenho, os saberes profissionais têm centralidade. Sobre os saberes como objeto e como ferramenta do trabalho docente, há bastante literatura nos EUA a partir da década de 1980 e mais recentemente na Europa. Muitos estudos se referem ao conhecimento prático pessoal, integrado na experiência e na prática de ensino. Os estudos de Goodson (1993), por meio da narrativa de história de vida, se inserem nessa perspectiva, pela qual o saber não é concebido de forma diferenciada da ação. Barbier (1996), formula uma consequência teórica, a partir da distinção de duas significações da palavra saber: o campo do saber detido, que se inscreve na zona semântica das capacidades, dos conhecimentos, das competências, da disposição e das atitudes profissionais, que destaca como componentes identitários; e o campo do saber objetivado, que independe de quem os enuncia ou de quem deles se apropria. Os saberes objetivados são conserváveis, acumuláveis, apropriáveis. (Barbier, 1996, *apud* HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2009, p. 17). Assim o saber detido pode ser identificado em cadernos e notas de professores, em projetos e materiais produzidos. Enquanto que o saber objetivado se materializa em normas e manuais pedagógicos propostos aos professores.

Hofstetter e Schneuwly (2009), se distinguem das abordagens que adotam o ponto de vista da prática, considerando o saber a partir da sua mobilização no fazer. Os autores situam os saberes formalizados no centro de suas reflexões, tentando conceituar seu papel na profissão docente. Os autores definem dois tipos constitutivos de saberes relativos à profissão docente: os saberes a ensinar, os saberes que são objeto do trabalho docente; e os saberes para ensinar, que são as ferramentas para a ação docente.

O conhecimento para a atuação docente, situado no campo da *profissionalidade*, compreende o saber sobre: o assunto a ensinar, o estudante (em diferentes níveis, inclusive adultos), seus conhecimentos prévios, seu desenvolvimento, as formas de aprendizagem, as práticas de ensino (os métodos, os dispositivos, decomposição do saber a ensinar, modalidades de organização e de gestão, etc.).

A categorização de Shulman (1987), frequentemente revisitada, compreende: o conhecimento dos conteúdos disciplinares, o saber pedagógico, o saber sobre o currículo, o saber sobre os aprendizes, o saber sobre os contextos educativos, o saber sobre as finalidades educativas e sobretudo, o conhecimento pedagógico do conteúdo, um amálgama entre os conhecimentos e a pedagogia.

Para a análise da *profissionalidade* tomaremos a categorização proposta por Hofstetter e Schneuwly (2009), em pensar a formação docente segundo dois tipos de saberes: *para ensinar* e *a ensinar*. O primeiro leva em consideração os saberes, as elaborações teóricas e práticas para o exercício da docência; o segundo compreende os objetos/conteúdos/matérias/disciplinas que são ensinados.

Uma perspectiva da *profissionalidade* pode ser então pensada como a construção do saber para ensinar a partir do saber a ensinar. Ao longo do processo de profissionalização da docência, um conjunto de saberes vão constituindo a *profissionalidade*, saberes que são próprios ou compartilhados e participam da formação da identidade profissional: “em função do público e do grau escolar, em função dos conteúdos e disciplinas de ensino, em função do vínculo institucional e do *status* profissional.” (Hofstetter; Schneuwly, 2009, p. 17).

Essa *profissionalidade* é marcada por um grande esforço de teorização pedagógica e didática, que implica também uma formalização mais ampla da própria prática. No contexto europeu tanto os institutos de pesquisa, quanto os de formação,

passaram por fundamentais transformações diante da necessidade de garantir uma nova articulação entre os saberes práticos/profissionais e os saberes científicos, entre o campo profissional e o campo disciplinar.

Analisando as relações entre os diferentes saberes presentes na formação, Hofstetter e Schneuwly (2009), apontam que nos níveis mais elementares, os saberes são vistos como ferramentas para o ensino e na medida em que os níveis de ensino crescem esses vão assumindo o papel de objeto de ensino. Essa trajetória é acompanhada frequentemente do prestígio da categoria profissional, expresso pelo salário e pelo nível de formação. E ainda, a questão do gênero tem um papel significativo. As mulheres são maioria nos níveis mais elementares enquanto que os homens nos níveis mais escolarizados. Historicamente são os professores primários os primeiros a reivindicarem os saberes para ensinar e a se beneficiarem nas instituições de formação dessa caracterização.

Em estudo realizado sobre a *profissionalidade* para o ensino de Geometria entre as décadas de 1920 e 1960 em Minas Gerais, Oliveira (2015a), aponta que na década de 1920 as orientações dos programas para o ensino primário eram de caráter mais geral. Havia pouco detalhamento sobre o conteúdo e a forma de trabalhá-lo em sala de aula. Os métodos eram defendidos, sobretudo, em termos de ideias mais genéricas – por exemplo, indicava-se que a Geometria deveria ser ensinada de modo intuitivo, usando quase que exclusivamente os objetos presentes no cotidiano escolar das crianças como referência.

Já na década de 1960, a *profissionalidade* para o ensino de Geometria pode ser mais bem caracterizada, há mais elementos presentes nas prescrições deste período. Particularmente, os programas de 1965 vão apresentar um detalhamento maior tanto em termos dos conteúdos a serem trabalhados, quanto das formas de fazê-lo.

Nestes programas podem-se identificar também, para além da presença de mais elementos de *profissionalidade*, as marcas do Movimento da Matemática Moderna (MMM) nas propostas para o ensino da Geometria. São propostas atividades para o ensino dos conteúdos, com a utilização de materiais específicos. As indicações de atividades e recomendações para o ensino de Geometria se alinham com princípios defendidos na introdução do documento que podem ser identificados com o ideário da Matemática Moderna. Destacadamente identifica-se a preocupação com o raciocínio

em detrimento da memória, a valorização da descoberta no processo de aprendizagem e o percurso de ensino por meio de etapas – intuição, experimentação, generalização. Cabe ainda destacar que a *profissionalidade* foi mais bem caracterizada nos programas para o ensino primário do que nas prescrições para a formação de professores.

A partir desse lugar de estudo, ficam caracterizadas também as fontes para a pesquisa dos processos históricos de *profissionalidade*. Há que se realizar o esforço no sentido de buscar os vestígios deixados por cotidianos escolares passados. Esses vestígios, por circunstâncias as mais variadas, podem ser encontrados, compondo um conjunto de produtos da cultura escolar. Ao lado de toda normatização oficial que regula o funcionamento dos cursos, como leis, decretos, portarias etc., há uma série de produções dessa cultura: livros, cadernos de alunos e professores, diários de classe, provas etc. São essas as fontes de pesquisa que devem ser encontradas, organizadas e inventariadas a fim de estudarmos os elementos de *profissionalidade* para o ensino de Geometria e Desenho. Boa parte das fontes encontram-se já disponíveis no repositório digital², alocado na página da Universidade Federal de Santa Catarina, sob a responsabilidade do professor David Costa, pesquisador do GHEMAT, como resultado do esforço coletivo de outros pesquisadores do grupo, na busca, digitalização e disponibilização das mesmas. Mas há muito ainda a se buscar e organizar. O grupo GHEMAT – UFJF tem desenvolvido trabalho sistemático a partir da obtenção definitiva ou mesmo provisória de materiais advindos de práticas escolares que são digitalizados e inventariados pelo grupo. O acervo reúne cadernos de professores e de alunos, coleções didáticas, notas de aula, planos de ensino, documentos oficiais relativos ao ensino primário, entre outros. Cabe ao grupo o trabalho de digitalização e produção de fichas descritivas com os dados dos documentos para posterior disponibilização no repositório digital. Como parte desse trabalho já realizado pelo grupo, fizemos a digitalização e a disponibilização do material contido no acervo do Colégio Granbery, escola centenária da cidade de Juiz de Fora, Minas Gerais.

Cabe ressaltar ainda a importância de buscar, para além dos vestígios encontrados em Juiz de Fora, outros. Em Belo Horizonte, locais como as bibliotecas da UFMG, o Instituto de Educação, o Arquivo Público Mineiro e o Museu da Escola são

² <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>

referências importantes. O Centro de Documentação do GHEMAT, localizado em São Paulo, que reúne documentos, livros, cadernos de alunos e de professores, além de fornecer oficinas para o trabalho de catalogação e manutenção de documentos, se constitui em espaço de referência para o desenvolvimento da pesquisa. As bibliotecas da Universidade de São Paulo dispõem também de acervo único em termos de livros raros e publicações especializadas. Cabe ainda destacar a Biblioteca Nacional, localizada no Rio de Janeiro, como centro de referência na manutenção de documentos e livros que serão de interesse para os estudos desenvolvidos pelo grupo.

Desde 2015, o grupo GHEMAT-UFJF conta com um laboratório físico, o LaHem (Laboratório de História da educação matemática), que reúne livros, cadernos, apostilas e outros materiais escolares, além de computadores e mobiliário. Nesse espaço nos reunimos todas as quartas-feiras entre 14:00h e 18:00h. O LaHem conta com um site³ onde é possível conhecer um pouco mais o trabalho já realizado.

O tratamento das fontes de pesquisa como livros didáticos, por exemplo, tem nos trabalhos de Alain Choppin (2004), um apoio fundamental, a partir da reflexão que esse autor faz sobre os manuais escolares, considerando-os como produções culturais complexas. Os papéis dos arquivos institucionais e pessoais e os depoimentos orais são tratados na perspectiva indicada pelo historiador Jacques Le Goff (1992) relacionada com os conceitos de “monumento” e “documento”.

4. PROJETOS DE PESQUISA EM HEM

A seguir, farei uma breve apresentação do trabalho desenvolvido no PPGEM – UFJF na temática da Hem. Entre 2010 e 2013, o projeto, *A formação de professores de Matemática na Universidade Federal de Juiz de Fora: história das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica, Prática de Ensino de Matemática e História da Matemática*, possibilitou a conclusão de 6 mestrados profissionais e 4 trabalhos de iniciação científica.

O projeto investigou a história do curso de formação de professores de Matemática (licenciatura), na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), tomando

³ <https://www2.ufjf.br/lahem/> coordenado pelo mestrando Daniel José de Paula.

como referência a trajetória histórica das disciplinas Cálculo Diferencial e Integral - CDI, Geometria Analítica - GA, Prática de Ensino de Matemática- PEM e História da Matemática - HM. Considerando que o curso de Licenciatura em Matemática da UFJF teve início no final da década de 1960, o projeto se dedicou a examinar uma fase de implantação do curso a partir das disciplinas CDI, GA, PEM e HM. A questão norteadora desse projeto foi: Que transformações sofreram essas disciplinas ao longo do curso de licenciatura da UFJF? A perspectiva teórica utilizada para a realização dos estudos, referiu-se ao campo da história das disciplinas escolares. Buscou ampliar esse ferramental teórico e metodológico para além dos estudos que envolvem o ensino básico - as disciplinas escolares - onde muitos estudos já foram realizados. A investigação considerou as chamadas disciplinas acadêmicas do curso superior. As pesquisas realizadas mostraram a possibilidade de problematizar a produção de saberes em meio a uma cultura acadêmica.

Os trabalhos de mestrado relativos a esse projeto foram:

Sob a minha orientação

- História da Matemática: uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora de Wagner da Cunha Fragoso, finalizado em 2011.
- História do ensino de Cálculo Diferencial e Integral: a existência de uma cultura de Marcos Ribeiro Raad, concluído em 2012.
- Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970 de Suzana Ribeiro Soares, concluído em 2013.
- Os três trabalhos a seguir decorreram de desdobramentos e, em alguma medida e expansão do projeto original.
- Sistemas de Avaliações em Larga Escala na Perspectiva Histórico-Cultural: o caso do Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública SIMAVE de Carlos Renato Soares, finalizado em 2011.
- A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise dos livros didáticos utilizados entre a Reforma Capanema e o MMM de Josélio Lopes Valentim Jr, finalizado em 2013.

- O Desenho Geométrico como disciplina do curso de Licenciatura em Matemática: uma perspectiva histórica de Éder Quintão Lisboa, concluído em 2013.

Sob orientação do Prof. Valente

- Memórias de práticas: a disciplina 'Prática de Ensino' na formação do professor de matemática de Fernanda Luciana Tenório Magalhães, finalizado em 2013.

Esse projeto maior contou com financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Em termos de resultados do projeto maior e dos subprojetos articulados e decorrentes desse, identificamos os processos de reconfiguração de disciplinas que compõem o curso de Licenciatura em Matemática, como o caso da História da Matemática e da Prática de Ensino de Matemática, ao passo que se identifica “uma cultura de reprovação e de estabilidade de conteúdos nas disciplinas Cálculo Diferencial e Integral e Geometria Analítica, rubricas que, se pode dizer, integram um “núcleo duro” dos cursos de Ciências Exatas que ainda demandam propostas e ações por parte da comunidade de educadores matemáticos.” (Oliveira, 2013, p. 164).

O projeto *Geometria e Desenho na formação de professores primários no Brasil e na França, 1890 - 1970: o que dizem as normativas oficiais?* levado a cabo entre 2014 e 2015, possibilitou a realização de meu estágio pós-doutoral e a conclusão de um mestrado profissional. O projeto buscou investigar a que objetivos respondiam a inclusão da Geometria e do Desenho na formação dos professores primários no Brasil e na França no período de 1890 a 1970. Considerando as elaborações de historiadores e de historiadores da educação em conceitos como estratégias, táticas, apropriação e cultura escolar fundamentou-se a pesquisa.

A realização do pós-doutoramento gerou diversas publicações entre artigos, livros e capítulos de livros, internacionais inclusive; e no âmbito do mestrado o trabalho de Sílvia de Castro Barros intitulado *O ensino de Geometria na formação de professores primários em Minas Gerais entre as décadas de 1890 e 1940* foi concluído em 2015.

Por se tratar de investigação que abrangeu um longo período histórico, de 1890 a 1970, o projeto acabou implicando na elaboração de outros que permitissem aprofundar os resultados obtidos até então; que focam na legislação para a formação de professores primários. A dissertação de Barros (2015), se utiliza de resultados mais gerais sobre a presença da Geometria na formação de normalistas a partir de Oliveira (2015b), e aprofunda para o contexto mineiro até a década de 1940. No movimento de aprofundamento da problemática, Silva se utiliza de outros materiais utilizados em cursos de formação de professores, tais como cadernos da professora Alda Lodi, *expert* em didática da matemática (aritmética e geometria) entre as décadas de 1920 e 1930.

Como expansão da problemática sobre a Geometria e o Desenho como saberes para a formação de professores, elaboramos o projeto *Profissionalidade para o ensino de Geometria e Desenho*, desenvolvido entre 2015 e 2021. A partir de um movimento de teorização sobre as particularidades, características, constituintes dos saberes docentes para o ensino de Geometria e Desenho iniciamos um exercício teórico de elaboração do conceito de *profissionalidade* (Oliveira, 2018a).

Nesse projeto a proposta foi investigar saberes, propostas, condutas, bibliografias, materiais didáticos que se constituíram em elementos de profissionalidade para o ensino de Geometria e Desenho a partir de 1890. Numa perspectiva histórica, por meio da análise de vestígios do passado sobre esse ensino, intentou-se produzir uma compreensão sobre o percurso de constituição de uma cultura profissional específica para o ensino de Geometria e Desenho. Adotou-se como referencial teórico-metodológico estudos advindos da história cultural que permitem análises em termos de uma cultura escolar, e ainda outros que colocam os saberes como foco da análise da profissão docente. O período da investigação compreende vários movimentos pedagógicos, muitos deles internacionais, que referenciaram determinações oficiais e práticas nos cursos de formação dos professores. O método intuitivo e as lições de coisas, a escola nova, o Movimento da Matemática Moderna e a Educação Matemática são alguns exemplos de vagas pedagógicas que marcaram não só a formação dos professores, mas a forma como as disciplinas de Geometria e de Desenho se delinearam ao longo do tempo. O conhecimento produzido a partir dessa investigação criou uma base de compreensão mais aprofundada para se refletir sobre as relações entre a

formação dos professores e sua atuação, os conteúdos e os métodos aprendidos e ensinados.

A seguir elencamos os estudos em nível de mestrado concluídos a partir desse projeto, destacando os orientadores responsáveis, já que o projeto envolveu também outros dois professores do PPGEM. Sob minha orientação:

- A Educação Matemática e a elaboração de livros didáticos: a Coleção Matemática de Imenes e Lellis de Wanderlei José Pires Júnior, 2016.
- Que Geometria ensinar às crianças em tempos de Matemática Moderna? Referências e práticas de uma professora da cidade de Juiz de Fora de Thiago Neves Mendonça, 2016.
- O Desenho na Reforma João Pinheiro de 1906 em Minas Gerais de Andréia Magalhães Dias Almeida, 2017.
- O saber Desenho no Ensino Primário a partir das Revistas do Ensino de Minas Gerais (1925 A 1932): sua concepção e as profissionalidades de Débora Rodrigues Caputo, 2017.
- Saberes geométricos na Revista do Ensino de Minas Gerais no período de 1925 a 1932 de Nicolly Peçanha do Nascimento Silva, 2018.
- O Desenho como matéria em Minas Gerais nas décadas de 1940 e 1950 de Maria das Graças Schinniger Assun Garcia, 2018.

Sob orientação do prof. Reginaldo Fernando Carneiro e minha coorientação:

- Saberes geométricos na Revista do Ensino de Minas Gerais nas décadas de 1940 e 1950 de Adriele Cristine Domingos Rodrigues, 2018.
- Sob orientação do prof. Marco Antonio Escher:
- Tecnologias utilizadas na formação de professores nas disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico na Universidade Federal de Juiz de Fora entre 1980 e 2010: enfoque histórico e epistemológico de Andréa Aparecida Vieira, 2015.

A partir dos resultados alcançados em torno do projeto maior pode-se dizer que no período de 1890 a 1970, a Geometria a ensinar no primário, ou nos anos iniciais de escolarização na nomenclatura atual, caracterizou-se destacadamente como euclidiana.

Mesmo com a tentativa de inserir e transformar esta abordagem, durante o MMM, a permanência da Geometria euclidiana mostra sua força na cultura escolar. É possível pensar dessa forma na adequação deste saber como introdutório do pensamento geométrico para as crianças. Ao longo do tempo, profissionais contribuíram na elaboração de uma Geometria para ensinar, com materiais não só para observação, mas para manipulação, montagem, associação. A Geometria para ensinar requer materiais, sejam objetos do cotidiano, sejam sólidos construídos em cartolina. Utensílios cotidianos como a tesoura permitiam explorar noções geométricas - a ideia de ângulo, por exemplo. (Oliveira, 2018b)

O Desenho desempenhou até meados do século XX um papel muito importante como saber profissional. Desde auxiliar na aprendizagem das letras do alfabeto, passando por uma metodologia para ensinar conteúdos a recurso utilizado para expressar conhecimentos adquiridos pelos alunos. A partir da década de 1960 nota-se a ausência do Desenho de forma explícita (Oliveira, 2018b). Cabem outras investigações que permitam identificar a transformação/incorporação do Desenho em rubricas como Educação Artística, Artes Aplicadas ou Desenho Geométrico. O esforço coletivo em torno de um tema permite que caminhemos com mais consistência iluminando a questão norteadora.

Assim, em 2018 teve início o projeto *Geometria e Desenho como saberes profissionais 1890 – 1990*, que intenta aprofundar a compreensão sobre os saberes profissionais para o ensino de Geometria e de Desenho nas séries iniciais, tomando como referência a noção de profissionalidade e objetivando caracterizar *saberes a ensinar e saberes para ensinar* Geometria e Desenho. Sobre os saberes como objeto e como ferramenta do trabalho docente, o foco é a caracterização daqueles considerados por Hofstetter e Schneuwly (2009), como objetivados, aqueles que independem de quem os enuncia ou de quem deles se apropria. Segundo os autores, tais saberes são conserváveis, acumuláveis, apropriáveis. Os autores definem dois tipos constitutivos de saberes relativos à profissão docente: os *saberes a ensinar*, aqueles que são objeto do trabalho docente; e os *saberes para ensinar*, que são as ferramentas para a ação docente. O conhecimento para a atuação docente, situado no campo da profissionalidade, compreende o saber sobre: o assunto a ensinar, o estudante (em diferentes níveis, inclusive adultos), seus conhecimentos prévios, seu desenvolvimento,

as formas de aprendizagem, as práticas de ensino (os métodos, os dispositivos, decomposição do saber a ensinar, modalidades de organização e de gestão, etc.). Segundo Oliveira (2015a), a identificação dos elementos de profissionalidade para o ensino de Geometria e de Desenho auxilia na compreensão do ensino desses saberes em cada época.

Os trabalhos que resultaram desse projeto foram:

- Geometria a e para ensinar: cadernos de normalistas e professores das séries iniciais - 1960 a 1980 de Regis Verissimo Lamas de Oliveira, 2018.
- Os saberes profissionais para o ensino de geometria e desenho presentes na Revista do Ensino de Minas Gerais na década de 1920 de Robert Rene Michel Junior, 2020.
- Saberes Profissionais para ensinar em tempos de Matemática Moderna no Plano Experimental para o ensino primário de Juiz de Fora (1972) de Isabela Magalhães Kirchmair, 2020.
- Saberes para ensinar Matemática: manuais de Didática Geral e Didática da Matemática em tempos de Matemática Moderna de Maria Cláudia Caires Costa Almeida, 2021
- Saberes para ensinar geometria: manuais didáticos para ensinar matemática na década de 1930 de Evellin Sena Cruz, 2021.

Há ainda um trabalho em andamento sob a responsabilidade da mestrande Rosane Miguel Alvim Mendonça, intitulado Saberes profissionais relativos ao ensino de Geometria: formação e atuação docentes.

Uma publicação que divulga os resultados produzidos no âmbito desse projeto maior e dos subprojetos articulados foi o artigo *Ensino de geometria nos anos iniciais: história que incita reflexões sobre a atualidade*, escrito em parceria com o Prof. Reginaldo Carneiro.

O texto, como explícito no título, analisa o ensino de geometria nos anos iniciais numa perspectiva histórica refletindo sobre as problemáticas da atualidade. A partir desse trabalho pode-se perceber características de permanências e rupturas em relação a esse ensino. Por exemplo, a observação, a manipulação e a comparação de objetos e figuras são permanências, assim como o trabalho com a planificação, que possibilita a

observação de elementos e propriedades das figuras envolvidas e pode ocorrer no sentido de composição da figura tridimensional ou mesmo de decomposição.

Uma alteração percebida é a maneira como se altera a relação da geometria com a percepção do espaço que “vai se constituindo ao longo do tempo, fortalece-se com os apontamentos da psicogênese piagetiana sobre o tema, e é tratada como central na atualidade” (Oliveira; Carneiro, 2022, p. 560).

A geometria das transformações é um exemplo interessante para observarmos processos de assimilação e apropriação de conteúdos pela cultura escolar. Particularmente as noções de rotação, isometria e translação, que foram inicialmente propostas no período da Matemática Moderna, sofreram resistência da cultura escolar e muitas críticas à época. Contudo,

Na atualidade, esses temas parecem ter sido reconfigurados e recriados, de modo a integrar a cultura escolar dos anos iniciais, e constam de programas de formação de professores e de documentos oficiais (PNAIC, BNCC, etc.), propostas de atividades, manuais didáticos – enfim, práticas de professores (Oliveira; Carneiro, 2022, p. 560).

O diálogo sistemático entre problemáticas atuais do ensino de geometria nos anos iniciais e a história do ensino de geometria no primário possibilita uma compreensão mais alargada das dificuldades do ensino de geometria nos anos iniciais, e conseqüentemente a elaboração de propostas que possam levar em conta os conhecimentos já produzidos sobre a temática.

Em 2019 iniciamos um outro projeto voltado para um assunto presente na educação básica e também no ensino superior - *Escolarização da Geometria Analítica: uma perspectiva histórica*, que explora a pesquisa em História da educação matemática pensada numa perspectiva de articulação com a formação de professores que ensinam matemática, e tomada a partir de questões postas na contemporaneidade que permitem desnaturalizar processos e dinâmicas relativas ao ensino e a aprendizagem em matemática; revelando contradições, idas e vindas, releituras, reorganizações e reinterpretções que só se tornam compreensíveis por meio da investigação histórica. Nesse sentido a Geometria Analítica como componente curricular é um tema particularmente interessante. Na perspectiva da História da Matemática é um marco, a partir do século XVII, no processo de legitimação dos procedimentos algébricos, em nível de igualdade aos geométricos historicamente consolidados. A escolarização da

Geometria Analítica se insere numa tendência internacional e recorrente de inserir conteúdos matemáticos, tratados inicialmente somente no ensino superior, no secundário de modo a aproximar os estudos matemáticos nesses dois níveis. Assim, o projeto orienta-se pela questão: como se caracteriza o processo de escolarização da Geometria Analítica no Brasil a partir do século XIX?

Duas dissertações de mestrado e quatro iniciações científicas se desenvolveram no âmbito desse projeto até o momento; sendo que uma das dissertações já foi concluída: *O ensino de curvas cônicas sistematizado em livros didáticos de matemática para o curso secundário nas décadas de 1930 e 1940* de Letícia Genevain Andrade, em 2023. A dissertação já qualificada é de Daniel José de Paula e se intitula *A Geometria Analítica em livros didáticos de autores brasileiros para o ensino superior: circulação no contexto da UFJF nas décadas de 1960 e 1970*.

Um resultado significativo desse projeto se deu na forma de cooperação com o Prof. José Manuel Matos, integrante do projeto maior, num estudo comparativo sobre a constituição da disciplina Geometria Analítica (GA) no ensino secundário no Brasil e em Portugal. O estudo resultou na publicação do capítulo *Shaping analytic geometry as a secondary school subject. A comparative study*, em coautoria com o Prof. José Manuel em 2020. O estudo utilizou normativas educacionais e livros textos da disciplina nos dois países do final do século XIX à década de 1970. Os resultados indicaram três abordagens distintas para a GA: a geometria analítica como forma de aprimorar uma abordagem euclidiana. Isto ocorre no Brasil até 1952 e em Portugal entre 1886 e 1888 e de 1931 a 1973, embora a partir de 1963 as aulas experimentais tenham seguido uma perspectiva diferente. Nessa abordagem o tema costuma ser colocado no final do ano, e o plano de estudos era composto por sistemas de coordenadas, retas e estudo de cônicas. Ocasionalmente, as cônicas seriam discutidas como lugares geométricos de pontos estabelecidos por condições geométricas. Nenhuma relação foi estabelecida com o estudo de funções.

Uma segunda abordagem, a GA como forma de aprimorar o estudo das funções. Os currículos do Brasil seguiram esta opção a partir de 1952 e em Portugal, entre 1905 e 1926 foi adotada uma abordagem mais limitada envolvendo o estudo de representações gráficas das soluções de equações, mas não integrada ao estudo de funções. Somente em 1973 essa perspectiva foi novamente adotada, embora as aulas

experimentais já a utilizassem desde 1963. Aqui, a GA inclui o estudo das representações gráficas das soluções das equações e se confunde com o estudo das funções, geralmente associando funções lineares a retas, e quadráticas com cônicas. Ocasionalmente, as cônicas seriam discutidas como lugares geométricos de pontos estabelecidos por condições algébricas.

E uma terceira abordagem, a GA como estudo de espaços vetoriais. Esta foi a opção tomada pelos reformadores da Matemática Moderna nos dois países que começaram a difundir no Brasil em 1961 e em Portugal a partir das aulas experimentais de 1963.

E, em 2023 no âmbito do projeto maior *Processos de validação em contextos de geometria: histórias e articulações com a formação de professores* coordenado pela Profa. Maria Célia Leme da Silva e financiado pelo CNPq, articulamos o subprojeto *Processo de validação em geometria na Formação de Professores de Matemática na segunda metade do século XX e início do século XXI*. O projeto maior foca na investigação de processos de validação em geometria, visando produzir histórias que subsidiem a formação de professores que ensinam Matemática (FPM). Pesquisas na área da Educação Matemática têm apontado a complexidade associada à questão da validação matemática, de provas e demonstrações em geometria em diferentes contextos e níveis escolares. A questão norteadora é: quais elementos podem ser evidenciados na organização e sistematização de processos de validação em geometria no decorrer da segunda metade do século XX e início do século XXI? E mais: quais as possíveis articulações de tais resultados produzidos com a FPM? As principais fontes de investigação são as normativas educacionais da Educação Básica e da FPM, livros didáticos, apostilas utilizadas em práticas pedagógicas e entrevistas com professores e ex-alunos. Aposta-se no cotejamento de diferentes fontes de pesquisa, níveis de ensino e estados do país, de modo a produzir uma representação mais plausível sobre o passado dos processos de validação em geometria. Considera-se que a produção de narrativas historiográficas traga contribuições significativas tanto à HEM como para o âmbito da FPM.

Como se pode ver por essa descrição dos projetos de pesquisa já concluídos e em andamento, o grupo GHEMAT-UFJF se organiza em torno desses projetos e preza por um trabalho colaborativo entre os integrantes do grupo. Cabe mencionar que desde

2018 o Prof. José Manuel Matos integra o grupo e participa dos projetos desenvolvidos desde então.

5. PRODUTOS EDUCACIONAIS EM HEM

Os cursos *stricto sensu* na modalidade profissional representaram um avanço no cenário acadêmico brasileiro por assumir o compromisso em contemplar as problemáticas ligadas a atuação e prática profissional, bem como materializar por meio dos produtos ou processos educacionais a contribuição das pesquisas realizadas para tais contextos. Paralelamente a elaboração dos produtos educacionais (PEs) também foi e ainda é um desafio para os cursos de pós-graduação.

Quando lidamos com as pesquisas produzidas na temática da Hem esse desafio é ainda maior, pois a História de um modo geral e em particular a Hem não produz resultados práticos que respondam diretamente às problemáticas da contemporaneidade. Contudo os conhecimentos produzidos pela História, em particular Hem, nos auxiliam a pensar nas questões do presente de forma menos ingênua, numa perspectiva assentada no processo de transformação da sociedade, dos estudantes e das instituições de ensino, dos currículos, dos conteúdos, ao longo do tempo.

No início do PPGEM os PEs elaborados pelos mestrandos e mestrandas em Hem foram sobretudo na forma de artigos, na época tal produção era válida como um PE na área de Ensino da Capes, que avalia o nosso Programa. Esse foi o caso dos seguintes artigos publicados em periódicos:

OLIVEIRA, M. C. A.; RAAD, M. R. A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo. Boletim GEPEM, v. 1, p. 125-137, 2012.

OLIVEIRA, M. C. A.; Fragoso, W. C. História da Matemática: história de uma disciplina. Revista Diálogo Educacional (PUCPR. Impresso), v. 11, p. 625/01-643, 2011.

OLIVEIRA, M. C. A.; LISBOA, E. Q. Uma trajetória de incorporação do Desenho Geométrico à Geometria em curso de Licenciatura em Matemática. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 8(4), p. 74-94, 2015.

SOARES, S. R.; OLIVEIRA, M. C. A. O papel dos livros e das apostilas de Geometria Analítica na configuração de uma disciplina acadêmica. Interfaces Científicas - Humanas e Sociais, v. 5, p. 33-44, 2016.

OLIVEIRA, M. C. A.; BARROS, S. C. . A Geometria na formação de normalistas mineiras em tempos de Escola Nova: referências e práticas de Alda Lodi. HISTEMAT-Revista de História da Educação Matemática, v. 2, p. 198-216, 2016.

E dos artigos publicados em anais de eventos:

OLIVEIRA, M. C. A.; SOARES, C. R. . Sistemas de Avaliação em Larga Escala e a Disciplina Matemática: um estudo sobre o Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (SIMAVE). In: I Congresso Iberoamericano de História da Educação Matemática, 2011, Covilhã - Portugal. Anais do I CIHEM, 2011.

VALENTIM Jr, J. L.; OLIVEIRA, M. C. A. . A Geometria Analítica do ensino secundário vista nos livros didáticos de 1940 a 1970. In: I ENAPHEM, 2012, Vitória da Conquista. Anais do I ENAPHEM. Vitória da Conquista - Bahia: UESB, 2012. v. 1. p. 1-21

Com o passar do tempo as discussões em torno do produto educacional avançaram tanto na área de Ensino quanto nos PPGs de Educação Matemática e entre a comunidade de Hem. Assim, aos poucos fomos alterando a natureza dos PEs produzidos a partir de dissertações em Hem. Outras produções técnicas que resultaram dos PEs em Hem foram:

Cursos de formação profissional

OLIVEIRA, M. C.; CRUZ, E. S. ; ALMEIDA, M. C. C. C. ; KIRCHMAIR, I. M. . Afinal geometria é mocinha ou vilã? Minicurso ofertado em 2020 no CIMAI (Encontro de Práticas em Ciências e Matemática nos anos iniciais).

SILVA, N. P. N. ; OLIVEIRA, M. C. Geometria: o passado está sempre presente?. Minicurso ofertado em 2017 no CIMAI (Encontro de Práticas em Ciências e Matemática nos anos iniciais).

RODRIGUES, A. C. D. ; CARNEIRO, R. F. ; ARAÚJO DE OLIVEIRA, MARIA CRISTINA . Saberes geométricos: referências do passado iluminando práticas atuais. 2018. Minicurso ofertado em 2018 no CIMAI (Encontro de Práticas em Ciências e Matemática nos anos iniciais).

ALMEIDA, A. M. D. ; OLIVEIRA, M. C. Discutindo o ensino de Desenho na Reforma João Pinheiro.. Seminário na Escola Municipal Marília de Dirceu em Juiz de Fora, em 2017.

CAPUTO, D. R. ; OLIVEIRA, M. C. O ensino de desenho: o passado está sempre presente? Minicurso ofertado em 2017 no CIMAI (Encontro de Práticas em Ciências e Matemática nos anos iniciais).

OLIVEIRA, M. C. A.; VALENTIM Jr, J. L. ; Soares, S. R. ; MAGALHÃES, F. L. T. ; LISBOA, E. Q. ; AMARAL, L. O. ; LOPES, I. J. V. R. . A Geometria Analítica plana como conteúdo do ensino secundário: uma análise histórica a partir de livros didáticos 1942-1980. Minicurso ofertado em 2012 no VI EMEM (Encontro Mineiro de Educação Matemática).

Produção de materiais didáticos

KIRCHMAIR, I. M. ; OLIVEIRA, M. C. Por que desenvolver o Pensamento Algébrico desde os Anos Iniciais?. 2020.

MICHEL Jr, R. R. ; OLIVEIRA, M. C.. Conversa com o professor: saberes e expertises para ensinar matemática às crianças. 2020.

GARCIA, M. G. S. A. ; OLIVEIRA, M. C. O papel do desenho no ensino primário. 2018.

OLIVEIRA, R. V. L. ; OLIVEIRA, M. C. O ensino de área nos anos iniciais: uma reflexão a partir de um estudo sobre a História da educação matemática. 2018.

Produção de vídeo

ANDRADE, L. G. ; OLIVEIRA, M. C. Por que as antenas parabólicas são parabólicas? Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=FiCl9xGGwI&ab_channel=ProfessoraLet%C3%ADciaGenevain-Matem%C3%A1tica

É importante destacar que todos os PEs estão disponíveis no site do PPGEM, no link <https://www2.ufjf.br/ppgedumat/publicacoes/produtos-educacionais/>

6. POSSIBILIDADES DA HEM PARA A EM

Gostaria de apontar algumas perspectivas que explicitam a importância da participação da Hem no campo da EM. Em texto recente o professor José Manuel Matos analisa as relações entre esses dois campos, defendendo a importância dos estudos em Hem para a EM na contemporaneidade.

O pesquisador apresenta três justificativas mais abrangentes para evidenciar sua posição. Um dos argumentos trazidos por Matos (2020), é que se por um lado é papel da EM investigar e propor ações para o ensino e aprendizagem em matemática e também, para a formação de professores com vistas para o futuro; o conhecimento sobre o passado possibilita “ultrapassar quer uma visão que imagina a escola do passado como “os bons velhos tempos” (ou dos “maus velhos tempos”, conforme a perspectiva), como também compreender que muito do que se imagina inovador tem, na verdade, raízes profundas no passado” (Matos, 2020, p. 27).

A segunda justificativa para defender tal importância diz respeito à natureza das pesquisas desenvolvidas em EM. Na medida em que num sentido *lato* tais investigações se voltam ao estudo sistemático de questões relacionadas ao ensino, a aprendizagem e à formação dos professores relativamente à matemática, compreendem dimensões sociais, culturais, cognitivas, afetivas, entre outras, prescindindo assim de uma compreensão histórica.

Por último o professor destaca a ação em EM: “Só com uma boa compreensão do passado podem os educadores matemáticos entender melhor as raízes profundas dos fenómenos que estudam e, portanto, ser capazes de uma intervenção adequada no presente” (Matos, 2020, p. 28).

Ainda para Matos (2020), a Hem deve apoiar ações em EM, na medida em que exemplos históricos da matemática escolar são na verdade o passado da matemática que os futuros professores em formação irão ensinar. E ainda,

Espera-se que o confronto com exemplos de matemática escolar do passado, em particular nos livros de texto, livros de exercícios ou nos cadernos dos alunos, permita desvendar conceitos, métodos, teorias, etc., encontrando abordagens facilitadoras e apoiando mesmo uma visão crítica da matemática. No caso da formação docente, este estudo de conceitos, métodos, teorias propicia enriquecer o seu repertório didático, aumentando a sua capacidade de explicar, abordar, entender partes específicas da matemática (Matos, 2020, p. 41).

Ou seja, tais iniciativas permitem uma ampliação, um aprofundamento no processo de aprendizagem matemática no caso dos alunos, e das práticas dos professores em formação, na medida em que expande o repertório acerca de conteúdos e práticas para a aprendizagem e o ensino de matemática.

Por fim, em relação aos professores em formação, Matos (2020) aponta que “O confronto com abordagens idiossincráticas da matemática permite aumentar a sua tolerância em relação a processos matemáticos não convencionais, tornando mais clara a dimensão social e cultural da matemática” (Matos, 2020, p. 42).

Para finalizar esse capítulo gostaria de retomar o objetivo a que nos propusemos nesse texto, apresentar de forma sintética o campo da História da educação matemática e as pesquisas e produtos educacionais produzidos nessa temática desde a criação do PPGEM. Com isso, esperamos motivar professores e professoras a se engajar nesse movimento de desnaturalização das problemáticas do ensino, da aprendizagem e da formação de professores que trabalham com matemática. O conhecimento histórico sobre a educação matemática, entendida aqui de forma ampla e historicamente alargada e não se referindo especificamente ao campo acadêmico da Educação Matemática, deve contribuir para reflexões e proposições melhor assentadas por meio da análise crítica possibilitada por esse conhecimento.

REFERÊNCIAS

- CERTEAU, M. **A escrita da história**. Trad. Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.
- CHARTIER, R. **A história cultural – entre práticas e representações**. Lisboa: Difel, 1990.
- CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**. São Paulo: FEUSP. V. 30, n.3, p.549-566, set./dez. 2000.
- GOODSON, I. F. **School subjects and curriculum change**. London: Falmer Press, 1993.
- HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.. **Savoirs en (trans)formation: Au coeur des professions de l'enseignement et de la formation**. Bruxelas: De Boeck, 2009.
- JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/jun. no. 1, 2001.
- LE GOFF, J. **História e Memória**. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 1992.
- OLIVEIRA, M. C. A.. O que pesquisas históricas sobre disciplinas de cursos de licenciatura em Matemática brasileiros revelam sobre essa formação? **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 6, p. 144-165, 2013.
- OLIVEIRA, M. C. A. (2018a). **Cadernos de Trabalho II – Profissionalização/Profissionalidade**. São Paulo: Livraria da Física. V. 5. 50p.
- Oliveira, M. C. A.. Percurso investigativo sobre a geometria e o desenho como saberes profissionais de professores dos anos iniciais no Brasil. **Paradigma**, v. 39 (2018b): 175-189.
- OLIVEIRA, M. C. A.. Profissionalidade para o ensino de geometria: um estudo a partir da legislação. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 1, p. 189-202, 2015a.
- OLIVEIRA, M. C. A.. Geometria e Desenho como matérias do Curso Normal no período da Primeira República no Brasil. **Interfaces Científicas - Educação**, Aracajú, SE, v. 3, p. 43-54, 2015b.
- OLIVEIRA, M. C. A.; MATOS, J. M.. Shaping analytic geometry as a secondary school subject. A comparative study. In: Évelyne Barbin; Kristín Bjarnadóttir; Fulvia Furinghetti; Alexander Karp; Guillaume Moussard; Johan Prytz; Gert Schubring. (Org.). **DIG WHERE YOU STAND 6. Proceedings of the Sixth International Conference on the History of Mathematics Education**. 1ed.Munich: WTM-Verlag Münster, 2020, v. 1, p. 43-56.

OLIVEIRA, M. C. A.; CARNEIRO, R. F. . Geometry Teaching in the Early Years: A History that Encourages Reflections on the Present. **Revista Acta Scientiae**, v. 24, p. 537-565, 2022.

SHULMAN, L. S. et al. 150 ways of knowing: Representations of knowledge in teaching. In CALDERHEAD, J. (org.). **Exploring teachers thinking**. Grã-Bretanha: Cassel Educational Limited, p. 104-124, 1987.

VALENTE, W. R. A Matemática do Ensino e os Documentos Curriculares: Bases Teórico-Metodológicas Para Análise da Produção de Novos Saberes. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v.14, n.1, p. 26-31, 2021. Disponível em: <https://jjeem.pgsscogna.com.br/jjeem/article/view/8965>. Acesso em julho de 2023.

CAPÍTULO 2

TRAJETÓRIA NO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: TEMAS DE INTERESSE, PROJETOS DE PESQUISA, ORIENTAÇÕES E REFERENCIAIS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Reginaldo Fernando Carneiro

1. INTRODUÇÃO

Sou licenciado em Matemática, mestre e doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos - UFSCar. Desde a licenciatura tenho me preocupado com questões relacionadas à formação de professores como por exemplo, formação de professores em início de carreira e as tecnologias que investiguei no mestrado ou a formação matemática de professores que ensinam matemática nos anos iniciais que pesquisei no doutorado.

Assim, essa temática da formação de professores que ensinam matemática, em particular nos anos iniciais, é ainda tema de interesse de meus estudos. Além disso, tenho interesse também em aspectos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem da matemática como geometria, histórias infantis, tecnologias, entre outros.

A partir dessa minha formação, comecei, em 2013, a atuar como docente da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF – nos cursos de Pedagogia e Matemática. Além disso, em 2014, passei a compor o corpo docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEM – e que venho atuando até hoje. No PPGEM, fui vice coordenador no período de 2016 a 2019.

Desde 2014, coordeno o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Faculdade de Educação da UFJF e, desde 2020, sou bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq.

Por atuar no curso de Pedagogia e orientar Trabalhos de Conclusão de Curso e de Iniciação Científica, senti a necessidade de me especializar na Educação Infantil, visto que muitos estudantes gostariam de pesquisar sobre esse tema e não haviam estudos sobre ele. Em 2020, defendi minha monografia intitulada “Reflexões sobre o ensino e a aprendizagem da matemática na Educação Infantil”.

Em 2023, realizei um pós-doutorado em Educação Científica e Tecnológica na Universidade Federal de Santa Catarina, investigando os grupos colaborativos e as ações insubordinadas criativamente que podem contribuir para o desenvolvimento profissional docente.

Dessa forma, minha linha de pesquisa e meus interesses estão em torno da formação de professores que ensinam matemática e do processo de ensino e aprendizagem da matemática.

A partir desse meu breve currículo, vou discutir, neste capítulo, meus principais projetos de pesquisa, trazer um pouco sobre meu referencial teórico de formação de professores e apresentar algumas reflexões sobre pesquisa narrativa (auto)biográfica, perspectiva metodológica que venho estudando. Além disso, vou apresentar minhas orientações que realizei nesses 10 anos no PPGEM e tecer algumas considerações sobre essa minha trajetória.

2. PROJETOS DE PESQUISA DESENVOLVIDOS

Devido aos meus interesses de pesquisa, tenho desenvolvido investigações sobre a formação de professores que ensinam matemática desde meu mestrado e doutorado em Educação.

O primeiro projeto de pesquisa desenvolvido foi “Práticas docentes em ciências e matemática de professores dos anos iniciais em início de carreira” no período de 2015 a 2019 e foi financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMIG. Teve como objetivo compreender as práticas docentes de professores iniciantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental no processo de aprender e de ensinar ciências e matemática. Para tanto, foi realizada uma pesquisa qualitativa em que criamos um grupo de estudos que se reuniam quinzenalmente, do qual participaram estudantes de licenciatura em Química, Matemática e Pedagogia, alunos de mestrado e

doutorado, professores da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, além de pesquisadores.

Os resultados evidenciaram que conseguimos alcançar uma proposta de formação e pesquisa junto com o professor, pois diferentemente das formações pontuais que ocorrem e que tem pouco impacto na prática docente, percebemos que esse grupo de estudos promoveu a reflexão teórica e a prática dos participantes nas discussões realizadas nos encontros. Também explicitou a colaboração e a autonomia que aconteceu no grupo a partir da troca de experiências, da proposição e da elaboração de atividades, do desenvolvimento do olhar crítico, do ouvir, do respeito ao outro e do aprender com as diferentes ideias compartilhadas. A participação dos diferentes atores, proporcionou um espaço em que diversas formações e experiências conviveram juntas de modo a se complementarem e a trazerem para as reuniões variados pontos de vista. O grupo de estudos com essas características, teve a possibilidade de promover o desenvolvimento profissional de todos.

Outro projeto de investigação desenvolvido foi o “O desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática nos anos iniciais: narrativas de formação e grupo de estudos”, de 2020 a 2023 e teve o financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq – com a bolsa de Produtividade em Pesquisa – PQ. Seu objetivo foi compreender como as narrativas de formação e o grupo de estudos podem revelar o desenvolvimento profissional docente no período de pandemia da Covid-19. A pesquisa foi desenvolvida online via *Google Meet*, em que tivemos encontros quinzenais com duração de três horas, participaram licenciandos, pós-graduandos, professores da Educação Básica e pesquisadores.

Realizamos o estudo com o professor, visto que compreendemos que ele precisa ser protagonista de sua formação e que também produz conhecimentos em sua escola e em sala de aula. Além disso, nessa proposta buscamos não colocar hierarquias, ou seja, todos puderam propor discussões, reflexões, temáticas, oficinas, atividades etc. Para produção de dados utilizamos a vídeo-gravação dos encontros online, as atividades desenvolvidas e a escrita de narrativas de formação, além da própria dinâmica do grupo.

Os resultados indicaram que os participantes da pesquisa puderam colocar em suas narrativas o que estavam vivenciando naquele momento de pandemia, assim como

compartilhar angústias, dificuldades, materiais disponíveis online para ensinar matemática, entre outros. Percebemos que o grupo de estudos foi um espaço aberto de diálogo em que os participantes puderam expor suas opiniões sobre diversos temas, trocar experiências, falar sobre suas dificuldades com respeito às ideias do outro, diálogo, ajuda mútua, entre outros.

Um terceiro projeto de investigação está intitulado “Insubordinação criativa e grupos colaborativos: contribuições para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática” em que buscamos compreender a dimensão colaborativa dos grupos e ações de insubordinação criativa que contribuem para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática. Esta pesquisa, que tem apoio do CNPq com bolsa de pós-doutoramento, teve início em 2023 e encontra-se em andamento.

Está em desenvolvimento sob a supervisão da Profa. Dra. Regina Celia Grandó, no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e para produção de dados, um mapeamento dos trabalhos que tratavam dos grupos colaborativos na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, além de entrevistas narrativas com os coordenadores de 11 grupos colaborativos.

As análises iniciais indicam que alguns grupos colaborativos surgem na universidade e outros em escolas da Educação Básica, com professores que se reúnem para estudar temáticas de interesse. Os participantes dos grupos são alunos de licenciatura, professores da Educação Básica, estudantes de mestrado e doutorado e pesquisadores. A dinâmica dos grupos parte sempre das necessidades dos participantes, ou seja, os coordenadores não trazem propostas prontas do que será estudado. Nos encontros são discutidas as mais variadas temáticas e, principalmente, práticas de professores, temas de pesquisas de mestrandos e doutorandos etc.

Além disso, há reflexões sobre questões políticas que surgem nos encontros; alguns participantes, por serem coordenadores pedagógicos, tornam-se formadores dos docentes de suas escolas por levarem discussões, textos, práticas etc., para seus contextos. Dessa forma, consideramos que os grupos colaborativos podem promover diversas ações insubordinadas criativamente que chegam nas salas de aulas e nas escolas dos participantes.

Para esse ano de 2024, está previsto o início de uma nova pesquisa, “A inserção profissional do professor que ensina matemática em início de carreira: insubordinação criativa em um Programa de Residência Docente”, novamente financiado com a bolsa de Produtividade em Pesquisa do CNPq que buscará identificar ações de insubordinação criativa que ocorrem no Programa de Residência Docente – PRD – da UFJF, e como elas contribuem para a inserção docente de professores que ensinam matemática. Para tanto, será realizada uma pesquisa qualitativa em que serão utilizados para produção de dados, o mapeamento das pesquisas sobre a temática, o questionário e a entrevista narrativa com professores supervisores do Colégio de Aplicação João XXIII, onde acontece o PRD, residentes e ex-residentes, professores que ensinam matemática.

Espera-se contribuir com as discussões sobre os programas de apoio à inserção profissional que, no Brasil, ainda são ações pontuais e não se configuram como uma política pública, além de contribuir com o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática e com as discussões sobre insubordinação criativa na área de Educação e Educação Matemática.

Passo a argumentar a seguir sobre os referenciais teóricos que tenho discutido e utilizados em minhas investigações.

3. FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Tenho trabalhado com alguns conceitos da área de formação de professores como o desenvolvimento profissional docente, as crenças que implicam no modelo de aula do professor, entre outros e discutirei aqui um pouco sobre eles.

Muitas e diferentes expressões são utilizadas para designar a formação do professor que ocorre após a formação inicial, como: aperfeiçoamento, capacitação, reciclagem, formação contínua, formação permanente, formação em serviço, entre outras. Diante dessa gama de expressões, optei por utilizar o conceito de desenvolvimento profissional de Carlos Marcelo García (1992) que considera como sendo mais adequado para denotar o sentido de evolução e continuidade que supera a simples justaposição da formação inicial e da formação contínua, ou seja, esse desenvolvimento é um processo contínuo que se inicia ainda durante a vida escolar e deve continuar por toda a carreira do professor.

Nesse continuum, há o que chamamos de aprendizagem da docência que é um processo complexo e permeado por diferentes aspectos: afetivos, cognitivos, éticos, de desempenho etc. Para que ocorra a aprendizagem por parte dos professores, segundo Mizukami et al. (2003, p. 16), há a necessidade de “estabelecimento de um fio condutor que vá produzindo os sentidos e explicitando os significados ao longo de toda a vida do professor, garantindo, ao mesmo tempo, nexos entre a formação inicial, a continuada e as experiências vividas”.

Na perspectiva dessas autoras (2003), esse fio deve-se caminhar inter-relacionando às experiências em programas de formação com aquelas vivenciadas nas salas de aula, promovendo a reflexão na prática e a reflexão teórica sobre a prática.

A aprendizagem da docência é um processo que vai se compondo, não apenas pela aquisição de novos conhecimentos, mas também pela (re)significação e (re)construção dos conhecimentos docentes. Dessa maneira, é importante que faça parte do desenvolvimento profissional a participação dos professores em diferentes espaços formativos como: cursos de curta duração, congressos, palestras, oficinas, cursos de pós-graduação, grupos de estudo, horários de formação coletiva na escola e a atuação do professor em sala de aula, que também é um espaço que forma o docente.

No entanto, muitos programas de formação não consideram essa perspectiva de desenvolvimento profissional. García (2011, p. 12) destaca que, “temos a sensação de assistir a uma espécie de cerimônia que assume com facilidade que basta que existam ocasiões em que formalmente os professores são capacitados para que o processo de transferência da aprendizagem nas aulas se produza” (grifos do autor).

Alguns estudos evidenciam que formações pontuais baseadas em cursos de curta duração, elaborados e desenvolvidos por terceiros que não consideram as necessidades dos professores não dão conta de promover mudanças na prática docente, ou seja, não consideram toda a complexidade da sala de aula o que leva a pouco ou nenhum impacto na prática.

Aqui, dois aspectos merecem destaque. O primeiro é que não se pode pensar em um processo de causa e efeito, ou seja, que a participação em algum programa de formação irá necessariamente e de imediato provocar mudanças na prática da sala de aula, pois como assinala García (2011, p. 15), “deve haver tempo suficiente para aplicar as novas ideias”. O segundo aspecto se refere à necessidade de o docente estar

continuamente em formação nesses diferentes espaços formativos durante toda sua carreira profissional.

Como alternativa a esse modelo de formação, García (2011) explicita que os professores devem aprender como aprender a partir da prática, o que não implica envolver-se em situações de sala de aula em tempo real, mas utilizar exemplos práticos, casos de ensino, diários de professores, as tarefas de estudantes etc., pois, esses materiais permitem que indaguem acerca da prática e do ensino.

Podemos partir do pressuposto de que a aprendizagem da docência e o desenvolvimento profissional podem ocorrer em todos os espaços formativos apresentados anteriormente.

A partir do exposto, de acordo com Pacheco e Flores (1999, p. 45), tornar-se professor constitui “um processo complexo, dinâmico e evolutivo que compreende um conjunto variado de aprendizagens e de experiências ao longo de diferentes etapas formativas”.

Esses autores (1999, p. 45) destacam que esse processo não é mecânico em que os professores aplicam técnicas e habilidades pedagógicas, mas que “envolve um processo de transformação e (re)construção permanente de estruturas complexas, resultante de um leque diversificado de variáveis”.

Pacheco e Flores (1999) apresentam ainda três dimensões que devem ser consideradas, por corresponderem às necessidades concretas dos professores: a pessoal, a profissional e a organizacional. Com relação à pessoal destacam a necessidade de autodesenvolvimento, buscando níveis mais elaborados de autoconhecimento e do conhecimento da realidade. A dimensão profissional busca responder às necessidades da profissão sejam elas individuais (satisfação profissional, progressão na carreira etc.) ou coletivas (sentimento de pertencer a um grupo). O aspecto organizacional está relacionado às necessidades da escola e às mudanças sociais, econômicas e tecnológicas.

Outros autores que discutem sobre o desenvolvimento profissional são Hammerness *et al.*, (2005). Eles destacam três aspectos que implicam na aprendizagem da docência: as crenças adquiridas a partir da aprendizagem pela observação que condicionam o que os professores aprendem; a aprendizagem de como colocar em ação suas intenções; a abordagem metacognitiva da instrução que pode auxiliar os docentes

a assumirem o controle de sua própria aprendizagem ao fornecer ferramentas que ajudem na análise de situações que os permita compreender e lidar com a complexidade da sala de aula.

A aprendizagem pela observação, conceito elaborado por Lortie (2002), refere-se ao processo no qual os futuros professores desenvolvem crenças de ensino com base em suas próprias experiências como alunos e que, muitas vezes, são equivocadas. Hammerness et al. (2005) explicitam que essas crenças vêm de anos e anos de observação dos seus professores durante toda sua vida escolar e eles usam essas informações para fazerem inferências sobre o ensino e a aprendizagem.

Parte do problema, explicam Hammerness *et al.*, (2005), é que o ponto de vista do aluno é limitado, pois ele apenas tem acesso a parte do processo de ensino e de aprendizagem que se refere à ação do professor em sala de aula, o que não resulta na aquisição de conhecimento profissional, por exemplo, em conhecimento que permitiria a seleção e a utilização de diversas estratégias que irão auxiliar a aprendizagem de todos seus estudantes. Em vez disso, produz uma tendência a imitar os aspectos mais facilmente observados do ensino dos seus professores. Mesmo a observação de bons docentes não permite ter um conhecimento profundo da complexidade do ensino, pois seus conhecimentos e suas experiências são invisíveis ao aluno.

As crenças que são adquiridas por meio da observação durante todo o tempo que passam nos bancos escolares, são discutidas por García (2011), que chama a atenção para suas implicações na sala de aula e no ensino, pois elas condicionam o que e como os professores aprendem. Se esse aspecto não for levado em consideração, existe a possibilidade de os docentes não compreenderem e não assimilarem novos conceitos, conhecimentos e informações.

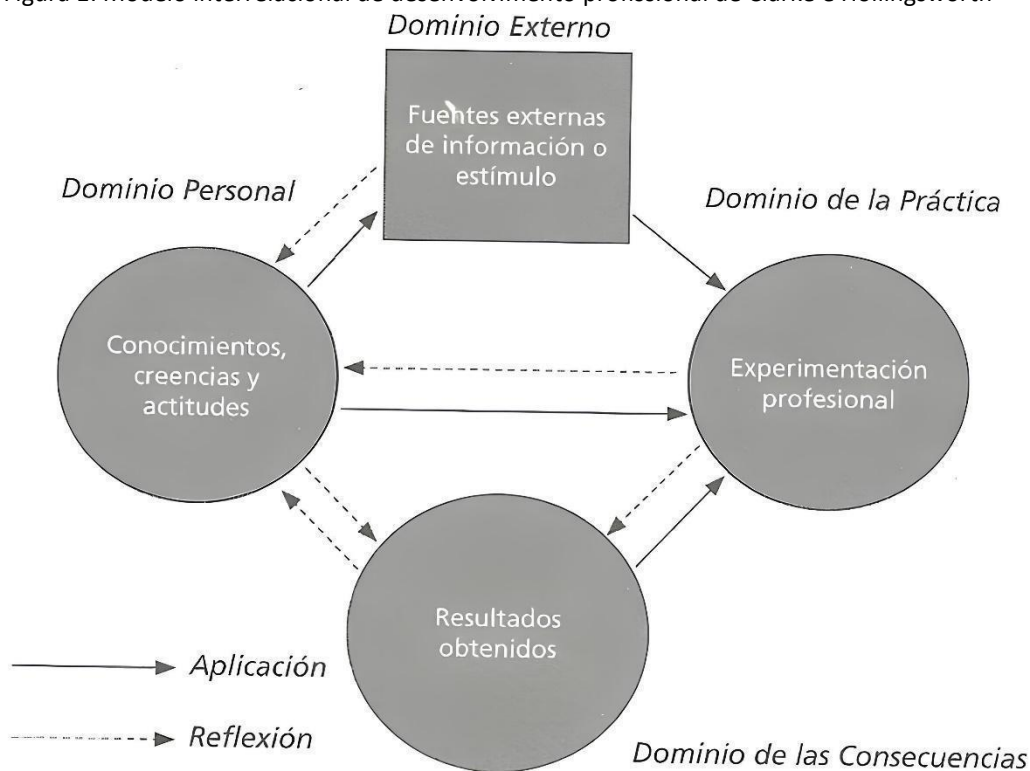
Marcelo (2009, p. 15), explicita que as crenças são proposições e premissas sobre aquilo que considera verdadeiro e, diferentemente do conhecimento, não são verdades irrefutáveis. No processo de aprender a ensinar “as crenças influenciam a forma como os professores aprendem e [...] os processos de mudança”.

Ainda sobre as implicações das crenças no desenvolvimento profissional docente, Marcelo (2009), baseado nas ideias de Guskey e Sparks (2002), discute dois modelos lineares que buscam explicar como ocorrem as mudanças nas crenças. Em um deles, “o desenvolvimento profissional pretende provocar mudanças nos

conhecimentos e nas crenças dos professores. Por sua vez, a mudança nos conhecimentos e nas crenças provoca alteração nas práticas docentes em sala de aula” (Marcelo, 2009, p. 16). Em outro modelo, as modificações nas crenças não ocorrem devido às atividades de desenvolvimento profissional, mas a partir da comprovação na prática de sala de aula da utilidade e de novas possibilidades de práticas que foram conhecidas ou aprendidas em programas de formação.

Esses dois modelos são lineares e não representam toda a complexidade dos processos de aprendizagem docente nos programas de desenvolvimento profissional. Por isso, Clarke e Hollinsworth (2002 apud Marcelo, 2009), apresentam um modelo não linear que inter-relaciona diferentes aspectos como a prática; os conhecimentos, atitudes e crenças; resultados dos alunos e fontes externas. A reflexão deve perpassar esse movimento.

Figura 1: Modelo interrelacional de desenvolvimento profissional de Clarke e Hollingsworth



Fonte: Marcelo (2009, p. 17)

Nesse modelo, podemos observar que há uma inter-relação entre as diferentes dimensões e implicações de um aspecto em todos os outros e também da reflexão. Podemos inferir que as fontes externas de informação e estímulo são compostas pelos fatores externos de sala de aula que implicam diretamente nesse ambiente, como as

políticas públicas, a gestão e a organização da escola, o contexto, a comunidade escolar e a participação do professor nos diferentes espaços formativos podem influenciar em sua prática, seus conhecimentos, suas crenças e suas atitudes.

Apesar de compreendermos que os modelos nem sempre conseguem trazer toda a complexidade do processo, esse último nos permite ter uma melhor visão de como uma dimensão é influenciada pelas outras, diferentemente do que ocorre nos dois modelos lineares de Guskey e Sparks.

Outro aspecto discutido por Hammerness *et al.*, (2005), é o que denominam de *enactment*, que se caracteriza pelo fato de ir além de ensinar os professores a aprenderem a pensar como docentes, mas também a aprenderem a colocar suas intenções em ação, a desenvolver competências e conhecimentos que permitam uma ação efetiva. Os professores precisam aprender a enfrentar dilemas e a tomar decisões em tempo real; colocar seu plano em ação de forma eficaz, bem como alterá-los em situações de imprevisto; responder às necessidades dos alunos e representar de forma adequada o material que estão utilizando. Para esses autores (2005, p. 370), esse princípio deve ser compreendido como o desenvolvimento de competências em uma área de conhecimento em que os professores devem “ter uma profunda base de conhecimento factual, compreender fatos e ideias no contexto de um quadro conceitual, e organizar o conhecimento de modo a facilitar a recuperação e ação”.

Assim, para Hammerness *et al.*, (2005), as experiências de aprendizagem que são apoiadas pela compreensão e pela ação efetiva são diferentes daquelas que simplesmente se apoiam na capacidade de lembrar fatos ou executar um conjunto de habilidades repetitivas e, por isso, as ações suportadas pela compreensão são mais eficazes.

Por fim, os autores (2005), discutem sobre a metacognição e a complexidade do ensino como sendo outro desafio para a aprendizagem da docência. A metacognição é a habilidade de pensar sobre seus próprios pensamentos que envolve o conhecimento metacognitivo que é a “compreensão do próprio pensamento e desenvolvimento de estratégias para o planejamento, análise e a aquisição de outros conhecimentos” e a regulação metacognitiva que se refere a “ser capaz de definir metas de aprendizagem e monitorar seu próprio progresso de forma a alcançá-las” (Hammerness *et al.*, p. 376).

Professores com altos níveis de consciência metacognitiva desenvolvem hábitos mentais que os levam continuamente a auto avaliarem o seu desempenho e a modificarem seus pressupostos e ações. Compreendemos que a metacognição discutida por Hammerness *et al.*, (2005), se refere à reflexão.

Sobre a complexidade do ensino, Hammerness *et al.*, (2005), explicitam que os problemas que o professor enfrenta durante a aula ocorrem simultaneamente e, por isso, diferentes problemas devem ser abordados ao mesmo tempo e com uma única ação. Além disso, o docente interage com os estudantes individualmente e com o grupo todo, tendo que lidar com diversos níveis de ideias e buscar relacioná-las.

Podemos observar que muito do que foi discutido até o momento sobre o desenvolvimento profissional docente, a partir das ideias dos diversos autores, se aproximam em determinados aspectos apesar de serem apresentadas de maneiras diferentes.

A concepção de desenvolvimento profissional como sendo um processo contínuo e evolutivo foram explicitados por García (1992), Pacheco e Flores (1999), e Mizukami *et al.*, (2003). Segundo esses autores, o desenvolvimento deve ser perpassado por diferentes experiências em vários espaços formativos, que deve ocorrer durante toda a carreira docente e que precisa haver um fio condutor que não apenas justaponha os conhecimentos adquiridos nesses diversos espaços, mas que possibilite uma (inter)relação, (re)significação e (re)construção de forma a promover mudanças na prática do professor.

É importante destacar que aprender a ensinar é um processo complexo e que as crenças dos professores precisam ser abaladas de forma a levá-los a buscar o aprimoramento de sua prática de sala de aula e não apenas servir para justificar práticas engessadas.

Pacheco e Flores (1999), e Marcelo (2009), ressaltam algumas dimensões que devem ser consideradas nesse processo, que compreendemos que se complementam e podem dar um panorama da complexidade da aprendizagem da docência. Os autores abordam as experiências pessoais como sendo de fundamental importância. De certa forma, essas experiências estão relacionadas às crenças adquiridas por meio da aprendizagem pela observação discutida por Hammerness *et al.*, (2005).

Além disso, Pacheco e Flores (1999), e Hammerness *et al.*, (2005), discutem que durante o desenvolvimento profissional é importante que os professores analisem situações reais de sala de aula que podem ocorrer a partir da reflexão sobre casos de ensino ou situações-problema.

A análise dessas situações reais pode ser realizada a partir da metacognição (Hammerness *et al.*, 2005), que compreendemos ser a reflexão, que possibilita compreender o próprio pensamento, as atitudes, a tomada de decisão frente a situação e buscar estratégias para aprender a partir delas.

Por fim, outro aspecto que pode despertar essa análise é a consciência da complexidade do ensino devido aos diferentes elementos que são discutidos por Hammerness *et al.*, (2005).

São esses alguns dos autores e das ideias que tenho utilizado em minhas pesquisas ao longo de todos esses anos no PPGEM. Agora, discutirei alguns aspectos da pesquisa narrativa (auto) biográfica que tenho usado como metodologia de pesquisa.

4. PESQUISA NARRATIVA (AUTO)BIOGRÁFICA

Tenho utilizado em minhas pesquisas o referencial metodológico da pesquisa narrativa ou as narrativas como possibilidade para produção de dados e também para a formação de professores.

A escrita de narrativas possibilita a seus autores conhecerem-se a si mesmos e, como indicado por Josso (2010, p. 71), refletirem sobre *como me tornei no que sou e como tenho as ideias que tenho*, dessa maneira, permite a “tomada de consciência de significados novos e enriquecedores para a compreensão de si próprios ou do ambiente que os rodeia”. A reflexão sobre como aprendemos matemática e os sentimentos em relação à disciplina possibilita aos professores a tomada de consciência das barreiras, limitações e entraves que podem estar presentes quando ensinam matemática, tornando-se, assim, um obstáculo à aprendizagem dos alunos.

Sabe-se que não existe uma relação direta de causa e efeito, ou seja, quando se toma consciência das marcas negativas que alguns professores de matemática deixaram em suas vidas, muda-se imediatamente sua prática. É um processo em que se pode alterar a prática de sala de aula a partir da reflexão.

De acordo com Souza e Cordeiro (2007, p. 47), a escrita pode possibilitar aos sujeitos “entrarem em contato com lembranças, histórias e representações sobre suas aprendizagens, discursos e rituais pedagógicos construídos no espaço escolar/acadêmico”. A narrativa possibilita desvelar modelos e princípios que fazem parte de discursos pedagógicos e que constituem o “agir e o pensar docente e rever cristalizações sobre a prática. Isso porque o ato de lembrar e narrar possibilita ao ator reconstruir experiências, refletir sobre seu próprio percurso e seus dispositivos formativos, além de criar espaço para um entendimento de sua prática” (Souza; Cordeiro, 2007, p. 47).

Cunha (1997), destaca que o distanciamento do momento da escrita permite ao autor da narrativa teorizar sobre sua própria experiência, possibilitando se tornar um processo emancipatório, no sentido de se manter ativo na construção de sua própria formação. Para isso é preciso que o professor se proponha a “analisar criticamente a si próprio, a separar olhares enviesadamente afetivos presentes na caminhada, a colocar em dúvida crenças e preconceitos, enfim, a desconstruir seu processo histórico para melhor poder compreendê-lo” (Cunha, 1997, p. 3).

Ainda para a autora (1997), a escrita de narrativas pode possibilitar que o sujeito descubra os significados que atribuiu aos fatos que vivenciou e, dessa forma, pode reconstruir a compreensão que tem de si mesmo. “Ao mesmo tempo em que o sujeito organiza suas ideias para o relato, ele reconstrói sua experiência de forma reflexiva e, portanto, acaba fazendo uma autoanálise que lhe cria novas bases de compreensão de sua própria prática” (Cunha, 1997, p. 3).

Souza e Cordeiro (2007), destacam que se pode perceber o sentido que cada um sustenta frente às reconstruções de sua trajetória nos textos narrativos a partir da história de vida e das vivências e aprendizagens escolares. O autor dessas escritas “organiza suas ideias, potencializa a reconstrução de sua vivência pessoal e profissional de forma autorreflexiva e gera suporte para compreensão de sua itinerância formativa” (Souza; Cordeiro, 2007, p. 47).

Górriz (2008), apresenta uma discussão de algumas dimensões que permitem ao sujeito a reconstrução de si mesmo a partir de um modelo de investigação/formação autobiográfica. São elas:

- 1) Dimensão experiencial: a vida é composta por diversas ações e experiências cotidianas que compõem as vivências, as sensações e as emoções. As experiências mais marcantes são aquelas que o sujeito resgata na escrita das narrativas e que são fontes de conhecimento, autoconhecimento, elaborações teóricas e de formação.
- 2) Dimensão introspectiva: a busca introspectiva de nossas recordações, vivências e experiências dá a possibilidade de “olhar, observar, reviver, captar, explorar, narrar, compreender e interpretar nosso mundo interior” (p. 308).
- 3) Dimensão emocional: ao reviver as experiências para trazê-las para a escrita, emergem sentimentos e emoções, o que indica o quanto aquela experiência foi marcante e significativa para a pessoa.
- 4) Dimensão existencial: de acordo com Górriz (2008, p. 308), “elaborar a experiência nos permite descobrir nossa existencialidade, a maneira pela qual nos sentimos, atuamos e nos posicionamos no mundo”.
- 5) Dimensão psicossocial: ao reviver as experiências, a introspecção leva o sujeito a conhecer a si mesmo e a conhecer o modelo psicossociológico interior, ou seja, seus valores, atitudes e ações e, dessa maneira, pode compreender suas ações e permite a tomada de decisão para alterá-las.
- 6) Dimensão investigadora/cognitiva: a indagação sobre a vida conduz à descoberta e requer a curiosidade para saber “quem somos, que experiências significativas marcaram e modelaram nossa vida, de onde viemos e para onde vamos. Exige recolher informação precisa, concreta e exaustiva para descrevê-la, narrá-la, compreendê-la, analisá-la, interpretá-la e criar teorias e conhecimento social, pessoal e científico” (Górriz, 2008, p. 309).

Compreendemos que essas dimensões estão imbricadas e fazem parte do processo de escrita de narrativas. A importância desse processo está na possível percepção dos aspectos do ensino e da aprendizagem da matemática durante sua vida escolar que levaram ao surgimento de sentimentos como, por exemplo, o foco na memorização dos algoritmos das operações fundamentais e não na compreensão dos processos implícitos.

A dimensão experiencial é fundamental na reflexão de lembranças sobre a matemática, pois a partir da dimensão introspectiva e existencial, os professores podem interpretar o *como me tornei no que sou e como tenho as ideias que tenho* na busca pela compreensão dessas experiências, ou seja, quais seus sentimentos e porque atuam como o fazem. São ainda permeadas pela dimensão emocional que faz emergir, muitas vezes, sentimentos de medo, de angústia, de incompreensão etc. com relação à matemática.

A dimensão psicossocial leva a se conhecer melhor e a tomar consciência de suas ações, podendo ocasionar mudanças no sentido de melhorar o ensino de matemática para seus alunos. Dessa forma, a dimensão investigadora/cognitiva possibilita a elaboração de teorias para explicar essas ações.

Destacamos que as quatro primeiras dimensões são importantes porque possibilitam emergir experiências marcantes, sentimentos com relação à matemática e compreender as razões que as levaram a terem algumas crenças. Por outro lado, as duas últimas dimensões são potencializadoras de mudanças no quadro de crenças, a partir da elaboração de teorias explicativas e das ações.

A partir do exposto, tenho utilizado a escrita de narrativas como dispositivo de produção de dados para minhas pesquisas e, às vezes, como processo de formação de professores. Na primeira perspectiva, os participantes das investigações escrevem narrativas sobre temáticas e trazem diversos aspectos que analiso. Por outro lado, essas narrativas também permitem que os professores relembrem fatos, experiências e situações que marcaram sua prática docente e reflitam sobre elas de modo a ressignificar essas experiências.

Além disso, tenho feito também entrevistas narrativas com participantes das investigações. A entrevista narrativa “consiste em refletir e recordar episódios da vida, em que a pessoa conta coisas a propósito de sua biografia em um intercâmbio aberto, que permite aprofundar em sua vida por perguntas e escuta atenta do entrevistador, dando como resultado uma certa ‘co-produção’” (Bolívar; Domingo; Fernández, 2001, p. 159).

Esses autores (2001, p. 160-161), destacam que as entrevistas podem apresentar três momentos:

A entrevista como *acontecimento*: a realização e vivência da interação entre entrevistador e entrevistado, em que – além do próprio discurso – se pode captar as atitudes, formas de ser etc. A entrevista *registrada*: onde se percebe auditivamente as reações (tom, expressão) da interação e colocado em palavras. A entrevista-*texto*: uma vez transcrita se converte em texto, onde se perde a voz, para ficar com os recursos inevitáveis da leitura para seu entendimento.

A narração busca substituir as entrevistas com perguntas e respostas o que faz com que, para Jovchelovitch e Bauer (2015, p. 95-96), “a perspectiva do entrevistado se revela melhor nas histórias onde o informante está usando sua própria linguagem espontânea na narração dos acontecimentos”.

5. PESQUISAS ORIENTADAS NO PPGEM

Até o momento, tenho 10 orientações concluídas de mestrado no PPGEM e todas elas abordam temáticas diferentes, mas relacionadas à formação de professores que ensinam matemática e/ou ao processo de ensino e aprendizagem da matemática. Essas pesquisas estão apresentadas no quadro abaixo:

Quadro 1: Pesquisas de mestrados orientadas no PPGEM

Autor	Ano	Dissertação	Produto Educacional
Caroline de Paula Ribeiro	2023	Práticas de sala de aula de uma professora que ensinou matemática em uma escola montessoriana durante a pandemia	Materiais montessorianos e possibilidades de adaptações para o ensino da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental
Bertrand Luiz Corrêa Lima	2022	A iniciação à docência de professores de Matemática em um Programa de Residência Docente	Práticas matemáticas para professores dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio
Ana Lucia do Carmo Narciso	2021	A álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos Planos de Estudos Tutorados de Minas Gerais	Sequência didática para o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental
Maíra Matos de Oliveira	2020	A contribuição das histórias em quadrinhos para a formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental	Histórias em quadrinhos em sala de aula: múltiplas possibilidades para refletir, escrever e aprender Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental
Paola Lima França	2019	Tecnologias da Informação e Comunicação na formação continuada de professores de matemática: um estudo com egressos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática	Manual dos produtos educacionais relacionados às Tecnologias da Informação e Comunicação para a sala de aula de matemática
Paulo Ricardo Ramos Pereira	2019	Professores de matemática em início de carreira: um olhar para a prática docente no ensino e aprendizagem de expressões algébricas	Álgebra e expressões algébricas: um olhar para a prática docente de professores em início de carreira
Fabiana Polessa Cardoso	2018	Contribuições de um curso de extensão em geometria para a formação matemática de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental	Geometria com enfoque diferente: uma proposta para formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental
Adrielle Cristine Domingos Rodrigues	2018	Saberes geométricos na Revista do Ensino de Minas Gerais nas décadas de 1940 e 1950.	Saberes geométricos: referências do passado iluminando práticas atuais
Dayselane Pimenta Lopes Rezende	2017	Ensino e aprendizagem de geometria no 8º ano do Ensino Fundamental: uma proposta para o estudo de polígonos	Tarefas exploratório-investigativas para o estudo de polígonos no 8º ano do Ensino Fundamental

Bruno Rinco Dutra Pereira	2016	O ensino e a aprendizagem de geometria por meio de uma sequência didática para a Educação de Jovens e Adultos	Proposta de sequência didática sobre triângulos para a Educação de Jovens e Adultos
------------------------------	------	---	---

Fonte: Elaborado pelo autor

A partir destes pesquisas orientadas, percebe-se que foram várias as temáticas abordadas pelos estudantes: prática docente de uma professora dos anos iniciais; iniciação à docência; álgebra nos anos iniciais; histórias em quadrinhos nos anos iniciais; Tecnologias da Informação e Comunicação na formação continuada de professores de matemática; práticas docentes de professores em início de carreira sobre expressões algébricas; geometria na formação de professores dos anos iniciais; saberes geométricos; ensino e aprendizagem de polígonos e; geometria na Educação de Jovens e Adultos.

Verificamos também que as pesquisas foram desenvolvidas nos mais diferentes níveis escolares, predominando, os anos iniciais e os anos finais do Ensino Fundamental. Também houve estudos com professores em início de carreira e sobre a iniciação a docência, período em que o docente está começando a atuar no magistério. Temática recorrente foi a geometria que esteve presente em quatro investigações, seguida da álgebra que fez parte de duas delas.

Importante destacar que por ser um mestrado profissional, os estudantes precisam elaborar produtos educacionais⁴ que estejam voltados para a sala de aula de alguma maneira. Assim, os estudantes orientados desenvolveram sequências didáticas, cursos de extensão, atividades com orientações para o professor, manuais com Tecnologias de Informação e Comunicação e com materiais montessorianos etc. Essa vasta gama de produtos educacionais pode auxiliar os professores em suas práticas de sala de aula.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciei minha participação no PPGEM logo após entrar na Faculdade de Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora, poucos anos depois de finalizar meu doutorado

⁴ Os produtos educacionais podem ser encontrados em:
<https://www2.ufjf.br/ppgedumat/publicacoes/produtos-educacionais/>

em Educação. Assim, tenho um carinho muito especial pelo Programa por ter sido nele que tive meus primeiros orientandos e que aprendi a ser orientador. Dessa forma, o PPGEM contribuiu muito para minha formação enquanto pesquisador e orientador. Além disso, as pesquisas que venho desenvolvendo desde 2013 sempre têm algum estudante do PPGEM fazendo parte.

Nesse sentido, nesses 10 anos em que faço parte PPGEM também contribui de alguma maneira com a formação de recursos humanos, ou seja, de professores das diferentes redes de ensino que vem cursar o mestrado profissional em Educação Matemática.

Por fim, é muito bom fazer parte dessa história e de uma das grandes conquistas dos últimos anos do Programa, que é a instituição do doutorado profissional em Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

BOLÍVAR, Antonio.; DOMINGO, Jesús.; FERNÁNDEZ, Manuel. **La investigación biográfico-narrativa en educación: enfoque y metodología**. Madrid: La Muralla, 2001.

CUNHA, Maria I. Conta-me agora! As narrativas como alternativas na pesquisa e no ensino. **Revista da Faculdade de Educação**, São Paulo, v. 23, n. 1-2, 1997. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-25551997000100010# 1aut](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-25551997000100010#1aut)>. Acesso em: 20 maio 2008.

GARCÍA, Carlos M. A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. In: NÓVOA, Antonio (Org.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 51-76.

GARCÍA, Carlos M. La evaluación del desarrollo profesional docente. In: _____ (Org.). **La evaluación del desarrollo profesional docente**. La Coruña: Editorial Da Vinci, 2011. p. 11-21.

GÓRRIZ, Isabel L. A autobiografia como modelo formativo/educativo de bem-estar e transformação socioexistencial. In: PASSEGI, Maria da C.; SOUZA, Elizeu C. (Org.). **(Auto)biografia: formação, territórios e saberes**. Natal: EDUFRN, 2008. p. 301-316.

HAMMERNESS, Karen.; DARLING-HAMMOND, Linda.; BRANSFORD, John.; BERLINER, David.; COCHRAN-SMITH, Marilyn.; MACDONALD, Morva.; ZEICHNER, Kenneth. How teachers learn and develop. In: DARLING-HAMMOND, Linda, BRANSFORD, John (Org.). **Preparing teachers for a changing world: what teachers should learn and be able to do**. United States of America: Jossey-Bass, 2005. p. 358-389.

JOSSO, Marie-Christine. Da formação do sujeito... Ao sujeito da formação. In: NÓVOA, Antônio., FINGER, Matthias. (Org.). **O método (auto)biográfico e a formação**. Natal: EDUFRN, 2010. p. 59-79.

JOVCHELOVITCH, Sandra.; BAUER, Martin W. Entrevista Narrativa. In: BAUER, Martins W.; GASKELL, George (Org.). **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015. p. 90-113.

LORTIE, Dan C. **Schoolteacher: a sociological study**. Chicago: The University of Chicago Press, 2002.

MARCELO, Carlos. Desenvolvimento profissional: passado e futuro. **Sísifo. Revista das Ciências da Educação**, Lisboa-Portugal, n. 08, p. 7-22, 2009.

MIZUKAMI, Maria Graça N.; REALI, Aline M. M. R.; REYES, Cláudia R.; MARTUCCI, Elisabeth M.; LIMA, Emília F.; TANCREDI, Regina M. S.; MELLO, Roseli R. **Escola e aprendizagem da docência: processos de investigação e formação**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

PACHECO, José Augusto.; FLORES, Maria Assunção. **Formação e avaliação de professores**. Porto: Porto Editora, 1999.

SOUZA, Elizeu C.; CORDEIRO, Verbena M. R. Por entre escritas, diários e registros de formação. **Presente! Revista de Educação**, Salvador, n. 57, p. 45-49, 2007.

CAPÍTULO 3

A FENOMENOLOGIA EM UM MESTRADO PROFISSIONAL

Adlai Ralph Detoni⁵

1. INTRODUÇÃO

A fenomenologia, como possibilidade de pensamento científico e como base para desenvolvimento metodológico de pesquisas, está presente no cotidiano do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFJF desde sua criação. Ao longo de 15 anos ela alimentou e foi retroalimentada por pesquisas e resultados em diversos temas, porém, sempre objetivando o ensino da matemática em situações de ordem prática curriculares.

Como orientador, trouxe para as atividades de formação dos mestrandos e mestrandas minha condição de estudioso e participante do grupo de pesquisas FEM, Fenomenologia e Educação Matemática, grupo cadastrado no CNPq, com seguidos projetos-mãe e subprojetos instituídos nas últimas décadas. Como importante parte integrante do GT11 (Filosofia e Educação Matemática) da SBEM, os membros do FEM⁶, têm ocupado destacado papel em eventos científicos e publicado em significativos espaços editoriais nacionais e internacionais.

Todos os estudos e pesquisas sob minha orientação se viram vinculados à linha 1 do Programa, mesmo que, em variadas vezes, a tecnologia associada principalmente aos recursos do computador se fez presente. Sempre esteve consoante a intenção, que a própria condição de Profissional que tem o Programa, em nortear o sentido de efetividade cotidiana dos temas trabalhados, atinente aos que vêm da sala de aula real.

⁵ Docente do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UFJF.

⁶ Pode-se acessar informações do grupo no link: <http://fem.sepq.org.br/>

De uma forma mais ou menos incisiva, a geometria esteve presente nas dissertações que orientei. A escolha mais específica de temas, em cada orientação, sempre foi realizada respeitando o desejo do orientando ou orientanda, em duas direções principais: temas que são pertinentes nos currículos escolares mais usuais, ou temas associados à manifestações geométricas que, apesar de previstas nos documentos curriculares nacionais, não são frequentemente trabalhados, ganhando, assim, um caráter de tratamento alternativo.

Mas, a formação dos mestrandos discentes, entendo, não se basta no aprofundamento do tema e seus conteúdos matemáticos e curriculares. Formamos pesquisadores, e o cuidado com o aspecto da compreensão do fazer metodológico está sempre enfatizado. Mesmo respeitando outros interesses e necessidades, o trabalho de compreender e agir com o que oferece o pensamento fenomenológico foi um aspecto marcante na formação dos discentes. Sobremaneira, conforme entendo, a fenomenologia não só oferece base para se desenvolverem instrumentos de pesquisa, mas, também, para uma recompreensão do espaço profissional do professor. Em todas as orientações, junto a outros aspectos, considerar questões tais como o que é a escola, o que é o currículo, quais os poderes presentes no cotidiano da sala de aula, as visões de matemática de professores e alunos, entre outros, foi uma tarefa enfrentada por orientador e grupo de pesquisa.

2. PROJETOS DE PESQUISA

Os projetos de pesquisa desenvolvidos a partir dos discentes, como adiantei acima, têm um vínculo inicial personalizado, em suas escolhas, experiências e incômodos profissionais. Mas, sempre se abrigaram dentro de estudos que eu empreendia junto a Projetos de Pesquisa institucionalizados na Propesq-UFJF. Os principais projetos meus, que foram ocorrendo ao longo dos anos, foram: O ensino de Geometria em Juiz de Fora e Região, Filosofia da Matemática: possibilidades pedagógicas, Geometria: Software e EaD, O conhecimento matemático no espaço-tempo hipermídico: formação do licenciando em ambientes virtuais, Corpo, movimento, conhecimento geométrico, e Concepção da geometria no enfoque fenomenológico. Este último, e mais atual, possui a seguinte descrição, constante da plataforma de grupos do

CNPq: “Fazer uma síntese da concepção de geometria presente nos trabalhos sobre geometria efetuados fenomenologicamente; explicitar o significado dos diagramas na construção do conhecimento matemático”.

Com destacada proximidade, meus projetos se vinculam a projetos maiores, junto a pesquisadores de várias instituições nacionais. Em ordem cronológica decrescente, apresento uma breve exposição dos dois últimos projetos-mãe sediados no CNPq, pelo grupo FEM. Também, em vários aspectos, as dissertações de mestrado que orientei em paralelo a essa cronologia se vinculam a esses projetos, sendo que alguns discentes orientandos participaram desses projetos maiores.

Quadro 1: Últimos projetos-mãe do Grupo FEM

1) 2020 – Atual: Uma Filosofia Fenomenológica da Educação Matemática.

O recorte abaixo, extraído da plataforma do CNPq, traduz o que vem a ser esse projeto:

Fazer uma análise e crítica reflexiva sobre o que autores relevantes da Filosofia da Educação Matemática dizem para a Educação que, aos nossos olhos, se destaca como importante para a historicidade das ideias, da visão de realidade, de conhecimento, de valor e de estética. Tais ideias compreendidas e analisadas podem iluminar a elaboração de atividades didáticas e possibilitar expor uma Pedagogia ou um pensar sobre a Educação Matemática

2) 2015 – 2020: A compreensão e a produção da matemática ao se estar no ciberespaço e junto ao computador e outras mídias.

A descrição abaixo apresenta esse projeto:

O objetivo é tematizar questões relativas ao modo pelo qual o ser humano estabelece trocas com o computador e acerca da natureza da matemática produzida quando se trabalha com o computador: é a mesma da matemática produzida por matemáticos tradicionais ou é diferente? Visa, portanto, investigar como se mostra a compreensão e a produção da matemática ao se estar no ciberespaço e junto ao computador e outras mídias?

Fonte: O autor

Com relação aos projetos discentes, cada dissertação se estabelece com prerrogativas próprias, ainda que hajam coincidências temáticas. Conforme se mostrará adiante, as propostas são sempre vinculadas a uma situação didática real e curricular. Enfatizo que o estudo pautado em categorias da filosofia da educação matemática exige que em cada um se discuta os valores ontológicos e epistemológicos sobre o que se trabalha.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

Entendo um referencial teórico aquilo que não se basta em dar base instrumental e intelectual para que se desenvolva uma pesquisa desde a inquirição inicial até prováveis procedimentos metodológicos de produção, análise e apresentação de dados em resultados científicos. Antes de mais nada, um referencial deve acolher pesquisadores em seu estado inicial de indagação e, na medida em que estes se veem abrigados nele, deve abrir um horizonte de atribuições de significados inter pertinentes, constituindo uma lógica entre perguntas e respostas e, desde o início de um processo, acenando para uma estrutura possível ao fenômeno sobre o qual se debruça e quer compreender.

O termo 'fenômeno' é caro para a fenomenologia, como a proximidade vocabular e semântica já indica. Mas, ambos são termos que têm uma certa polissemia acadêmica, e, num texto como este, é sempre pertinente explicitá-los. Momentos da produção intelectual humana – como a filosofia kantiana, como a ciência física - dão sentidos a fenômenos que não são estritamente os que Husserl lhes dá. Esse filósofo alemão da virada do século XIX e do século XX, ao longo de anos de atividade intelectual cunhou uma visão de ciência baseada no mundo da vida, o mundo do nosso cotidiano, e tudo o que nos interessa cientificamente é-nos fornecido neste mundo, também dito mundo fenomênico. O que vivemos naquilo que nos interessa atentamente *se mostra* a nós na encarnação nossa junto à empiria desse mundo. Esse 'se mostra' é simplesmente, a partir do latim, a base etimológica formativa de 'fenômeno'. Como, para a fenomenologia, o mundo dos fenômenos não têm existência independente de quem vive – e percebe, e busca compreender – esse mundo, toda uma metodologia tem de vir para conduzir um pesquisador em seu olhar, que se pretende rigoroso, científico e sem prejulgamentos. Portanto, o fenômeno se mostra *a alguém*, isto é, não tem uma universalidade impessoal.

Outra característica do fenômeno, que impregna toda a metodologia de base husserliana e que se põe presente nas pesquisas de base fenomenológica, é o sentido de inacabamento, de não determinabilidade, que um estudo nesta base convive: o que se mostra no mundo nos vem de forma velada, não transparente e lúcida; portanto, pesquisar é *desvelar*, pois as coisas no mundo se mostram em perfis e num emaranhado

de fios intencionais junto a outras coisas. Finalmente, Husserl, como consequência, diz que não chegamos a respostas precisas; mais chegamos a novas e mais lúcidas questões, e nossos resultados representam *sínteses de transição*.

Outro valor teórico importante numa pesquisa em bases fenomenológicas é a *intencionalidade*. Não somos contemplativos do mundo das coisas, naquilo que efetivamente nos interessa. *Vamos* ao mundo. Não há mundo sem sujeito, nem sujeito sem mundo, diria, nessa paráfrase, Merleau-Ponty. Não *temos*, de forma psíquica e intelectual, consciência do mundo, a consciência não é uma objetividade que se constitui em nós distante do empírico vivido, ela é uma ação, um ato, um dirigir-se ao mundo. Deste modo, consciência é intencionalidade, uma ação a partir de quem quer voltar ao mundo fenomênico, diferente de se *ter* meramente uma intenção de conhecer. Uma das consequências metodológicas desse valor se mostra caracterizado nas pesquisas fenomenológicas, entre as quais as que empreendo com meus discentes, que é nunca perguntarmos por um objeto em si, mas como ele é *segundo alguém*, numa dada *situação*.

Ao longo do século XX, e após a propulsão inicial em Husserl, vamos ver aparecendo uma série de pensadores, a maioria considerados categoricamente filósofos, que vão ampliando a base fenomenológica de ser pensar, especialmente, as ciências humanas. Husserl, devido a percalços políticos em sua carreira de pensador, interessadamente só teve sua obra mais madura popularmente conhecida já nos fins desse século, e ela se mostrou uma ampla fonte de discussões acerca de ontologias e epistemologias para as ciências, com foco importante na matemática. Husserl foi criterioso em propor uma postura metodológica para uma pesquisa fenomenológica, onde um ponto central é a *epoché*, que versa sobre a necessidade e o cuidado do pesquisador em suspender juízos pré-dados, a fim de que a *verdade* buscada aflore, em termos científicos, próximo a que ela vai se mostrando genuinamente do mundo fenomênico. Husserl espalhou suas ideias em várias publicações, algumas das mais importantes citadas nas referências deste texto.

Um aluno de Husserl que se destacou e possui acolhida em quem pesquisa na fenomenologia é Heidegger. Esse autor da conhecida obra *Ser e Tempo* responde por um apronto fenomenológico mais existencial, radicalizando um humanismo próprio de cada um, que é um ser que vive, junto-a-outros, a sua mundanidade, e se constitui nessa

vivência; o homem se faz, não é feito. Heidegger realiza uma radical ontologia, como que cumprindo uma tarefa iniciada por Nietzsche, em que toda uma tradição – grega clássica hegemônica, das ciências em geral, da religião, etc. – que põe o ser como uma condição inicial é confrontada com a ideia de que o ser não é, *está sendo*. De uma forma simples, ilustro essa passagem: um aprendiz não é um ser dado, e esse ser aprende; o ser cognoscente não se desprende do ser, ele também o estrutura, numa incompletude ontológica viva e movente.

Numa terceira geração, aponto dois franceses continuadores de Husserl. Sartre amplia os sentidos da ontologia heideggeriana, investigando as relações entre o ser e o não-ser, e, de forma breve aqui, pergunta o quanto cada um sabe conscientemente acerca de si e da tarefa existencial básica que o faz vivente no mundo, trazendo em questão a vocação e a liberdade pessoal. Todos os pensadores fenomenológicos enfrentam a questão da espaço-temporalidade, e no redimensionamento dos sentidos de espaço e tempo vividos, oferecem a pesquisadores do entorno da matemática novas direções de reflexão. Merleau-Ponty é um filósofo que enfrentou esse questionamento de forma incisiva, como em uma obra capital sua, *Fenomenologia da Percepção*, onde o ser, com seu corpo vivente, sua carnalidade, tem um vasto espectro de possibilidades de compreensão da verdade do mundo, o que nos obriga perguntar criticamente se a ciência - que comumente vê o mundo num sobrevoo – dá conta desse espectro quando o assunto envolve o homem.

Fechando essa breve relação de pensadores fenomenológicos, trago pensadores da filosofia da linguagem, que foi sendo um objeto de estudo da fenomenologia até se estruturar mais incisivamente em Derrida, Paul Ricoeur e Gadamer, que contribuem para uma nova hermenêutica, também atenta a um existencialismo no qual o texto é o texto vivido, especialmente por quem o lê. Esse pensamento é explorado na *Educação Matemática*, que trabalha, nesse sentido, com um dos mais tradicionais textos escritos na história humana, o matemático.

No âmbito da *Educação Matemática*, a fenomenologia possui, no Brasil, vários estudiosos, que estão sediados, principalmente, em instituições de ensino superior, desenvolvendo temas específicos pertinentes a aspectos mais gerais ou direcionados a objetos matemáticos ensinados. Abaixo, apresento referências ligadas a alguns desses estudiosos, com as publicações mostrando nominalmente alguns assuntos de interesse.

Há aquelas tratando da metodologia fenomenológica, sobre o conhecimento matemático no espaço tempo hiperfísico, álgebra, geometria, corporalidade e vivência, aspectos antropológicos, e filosóficos da Educação Matemática.

Quadro 2: Algumas referências de pesquisadores do FEM

BATISTA, C. C.; PAULO, R. M. . Formação do professor para ensinar Matemática com Realidade Aumentada: o que se mostra? **Boletim Gepem** (ONLINE), v. 1, p. 66-82, 2023

BICUDO, M A V. (Org). **Pesquisa qualitativa, segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

BICUDO, M A V. (Org). **Ciberespaço: possibilidades que abre ao mundo da educação**. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

BICUDO, M A V. (Org.). Constitution and Production of Mathematics in the Cyberspace: A Phenomenological Approach. 1ed. Switzerland: Cham, Springer, 2020.

BICUDO, M A V. PINHEIRO, J M L. (Orgs). **Corpo-vivente e a constituição de conhecimento matemático**. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

CZIGEL, E ; SANTOS, J G ; ROCHA JÚNIOR, R C ; MONDINI, F . Rigor y Veracidad en Investigaciones Desarrolladas Según el Enfoque Fenomenológico en el Alcance de la Educación Matemática. **Paradigma** (MARACAY), v. 43, p. 471-489, 2022.

KLUTH, V. S.; KASSAMA, P. A. G. ; CASTILHO, T. N. ; DIAS FILHO, C. A. T. . Uma proposta de ensino das estruturas da álgebra inspirada numa concepção fenomenológica de seu conhecimento. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 15, p. 314-126, 2023.

PINHEIRO, J. M. L. ; BICUDO, M. A. V. ; DETONI, A. R. . Um olhar fenomenológico à Geometria Dinâmica. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, p. 264-287, 2019.

PINHEIRO, J. M. L.. A Geometria Dinâmica se Constituindo com as Ideias Geométricas de Edmund Husserl. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 11, p. 120, 2018.

SOUZA, M. F. ; ROSA, M. . Cyberformação, produtos cinematográficos e produção de aulas de matemática: em busca de uma educação matemática libertadora. **Educação Matemática em Revista**, v. 26, p. 72-95, 2021.

VENTURIN, J. A.; COELHO, F. S. . The Constitution of the Mathematical Object in Acts of Evidence, from the Perspective of Edmund Husserl's First Logical Investigation. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org.). **Constitution and Production of Mathematics in the Cyberspace: A Phenomenological Approach**. 1ed.Switzerland: Springer, 2020, v. , p. 227-243.

WICHNOSKI, P ; KLÜBER, T E. Hermenéutica en la investigación cualitativa fenomenológica: un ejemplo situado en Educación Matemática. **Paradigma** (MARACAY), v. 43, p. 158-177, 2022.

Fonte: O autor

4. METODOLOGIA DE PESQUISA

Nas dissertações defendidas com bases fenomenológicas no Programa, a metodologia de pesquisa não é entregue aos discentes desdobrada em procedimentos técnicos e funcionais. Ela é tematizada e faz parte do desenvolvimento intelectual - e cultural – deles. A fenomenologia husserliana não oferece exatamente um tutorial de procedimentos que o pesquisador deve conhecer, utilizar e, assim, dar conta de suas inquisições. Ela é apresentada com característico teor filosófico, e, como tal, necessita ser refletida e compreendida, até ser apropriada por cada um que a pratica. É notório a diversidade de modos que aparecem nos trabalhos de orientação fenomenológica, cada um articulado segundo as peculiaridades dos casos estudados e escolhas circunstanciais dos discentes.

O primeiro ponto característico da metodologia em bases fenomenológicas é a natureza qualitativa. Entendendo, brevemente, essa natureza como aquela na qual não se parte de pré-categorizações rígidas, a fenomenologia incorpora esse espírito de forma radical: o ponto de partida é o pesquisador que genuinamente não *sabe* acerca do que vai investigar, ainda que pesquisas já existentes permitam a ele uma maior base intuicional. A consideração de que aquilo que se vai investigar é um fenômeno impede que categorias já oferecidas na comunidade científica guiem o olhar perscrutador, se se quer chegar ao que *se mostra genuinamente*.

Outro ponto fundamental de nossa metodologia é o que nos leva para estar atento ao mundo vida. Nos horizontes de problematização da Educação Matemática, convivem a matemática, a produção escolar de seu conhecimento e seus agentes, os estudantes e a escola e seus profissionais, envolvendo sua formação. Portanto, no encontro de pessoas e matemática, optamos por ouvi-las pelos sentidos que manifestam acerca dessa ciência e sua educação.

Uma dissertação relata um percurso de estudos e pesquisas. Com algumas variações intrínsecas, todas elas orientadas na fenomenologia em nosso Programa seguiu os seguintes passos metodológicos:

4.1 A CONSTITUIÇÃO DA INTERROGAÇÃO

A interrogação da dissertação, que ultimada é explicitamente posta no texto, é constituída num processo de elaboração que nasce de dúvidas, incômodos e indagações intuídas pelo discente em suas experiências de formação e profissional. Ele expõe seu desejo de compreender em paulatinas exposições ao orientador e grupo de estudo, sempre mediadas por revisões bibliográficas. Ele termina em constituir sua interrogação e a registra em seu texto, e este momento já é o de uma pré-compreensão do fenômeno que está estudando.

4.2 A ESCOLHA POR UMA MODALIDADE DE PESQUISA

De acordo com o que se chega na interrogação formulada, processa-se uma discussão dos devidos procedimentos para constituição de dados que se acredita serem pertinentes ao fenômeno focado. Tanto na opção por uma pesquisa de natureza bibliográfica, onde sujeitos são autores de publicações, ou na busca de sujeitos situados, encarnados em ações representativas ao fenômeno, o respeito a eles, os sujeitos, exige o cuidado de uma suspensão de juízos pelo pesquisador. A fenomenologia indica sistematicamente não se julgar o mundo e as coisas, e essa intenção deve estar na escolha de sujeitos e ambientes, para o caso de uma pesquisa de campo, e deve estar na escolha de obras e recortes. Todas as dissertações orientadas por mim envolveram uma pesquisa de campo abarcando sujeitos situados.

4.3 AMBIENTE, ATIVIDADE E PRODUÇÃO DE DADOS DE PESQUISA

A fenomenologia não indica a necessidade de determinada *quantidade* de sujeitos, como é comum em algumas outras correntes quando se quer dar densidade estatística aos dados projetados. A sugestão é que cada sujeito vá manifestando compreensões, a partir, claro, de situações que o pesquisador desenha, e considera-se satisfeita a produção de dados quando a sucessão de sujeitos começa a manifestar compreensões de algum nível já convergentes. O pesquisador tem seu foco, mas ele não fecha as ações dos sujeitos nesse foco; ele propõe um cenário de ocorrências mais

amplas em que o que almeja ouvir pode emergir tal como as coisas emergem do mundo natural da vivência: junto a uma variedade de manifestações e *em perfis*, perspectivadas segundo como o sujeito vive as demandas de uma atividade projetada e proposta a ele. De maneira alguma se oferece aos sujeitos perguntas cruciais, que, na verdade, guiariam respostas para o que o pesquisador sabe ou saberia ser possível. Mas o pesquisador *não sabe, ele quer saber*.

Nas dissertações defendidas no Programa na linha fenomenológica todas as pesquisas lançaram mão de um campo de produção de dados, para o qual foram projetadas atividades de fundo didático e onde sujeitos se encontraram para desenvolver junto ações correlatas. Nunca se tomou iniciativas de tolher um natural desenvolvimento dessas ações, e uma liberdade não diretiva foi presente. Por exemplo, quando a pesquisa era sobre um jogo praticado num ambiente de laboratório, o jogo era efetivamente jogado, numa sessão sem questionamentos matemáticos incisivos.

Essa atitude, no entanto, gera uma profusão de manifestações pelos sujeitos, e a necessidade de se registrar em áudio e vídeo se faz imprescindível. O aspecto dialogal comum no desenvolvimento das atividades, aprofunda mais ainda o volume de informações colhidas. Falas, gesticulações, escritas e desenhos vão ocorrendo em uma simultaneidade que o pesquisador pouco controla, pouco interfere professoralmente.

4.4 O TRATAMENTO DOS DADOS: TRANSCRIÇÃO, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISES.

Quando termina sua dissertação acadêmica, o discente leva à sua comunidade científica resultados em forma de categorizações. Na fenomenologia, essas têm um caráter menos crucial do que se apreende nas produções acadêmicas em geral. Os fenomenólogos *não têm* uma explicação para dar, ao fim de suas pesquisas; seus resultados não comprovam uma tese posta como partida. Como falamos acima, as sínteses de transição que produzem são um momento de superação de questionamentos, mas também a abertura de novos, agora mais estruturados. Por isso, costuma-se dizer *convergências*, em vez de categorizações.

O que os sujeitos manifestam e o pesquisador revela são compreensões acerca da *estrutura do fenômeno* que foi seu foco inicial. Este estava *velado*, no princípio,

apenas previsto na intuição, e o como ele vai se desvelando é algo que só a trajetória de pesquisa vai trazer. Não é incomum, na fenomenologia mas também em outras vertentes, começar creditando-se um foco e no meio da trajetória perceber-se que as questões mais pertinentes são outras. Fundamentalmente, uma pesquisa é a busca do sentido que faz o fenômeno, seja um jogo didático, seja uma disciplina que se quer reelaborar.

Desse modo, a *epoché* husserliana vem como uma norma moral ao pesquisador. Ela está presente quando o pesquisador elabora atividades, quando está junto aos sujeitos e não manifesta suas pré compreensões e, principalmente, quando vai analisar os dados produzidos. O profundo respeito ao horizonte fenomênico do mundo de seu foco pesquisado se inicia no respeito ao que os sujeitos manifestaram, na ação original e nos registros efetuados. A organização dos dados produzidos exige um comprometimento de fidelidade ao que está registrado, sem nenhuma projeção de julgamentos pessoais ou trazidos da literatura. Já na transcrição esse cuidado é presente. O texto da transcrição, dada a riqueza audiovisual dos registros, necessita ser próximo ao gênero dramático, uma vez que falas e outras expressões, junto ao contexto espaço-temporal onde ocorrem, devem ser *descritas* em pormenores que ajudam a compor um quadro inteligível que assegura legitimidade a uma fala, a um gesto. Frisamos o verbo descrever para além de seu sentido gramatical usual: trata-se de descrever o que se está vivendo, e não buscar um sentido explicativo exterior ao ocorrido.

Mas, o *texto* original do ocorrido no campo da pesquisa vem num fluxo, como dissemos, muito ditado pelos próprios sujeitos. Após a transcrição bruta, recortes são necessários ao organizar o material escrito para principiar-se interpretações e análises. Há algumas variedades de tratamento de texto observadas nas pesquisas fenomenológicas. No Programa, trabalha-se com um procedimento denominado Cenas Significativas (DETONI & PAULO, 2000), quando o fluxo da transcrição é recortado em cenas, em mais uma recorrência ao mundo teatral. Percebemos que no correr livre de ações dos sujeitos em grupo, vão se dando focos de interesse de discussões, que brotam, tomam um auge de atenção de todos e depois minguam, dando espaço a novos focos. Ao conjunto de manifestações de cada um desses movimentos, identificamos uma cena.

É comum nos tratamentos de dados na fenomenologia junto à Educação Matemática no Brasil realizar-se dois grandes movimentos de análises: no primeiro, a *análise ideográfica*, quando as manifestações dos sujeitos são interpretadas, gerando *ideias*, que vão ser as primeiras convergências percebidas pelo pesquisador. Tomando um exemplo recente de orientação concluída, a discente terminou suas análises oferecendo uma multi-natureza de direções educacionais. Seu foco era a presença didática de um jogo de tabuleiro e o que de geometria se mostrava junto aos sujeitos, estudantes do ensino médio. No quadro abaixo mostramos uma passagem da análise ideográfica realizada, representando uma cena (AQUINO, 2021, p. 60):

Figura 1: Análise ideográfica

Cena 2.21		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Show! E agora?</i> AP2: <i>Veç do AP4.</i> AP1: <i>Agora você só risca um no outro, AP4.</i> AP2: <i>É, é só você, ô... você pega aqui, ô... encontrei esse com esse e risca...</i> AP1: <i>Enquanto o AP4 podia fazer esse, a gente podia fazer as formas geométricas de uma vez, né?</i> MEDIADORA: <i>Oi?!</i></p>	<p>A participante sugere que, com o objetivo de agilizar, enquanto o AP4 termina a marcação do tabuleiro, o restante inicia as peças do jogo. Porém, a mediadora esclarece que cada um fará seu conjunto de peças.</p>	<p>Os participantes assumem papéis de condução do processo, sugerindo passos. (I2.21 - 1)</p>

Fonte: O autor

No segundo movimento, a análise nomotética, o pesquisador faz convergir ideias constituídas para grupos representativos de significações aproximadas tematicamente. Neste movimento, à medida que faz convergir, ele dá nomes como categoriais, e pode ocorrer de realizar mais de uma etapa de convergência, chegando a grupos mais gerais. Conforme frisamos antes, todos esses movimentos respondem à intenção de ver desvelada a estrutura do fenômeno focado. Este vai se mostrando a partir das manifestações dos sujeitos, e até as convergências mais gerais a genuinidade delas é resguardada. A passagem do ideográfico para o nomotético se inicia com uma compilação de ideias já instituídas e numeradas. A figura abaixo mostra a citada discente reunindo as ideias que considerou pertinentes às convergências para o núcleo de Visões da Matemática (Aquino, 2021, p. 87).

Figura 2: Análise nomotética

Visões da Matemática				
12.3 - 1	12.9 - 14	12.11 - 3	12.13 - 1	12.14 - 1
12.16 - 2	12.17 - 2	12.18 - 7	12.19 - 4	12.21 - 3
12.24 - 8	12.25 - 2	12.26 - 3	12.28 - 2	12.33 - 2
12.36 - 4	12.37 - 1	12.39 - 2	12.39 - 3	12.45 - 2
12.49 - 6				

Fonte: O autor

O que essa dissertação ofereceu como resultado final se mostrou em categorias convergentes que a discente elaborou em dois passos. Primeiro, convergência para os núcleos de sentido: Interação e Colaboração, Expressão do Geométrico, Visões da Matemática, o Lúdico, Empreendimento do Corpo, Linguagem, Ambiente Enquanto Acolhimento. Por fim, fez convergir para dois núcleos mais abrangentes, o Núcleo abrangente do pedagógico constituído no laboratório, e o Núcleo abrangente do geométrico. O primeiro núcleo abrangente abriga toda uma variedade de condicionantes epistemológicas e existenciais mostradas pelos sujeitos. O segundo núcleo abrangente abriga todas as manifestações de produção do conhecimento caracteristicamente matemático.

É comum em pesquisas onde se preocupa em transcrever o gravado em áudio e vídeo, e se considera todo tipo de manifestação, ocorrerem dois fatos: cada minuto de gravação se multiplica em várias laudas escritas; e, se as ações correram na liberdade de iniciativa dos sujeitos, resulta um inusitado volume de informações que eles oferecem em várias direções temáticas, enfocando desde o objeto matemático em sala de aula até como a família entende suas vidas de aprendizes da matemática, como exemplo.

Várias das ideias colocadas aqui sobre metodologia estão mostradas nas orientações concluídas, que seguem listadas no quadro abaixo.

5. ORIENTAÇÕES CONCLUÍDAS

Quadro 3: Relação cronológica decrescente de dissertações defendidas⁷

ANO	DISCENTE	TÍTULO	PALAVRAS-CHAVE	COMENTÁRIOS
2021	Elias da Costa Abreu	Semelhança com manipulações homotéticas	Geometria das Transformações. Homotetia. Semelhança. Materiais Manipulativos. Fenomenologia	Discente professor no ensino básico; investigação sobre demanda real de sala de aula
2021	Raniane Lucimar Almeida de Aquino	Conhecimento Geométrico no espaço e tempo pedagógicos de um Laboratório de Educação Matemática	Pensamento geométrico. Material Didático Manipulável. Fenomenologia. Geodrez.	Discente com demanda real na escola básica com presença de laboratório
2017	Débora Bordonal Senra de Oliveira	A Constituição de Conhecimento Colaborado em Geometria das transformações com ferramentas dinâmicas	Geometria das Transformações; atividades investigativas e exploratórias; currículo; geometria dinâmica; fenomenologia	Discente com demanda própria e profissional na aproximação entre geometria e recursos computacionais
2018	Marcelo Cunha Figueiredo	Uma Proposta de Trabalho Didático com a Geometria Projetiva	Ensino de Matemática. Formação de Professores. Geometria Projetiva. Metodologia alternativa. Fenomenologia	Discente professor e coordenador de curso de formação; investigação vinculada à demanda de implantação curricular
2016	Marina Dutra Vieira	Uma Proposta de Trabalho Didático com a Geometria Projetiva	Geometria Projetiva, Geogebra, Currículo, Fenomenologia	Demanda própria e profissional, na aliança de geometria e software
2013	José Milton Lopes Pinheiro	A Aprendizagem Significativa em Ambientes Colaborativo-Investigativos de Aprendizagem: um estudo de conceitos de Geometria Analítica Plana	Aprendizagem Significativa. Aprendizagem Colaborativa. Exploração e Investigação em aulas de matemática. Geometria Dinâmica.	Discente com interesse em carreira acadêmica projetada no encontro da geometria e os recursos de software e plataforma de aprendizagem
2012	Guilherme Luiz de Toledo Calderano	A Geometria Projetiva como proposta de intervenção: um olhar a partir dos Teoremas de Menelau e Ceva	Investigação, Geometria Projetiva, Menelau e Ceva, Currículo	Discente professor e coordenador de escola básica; interesse em fomentar atividades curriculares alternativas.

Fonte: O autor

⁷ As dissertações e seus respectivos Produtos Educacionais estão disponíveis pelo link: <https://www2.ufjf.br/ppgedumat/>

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em 15 anos de presença da fenomenologia no Programa, sua contribuição se viu nas ações didáticas e acadêmicas, respondendo por um olhar filosófico sobre a Educação Matemática. Em orientações, disciplinas e outros movimentos, esse olhar se mostrou efetivo em apontar direções possíveis, para além de apenas reflexões na filosofia. Soube se ser coerente com o espírito profissional do Programa, e os Produtos Educacionais vinculados à dissertações defendidas denotam isso.

Nosso Programa nasceu e cresceu plantando diversidades epistemológicas e metodológicas, acolhendo diferentes correntes de pensamento e ação. Várias concepções e tendências se veem representadas nos diversos grupos de orientação, e, mesmo dentro deles uma liberdade temática para com escolhas discentes é característica. Essas diversidade e liberdade foram praticadas nas orientações a partir do pensamento filosófico em bases fenomenológicas, que, de uma forma geral, se ocupa de dar aos discentes compreensões comprometidas do fenômeno da educação e seguras ações metodológicas, mas acata o interesse de cada um. História, recursos computacionais, didática sobre objetos matemáticos particulares, currículo escolar, entre outros, são direções encampadas nas orientações realizadas.

As Dissertações e Produtos Educacionais por mim orientados trazem sempre discussões atualizadas acerca dos planos de política pública para a Educação no Brasil. O cuidado em considerar e refletir criticamente sobre parâmetros e bases curriculares, tomando documentos oficiais e literatura crítica, se tornaram presentes nos conceitos trabalhados, espelhando atitudes de pesquisa e seus resultados. A atenção a esse aspecto nos leva a sermos menos especulativos e sermos mais diretivos em nossas contribuições para com a comunidade científica e as práticas curriculares onde podemos influenciar.

Considero uma contribuição relevante do trabalho com a filosofia fenomenológica junto ao Programa, o fomento de características do trabalho científico que a filosofia pode legar, com suas peculiaridades em propor questionamentos e métodos reflexivos. Um exemplo é a explicitação dos aspectos ontológicos e epistemológicos que envolvem qualquer objeto de pesquisa. O que são e como funcionam esses objetos, entendo, são questionamentos que contribuem sobremaneira

para mais abrangentes compreensões e conceituações. Na verdade, a fenomenologia trata os objetos num estatuto original, onde o onto e o epistemológico estão coimplicados. A comunidade de seus pesquisadores na Educação Matemática persegue, em geral, o que é isto, o conhecimento matemático, trabalhando-se com dualidades imbricadas, como o espaço e o tempo, ou, mais fenomenologicamente, a espacialidade e a temporalidade, juntas na espaço-temporalidade: a dos currículos, a do ensino, a da aprendizagem, a do conhecimento matemático em geral.

Por fim, não menos importante, ao optar perguntar não pelo objeto em si, mas como ele se manifesta em falas e ações de pessoas, considero notar que as categorizações resultantes de pesquisas levadas na fenomenologia têm um largo espectro de naturezas, desde a cognitiva, as de relações instrumentais e até as afetivas, em manifestações existenciais de sujeitos ou grupos de sujeitos.

REFERÊNCIAS

AQUINO, R L A de. **Conhecimento Geométrico no espaço e tempo pedagógicos de um Laboratório de Educação Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Ciências Exatas, UFJF, p. 116. 2021.

DETONI, A R.; PAULO, R M. A organização dos dados da pesquisa em cena: um movimento possível de análise. In: BICUDO, M A V. (Org) **Pesquisa Qualitativa: segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez Editora, 2011. p. 99-120.

GADAMER, H G. **Hegel, Husserl, Heidegger**. Petrópolis: Vozes, 2012.

HEIDEGGER, M. **Ser e tempo**. Parte 1. Petrópolis: Vozes, 1999.

HUSSERL, E. **Investigações Lógicas - Fenomenologia e Teoria do Conhecimento: Investigações Para a Fenomenologia e a Teoria do Conhecimento**. São Paulo: Forense Universitária. 2012

HUSSERL, E. **A crise das ciências europeias e a fenomenologia transcendental: uma introdução à filosofia fenomenológica**. São Paulo: Forense Universitária. 2012

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da percepção**. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

RICOUER, P. **Teoria da Interpretação: O discurso e o excesso de significação**. Lisboa: Edições 70, 2009.

SARTRE, J P. **O ser e o nada: ensaio de ontologia fenomenológica**. Petrópolis, Vozes, 2015.

CAPÍTULO 4

EXPERIMENTOS MENTAIS COMO METODOLOGIA DE ENSINO POR MEIO DA PERSPECTIVA SEMIÓTICA PEIRCEANA NO ÂMBITO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UFJF

Willian José da Cruz

1. INTRODUÇÃO

Há quase 30 anos lecionando, busco compreender as causas que levaram a Matemática ao *status* de matéria/disciplina escolar com indicações de ser a disciplina mais difícil, com maior número de retenção e com resultados insatisfatórios nas avaliações em larga escala. Em termos socioculturais, esta ciência é colocada como uma das disciplinas principais do currículo e um dos parâmetros de discussões para determinar quem aprende ou quem tem dificuldades na aprendizagem e ainda para determinar níveis de inteligência sob certos aspectos, dos quais não concordo e não discutirei neste texto.

A hipótese que tenho é que a Semiótica e os Experimentos Mentais (EM) podem guardar o segredo para entender o problema pelo qual passa o ensino da Matemática e que conseqüentemente tem repercussão na aprendizagem desta ciência. Para a compreensão de como cheguei a esta hipótese, discorrerei um pouco sobre o caminho que percorri até aqui.

Em 1995, ingressei no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Presidente Antônio Carlos (UNIPAC) de Barbacena, MG, obtendo o título de Licenciado em Matemática no ano de 1998. Este curso se deu num modelo conhecido como 3 mais 1, isto é, 3 anos de estudos teóricos na área da Matemática e 1 ano de formação didático-pedagógica, e ao meu sentir, esta formação foi voltada mais para o conhecimento do conteúdo matemático, com poucos espaços para discussões sobre a prática docente.

No período em que estava cursando a graduação, tive a oportunidade de assumir, como professor, algumas disciplinas em escolas públicas na cidade de Barbacena e naquele momento percebia as dificuldades que em outrora havia encontrado quando estudava na educação básica.

Após a formatura no curso de Licenciatura em Matemática, fui aprovado no concurso público para professor da Prefeitura Municipal de Barbacena, MG, em 1999, e tendo sido convidado para atuar como professor de matemática em escolas particulares de ensino fundamental e médio neste município, no mesmo ano. Dois anos após, aprovado no concurso público do Estado de Minas Gerais, período em que fui convidado a lecionar no ensino superior da mesma Universidade particular de Barbacena na qual me formei.

Foram períodos de muito trabalho e de muitos questionamentos, pois percebia a dificuldade de meus alunos no trato com a Matemática, dificuldade esta que eu mesmo enfrentei quando na ainda chamada 7ª série do primeiro grau, hoje 8º ano do ensino fundamental, fui reprovado, justamente em Matemática. As causas da reprovação podem ser conhecidas no memorial que fizemos na dissertação de Mestrado pela UFJF, (Ver: Cruz, 2011).

No intuito de diminuir a resistência de meus alunos à época, criei o projeto “*Matemática in Concert*”, que inicialmente tinha o nome de “Ensinando Matemática com Música”. A intenção deste projeto era possibilitar uma melhor aproximação entre conteúdo, aluno e professor (Ver: Cruz; Kopke, 2010).

Em 1999, cursei uma pós-graduação *Lato sensu* em Matemática. Este curso possibilitou-me aumentar conhecimentos acerca de conteúdos matemáticos, mas ainda havia um hiato no que tange o ensino dessa disciplina, que permanecia ancorado na apresentação de conteúdos formais, sem opções e/ou processos investigativos.

Em 2003, assumi por dois anos a direção da Escola Municipal Crispim Bias Fortes, de ensino fundamental, na zona rural da cidade de Barbacena, MG, e, a partir daí, comecei a ter uma visão sob outra perspectiva do ensino e da aprendizagem em Matemática, que me permitiu entender que o problema com a Matemática se irradiava para todos os níveis e ciclos de aprendizagem.

Com toda esta preocupação e questões que foram se acumulando ao longo desta trajetória profissional, senti a necessidade de uma melhor formação no campo da

Educação Matemática. Após fazer alguns processos seletivos para o ingresso em cursos de Pós-graduação em algumas Universidades, nesta área de concentração, em 2009 fui aprovado para a primeira turma do Mestrado Profissional em Educação Matemática na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

A pesquisa desenvolvida durante a formação para a obtenção do grau de Mestre buscou construir uma aproximação do conhecimento formal da Matemática praticada nos cursos de Análise Real e a Matemática ensinada no ensino fundamental e médio. Esta foi uma pesquisa qualitativa de cunho teórico.

Em 2012, ingressei no doutorado em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN) e com a orientação sob a responsabilidade do professor Michael Otte, iniciei minha jornada nos estudos da semiótica, sob a perspectiva peirceana, desenvolvendo uma pesquisa teórica sobre os Experimentos Mentais cujo objetivo principal foi destacar as possíveis analogias que tais experimentos tinham com as provas matemáticas formais. Esta pesquisa visou dar ênfase à complementaridade de intensão⁸ e extensão, intuição e conceito, meios e objetos etc. Desde então, venho pesquisando a temática e levantando algumas hipóteses na resposta de como eu percebo a Matemática, o seu ensino e a Educação Matemática.

Em 2014 fui aprovado no concurso de docente para o Instituto Federal do Sul de Minas (IFSULDEMINAS – Pouso Alegre), onde tive a oportunidade de iniciar uma nova etapa na pesquisa, percebendo a aplicação dos Experimentos Mentais na prática docente, no curso de Licenciatura em Matemática e na Pós-graduação *Lato Sensu* em Educação Matemática.

No ano de 2018, fui aprovado no concurso para docente na UFJF e desde então sou professor adjunto do Departamento de Matemática e professor do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM), na qual pesquiso sobre Semiótica, Complementaridade e os Experimentos Mentais como Metodologia de Ensino para Matemática.

⁸ Apresentamos aqui uma explicação para os termos Intensão e Extensão: “Extensão como o objeto (caso exista) ao qual signo refere-se e intensão como o conteúdo ou sentido do signo que, às vezes, é considerado como significado do signo. Um exemplo ocorre quando a pessoa fala de água, por um lado, e *H2O* por outro, que são duas intensões para mesma extensão”. (Cruz, 2018, p. 46-47).

Para uma melhor compreensão sobre a perspectiva de pesquisa que venho assumindo nos últimos anos, é que disponho este texto, cujo objetivo é apresentar alguns pontos teóricos sobre os Experimentos Mentais como Metodologia de Ensino para Matemática, associados ao estudo da semiótica peirceana. Esta perspectiva teórica e metodológica está sendo desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UFJF, na linha de pesquisa “Ensino e Aprendizagem da Matemática, Análise dos condicionantes da sala de aula e Intervenção Pedagógica em Matemática”.

Nesta curta apresentação, vamos mostrar alguns pontos levantados na pesquisa denominada “Colaboratório de Semiótica Cognitiva”. O Colaboratório é um projeto de pesquisa que envolve três domínios de investigação: Educação Matemática, Educação Científica e Artes, com recorte aos Experimentos Mentais como Metodologia de ensino para Matemática. O propósito deste projeto é investigar a relação entre os diversos processos cognitivos, aprendizagem e o uso de artefatos. Tem como base o externalismo semiótico de C.S. Peirce, se baseando no conhecido paradigma 4E. Este projeto foi aprovado na chamada universal do CNPQ (edital 10/2023) no ano de 2023. O Colaboratório conta com a participação dos professores pesquisadores Álvaro João Magalhães de Queiroz e José Guilherme da Silva Lopes, docentes da UFJF, e com nossos orientandos(as) do PPGEM.

Segundo Atã; Queiroz “o que tem sido chamado de paradigma 4E, em ciência cognitiva, desloca o foco da investigação dos indivíduos, seus corpos e cérebros, para sistemas cognitivos distribuídos (SCDs)” (2021, p. 178), como computadores, papel, artefatos, gestos etc. Esses sistemas cognitivos distribuídos são os chamados signos em ação, ou semiose. Nossos estudos são desenvolvidos no Grupo de Estudos e Pesquisa dos Experimentos Mentais na Educação Matemática – GPEMEM, cadastrado no Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil (DGP/CNPq) desde 2021.

2. TODO PENSAMENTO É FEITO POR MEIO DE SINAIS – CONSOLIDANDO NOSSO REFERENCIAL TEÓRICO

Neste tópico, vamos apresentar a semiótica sob a perspectiva de Peirce, mostrando nossa consideração de que todo conhecimento é desenvolvido por meio de

signos, dando um toque especial ao raciocínio matemático que é, em essência, diagramático.

Otte (2015), afirma que todo pensamento é constituído por meio de sinais, trazendo esta afirmação como uma convicção fundamental para a justificação da abordagem semiótica no ensino e na aprendizagem em Matemática. Esse mesmo autor escreve que os matemáticos são céticos em relação a esta visão semiótica e não percebem a importância dos aspectos representacionais da Matemática. Há uma tendência de um pensamento platonista na visão desses matemáticos, como afirma Otte (2015). Mas a própria história da Matemática (e das Ciências) traz elementos do acaso, tornando o platonismo incompatível com essa abordagem.

O processo histórico do desenvolvimento do conhecimento humano, em especial do conhecimento matemático, não é uma construção lógica. Na verdade, buscamos conciliar a lógica e a história por meio da abordagem semiótica, que parece ser adequada para esse fim, buscando entendê-las como complementares entre si. Semiótica pode ser conceituada como a ciência que estuda os signos e as relações desses signos com outros signos e com seus objetos. Signos, por sua vez, é tudo aquilo que representa algo para alguém, como um gesto, uma pintura, uma mancha, uma marca, uma biblioteca etc.

Cruz (2018) escreve que para Peirce, o signo é uma relação de representação, ou seja, o sinal faz a mediação da relação entre os objetos e interpretantes, oferecendo uma tríade, distinguindo entre os sinais o *representâmen* que é o sinal, o *interpretante*, que é o sentido ou significado produzido pelo sinal e o *objeto* representado pelo sinal.

Segundo Otte (2015), somente uma abordagem semiótica nos desprenderia das discussões que ele denomina de “mesquinhas e infrutíferas”, envolvendo a historiografia da Matemática e a Filosofia matemática ou a Educação. Esse mesmo autor disserta que:

Somente a semiótica poderia ajudar a diminuir a distância entre epistemologia e cognição de um lado, e desenvolvimento histórico e percepção social da ciência de outro. Uma abordagem psicológica ou platônica é insuficiente. O pensamento não está nem na cabeça nem nos céus, mas está nos símbolos (Otte, 2015, p. 5) (não publicado).

Esta afirmação de Otte (2015) sobre o pensamento não está na cabeça e nem nos céus, mas sim nos símbolos, nos direciona para o externalismo cognitivo peirceano para o qual a

[...] mente é semiose (ação do signo) em uma forma dialógica, e a cognição é o desenvolvimento de artefatos materiais semióticos disponíveis em que signos estão incorporados como “poder” para produzir interpretantes (efeitos dos signos). A mente tem a forma do desenvolvimento de artefatos semióticos, tais como ferramentas de escrita, instrumentos de observação, sistemas de notação, linguagem e outros (Queiroz; Atã, 2018, p.45).

Para Queiroz; Atã (2018, p. 46), a “tese peirceana combina duas premissas: (i) a mente é semiose, (ii) processos semióticos são estendidos espaço-temporalmente”. A primeira premissa direciona para a natureza dos signos em ação, e a segunda, instanciando os signos a um espaço-temporal-mente (Queiroz; Atã, 2018).

O próprio Peirce escreve que “o homem só pode pensar por meio de palavras ou outros símbolos externos” (CP⁹, 5.313) e que todo pensamento é um sinal. Isso, tomado em conjunto com o fato de que a vida é uma linha de pensamento, prova que o homem é um sinal. Em consequência,

[...] todo pensamento é um signo externo, prova que o homem é um signo externo. Ou seja, o homem e o signo externo são idênticos, no mesmo sentido em que as palavras homo e homem são idênticas. Assim, minha linguagem é a soma total de mim mesmo; pois o homem é o pensamento (CP, 5.314).

Em relação ao pensamento matemático, Peirce afirma que todo raciocínio necessário é raciocínio matemático e esse, por consequência, é diagramático. Esse mesmo autor escreve que

Não é necessária uma ciência da lógica para além daquilo que a matemática pode fornecer, a não ser, possivelmente, no que diz respeito à heurística matemática. Mas o exame dos métodos de demonstração matemática lança uma luz extraordinária sobre a lógica, tal como eu, pela minha parte, nunca sonhei de antemão, embora devesse ter adivinhado que haveria tesouros inesperados escondidos neste terreno completamente inexplorado. Que a lógica da matemática pertencia à lógica dos parentes, e à lógica das relações triádicas e não das relações diádicas, era, de fato, óbvio à partida; mas, para além disso, eu não tinha qualquer ideia da sua natureza. As primeiras coisas que descobri foram que todo o raciocínio matemático é diagramático e que todo o raciocínio necessário é raciocínio matemático, por mais simples que seja (NEM¹⁰ 4. 47).

⁹ Seguindo uma prática padrão referente as obras de Peirce, adotamos a referência CP para indicar Collected Papers de Charles Sanders Peirce, por exemplo – CP 5.313, o primeiro número corresponde ao volume e os demais ao parágrafo.

¹⁰ NEM: New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce (PEIRCE, 1976) seguido por números de volume e página.

Entende-se, com base em Peirce (NEM 4), que raciocínio diagramático é um tipo de raciocínio pelo qual, por meio de um preceito expresso em termos gerais, constrói diagramas, faz experiências nesses diagramas, escreve os resultados obtidos nessas experiências e garante que se a mesma experiência for efetuada em qualquer outro diagrama construído sob o mesmo preceito, o resultado será o mesmo e expressa esse fato em termos gerais. Esta descoberta foi de grande importância para Peirce e mostra que todo conhecimento, sem exceção, provém da observação. Em termos mais específicos, o conhecimento matemático é um conhecimento observacional desenvolvido por meio de Experimentos Mentais.

3. OS MÉTODOS DA MATEMÁTICA E A NECESSIDADE DE EXPERIMENTOS MENTAIS – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E A APRESENTAÇÃO DA METODOLOGIA

Neste tópico, buscaremos esclarecer como são os dois métodos da matemática, justificando o aspecto complementar desta ciência que de um lado constrói conceitos e de outro procura por padrões, o que justifica a necessidade dos processos de experimentação mental.

Otte (2014) escreve que na filosofia analítica costuma-se aceitar que os axiomas e as hipóteses servem como ponto de partida para o raciocínio matemático e que esses são escolhidos arbitrariamente e são constituídos como entes puramente lógicos. “Na matemática, no entanto, qualquer sistema de axiomas completamente arbitrário não é examinado, precisamente, porque a Matemática não é uma linguagem puramente analítica” (Ibid, p. 94). Para aumentar nosso entendimento, consideramos que existem dois métodos que podem ser percebidos na resolução de certos problemas em Matemática:

- “[...] o primeiro é a resolução de uma determinada tarefa formando conceitos e tentando imaginar a ocorrência do estado descrito na base do significado dos conceitos envolvidos” (Otte, 2014, p. 103), isto é, esses conceitos, linguagem, lógica e aritmética ajudam na reconstrução de uma história. Por exemplo, vamos pensar em um problema no qual pede-se para descrever quantos cortes são necessários para dividir

um cubo em 27 cubos menores (cubinhos). Para resolver este problema, temos que pensar na quantidade de cortes necessários para obter o número de cubinhos pedido. Ou seja, se for considerado apenas um cubo no canto, então serão necessários 3 cortes adicionais, se for considerado um cubo nas bordas, 4 cortes e se for cubos no centro do cubo grande, 6, como podemos perceber na figura 1. “Independentemente do que você faz, sempre precisaremos de pelo menos 6 cortes ao dividir o cubo grande” (Otte, 2014, p. 104).

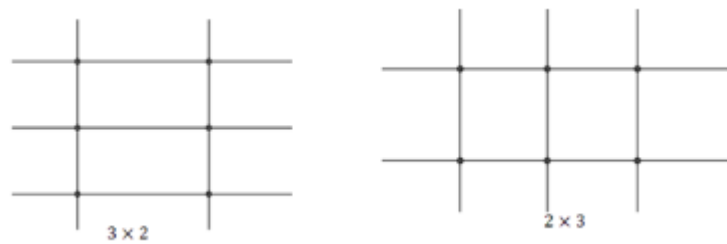
Figura 1: Cortes no Cubo



Fonte: O próprio autor (2024)

- O segundo método é desenvolver um “modelo matemático, um diagrama, um sistema algébrico de equações ou qualquer coisa que você use para procurar padrões” (Otte, 2014, p. 104). Por exemplo: Provar que $3 \times 2 = 2 \times 3$. Você pode simplesmente calcular e buscar uma generalização completa da aritmética, ou pode construir um modelo (ver figura 2), com cruzamento de retas na horizontal e na vertical, como apresentado por Cruz (2023).

Figura 2: Multiplicação por meio de Experimentos Mentais



Fonte: (Cruz, 2023, p. 15)

A Matemática sempre apresenta esta dualidade, que de um lado você constrói conceitos e de outro procura padrões. Segundo Otte (2014), a maioria das pessoas seguem o primeiro método, enquanto os matemáticos em geral estão mais propensos a procurar estrutura e padrão. Em termos gerais, pode-se dizer que “a Matemática é tanto construtiva quanto analítica” (Otte, 2012, p. 32), e devemos pensar em todas essas coisas. Talvez a questão mais importante seria entender como a escola vê essa Matemática ou se posiciona diante dessa dualidade.

Thom (1973, p. 202) alerta que “[...] o verdadeiro problema que confronta o ensino da Matemática não é o do rigor, mas o problema do desenvolvimento do “significado”, e da “existência” dos objetos matemáticos”. Em termos semióticos, Peirce argumenta sobre a necessidade de procurar um método que pudesse permitir averiguar o real significado de qualquer conceito, doutrina, proposição, palavra ou outro signo, afirmando que: “objeto de um sinal é uma coisa; seu significado é outro. Seu objeto é a coisa ou a ocasião, ainda que indefinida, à qual deve ser aplicada. O seu significado é a ideia a que se associa esse objeto, seja por mera suposição, seja como comando, seja como asserção” (CP, 5.6). O significado e o objeto de um signo são coisas distintas, mas estão conectados de certa forma; isto é, “os significados e objetos se tornam quase indistinguíveis quando se considera o processo de generalização em sua dinâmica completa” (Otte, 2012, p. 153).

Isto posto, caracterizamos a Matemática pela sua forma de generalizar, e “isto é um processo simbólico que opera por meio de abstrações hipostáticas” (Otte, 2012, p. 38). Esta abstração hipostática é conceituada por Peirce como um modo “[...] de pensamento que toma característica da percepção ou de um percepto (desde que já tenha sido dispensado de outros elementos do percepto) de modo a tomar forma

proposicional em um julgamento” (CP, 4.235). É o desenvolvimento da cognição conceituada por Cruz (2021, p. 16) como “a relação entre uma experiência individual, particular e um conceito ou uma regra”, ou seja, “entender um aspecto geral em um particular, e é exatamente desta forma que desenvolvemos qualquer prova matemática” (Ibid.).

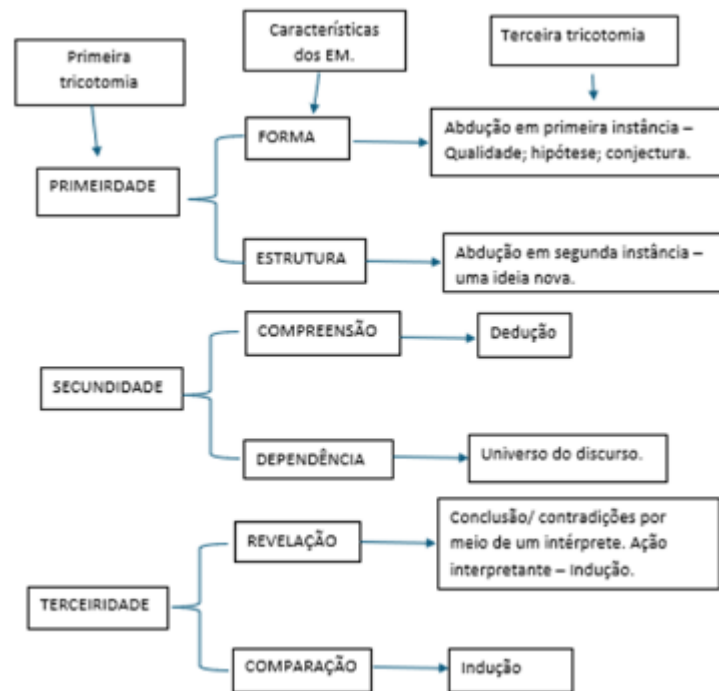
É num contexto de um julgamento perceptual que Otte argumenta que “a percepção de dados gerais (ou objetos ideais) e particulares parece inseparável, ou, afirmado de maneira diferente, os processos de criação e de aplicação de representações simbólicas são inseparáveis” (2012, p. 33). E isto faz com que a análise e a interpretação se relacionem, interagindo por meio de Experimentos Mentais.

4. OS EXPERIMENTOS MENTAIS COMO METODOLOGIA DE ENSINO COM BASE NA SEMIÓTICA PEIRCEANA

Neste tópico, vamos organizar os Experimentos Mentais e suas características, com o intuito de mostrar por que tal organização condiciona tais experimentos a serem considerados uma Metodologia para o ensino de Matemática.

Cruz (2023) conceitua Experimentos Mentais como formas de expor pensamentos por meio de representações do objeto considerado, ancorados a um sistema de representação coerente, isto é, uma teoria de base. As características apresentadas no mapa conceitual da figura 3 condicionam o entendimento de que tais experimentos se constituem como uma Metodologia de ensino para Matemática, considerando que a Matemática é uma atividade semiótica efetiva.

Figura 3: Mapa Mental dos EM



Fonte: O próprio autor (2024)

Com base na primeira tricotomia de Peirce, as características do processo de experimentação mental se movem para compor o que estamos adotando como heurística no desenvolvimento de dada atividade e/ou tarefa em Matemática, formando uma organização didática para o ensino dessa ciência.

Essas características são signos que se subdividem em primeiridade, trazendo o caráter de qualidade (quali-signo), secundidade, traçando a relação de existência com algum objeto (sin-signo) e a terceiridade, que é a maneira geral que o signo representa seu objeto a um interpretante, num aspecto de lei (legi-signo).

As ideias típicas de primeiridade são a qualidades ou mera aparência” (CP, 8.329); As típicas ideias de secundidade é a experiência de esforço prescindida da ideia de um proposto (CP, 8330); Terceiridade não pode ser entendida sem a secundidade (CP 8.331); A terceiridade, no sentido de categoria, é o mesmo que mediação (CP, 1.328).

Faria; Queiroz (2017), citando Peirce, escreve que seria impossível resolver tudo em nosso pensamento usando somente a primeiridade e a secundidade, pois é sempre necessário um terceiro. Otte (2014) afirma que os postulados hipotéticos para Peirce é o que forma a base do raciocínio matemático e esses postulados surgem da abdução. Esse mesmo autor continua afirmando que:

[...] abdução, verificação e dedução são, segundo Peirce, os três modos básicos de raciocínio, com a dedução servindo para mediar a hipótese e a verificação. De acordo com a visão usual na Matemática analítica, a dedução é considerada o núcleo da lógica. Inspirado por Kant, Peirce agora afirma que a dedução é »terceiridade« no sentido das categorias básicas de Peirce, ou seja, representa a mediação. "A terceira categoria é a ideia do que é de como pode ser (2014, p. 95).

Segundo Otte (2014), a dedução aparece como terceira; no entanto, há de se ater ao momento histórico, pois, como afirma Santaella (2004), antes de 1900, os métodos de inferência seguiam a ordem decrescente, baseando-se no grau de certeza de cada um desses métodos. Ou seja, a dedução era terceira, a indução secundária e a abdução primeira. "Quando foram concebidos como estágios de investigação, a relação passou a ser: abdução (primeira), dedução (secundária) e indução (terceira), não se tratando mais de um grau de força, mas de ordem de interdependência no processo" (2004, p. 95).

Otte justifica que a dedução sendo, em suas considerações, terceira, implica que a generalização abdutiva e a explicação de um lado e a verificação indutiva, por outro, não se separam e são "mediadas umas com as outras, de modo que a dedução não pode ser um processo lógico-analítico. Embora a percepção (intuição) e o pensamento não devam ser confundidos ou identificados, eles também não são absolutamente separáveis" (2014, p. 95). A consideração da dedução como secundária fortalece esse elo entre os processos abditivos e indutivos. Bacha, em sua dissertação de Mestrado sobre a "Teoria da Investigação em Peirce", explica que:

[...] há uma passagem no artigo "Minute Logic" (CP 2.96) onde Peirce faz uma explícita correlação entre: 1. abdução com originalidade e ícone e, portanto, Primeira; 2. dedução com consistência e índice, isto é, Secundária e 3. indução com transação e símbolo, ou seja, Terceira (1997, p. 146).

É na esteira dessa explicação que dispomos as características dos Experimentos Mentais, nomeadas por *Forma, Estrutura, Compreensão, Dependência, Revelação e Comparação*, sendo primeira (*Forma e Estrutura*), secundária (*Compreensão e Dependência*) e terceira (*Revelação e Comparação*).

Segundo Bacha (1997), há uma passagem no texto de Peirce intitulado "*Três Tipos de Raciocínios*" (CP 5.171), no qual ele escreve que:

[...] a "Dedução prova que algo deve ser", portanto, ligada à necessidade da Secundária. Já a "Indução mostra que alguma coisa é realmente operativa", seria o *would be* da Terceira e a "Abdução simplesmente sugere que

alguma coisa pode ser", o *may be*, a possibilidade da Primeiridade (Bacha, 1997, p. 147).

Com base nas considerações anteriores, passamos à discussão mais aprofundada das características constitutivas do processo de Experimentação Mental.

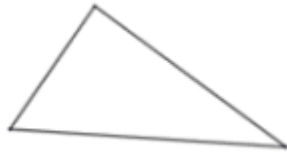
A característica *Forma* é constituída por conjecturas ou hipóteses, dada por meio de uma representação particular do objeto Matemático em consideração. Esta característica mostra que “os Experimentos Mentais se desenvolvem por meio de atividades supostas, isto é, parte-se de certas conjecturas e hipóteses que florescem em uma representação particular do objeto geral considerado” (Cruz, 2022, p. 9).

Forma traz elementos de abdução, denominada neste texto como *Abdução em primeira instância*. Esses tipos de abduções são “conjecturas espontâneas da razão instintiva” (CP, 6.475). O instinto aqui tem o significado de reação criativa, mostrando a “faculdade eminentemente criadora, que se volta não para a satisfação do indivíduo em si, mas para a coletividade” (Santaella, 2004, p. 106). Este é o instituto social.

A espécie humana desenvolveu essa faculdade provavelmente no curso do crescimento evolutivo de sua constituição física e mental. Certas uniformidades, certas ideias gerais de ação, certas leis de movimento, operam por todo o universo, e a mente humana. Peirce observou, a mente raciocinante, é um produto dessas leis altamente onipresentes. Conclusão: a mente por necessidade lógica incorpora essas leis na sua própria estrutura instintiva (Santaella, 2004, p. 106).

Trabalhando um exemplo, suponha que queremos provar que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo euclidiano é 180° . *Forma*, neste caso, consiste em trazer um ícone do triângulo geral por meio de uma representação particular desse objeto, como, por exemplo, a figura 4 que segue. No entanto, o triângulo geral é um triângulo que, ao mesmo tempo, é equilátero, isósceles, escaleno, acutângulo, obtusângulo e retângulo, e também não é equilátero, não isósceles, não escaleno, não acutângulo, não obtusângulo e não retângulo. Espontaneamente quando se fala em triângulo, a figura 4 se torna identificadora deste objeto.

Figura 4: Ícone do triângulo geral

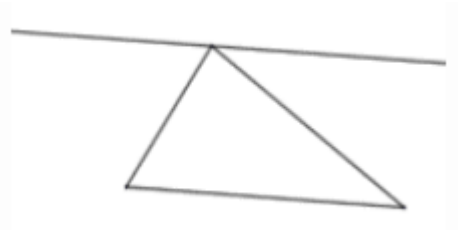


Fonte: O próprio autor (2024)

A característica *Estrutura* é a adoção de uma hipótese não explícita nas premissas do argumento. “É, em essência, a aplicação de uma síntese abductiva. [...] Esta síntese abductiva enfatiza o interesse pela inteligibilidade, isto é, pelo interesse na explicação do fato” (Cruz, 2022, p. 9). Trata-se do que estamos denominando como *Abdução em segunda instância*. Este tipo de abdução “é o único tipo de argumento que inicia uma ideia nova” (CP, 2.96).

Considerando o exemplo da soma dos ângulos internos do triângulo, ao traçarmos uma paralela a um dos lados desse triângulo, como na figura 5, isso constituiria uma ideia nova para o processo, o que tende a ajudar na prova da soma dos ângulos internos do triângulo considerado, mostrando que é realmente 180° .

Figura 5: Processo abductivo no triângulo



Fonte: O próprio autor (2024)

A característica *Compreensão* “é o processo dedutivo combinando experiências e conhecimentos (*Dependência*)” (Cruz, 2022, p. 9). Peirce apresenta uma conceituação para Dedução como sendo

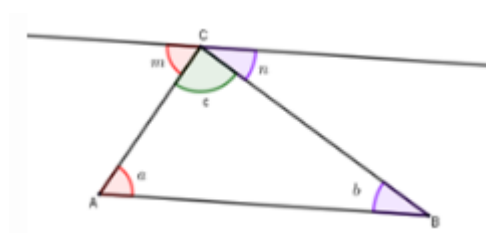
[...] um argumento que representa fatos na Premissa, de modo que quando passamos a representá-los em um Diagrama, nos vemos compelidos a representar o fato declarado na Conclusão; de modo que se chega à Conclusão para reconhecer que, independentemente de ser reconhecida ou não, os fatos declarados nas premissas são tais que não poderiam ser se o fato declarado na conclusão não estivesse lá; isto é, a Conclusão é tirada no reconhecimento de que os fatos declarados na Premissa constituem um Índice do fato que ela é assim obrigada a reconhecer. Todas as manifestações

de Euclides são desse tipo. A dedução é obscura em relação a ser o único tipo de argumento que é compulsivo (CP, 2.96).

Todo processo dedutivo deve ser feito por meio de uma teoria de base, ou seja, um sistema de representação que sustente o processo. Esta teoria está representada pela característica *Dependência*. “Esta característica assegura que os Experimentos Mentais não são feitos de forma aleatória, pois dependem de conhecimentos e argumentos aceitos, isto é, são desenvolvidos por meio de uma teoria de base” (Cruz, 2022, p. 9).

Para o desenvolvimento desse processo dedutivo, precisamos individualizar, trazer índices para o que já está representado no diagrama e, dessa forma, constituir ou representar o fato declarado na conclusão, ou seja, a soma dos ângulos internos de um triângulo euclidiano é de fato 180° . A figura 6 representa esse processo.

Figura 6: Índices e o processo dedutivo



Fonte: O próprio autor (2024)

A característica *Revelação* é a verificação dos resultados obtidos e as descobertas de novas possibilidades, nela inclui elementos de contradição e/ou confirmações de hipóteses. É o caminho para novos resultados e experimentos futuros, percebidos na característica *Comparação*. Nesta última característica, pode-se desenvolver a indução, que Peirce conceitua como sendo

[...] um Argumento que parte de uma hipótese, resultante de uma abdução anterior, e de previsões virtuais, desenhadas por dedução, dos resultados de possíveis experimentos, e tendo realizado os experimentos, conclui que a hipótese é verdadeira na medida em que essas previsões são verificadas, esta conclusão, no entanto, sendo mantida, está sujeita a provável modificação para se adequar a experimentos futuros (CP, 2.96).

Cruz (2022, p. 10) afirma que essas características “organizam o processo de ensino de um determinado conceito, atividade e/ou problema em Matemática, não excluindo o pensar, a interpretação, o tentar, a criticidade, o fazer, enfim os movimentos

inerentes à prática de ensinar”. Contudo, os Experimentos Mentais como Metodologia de ensino se traduzem em oportunidades de trazer para o bojo do ensino da Matemática os processos de investigação, de inovação e de desenvolvimento da cognição. Concluímos que há espaço para um amplo debate sobre a importância da construção de conceitos em Matemática, que vai desde a Educação Básica até a formação superior.

5. POR QUE UMA OUTRA METODOLOGIA DE ENSINO PARA MATEMÁTICA?

Entendemos que uma Metodologia de ensino não é neutra, por isso descrevemos de forma sucinta a perspectiva ideológica que está por trás desta metodologia. Neste tópico vamos, discorrer um pouco sobre a influência da concepção histórico-dialética nos processos de experimentação mental.

Uma Metodologia de ensino para Matemática pode ser conceituada, de uma forma simplista, como “um conjunto de procedimentos metódicos que tem a intenção de ensinar Matemática a alguém” (2022, p.24). No entanto, há outros aspectos que devem ser levados em consideração, indo além desta afirmação simplista. Uma Metodologia é influenciada pelo momento e contexto histórico do qual ela é produto. Carrega concepções e ideologias que lhe deram origem. Com base nesta explicação, assumimos que a concepção histórico-dialética da educação, cujas bases estão fundadas no método materialista histórico-dialético, fundamenta o pensamento por de trás da consideração dos Experimentos Mentais como Metodologia de ensino para a Matemática.

Segundo Cruz (2023), o materialismo histórico-dialético considera que a forma das ideias é tão concreta quanto a forma da natureza, não separando a teoria da prática, mostrando que a teoria não é um dogma. “A prática é o critério de verdade da teoria, pois o conhecimento parte da prática e a ela volta dialeticamente”. (Cruz, 2023, p. 3 apud Gadotti, 1995, p. 23).

Os objetos matemáticos, com base nesta concepção, estão sob a égide dos princípios ou leis da dialética, a destacar:

- i) O Princípio da totalidade, afirmando que os objetos e/ou fenômenos estão ligados entre si e para conhecê-los, buscamos uma totalidade ii) O Princípio do Movimento, que estabelece uma contínua transformação do conhecimento, ou seja, o conhecimento (ou a forma) não é definitivo, está

sempre em processo de transformação e evolução. iii) O Princípio da Mudança qualitativa, isto é, “a transformação não acontece de forma circular de eterna repetição” (Gadotti, 1995, p.26); iv) O Princípio da Contradição, que reside no interior da própria transformação das coisas, constituindo uma força oposta. A contradição é o constitutivo de todas as coisas materiais e espirituais. É a essência de todo o nosso conhecimento (Cruz, 2023, p. 3-4).

A realidade do conhecimento, sendo um processo semiótico no qual o sujeito está envolvido, nos leva a conceituar cognição como uma contradição dialética, na qual, de um lado, está o sujeito cognoscente e, do outro, a realidade objetiva. Diante desta contradição, tanto o sujeito quanto a realidade são suscetíveis à mudança. Esta realidade “é o universo do discurso de todos os conceitos e objetos matemáticos a serem conhecidos” (Cruz, 2023, p. 5).

A dialética do conhecimento, por meio do materialismo histórico-dialético, possibilita a constante interação entre os objetos matemáticos dos quais buscamos conhecimento e os meios que utilizamos para conhecê-los.

6. AS PESQUISAS DESENVOLVIDAS NO ÂMBITO DO PPGEM

Neste tópico, vamos apresentar duas pesquisas cuja base teórica tem como princípio a semiótica peirceana e o uso dos Experimentos Mentais. Essas pesquisas foram desenvolvidas no âmbito do PPGEM. No quadro 1 e 2, apresentamos, respectivamente, de forma mais sucinta o caminho de acesso às dissertações e, conseqüentemente, aos produtos educacionais produzidos.

O primeiro trabalho defendido foi em 2022 pela Mestre em Educação Matemática Leíse Santos Vieira. O trabalho, intitulado “Uma Proposta de Ensino de Continuidade de Funções em Cálculo Diferencial e Integral a partir da noção de Complementaridade”, teve como objetivo aplicação de Experimentos Mentais para a compreensão da ideia de continuidade por meio da complementaridade entre intuição e conceito, utilizando os pensamentos de Poncelet e Cauchy. O produto educacional, intitulado “Conjunto de tarefas para o ensino de Continuidade de Funções utilizando Experimentos Mentais a partir da noção de complementaridade”, apresenta um conjunto de tarefas cuja intenção está em auxiliar no desenvolvimento do conceito de continuidade, com base nos processos de experimentação mental.

O segundo trabalho, intitulado “Uma análise dos números reais em livros didáticos por meio de pistas semióticas”, foi defendido em 2023 pelo Mestre em Educação Matemática Arthur da Silva Moraes. O objetivo desse trabalho versou em analisar como as diferentes definições e conceitos da ideia de números reais vêm sendo discutidas nos livros didáticos da educação básica. O produto educacional, intitulado “Uma proposta de aprendizagem dos números reais por meio de Experimentos Mentais”, sugere uma proposta de ensino para esses tipos de números, por meio de tarefas na forma de problemas.

Quadro 1: Dissertações defendidas

Título	Autor (a)	Ano	Endereço/reposi-tório
Uma Proposta de Ensino de Continuidade de Funções em Cálculo Diferencial e Integral a partir da noção de Complementaridade	Leíse Santos Vieira	2022	https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/14505
Uma análise dos números reais em livros didáticos por meio de pistas semióticas	Arthur da Silva Moraes	2023	https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/15746

Fonte: O próprio autor (2024)

Quadro 2: Produtos educacionais

Título	Autores (a)	Ano	Endereço/reposi-tório
Conjunto de tarefas para o ensino de Continuidade de Funções utilizando Experimentos Mentais a partir da noção de complementaridade	Leíse Santos Vieira e Willian José da Cruz	2022	https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/14505
Uma proposta de aprendizagem dos números reais por meio de experimentos mentais	Arthur da Silva Moraes e Willian José da Cruz	2023	https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/15746

Fonte: O próprio autor (2024)

7. CONCLUSÃO

O que caracteriza o processo de Experimentação Mental como Metodologia de Ensino para Matemática são os seis eixos, ou fases, ou pontos, ou característica, ou ... , cujos nomes são indicados por *Forma*, *Estrutura*, *Compreensão*, *Dependência*,

Revelação, Comparação. De forma resumida, conceituamos que *Forma* é uma Suposição ou hipótese (A própria representação do objeto considerado é um processo abdutivo); *Estrutura* é a síntese abdutiva (ideias novas trazidas ao processo); *Compreensão* é o processo Dedutivo; *Dependência* é o Sistema de Representação ou teoria de base ou campo teórico ou universo do discurso; *Revelação* é a apresentação dos Resultados e/ou contradições no processo; *Comparação* são outras possibilidades que pode se dá por meios indutivos.

Peirce propõe uma teoria de ação mental, isto é, de pensamentos, em que “toda a inferência tem a forma de um silogismo-padrão cujas variações resultam nos três tipos de raciocínios possíveis: hipóteses (abdução), indução e dedução” (Santaella, 2004, p. 50). Esses raciocínios são constitutivos do processo de Experimentação Mental.

A aplicação dos Experimentos Mentais no Ensino da Matemática, e sua repercussão na aprendizagem, só é possível por meio da consideração de que a Matemática é uma atividade semiótica. A base desta afirmação está nas perspectivas ou no pragmatismo semiótico de Peirce, o qual afirma que só podemos pensar por meio de signos. E o signo tem três referências: “a) ele é um signo para algum pensamento que o interpreta; b) ele é um signo de algum objeto do qual ele é equivalente naquele pensamento; c) ele é um signo em algum aspecto ou qualidade, o que o põe em conexão com seu objeto” (Santaella, 2004, p.51).

Esta concepção semiótica nos leva à afirmação de que o pensamento, sendo signo, é desenvolvido por meio de outros pensamentos, isto é, o pensamento deve ser interpretado por outros pensamentos, como disserta Peirce:

Da proposição de que todo pensamento é um signo, segue-se que todo pensamento deve dirigir-se a algum outro, deve determinar algum outro, já que essa é a essência de um signo. Esta, afinal, é apenas outra forma do axioma familiar, que na intuição, isto é, no presente imediato, não há pensamento, ou, que tudo o que é refletido tem passado. *Hinc loquor inde est.* Que, desde qualquer pensamento, deve ter havido um pensamento, tem seu análogo no fato de que, desde qualquer tempo passado, deve ter havido uma série infinita de vezes. Dizer, portanto, que o pensamento não pode acontecer em um instante, mas requer um tempo, é apenas outra maneira de dizer que todo pensamento deve ser interpretado em outro, ou que todo pensamento está em signos (Peirce, 1992, p. 24 – tradução nossa).

Só podemos desenvolver um pensamento sobre algo para o qual temos certa familiaridade, ou que possa ser associado a este algo. Portanto, nosso pensamento se dirige ao pensamento “de uma outra pessoa por meio de uma expressão qualquer,

exterior e comunicável; mas, mesmo que nenhuma outra pessoa esteja envolvida, nosso pensamento se dirigirá a um outro pensamento subsequente no processo de pensamento que somos nós” (Santaella, 2004, p. 51). Isto é, um pensamento é interpretado ou traduzido num outro, um pensamento serve sempre como um signo de outro pensamento, por isto a ênfase que damos ao sistema de representação e aos signos em ação (semiose).

Os Experimentos Mentais são formas de expor pensamentos em uma ação mental, ou seja, um evento no tempo que só pode ter significado com base em outro pensamento. Considerar um pensamento em si mesmo, na sua imediaticidade, é torná-lo inanalísável, sem valor intelectual e sem significado (Santaella, 2004). O valor e o significado de um pensamento só existem na possibilidade de interpretá-lo, pensá-lo, representá-lo, num pensamento subsequente, ou seja, que segue imediatamente a outro.

A nossa perspectiva semiótica sobre pensamentos nos leva a considerar três implicações importantes:

- A certeza ou verdade é sempre provisória e uma questão coletiva (nossas verdades dependem do ambiente social ao qual estamos imersos);

- “Os conteúdos da consciência não são conhecidos por si mesmos, mas apenas por meio de uma ação mental” (Santaella, 2004, p. 57);

- Todo conhecimento tem que ser interpretado de alguma forma, ou seja, “não há conhecimento sem interpretação, visto que todo conhecimento é condicionado pelos fatos anteriores a ele no processo de cognição e só se revela no momento em que é interpretado num conhecimento subsequente” (Santaella, 2004, p. 57).

É esta ação de interpretação de conhecimentos que Cruz (2023b) chama de Epistemologia Semiótica. Esta “epistemologia visa explicar que a essência de uma representação está em outra representação, e a essência dessa segunda representação está numa terceira, e assim sucessivamente” (Cruz, 2023b, p. 9).

Por fim, os Experimentos Mentais como Metodologia de ensino, com base na semiótica peirceana e sob a perspectiva histórico-dialética da educação, têm a capacidade de incentivar os alunos a desenvolverem um pensamento crítico e compreenderem a construção de certos conceitos em Matemática. Ajuda no papel de revelar conhecimentos sobre os objetos matemáticos por meio de suas formas de

representação, análise contextual e verificação de resultados. A ideia de constituir tais experimentos por meio de situações hipotéticas representadas em diagramas e pensar sobre elas pode permitir o desenvolvimento, nesses alunos, de um entendimento mais significativo e duradouro sobre certos conceitos matemáticos, efetivando, dessa forma, a aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ATÃ, P.; QUEIROZ, J. **O externalismo semiótico ativo de C. S. Peirce e a cantoria de viola como signo em ação.** *Trans/form/ação*, 44 (3), 2021, 177 – 204. <https://doi.org/10.1590/0101-3173.2021.v44n3.15>, p177.

BACHA, M. L. **A teoria da investigação de C.S.Peirce.** 1997. 186 f. Dissertação (Mestrado em Comunicação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo

CRUZ, W. J. da. **Por que $\sqrt{2}$ é irracional? Buscando explicações nos processos de experimentação mental.** *Educação Matemática Em Revista*, 28(79), 2023b, 1-15. <https://doi.org/10.37001/emr.v28i79.3007>.

CRUZ, W. J. da. **Retângulo que não é retângulo? A aplicação dos experimentos mentais no Quadrilátero de Saccheri.** *Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática*, 12(4), 2022, 1-16. <https://doi.org/10.37001/ripem.v12i4.2920>.

CRUZ, W. J. **Experimentos Mentais na Educação Matemática: uma analogia com provas matemáticas formais.** Curitiba: Editora Aprris, 2018.

CRUZ, W. J. **Experimentos mentais na multiplicação de números naturais: reflexões teóricas por meio de uma metodologia alternativa.** *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 18, 2023, 1-21.

CRUZ, W. J. **Experimentos Mentais: uma nova metodologia para o ensino de Matemática.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2022.

CRUZ, W. J. **O uso dos experimentos mentais como possível metodologia de ensino da matemática: um olhar epistemológico.** Florianópolis. *Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT*, v.16, 2021, p. 01 – 26.

CRUZ, W. J. **Os números reais: um convite ao professor de matemática do ensino fundamental e do ensino médio.** 2011. 121 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação Matemática, Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/3470>. Acesso em: 29 fevereiro. 2024.

CRUZ, W. J.; KOPKE, R. K. M. **Matemática In Concert Metodologia Lúdica de Ensino.** Disponível em: <https://docplayer.com.br/158758636-X-encontro-nacional-de-educacao-matematica-educacao-matematica-cultura-e-diversidade-salvador-ba-7-a-9-de-julho-de-2010.html>. Acesso em: 28/02/2024.

FARIAS, P.; QUEIROZ, J. **Visualizando signos: modelos para as classificações sógnicas de Charles S. Peirce.** São Paulo: Blucher, in *Mathematical Education: Cambridge University Press*, 2017.

MORAES, A. S. **Uma análise dos números reais em livros didáticos por meio de pistas semióticas.** (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - UFJF, Juiz de Fora, 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/15746>. Acesso em: 25 fev. 2024.

OTTE, M. F. **Matemática é uma língua? Programa: Semiótica, Epistemologia e Matemática Cognição**. São Paulo: UNIAN, 2015. (Notas de aula - Texto não publicado).

OTTE, M. F. **A realidade das Ideias: Uma perspectiva epistemológica para a Educação Matemática**. Cuiabá: EDUFMT, 2012.

OTTE, M. F. **Analytische Philosophie Anspruch und Wirklichkeit eines Programms**. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 2014.

PEIRCE, C. S. (NEM). **The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce**. Carolyn Eisele (ed.). Vol. I-IV, The Hague- Paris/Atlantic Highlands, N.J., 1976.

PEIRCE, C. S. **The essential Peirce**. vol. 1. Editora: Indiana University Press 601 North Morton Street Bloomington, IN 47404-3797 USA, 1992.

PEIRCE, Ch. S. **CP = Collected Papers of Charles Sanders Peirce**, Volumes I-VI, ed. by Charles Hartshorne and Paul Weiss, Cambridge, Mass. (Harvard UP) 1931-1935, Volumes VII-VIII, ed. by Arthur W. Burks, Cambridge, Mass. (Harvard UP) 1958 (quoted by no. of volume and paragraph). NEM = New Elements of Mathematics. Harvard U.P.

QUEIROZ, J.; Atã, P. **Externalismo, iconicidade e cognição distribuída em CS Peirce**. Ouvirouver, 2018.

SANTAELLA, L. **O método anticartesiano de C. S. Peirce**. São Paulo: Editora UNESP, 2004

THOM, R. **Modern mathematics: does it exist?** In: A. G. Howson (ed). Developments, 1973.

VIEIRA, L. S. **Uma proposta de ensino de continuidade de funções em cálculo diferencial e integral a partir da noção de complementaridade**. (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós - Graduação em Educação Matemática UFJF, Juiz de Fora, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/14505>. Acesso em: 25 fev. 2024.

CAPÍTULO 5

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ESCOLAR NO SÉCULO XXI: A FORMAÇÃO DE ESTUDANTES E PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Amarildo Melchiades da Silva

Ronaldo Rocha Bastos

Rosana de Oliveira

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentaremos a proposta de investigação de um grupo de pesquisadores vinculados ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na linha de pesquisa intitulada *Ensino e Aprendizagem da Matemática, análise dos condicionantes da sala de aula e intervenção pedagógica em Matemática*, cujo interesse reside nos processos de ensino e aprendizagem da matemática, da estatística e no uso de tecnologias digitais para uso na sala de aula, desde os anos iniciais até o ensino superior, com foco na formação dos estudantes da educação básica e na formação do(a)s licenciando(a)s em matemática e pedagogia.

As diretrizes e propostas que serão apresentadas ao longo do capítulo se inserem na área denominada *Educação Matemática* entendida como *área de investigação* e como *domínio de prática letiva* reunindo teorização e prática.

Utilizaremos o termo educação matemática escolar para designar nosso olhar, em conjunto, sobre disciplinas escolares e universitárias relacionadas a matemática e a estatística, sobre a formação dos estudantes da educação básica e a formação de professores que ensinam matemática, estatística e tecnologias e as diferentes dimensões que envolvem estas formações, tais como, as dimensões sociológicas, epistemológicas, cognitivas, didáticas e pedagógicas.

Ao longo deste capítulo, apresentaremos o programa de investigação e seu primeiro macroprojeto de pesquisa em que os autores do capítulo estão envolvidos;

indicando os temas para orientação de projetos de pesquisa de mestrado e doutorado para candidatos a pesquisadores juniores no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da UFJF.

2. O PROGRAMA LINSIANO DE INVESTIGAÇÃO

Ao longo do ano de 2023, um grupo de pesquisadores de várias instituições brasileiras e estrangeiras discutiram e propuseram um programa de investigação¹¹ para orientar um conjunto de projetos de pesquisa individuais e em parceria de modo a atacar os problemas crônicos e históricos acerca da formação matemática, estatística e tecnológica dos estudantes da educação básica e das licenciaturas em Matemática e Pedagogia.

Em nossos termos, um programa de investigação possui as seguintes características: (a) Possui questões orientadoras gerais e amplas de modo a indicar o caminho dos projetos de pesquisas, desenvolvimento e extensão universitária; (b) O programa aloca os vários projetos e subprojetos de pesquisa compartilhando, em comum, as questões orientadoras; (c) É uma proposta de investigação longitudinal, isto é, de longo prazo; deixando as delimitações de prazos para os projetos e subprojetos de acordo com a proposta de vigência da Pós-graduação e das agências de fomento ou das instituições financiadoras; (d) As pesquisas ligadas ao programa podem ser de diferentes natureza - básica, aplicada ou translacional - e também – como nos casos de projetos de Programas de Pós-Graduação na modalidade profissional – ter incluído proposta de *desenvolvimento* de um processo ou produto educacional; (d) O programa é fundamentado por premissas claras e por referenciais teóricos e metodológicos compatíveis entre si e que são incorporados pelos projetos.

O programa proposto foi denominado *Programa Linsiano de Investigação* em homenagem ao educador matemática Romulo Campos Lins (1955-2017) que produziu um modelo teórico de natureza epistemológica e uma caracterização singular para

¹¹ Na literatura acadêmica o termo Programa de Pesquisa está muitas vezes associado a Filosofia da Ciência e ao nome de Imre Lakatos. Nesse texto apresentaremos um outro significado a esta concepção como será descrito a seguir. Além disso, alteramos o termo para Programa de Investigação.

pensamento algébrico que será o ponto de partida para os estudos e pesquisas do grupo.

É importante ressaltar que a proposição deste programa de investigação acontece quando já se passou quase um quarto do século XXI e isso sugere que estamos atrasados na busca por estudos que promovam mudanças efetivas no sistema de ensino e na elucidação de novos caminhos para a formação escolar e na formação inicial de professores, que sejam fundamentadas e produzidas com base científica e como atendimento as demandas da escola e da classe docente para sua implementação.

Em geral, as mudanças são inseridas no ambiente escolar e acadêmico por um grupo de especialistas sob a coordenação do governo federal, que ora são progressistas – como na proposição dos Parâmetros Curriculares Nacionais - e ora são conservadores – como na proposição da Base Nacional Comum Curricular. Mas, os resultados destas mudanças são impostos a todo sistema de ensino sem a abertura de uma discussão com a comunidade escolar.

Para se ter a dimensão deste atraso, o *National Council of Supervisors of Mathematics* (NCSM) dos Estados Unidos iniciaram uma discussão no ano de 1977 com o objetivo de tomar decisões sobre que matemática ensinar no século XXI. Este estudo resultou em um documento sobre quais seriam as competências básicas em matemática que os alunos deveriam dominar e cuja finalidade era dar uma resposta diferente ao movimento anterior que procurava privilegiar um ensino tradicional de matemática.

Este documento teve grande repercussão na época e esteve na origem da elaboração da chamada *Agenda para a Ação* para os anos 80 do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) que foi atualizado, com base nas mudanças sociais e tecnológicas, com novas orientações pedagógicas para o ensino de matemática na década de 90 do século passado, expresso no artigo intitulado sugestivamente por *A Matemática essencial para o século XXI*.

Para se entender o nível de reflexão que o artigo propôs, ele introduziu a discussão com a seguinte constatação: “As crianças que tenham entrado no jardim da infância em 1988 podem esperar obter um diploma do ensino superior no ano 2001. No entanto, estes alunos, que irão se formar no século XXI, ainda se confrontam frequentemente com um currículo dominado pelo cálculo, mais adequado ao século XIX”. (NCSM, 1990, p.23).

Com relação ao ensino de estatística, para enfatizar e melhorar os padrões deste ensino os documentos do NCTM, em especial o relatório intitulado *Princípios e Padrões da Matemática Escolar*, divulgado no ano 2000, foi elaborado em 2005, com o apoio da *American Statistical Association (ASA)*, o relatório denominado *Diretrizes para avaliação e ensino na Educação Estatística I*. Foi um trabalho seminal que enfatizava a necessidade de iniciar ações visando o letramento estatístico a partir dos anos escolares iniciais devido a crescente necessidade de compreensão por parte do público em geral, em especial a população formalmente educada, de diversas questões globais, regionais e locais divulgadas através de dados.

Em 2020, foi elaborado um segundo relatório, *Diretrizes para avaliação e ensino na Educação Estatística II*, que manteve o espírito do primeiro relatório e incorporou novas habilidades necessárias para a compreensão do grande volume de dados a que somos expostos no mundo de hoje. Na introdução, os autores afirmam que: “A demanda pelo letramento estatístico nunca foi tão premente. Os egressos da educação básica precisam ter a capacidade de avaliar as conclusões e a legitimidade dos resultados apresentados, assim, como formular suas próprias análises”. (Bargagliotti, 2020, p.1)

Estes comentários não têm a intenção de ir mais longe do que afirmar nosso atraso em propor novos caminhos para a educação escolar dos estudantes e a formação dos futuros professores, condizentes com um mundo em constante transformação; pois a direção que seguiremos é bastante diferente daquela proposta pelo NCTM e pela ASA.

Na direção dos nossos interesses, em 1997, os educadores matemáticos Romulo Campos Lins e Joaquim Gimenez deram um importante passo na discussão brasileira sobre a matemática escolar com o lançamento do livro *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI* sugerindo uma caracterização de alguns modos e pensar – aritmético, proporcional e algébrico – apresentando as diferentes tendências existentes em educação algébrica e aritmética em nível nacional e internacional, indicando sua divergência e apresentando uma visão alternativa.

Com base neste conjunto de informações coletado pelo grupo de pesquisa ao longo dos anos, o programa de investigação que propomos possui duas questões orientadoras: (i) Como formar um(a) estudante educado(a) matematicamente ao longo da Educação Básica no século XXI?; (ii) Como deve ser a formação inicial de

professores(as) no interior das licenciaturas em Matemática e Pedagogia para educar matematicamente os (as) estudantes da Educação Básica neste século?

Estas questões foram formuladas propositalmente como questões abertas, mas direcionadas aos nossos interesses de pesquisa e trazendo em seu interior outras questões que, em nosso entendimento, serão desveladas ao longo do processo de investigação como, por exemplo, a procura por uma caracterização de um(a) estudante educado(a) matematicamente neste século, habitante de um mundo em constante transformação e membro de uma sociedade líquido-moderna, no sentido proposto por Bauman. (Bauman, 2008)

Além disso, paralelamente às questões orientadoras fixamos algumas premissas de modo a rejeitarmos a perspectiva do ensino tradicional tanto escolar quanto acadêmico, são elas:

- A formação discente na escola e a formação de professores nas universidades será pensada levando em consideração os objetivos e fins de uma educação escolarizada;
- A proposta de um design curricular para a matemática escolar será construída em oposição ao denominado *Ensino da Matemática* disseminado no Brasil pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM);
- A proposta de um design curricular para a matemática escolar será construída como parte do projeto mais amplo da educação escolar, como um de seus modos de produção de significados e se submete a esse projeto. Dito em outras palavras, nossa investigação tomará como *locus* inicial de investigação a escola e suas demandas.
- O design curricular será desenvolvido em oposição ao ensino baseado exclusivamente em conteúdos, como no ensino tradicional e em oposição ao ensino baseado em competências e habilidades proposto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nosso objetivo será orientado por um ensino baseado em modos de pensar, que teve sua gênese nos Parâmetros Curriculares Nacionais; agora reformulado a partir de novas concepções.
- A investigação sobre a formação de professores que ensinam matemática não será pensada exclusivamente a partir da Academia e por pesquisadores distantes da escola, mas será orientada e será dependente de três elementos

vistos em conjunto e definidos à priori: (1) O design curricular proposto para a matemática escolar; (2) Os pressupostos teóricos e metodológicos sobre os processos de ensino e aprendizagem; e (3) A participação efetiva de professor em exercício na tomada de decisões sobre as propostas que serão levadas para a escola.

- Nosso projeto para o ensino de matemática, baseado em pressupostos teóricos, será elaborado conjuntamente com pesquisadores e professores em exercício para levar a escola uma proposta que atenda às suas demandas e que seja exequível para os docentes.

Em suma, o Programa Linsiano tem como objetivo repensar a atual estrutura vigente da matemática escolar ao longo da Educação Básica e a formação de professores que ensinam matemática. E, para novamente não incorrer nos erros históricos, que muitas pesquisas sobre esses temas não chegam a tratar, os pesquisadores seniores envolvidos nos projetos de pesquisa estarão desenvolvendo os estudos junto às escolas e nas licenciaturas em parceria com pedagogos e professores de matemática em exercício e com experiência em sala de aula para atacar os problemas crônicos e históricos que serão identificados por uma revisão da literatura atualizada e pela vivência dos docentes no ambiente escolar.

3. PROJETO DE PESQUISA, DESENVOLVIMENTO E EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA

O primeiro macroprojeto de pesquisa, desenvolvimento e extensão relacionado ao Programa Linsiano de Investigação foi intitulado *Educação Matemática Escolar no século XXI: a formação de estudantes e professores da Educação Básica*.

A primeira fase desse projeto de pesquisa possui duas frentes de investigação segundo as diretrizes propostas pelo Programa, são elas: (i) investigar uma estrutura curricular para a matemática no ensino fundamental referenciada teoricamente em modos de produção de significados (o Ensino Médio não será considerado nesta fase) e, (ii) investigar o design das disciplinas matemáticas e estatísticas a partir de uma proposta alternativa para a Licenciatura em Matemática voltada para a formação de

professores em que o uso de tecnologias digitais sejam inseridos ao longo de todo o processo.

A primeira frente de investigação diz respeito tanto ao estudo dos processos de ensino da matemática na escola, quanto sobre o design de uma estrutura curricular condizente com a formação de estudantes no século XXI, observando a origem dos problemas didáticos, pedagógicos e políticos de toda natureza que promovem o fracasso escolar¹² de estudantes da Educação Básica.

Por exemplo, no cenário internacional, a Organização para Cooperação e Desenvolvimento econômico (OCDE) através do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA, na sigla em inglês), vem publicando, periodicamente, relatórios sobre a educação brasileira a partir de uma gama de dados obtidos onde podemos avaliar os resultados dos estudantes brasileiros de 15 anos na proficiência em Matemática. (Veja, por exemplo, OECD, 2021).

Em reiteradas avaliações, os resultados dos estudantes em todas as disciplinas, permanecem bem abaixo da média dos países pertencentes à OCDE e da maioria dos países de referência. Em relação à matemática os alunos brasileiros estão distantes de economias emergentes como a Rússia e a China e é mais fraco do que o resultado apresentado por Chile, México, Costa Rica e Uruguai. (OCDE, 2021, p.112)

Os resultados do PISA informam que uma parte significativa dos estudantes brasileiros não demonstraram níveis básicos de proficiência em Matemática, colocando o Brasil numa posição desconcertante no ranking internacional.

Em nível nacional, ao longo dos anos, observou-se um movimento do governo federal na direção de alinhar-se com as propostas da OCDE, reduzindo suas possíveis ações de intervenção na educação escolar, ao investimento em avaliações em larga escala.

Como sabemos, o ensino tradicional de matemática já havia produzido efeitos nocivos na formação dos discentes da Educação Básica a partir do ensino da matemática pela matemática como tem sido disseminado pela SBM, colocando o foco da formação exclusivamente nos conteúdos matemáticos. Isto levou, como consequência, a uma

¹² Entendemos o fracasso do ensino de matemática nas escolas brasileiras não só pelos que são excluídos ou desistem da escola, mas também por aqueles que são aprovados por este sistema, e cuja formação matemática não os ajuda em sua vida pessoal e profissional.

aprendizagem matemática descontextualizada e fragmentada a partir do ensino de ideias matemáticas estanques.

Por outro lado, no quadro atual, nossa revisão da literatura do documento oficial orientador da educação básica brasileira - a BNCC - ao propor a formação matemática dos estudantes a partir de competências e habilidades, indicou a possibilidade de produzir uma fragmentação maior do conhecimento matemático dos estudantes do que aquele provocado pelos estudos de conteúdos matemáticos estanques.

A BNCC, partindo de um alinhamento entre avaliação em larga escala e educação escolar nos sugere que a proposta em curso visa submeter toda a educação escolar e a formação de professores às avaliações em larga escala. Apesar de ser possível defender que tecnicamente o currículo de matemática expresso na BNCC por competências e habilidades não é uma matriz de referência daquelas utilizadas por especialistas na elaboração de avaliações em larga escala, as propostas de alinhamento entre as duas precisam ser profundamente avaliadas pois o efeito que produzirá tem potencial para levar a consequências sérias na formação dos estudantes.

Em resumo, a formação matemática dos estudantes da educação básica tem sido considerada insatisfatória pelos diferentes atores do sistema escolar, por organizações internacionais, como a *Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico* /OCDE a partir de pesquisas desenvolvidas, por organizações da sociedade civil, como a organização *Todos pela Educação* e, também, pela indicação dada pelas pesquisas em Educação Matemática.

Com base nestas informações buscamos a investigação de uma proposta curricular que represente uma alternativa viável e exequível para os docentes. Nossos estudos de longa data sugerem que uma matriz curricular baseada em modos de produção de significados, expressa por modos de pensar, pode ser um caminho frutífero para a aprendizagem dos estudantes.

Assim, de acordo com nossos pressupostos teóricos o pensamento matemático se constitui em um conjunto de modos de pensar - histórico e culturalmente produzidos - que se entrelaçam e se complementam, a saber: pensamento aritmético, algébrico, geométrico, estatístico, pensamento proporcional, pensamento lógico e pensamento financeiro.

Dessa perspectiva, enquanto projeto de investigação nossos temas de interesse são:

- Investigar e revisar estudos sobre currículo e design educacional (em particular, design de currículo, design de disciplinas e design de tarefas para a sala de aula);

- Investigar uma caracterização para cada um dos modos de pensar;

- Investigar a inserção dos modos de pensar ao ensino desde os anos iniciais até final do Ensino Fundamental

- Investigar a inserção das tecnologias digitais na formação de estudantes do Ensino Fundamental;

- Investigar a formação matemática, estatística e tecnológica de estudantes do Ensino Fundamental com necessidades especiais (em particular, estudantes com altas habilidades)

- Investigar o papel do ensino de estatística na formação de estudantes do ensino fundamental com a introdução no ambiente escolar das noções de variabilidade, acaso e incerteza, sempre dentro de um determinado contexto.

- Investigar o ensino de desenho geométrico no Ensino Fundamental e sua relação com as tecnologias digitais;

- Investigar a inserção da Educação Financeira Escolar no projeto de educar matematicamente estudantes do Ensino Fundamental.

Enquanto projeto de desenvolvimento de produtos educacionais nossos temas de interesse são:

- Produção de tarefas a partir dos modos de pensar para o Ensino Fundamental I e II;

- Produção de jogos para o Ensino Fundamental I e II baseado em modos de pensar;

- Produção de material didático para estudantes com necessidades especiais;

A segunda frente de investigação foca na formação inicial de professores no interior das licenciaturas a partir de uma proposta de reestruturação da Licenciatura em Matemática de modo a atender as demandas do futuro professor.

Sabemos que esta temática nos coloca em um campo minado pela tradição. Esse entendimento surgiu da compreensão de que a formação inicial de professores que ensinam matemática sempre foi pensada na Academia desconsiderando as reais

necessidades da escola com respeito a esse profissional e suas demandas ao ir para a escola. A prova dessa afirmação não exige trazer à discussão uma revisão da literatura, que existe em grande volume, pois é possível constatar o quadro geral de fracasso na formação de professores proporcionado pelos cursos de formação apenas conversando com pedagogos e professores de matemática quando deixam as universidades para lecionar na escola.

Os dois pontos centrais que sustentam esse fracasso são: o “loteamento” da Licenciatura em Matemática entre as áreas de Matemática e de Educação, cada uma desenvolvendo uma parte da formação do(a)s licenciando(a)s de maneira totalmente desconectadas entre si. Tradicionalmente, a primeira área ensina o conteúdo matemático e a segunda área lhes instrui sobre os fundamentos didáticos e pedagógicos na ausência do conteúdo matemático.

O segundo ponto diz respeito às pesquisas sobre formação de professores que são desenvolvidas desconsiderando esse “loteamento” e produzindo ideias e teorias, muitas vezes, a partir dos efeitos nocivos dessa formação sem gerar mudanças efetivas na estrutura vigente. Em particular, o pedagogo recebe uma formação didática e pedagógica na ausência de uma formação matemática satisfatória para a condução de sua prática letiva. Este contexto será considerado em todo o processo de investigação em que buscaremos caminhos que transcendam estas limitações impostas pelos formadores de formadores.

Nesta frente de pesquisa os temas de interesse são:

- Investigar uma estrutura alternativa para a Licenciatura em Matemática;
- Investigar o design para as disciplinas de matemática do matemático para que estejam a serviço da formação de professores. Em particular, as disciplinas Cálculo Diferencial e Integral, Teoria dos Números, Estruturas Algébricas e Análise Matemática.
- Investigar o design para as disciplinas de conteúdos estatísticos para que estejam a serviço da formação de professores. Em particular, as disciplinas de Probabilidade e Estatística.

Nesta frente de pesquisa também investiremos no processo de desenvolvimento de material didático para as disciplinas matemáticas, ditas de matemática pura, cujo ensino baseado em livros-textos do matemático promovem alto índice de reprovação e conseqüente retenção na formação do licenciando retardando sua entrada no mercado

de trabalho. Além disso, estudaremos a inserção de novas disciplinas de estatística, probabilidade, ciência de dados e de tecnologias voltadas à formação de um professor no século XXI. São temas de interesse para a produção de material didático:

- Produção de livros didáticos para as disciplinas de matemática do matemático;
- Produção de livros didáticos para as disciplinas de matemática escolar para a formação de professores;
- Produção de livros didáticos para as disciplinas de estatística para a formação de professores;

O presente projeto de pesquisa, desenvolvimento e extensão universitária já se encontra em andamento e muitas das temáticas apresentadas anteriormente estão sendo desenvolvidas por pesquisadores juniores do Curso de mestrado e doutorado profissional do PPGEM e orientados pelos docentes autores deste capítulo e pelos docentes da linha de pesquisa intitulada *Tecnologias da informação e Comunicação na Educação Matemática*. (Veja Capítulo 7).

4. QUADRO TEÓRICO

A base teórica que fundamentará nosso estudo é o Modelo dos Campos Semânticos¹³ (MCS) elaborado pelo educador matemático Romulo Campos Lins que produziu um modelo epistemológico para pesquisadores e professores utilizarem na leitura da produção de significados dos estudantes.

Em sua produção teórica o autor não pensava e operava apenas como um pesquisador, mas suas preocupações e interesses estavam nos processos de ensino e aprendizagem e no que acontece nas salas de aula em que se ensina matemática, isto é, ele tinha as inquietações de um professor.

Uma das questões que influenciou toda a perspectiva de Lins como pesquisador, envolvia responder o que estaria acontecendo quando uma criança escreve

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{1+2}{2+3} = \frac{3}{5}$$

¹³ Para conhecer o referencial teórico sugerimos consultar Lins (1999, 2012); Silva (2022), ou Silva, Oliveira, Rezende (2022)

Frente a esta questão ele questionou: por que ele/ela fez o que fez? O efeito desta perspectiva foi expresso em suas próprias palavras:

Para explicar a relevância deste exemplo em minha trajetória intelectual, basta dizer que foi exatamente ele que se tornou paradigmático do que eu queria realizar em meus estudos de doutorado: ao invés de apenas caracterizar o erro, a falta, eu queria mostrar que existe ali a possibilidade e a necessidade do que hoje chamo de uma leitura positiva do que o aluno fez/disse, que consiste em saber do que, de que objetos, ele estava efetivamente falando. E mais, desenvolver um referencial teórico que permitisse fazer esta leitura positiva. (Lins, 2002, p. 18)

Ele então apresenta uma reflexão sobre sua elaboração teórica:

(...) minha elaboração teórica consistiu – assim como toda elaboração teórica consiste – em refletir e sistematizar meus pressupostos, organizando-os através da constituição de noções-categorias. E, sendo um processo, seu próprio desenrolar foi criando as condições para que ele – e o que ele envolvia – fosse se alterando. Teorias são, em meu ver, apenas o resultado da reflexão tematizada de nossos pressupostos e, desta maneira, permitem que nos movamos um pouco mais, que seja, para fora do domínio da ideologia em nossa atividade profissional. A afirmação que alguns fazem, de que teorias atuam como camisa-de-força – como se tolhesse nosso verdadeiro entendimento –, pode representar apenas uma compreensão limitada do que teorias sejam e a que sirvam; chego a arriscar que esta incompreensão possa sugerir a existência de um danoso “empirismo iluminado” dentro da academia, uma posição que, ao identificar teorias com discursos sobre “o que as coisas são”, e ao querer se livrar dos erros e limitações de discursos particulares deste tipo termina sujeita exatamente ao que as coisas são no universo não refletido de quem toma aquela posição. (Lins, 2002, p. 18)

Em seus comentários, Lins explicita a sua visão como pesquisador e o professor:

Talvez a melhor caracterização ampla dessa trajetória esteja em dizer que ela foi sempre marcada pela busca de um referencial teórico que me permitisse explicar o que eu vi nas salas de aula, como professor ou como orientador, e de pessoas de todas as idades. A pergunta que sempre se repetia era “por que estas pessoas estão fazendo isso que estão fazendo?” Não me bastava observar o erro e o acerto, e cada vez menos me bastava tentar eliminar o erro; sempre foi preciso, para mim, buscar formas de caracterizar os processos que eu presenciava, muitas vezes como parte deles, de modo que eu pudesse dar uma explicação plausível para aquilo que estava vendo acontecer. Esta explicação plausível, por outro lado, era também necessária para guiar minha intervenção em sala de aula e minha intervenção com alunos, e para tornar mais sólida minha contribuição aos professores que orientava. Assim, meu interesse se moveu sempre na direção de poder entender o que é que as pessoas estavam dizendo e de entender com que objetos estavam pensando. (Lins, 2002, p. 9).

Seu interesse como professor era ter elementos teóricos que permitisse “ler” os seus alunos – como ele dizia, “ao vivo” ou “*on the fly*” – para entender de que “lugar” eles estavam falando e do que estavam falando.

Com base neste propósito, o pesquisador elaborou um conjunto de noções-categorias que nos permite desenvolver uma análise ou leitura epistemológica da produção de significados dos estudantes, isto é, uma maneira de “ler” o que eles dizem e tentar entender por que dizem o que dizem.

A elaboração do MCS compartilha das concepções e constructos vindos da Teoria Histórico-Cultural, em particular, os trabalhos de Lev Semionovitch Vygotsky¹⁴ foram uma inspiração para sua teorização e a noção de atividade de Aleksei Nikolaievitch Leontiev é um dos constructos utilizado¹⁵.

Um autor de interesse para o nosso grupo de pesquisa é o psicólogo estadunidense Jerome Bruner, em particular, em suas ideias propostas nas obras intituladas *Atos de Significação* (1997), *Realidade Mental e mundos possíveis* (1997) e *A Cultura da Educação* (2001).

Também temos interesse na visão proposta pelo filósofo estadunidense Nelson Goodman a respeito da construção de mundos e que está presente em suas obras *Ways of Worldmaking* (1978) (ou, na versão portuguesa intitulada *Modos de fazer mundos*) e em *Of mind and other matters* (1984). Nos interessa ainda sua discussão sobre Epistemologia em parceria com Catherine Elgin reunida sob o título *The Epistemic Efficacy of Stupidity* (1988).

Nos estudos que desenvolvemos nos últimos anos sobre educação financeira escolar¹⁶ e que continuaremos investigando e orientando pesquisas, utilizamos, para uma leitura sociológica, a perspectiva do sociólogo Zygmunt Bauman. Nos pareceu importante considerar nossos estudantes e futuros professores como membros da sociedade de consumidores – uma sociedade líquido-moderna - como caracterizado por ele. Sugerimos, em particular, a leitura de *Vida para o consumo: a transformação de pessoas em mercadoria* (2008), *Vida a crédito* (2010) e *Modernidade Líquida* (2001).

¹⁴ Sugerimos a Leitura de Vygostky (1993, 1994, 2003), Oliveira (1995) e Veer e Valsiner (1996).

¹⁵ Veja, por exemplo, Leontiev (1878, 1984).

¹⁶ Veja, em particular, as dissertações e produtos educacionais orientados pelos pesquisadores Ronaldo Rocha Bastos, Liamara Scortegagna, e Amarildo Melchiades da Silva no endereço: www2.ufjf.br/ppgedumat/publicações.

Nesta direção, em nossos estudos sobre educação financeira, Arthur (2012) afirmou que apenas estimular tomadas de decisões financeiras responsáveis no século XXI não é suficiente para construir uma sociedade crítica e responsável, sendo necessário desenvolver nos indivíduos a capacidade de questionar o cenário político, social e econômico que os limita. Este é um aspecto importante do nosso projeto de investigação. Nesse sentido sugerimos a leitura do livro de Chris Arthur intitulado *Financial Literacy Education: Neoliberalism, the consumer and the Citizen* (2012).

5. METODOLOGIA DE PESQUISA

O programa de investigação e o projeto de pesquisa proposto indicam uma investigação longitudinal que reunirá vários projetos de pesquisa de mestrado e doutorado para pesquisadores ingressantes no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da UFJF.

Por se tratar de um programa na modalidade profissional, as referidas propostas devem envolver uma proposta de investigação associada a uma proposta de desenvolvimento de um processo ou produto educacional.

A quase totalidade dos projetos do grupo são caracterizados como sendo uma abordagem qualitativa de investigação. As principais referências sobre esta perspectiva são a obra intitulada *Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos* de Bogdan e Biklen (2013) e *Etnografia da prática escolar de André* (1995).

Os pesquisadores do grupo que orientam pesquisas sobre ensino e aprendizagem de estatística utilizam, em algumas situações, a abordagem quantitativa de investigação; por exemplo, aquela delineada na obra intitulada *Surveys in Social Research* de De Vaus (2002). Também fazem uso do software REDcap para digitação e crítica dos dados coletados e do software livre R (R CoreTeam, 2012) para as análises estatísticas. E em situações em que os instrumentos de coleta de dados estão na forma de questionários estruturados; eles são preparados com o auxílio do programa REDcap – versão 5.2 (Vanderbilt University, 2015).

Grande parte das pesquisas desenvolvidas no PPGEM têm sido de natureza aplicada, porém, para os projetos de doutorado surge a oportunidade para o

desenvolvimento de pesquisa de natureza translacional¹⁷ que possibilitam maior impacto para a comunidade escolar e maior retorno à sociedade. Nas pesquisas qualitativas aplicadas do grupo tem sido muito frequente a pesquisa de campo; porém as pesquisas translacionais que venham a acontecer aproximará os pesquisadores da pesquisa-ação.

Nesta fase do projeto de pesquisa, grande parte da atividade dos pesquisadores envolverá a atividade de design educacional, constituído por design de currículo, design de disciplinas, design de tarefas e pela elaboração de fichas de trabalho para uso em sala de aula.

Na revisão de literatura preliminar que realizamos sobre design educacional, não identificamos na comunidade de educadores matemáticos brasileiros estudos sobre design em educação, nem como objeto de pesquisa, tão pouco como orientação na confecção de materiais didáticos. Na verdade, muito do que tem sido produzido na área, desde a confecção de livros didáticos até a elaboração de propostas curriculares, pode ser entendido como atividades de design, porém esses produtos poderiam ser muito mais eficazes com estudos e a teorização sobre a atividade de design, bem como por meio da fundamentação dessa teoria pelas pesquisas já desenvolvidas e em desenvolvimento na Educação Matemática.

Por outro lado, na comunidade científica internacional, encontramos uma produção muito diversificada a respeito do design educacional. Por exemplo, o *Shell Centre for Mathematical Education*, alocado na Universidade de Nottingham /Inglaterra é um centro que desenvolve várias atividades de pesquisa em Educação Matemática, incluindo o design e desenvolvimento de produtos educacionais. Um importante projeto desenvolvido no centro foi intitulado *MARS – Mathematics Assessment Resource Service*, que reúne um grupo de pesquisadores em Educação Matemática que, apoiado em uma longa experiência em design, tem como objetivo a produção de materiais de alta qualidade sobre avaliação de desempenho.

Nos Estados Unidos, podemos citar o projeto intitulado *Connected Mathematics Project* (2009), um projeto financiado pelo *National Science Foundation* e desenvolvido nos períodos de 1991-1996 e no período de 2000-2006, com o objetivo de produzir um

¹⁷ Para conhecer este tipo de pesquisa veja Silva, Bolite Frant e Chaves (2022)

currículo de matemática, centrado em problemas, para professores e alunos do ensino médio (cf. LAPPAN et al 1998, 2004, 2006). Este projeto foi um exemplo que identificamos de design voltado para a produção de um currículo.

Na área de educação estatística, salientamos o evento específico (roundtable) organizado pela *International Association for Statistic Education (IASE)*: Desenvolvimento de currículos para a Educação Estatística, realizado em Lund, Suécia. Dele participaram 26 pesquisadores de 9 países, onde os aspectos de design de currículo em estatística para todos os níveis, desde o ensino fundamental até o superior foram discutidos e apresentados. As discussões e apresentações de artigos foram pautadas em três eixos: 1 - Pesquisa: O que sabemos e o que precisamos saber? 2 - Política: Quem são os responsáveis pelo desenvolvimento e implementação dos currículos? 3 – Prática: O que é importante ensinar, quando deveria ser ensinado e como? Dentre os artigos, salientamos Begg (2004) que apresenta aspectos teóricos e práticos para o design de currículo de estatística para a educação básica e Schield (2004) que discute e propõe modificações curriculares para o ensino superior, dentre outros.

Entretanto, o que podemos observar é que, grande parte desses estudos ou estão a serviço da produção de materiais de avaliações de desempenho, ou de avaliações em larga escala, ou ainda, são desenvolvidos para outras áreas como, por exemplo, o design de produtos em Engenharia (cf. SHUNN, 2008); ou mesmo, a temas de interesse específicos de designers profissionais (cf. BURKHARDT, 2009).

A revisão de literatura que realizamos indicou a presença de pesquisadores que se envolvem nas duas atividades, como as americanas Glenda Lappan e Elizabeth Phillips, que estiveram envolvidas no *Connected Mathematics Project* (cf. LAPPAN & PHILIPS, 2009) e o inglês Malcolm Swan (cf. SWAN, 2008) do *Shell Centre*, envolvido no projeto MARS acima citado.

Além disso, a revisão da literatura, ao mesmo tempo em que nos permitiu uma visão preliminar da produção sobre design educacional, evidenciou a diferença no caminho que desejamos trilhar em nossa investigação. Enfatizamos que nossa concepção sobre os princípios organizadores do currículo, sobre entendimento dos processos de ensino e aprendizagem e os pressupostos teóricos que estarão envolvidos em nossa formulação, mudarão completamente a concepção de produto e de design educacional em relação aos pesquisadores acima citados.

O design educacional, em nossa concepção, e pela sua própria natureza, tem como meta uma produção; seja ela uma avaliação, uma sequência didática, um projeto educativo, um conjunto de tarefas ou todo um currículo. Ao longo dos anos temos trabalhado no design de tarefas para a sala de aula, sendo a maioria dos projetos versando sobre Educação Financeira Escolar.

Assim, da nossa experiência, o design educacional é entendido como a atividade que tem como meta chegar a um produto totalmente realizado e que envolve, em linhas gerais, pelo menos as seguintes etapas: concepção e planejamento, criação, avaliação e produção. E, como indicamos ao longo de todo o texto, nesta fase da pesquisa, estaremos envolvidos com a atividade de design.

REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, M. E.D.A. **Etnografia da prática escolar**. Campinas, SP: Papyrus, 1995.
- ARTHUR, C. **Financial Literacy Education: Neoliberalism, the consumer and the citizen**. Rotterdam: Sense, 2012.
- BARGAGLIOTTI, A, *et al.* **Guidelines for assessment and instruction in statistics education** (GAISE) report II. Alexandria, VA: American Statistical Association, 2020.
- BEGG, A. **Statistics Curriculum and Development: News Ways of Working**. Curricular Development in Statistic Education, Sweden, 2004. Acesso em março de 2024. Disponível em: https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/rt04/2.1_Begg.pdf.
- BAUMAN, Z. **Modernidade líquida**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.
- BAUMAN, Z. **Vida para o consumo: a transformação de pessoas em mercadoria**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2008.
- BAUMAN, Z. **Vida a crédito**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2010.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, PT: Porto Editora, 2013.
- BURKHARDT, H. On Strategic Design. **Educational Designer**. 1(3). Acessado em <http://www.educationaldesigner.org/ed/volume1/issue3/article9/index.htm>, 2009.
- BRUNER, G. **Atos de significação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- BRUNER, G. **Realidade mental, mundos possíveis**. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- BRUNER, G. **A Cultura da Educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- Connected Mathematics Project** (2009) Website, Michigan State University. URL: <http://connectedmath.msu.edu/>
- DE VAUS, D. **Surveys in Social Research**. 5 ed. Crows Nest: Allen & Unwin, 2002.
- GOODMAN, N. **Ways of Worldmaking**. Cidade: Editora, 1978.
- GOODMAN, N. **Of mind and other matters**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1984.
- GOODMAN, N. **Modos de fazer mundos**. Porto: Edições Asa, 1995.
- GOODMAN, N.; ELGIN, C. **The Epistemic Efficacy of Stupidity**. In: Reconceptions in Philosophy and other arts and science. Routledge: Hackett Publishing Company, 1988.
- LAPPAN, G. et al. **Connected mathematics**. Menlo Park: Dale Seymour, 1998.

LAPPAN, G. et al. **Getting to know Connected mathematics: An implementation Guide**. Pearson Prentice Hall: 2004.

LAPPAN, G. et al. **Connected mathematics 2**. Boston: Pearson-Prentice Hall: 2006.

LAPPAN, G.; PHILLIPS, E. A Designer speaks – **Challenges in US Mathematics Education through a Curriculum Developer Lens**. In: Educational Designer. Acessado em <http://www.educationaldesigner.org/ed/volume1/issue3/article511/index.htm>, 2009.

LEONTIEV, A. N. **O Desenvolvimento do psiquismo**. São Paulo: Moraes, 1978.

LEONTIEV, A.N. **Actividad, conciencia y personalidad**. Mexico: Editorial Cartago de Mexico, 1984.

LINS, R. C. **Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática**. In: Bicudo, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, p.75-94, 1999.

LINS, R. C. Análise sistemática e crítica da produção acadêmica e da trajetória profissional 2002. 87p. **Tese** (Livre Docência) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP. Disponível em: www.redesigma-t.org

LINS, R.C. O Modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: Angelo, C.L. et al. (orgs.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012.

NCSM – National Council of Supervisors of Mathematics. A Matemática essencial para o século XXI. **Educação e Matemática**, n. 14, p. 23-26.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento um processo histórico**. 2 ed. São Paulo: Scipione, 1995.

SHIELD, M. **Statistical Literacy Curriculum Design. Curricular Development in Statistics Education**, Sweden, 2004. Acesso em março de 2024. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/247643865_Statistical_Literacy_Curriculum_Design

SCHOENFELD, A. Bridging the cultures of educational research and design. Education Designer. 1 (2). In: **Educational Designer**. 2009. Acesso em Agosto de 2010. <http://www.educationaldesigner.org/ed/volume1/issue2/article5/index.htm>,

SCHUNN, C. **Engineering education design. Education Designer**. 1 (1). Acesso em: agosto de 2010. <http://www.educationaldesigner.org/ed/volume1/issue1/article2/index.html>, september, 2008 **Shell Centre for Mathematical Education**. URL: <http://www.mathshell.com>

SILVA, A. M. **O Modelo dos Campos Semânticos**: um modelo epistemológico em educação matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2022.

SILVA, A. M.; OLIVEIRA, V. C. A.; ALMEIDA, V. R. **O Modelo dos Campos Semânticos**: teorização e desdobramentos para a pesquisa e para o ensino. In: Processos cognitivos e Linguísticos na Educação Matemática. Orgs. Sandra Maria Pinto Magina, Sintria Labres Lautert, Alina Galvão Spinillo. Brasília, DF: SBEM Nacional, 2022.

SILVA, A. M.; BOLITE FRANT, Janete; CHAVES, Rodolfo. Uma Pesquisa translacional em Educação Matemática em perspectiva. **Boletim Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM)** Rio de Janeiro, n. 80, p. 249-272, 2022.

SWAN, M. **Designing a multiple representation learning experience in secondary algebra**. Education Designer 1. Setember, 2008. Acesso em: agosto de 2010. [.http://www.educationdesigner.org/ed/volume1/issue1/article3/index.htm](http://www.educationdesigner.org/ed/volume1/issue1/article3/index.htm)

VEER, R. V. D.; VALSINER, J. **Vygotsky**: uma síntese. São Paulo: Unimarco Editora / Edições Loyola, 1996.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 5ed. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

VYGOTSKY, L. S. **Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar**. In: LURIA, A.R. e outros. Psicologia e Pedagogia: Bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento. São Paulo: Centauro, p. 01-17, 2003.

CAPÍTULO 6

A ATUAÇÃO DE DOIS EDUCADORES MATEMÁTICOS CONDUZINDO PESQUISAS QUALITATIVAS E FORMANDO PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Marco Aurélio Kistemann Jr¹⁸

Fabiano dos Santos Souza¹⁹

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo objetiva explicitar as ações de dois educadores matemáticos que têm atuado na Educação Matemática com a formação de Professores de Matemática da Educação Básica e Superior, buscando despertar nestes professores a importância da prática docente ambientada em cenários para investigação no contexto da Educação Financeira e da Educação Estatística. Assim, ambos os professores-pesquisadores têm atuado na Linha de Pesquisa 1, Ensino e Aprendizagem da Matemática, Análise dos condicionantes da sala de aula e Intervenção Pedagógica em Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática: Mestrado e Doutorado da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

No âmbito de suas contribuições acadêmicas, além das orientações e publicações de artigos científicos e livros, os autores têm se destacado pela ativa participação em programas de formação inicial de professores, notadamente o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), e a Programa Institucional de Residência Pedagógica (PIRP). Especificamente, o primeiro autor tem desenvolvido pesquisas e ações de extensão universitária vinculadas à Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), enquanto o segundo autor, além de sua atuação na

¹⁸ Professor-Pesquisador dos Programas de Pós-Graduação em Educação (FEUFF) e Ensino (INFES UFF)
E-mail: marco.kistemann@ufjf.br

¹⁹ Professor Adjunto da Faculdade de Educação (UFF)
E-mail: fabiano_souza@id.uff.br

Universidade Federal Fluminense (UFF), tem se envolvido intensamente com o PIBID e o PIRP.

Por meio de suas experiências nos programas de formação docente, ambos os autores têm se dedicado educacionais alternativas e inovadoras em parcerias com os orientandos, buscando produzir produtos educacionais que podem ser utilizados em diferentes contextos de sala de aula. Esses esforços são norteados por um design de pesquisa diversificado, que privilegia abordagens qualitativas e se fundamenta em referenciais teóricos alinhados com os objetivos e metodologias escolhidas para a integração eficaz de novas práticas ao ambiente educacional.

Em 2019, os autores estiveram envolvidos num projeto de investigação sobre a formação docente nos contextos do PIBID em três instituições: Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), UFF e a UFJF. O estudo que foi publicado no *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática* conforme Souza, Oliveira Junior, Kistemann Jr. e Coutinho (2019), se concentrou na percepção dos ex-bolsistas acerca da formação docente, explorando suas visões, ações empreendidas, impactos percebidos, e expectativas quanto ao PIBID de Matemática.

A metodologia empregada incluiu análise documental, análise de discurso dos discentes participantes e análise de dados multidimensionais, utilizando o software CHIC para explorar as similaridades nos discursos. Os resultados indicam que o PIBID contribuiu significativamente para a integração entre ensino básico e superior, inserindo os licenciandos diretamente no ambiente escolar e promovendo uma formação docente integrada, que equilibra teoria e prática sob a orientação dos formadores.

De forma breve, o primeiro autor (Kistemann Jr.) do capítulo iniciou suas ações de docência em 1992, tendo atuado até 2007 em escolas da rede pública estadual e municipal de Juiz de Fora em escolas da periferia. A atuação ocorreu tanto nas chamadas escolas públicas tradicionais, quanto em escolas instituídas em ambientes como os Caps (Centro de Atenção Psicossocial) e em escolas no interior de instituições penais com jovens infratores (CERESP).

Atuando no âmbito do ensino superior, o primeiro autor tem se dedicado, desde 2011 em ações de: ensino na graduação e pós-graduação, de pesquisa em duas pós-graduações, de gestão universitária com mandatos em coordenação de PIBID,

coordenação de cursos de Matemática e Ciências Exatas, bem como tem se dedicado à orientação de pesquisas e publicação de artigos e livros em parcerias com os discentes e colegas de outras instituições, divulgando os resultados das pesquisas realizadas na pós-graduação e ações de extensão universitária.

Assim, de 2011 a 2023 atuou nas disciplinas Prática Científica para Docentes Pesquisadores, Perspectivas Atuais em Avaliação, Metodologias Alternativas de Ensino da Matemática, Modelagem Matemática e Grupo de Pesquisa com o objetivo de introduzir os mestrandos em atividades de pesquisa ao aproximá-los dos projetos, da produção de artigos/capítulo de livros e e-books, bem como da produção técnica que estão sendo desenvolvidas por seus orientadores e incitá-los ao desenvolvimento de sua investigação.

A trajetória profissional do segundo autor (Souza) é destacada pelo seu compromisso com a formação docente, tendo se iniciado em 1996, com a conclusão da Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ). A inserção no ambiente acadêmico despertou seu interesse pela pesquisa em Educação, Educação Estatística e Financeira, com um enfoque especial nas políticas de formação de professores.

Prosseguindo na sua formação, o segundo autor especializou-se em Matemática pela UFF e aprofundou seus conhecimentos e práticas pedagógicas por meio de uma formação continuada promovida pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Esta etapa culminou com sua significativa entrada no magistério superior como professor universitário. A conclusão de um mestrado em Matemática Aplicada pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) reforçou sua base em Estatística Aplicada, complementando uma década de atuação na Educação Básica, tanto no setor público quanto no setor privado por 10 anos.

Desde 2009, com sua admissão na carreira docente superior na UFF, o autor tem contribuído de forma substancial para a formação inicial e continuada de professores, através de sua participação em programas relevantes como o Prodocência, PIRP e o PIBID, além de atuar como Coordenador Adjunto no Curso de Especialização em Gestão Escolar da UFF, parte da Escola de Gestores entre 2015 e 2017. Sua jornada acadêmica avançou com a obtenção do título de doutor em Educação pela Faculdade de Educação da UFF em 2016.

Atualmente, ele desempenha a função de Professor Adjunto IV no Departamento de Educação, Sociedade e Conhecimento da Faculdade de Educação da UFF, e desde 2017, atua como professor nos programas de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino e Educação da UFF, além de ser Professor Colaborador no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

É imprescindível salientar que, enquanto educadores matemáticos, concebemos a Matemática como um meio, ou seja, buscamos educar por meio de cenários que se colocam em diversos contextos através da Matemática. A partir de ações de ensino e pesquisa, nosso escopo tem sido a formação do cidadão, investigando qual a Matemática e qual o ensino são adequados e relevantes para essa formação. Neste contexto, nossas atividades têm se desenvolvido com professores de escolas de ensino fundamental e médio, EJA e em alguns momentos com professores que atuam já no ensino técnico ou superior. Recordamos que é o papel do educador matemático promover essa formação educacional e social de crianças, jovens e adultos, dos professores de Matemática, além de cuidar de práticas de formação continuada de professores.

Neste sentido, temos atuado de forma individual e em parcerias com grupos de Pesquisa: (i) Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática (PEAMAT) da PUC-SP; (ii) Grupo de Estudos em Desenvolvimento e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica (GREDAM) da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) para a capacitação de profissionais que atuarão no contexto escolar e acadêmico, com a temática da Educação Financeira e a Educação Estatística.

Também tem sido nossa preocupação o desenvolvimento de técnicas, metodologias alternativas, processos cognitivos e temáticas diversificadas que contribuam para a produção de dados científicos e de produtos educacionais adequados para a sala de aula de Matemática, bem como para a atuação reflexiva no mercado de trabalho e que os mestres/doutores formados possam utilizar-se de práticas de pesquisa para enriquecer as suas atividades de práticas docentes.

Dessa forma, reiteramos que nossas ações têm se direcionado aos objetos de estudo da Educação Matemática consistindo nas múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático para aquisição da criticidade, autonomia e cidadania nos docentes e discentes. Para tal, temos nos dedicado em nosso

grupo de Pesquisa, intitulado Pesquisa de Ponta da UFJF, por meio das práticas de pesquisa, em desenvolver objetivos como promover a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática, além de auxiliar no desenvolvimento da Educação Matemática enquanto campo de investigação e produção de novos saberes e conhecimentos em diversas instâncias escolares e não-escolares.

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem da Matemática, Análise dos condicionantes da sala de aula e Intervenção Pedagógica.

Recordamos que a Educação Matemática enquanto área de concentração tem como objetivo a formação de professores de Matemática da Educação Básica e Superior. Nesse sentido, nossa atuação na Educação Matemática na linha de pesquisa Ensino e Aprendizagem da Matemática, Análise dos condicionantes da sala de aula e Intervenção Pedagógica em Matemática tem focado na capacitação de professores, habilitando-os para atuar em seus processos formativos em uma sociedade com novas tecnologias e metodologias ativas sintonizadas ao seu contexto educacional.

Nesta linha de pesquisa temos atuado de forma a estudar e analisar a utilização de variadas estratégias de ensino capazes de propiciar mudanças efetivas na qualidade da formação matemática de professores e estudantes de matemática, bem como investigar a produção de significados de estudantes para a Matemática com vistas a uma melhor interação entre professor-aluno. Nossa atuação também contempla, além do citado anteriormente, a orientação da produção de produtos educacionais que possam ser adaptados e utilizados no contexto escolar, enriquecendo o ensino e promovendo aprendizagens significativas.

Em nosso grupo Pesquisa de Ponta (UFJF), em parcerias de pesquisa com os grupos PEAMAT-PUC-SP e GREDAM-UFPE, temos atuado em investigações acerca de temáticas diversificadas epistemológica e metodologicamente em Educação Financeira, Educação Estatística, Modelagem Matemática e Avaliação da Aprendizagem com a abordagem qualitativa de pesquisa e com variadas concepções e tendências que respeitem o contexto escolar, social e cultural no qual ocorrem as ações de pesquisa.

As investigações conduzidas nestas parcerias de grupos de pesquisa têm tido como eixo central o estudo de processos de formação e desenvolvimento de teorias e conceitos embasados nos paradigmas da Educação Matemática, destacando que a sala de aula se constitui num campo privilegiado de trabalho do pesquisador. Destarte,

temos nos engajados em pesquisar os fenômenos didático-pedagógicos ligados ao processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos e não-matemáticos e estratégias com metodologias e tecnologias variadas, quando estes se relacionam a um objeto matemático no contexto da Educação Financeira, Educação Estatística, Modelagem Matemática e Avaliação da Aprendizagem.

Nossas pesquisas, desde 2011, têm revelado que os professores produzem, na prática, saberes práticos sobre a Matemática escolar, currículo, atividade, ensino, aprendizagem, mostrando que esses saberes práticos se transformam, continuamente, sobretudo, quando realizam uma prática reflexiva ou investigativa. Nossas ações de pesquisa têm origem a partir da pesquisa de Kistemann Jr. (2011) no âmbito da Educação Financeira e a produção de significados e tomada de decisão de indivíduos-consumidores.

Teixeira e Kistemann Jr. (2012, p.225) apontam que diversas pesquisas (KISTEMANN JR. E XISTO, 2021; KISTEMANN JR. E OLIVEIRA, 2021; CAMPOS e KISTEMANN JR, 2016) indicam a possibilidade de abordar e propor cenários para investigação relacionando os conteúdos da Matemática Financeira com temas da Educação Financeira, em diversos âmbitos, com a educação de jovens e adultos, ensino médio e ensino superior. Tais pesquisas e outras realizadas no nosso grupo de pesquisa revelam a importância de se propor atividades para reflexão e para aprendizagem, acerca da Educação Matemática Financeira, em todos os níveis de ensino, conforme orientado pela Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) e por diretrizes que subsidiarão as ações de Educação Financeira Escolar amparadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A fim de aprofundar mais nas investigações com a Temática da Educação Financeira o primeiro autor deste capítulo tem realizado, desde 2016, diversos projetos de extensão com bolsas subsidiadas por agências de fomento à pesquisa, tais como:

Projetos-Pró-Reitoria de Pesquisa-Propp-UFJF

(i) Educação Financeira e o uso de Matemática Financeira para Tomadas de decisão (PROPP-PIBIC-CNPQ-UFJF-2021); (ii) Educação Financeira Crítica e Matemática para Tomadas de decisão- (PROPP-PIBIT-CNPQ-UFJF-2022); (iii) Educação Financeira de Jovens-Indivíduos-Consumidores-(PROPP- PROBIC JR. 2016); (iv) Educação Financeira e Matemática Financeira para Tomadas de decisão- (PROPP-PIBIC/CNPq/UFJF – 2023); (v)

Educação Financeira na Educação De Jovens e Adultos (EJA) (PROPP PIBIC 2018); (vi) Ética, Educação Financeira e Tomadas De Decisão (PROPP PIBIC-2017) e (vii) Ética na Educação Financeira uma demanda atual e urgente (PROPP PIBIC-2018).

Projetos-Pró-Reitoria de Extensão-Proex-UFJF

(i) Educação Financeira, Investimentos e Noções de Empreendedorismo para a população-PROEXT-UFJF-2023/2024; (ii) Educação Financeira Crítica para a população-PROEXT-UFJF-2022/2023; (iii) Projeto de cooperação UFJF com a Escola Superior Pedagógica do Bengo (Angola) para formação de professores-PROEXT-UFJF-2021/2022; (iv) Núcleos de Educação Financeira Popular na UFJF (NEFIP- UFJF) na Pandemia e Pós-Pandemia-PROEXT-UFJF-2021/2022; (v) Núcleos de Educação Financeira Popular e Economia Solidária (NEFIP-UFJF)-PROEXT-UFJF-2020/2021; (vi) Núcleos de Educação Financeira Popular na UFJF (NEFIP-UFJF): promovendo a literacia financeira e a autonomia econômica da comunidade acadêmica e de Juiz de Fora (MG)-PROEXT-UFJF-2020/2021; (vii) Educação Financeira, Empreendedorismo e Investimentos- PROEXT-UFJF-2018/2019; (viii) Introdução à Educação Financeira: princípios e diretrizes para a tomada de decisão em situações de consumo no cotidiano- PROEXT-UFJF-2017/2018

Enquanto o segundo autor deste capítulo dedicou-se ao Projeto de pesquisa “Os Desafios da Formação Inicial de Professores de Matemática no Âmbito do PIBID da UFF, contando com a participação dos autores, se propõe a expandir a investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da UFF. O projeto foi desenvolvido nos Institutos do Noroeste Fluminense de Educação Superior (INFES) e de Matemática e Estatística (IME) 2009 a 2013, direcionando o foco para os subprojetos implementados em Niterói, na UFF, entre 2020 e 2024.

O objetivo central do projeto supracitado foi analisar as características, impactos, e dinâmicas dos processos de formação inicial na implementação destes subprojetos, partindo de uma análise documental e de dados multidimensionais, com auxílio do software CHIC (Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva). Este estudo pretende responder a questões sobre as particularidades dos processos de formação, os efeitos das ações desenvolvidas e os interesses em disputa, utilizando como base leis, editais, relatórios de gestão do PIBID na CAPES, documentos dos projetos e relatórios dos coordenadores de área.

Desde 2021, o projeto de extensão intitulado: O Clube da Matemática como Ambiente de Aprendizagem e Espaço de Formação Docente, se encontra no contexto da parceria estabelecida entre a UFF e a Prefeitura Municipal de Niterói, tendo sido contemplado por meio do Edital de Projetos Aplicados em consonância com o Plano Estratégico Niterói que queremos - NQQ (2033). Dessa forma, considerando a baixa aprendizagem em matemática dos estudantes matriculados no Ensino Fundamental, este projeto, se propõe a estabelecer Clubes da Matemática nas Unidades Escolares de Ensino Fundamental no município de Niterói.

Outra participação importante de 2019 a 2023 foi no Programa Dá Licença Matemática UFF, que existe a 24 anos, o qual consiste de um conjunto de projetos articulados integrando Ensino-Pesquisa-Extensão voltados para a formação inicial e continuada do professor de matemática e que visam essencialmente: (1) Produção e Intercâmbio de Informação, (2) Integração Ensino/Serviço/Sociedade, (3) Eventos. Fazem parte do núcleo permanente do Programa Dá Licença Matemática - UFF os seguintes projetos: (i) Caderno Dá Licença, (ii) Jornal Dá Licença, (iii) Eventos em Educação Matemática e (iv) Centro de Memória de Educação Matemática e Biblioteca Dá Licença.

Somam-se a esses projetos duas ações já consolidadas e vinculadas diretamente à coordenação deste programa: o 'Cineclube de Matemática e Estatística' e o 'Ciclo de Seminários Ensino de Matemática: Pesquisa e Prática'. Essas ações têm como meta principal a consolidação de grupo de estudos para a produção de material didático e de atividades para o ensino básico de matemática, tendo como referência a formação inicial dos nossos estudantes do curso de Licenciatura, bem como a formação continuada de professores de Matemática da educação básica.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O que consideramos relevante assinalar aqui é que esse trabalho colaborativo e interinstitucional tem possibilitado analisar e propor diretrizes para a abordagem da Educação Financeira com foco na mediação do professor de Matemática em ações interdisciplinares, com utilização e análise de livros didáticos que promovam a construção da Literacia Financeira, bem como propor a ocorrência de cenários para

investigação e desenvolvimento do senso crítico e cidadão, em diversos níveis de educação.

A Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) foi criada através do Decreto Federal nº 7.397/2010, fruto da articulação de órgãos e entidades governamentais e quatro organizações da sociedade civil, que juntos integram o Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF). O seu objetivo é o de contribuir para o fortalecimento da cidadania ao fornecer e apoiar ações que ajudem a população a tomar decisões financeiras mais autônomas e conscientes. (BRASIL, 2010).

De acordo com o site Vida e Dinheiro, disponibilizado pelo governo federal brasileiro, a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) vem se constituindo como uma mobilização multissetorial em torno da promoção de ações de Educação Financeira no Brasil. Nesse quadro, o aspecto fundamental a assinalar reside na relação estrutural, como uma política de Estado de caráter permanente e suas características principais são: a garantia de gratuidade das iniciativas que desenvolve ou apoia e sua imparcialidade comercial. Nesse sentido, a ENEF vem sugerindo, nos últimos dez anos, ações que possibilitem cada vez mais a disseminação no ambiente escolar brasileiro da temática de Educação Financeira.

Já na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 2017 e com previsão de implementação nas escolas em 2020, temáticas de Educação Financeira estarão diluídas nos conteúdos programáticos das disciplinas. Se antes as discussões sobre temas financeiros ficavam reservadas às aulas de Matemática com ênfase na Matemática Financeira, com a BNCC a proposta é que ocorra o desenvolvimento discente de Literacia Financeira, a partir da problematização de temas ligados ao planejamento financeiro, consumo/consumismo, sustentabilidade, ética e aposentadoria. São temas que problematizados e mediados por professores das diversas disciplinas escolares, de forma interdisciplinar, podem favorecer as ações e reflexões que extrapolem o mero cálculo matemático ou financeiro.

Tais ações e reflexões buscam estabelecer o que denominamos de Cenários para Investigação (Skovsmose, 2000), envolvendo as áreas de Matemática, Linguagem, Ciências da Natureza e Humanidades. Recordamos assim que o tema da Educação Financeira ganhou relevante destaque na arena social e política global com a crise econômica mundial em 2008. A partir desse período, especialistas de organismos

internacionais, como a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), voltaram, significativamente, a sua atenção para a importância das questões associadas à Educação Financeira.

Com o agravamento da crise financeira, temas como: (i) finanças pessoais e tomadas de decisão, (ii) organização e gerenciamento de orçamento, (iii) planejamento financeiro a médio e longo prazo, (iv) previdência social, participação no sistema financeiro da população em geral, (v) investimentos para garantir um futuro financeiro mais confortável, (vi) renegociação de dívidas e (vii) utilização de produtos ecologicamente corretos e sustentabilidade, têm ocupado a agenda dos países membros da OCDE e de países, como o Brasil, que almejam a titularidade e participação nessa organização.

Nesse contexto, estabelece-se a relevância da implementação da Educação Financeira no contexto escolar, na medida em que as ações sejam, de fato, guiadas pela interdisciplinaridade. Guiadas também pela promoção de espaços em que as disciplinas escolares, por meio da mediação de seus professores, promovam espaços de reflexão e ação dos estudantes-indivíduos-consumidores (Kistemann JR., 2011).

Vieira, Souza e Kistemann Jr. (2021) destacam que a BNCC tem como objetivo expandir a presença da Matemática Financeira nos currículos escolares, assegurando assim a inclusão da Educação Financeira. Para tal, ela sugere uma metodologia transversal, que se baseia na vivência dos estudantes, abarcando questões sociais e ambientais, promovendo o uso de tecnologias digitais e fomentando o pensamento crítico. Dessa forma, a intenção é que os estudantes sejam expostos a conceitos fundamentais de economia e finanças, enfatizando a importância de se discutir temas essenciais como taxas de juros, inflação, investimentos e impostos, visando à formação financeira dos alunos.

Nessa proposta, presente na BNCC, entendemos e concordamos que educar financeiramente pode ser entendido como prover o estudante com habilidades e competências que façam com que este sujeito seja um leitor do cenário econômico em que se encontra inserido e atuando. Espera-se também que esse estudante esteja atento às iniciativas de marketing e constitua-se como um sujeito questionador de cenários e propostas como as que ocorrem nos últimos anos no Brasil, qual seja das

consequências das reformas da Previdência Social, e os impactos na atual e nas futuras gerações de trabalhadores e nas aposentadorias destes profissionais, por exemplo.

Um novo consumidor deve nascer dessa educação, um indivíduo-consumidor que saiba ler, refletir e interpretar o contexto social, econômico, político e tome suas decisões amparadas por conhecimentos proporcionados pelas ações em cenários para investigação. Assim, a Educação Financeira (EF) em nosso entendimento epistemológico transcende largamente a Matemática Financeira (MF). Enquanto a MF se preocupava em habilitar os estudantes a realizar cálculos matemáticos presentes em situações financeiras, sem se preocupar em contextualizar cenários econômicos reais e que gerassem discussões além dos cálculos e dos resultados obtidos, com a EF o objetivo vai além dessa habilitação proposta pela MF.

Com as novas diretrizes curriculares da educação brasileira, presentes na BNCC, vislumbramos que as pesquisas reunidas e analisadas por Almeida (2015) revelaram a importância de transcendemos o ensino de Matemática Financeira e a rotinas curriculares que abordam somente o paradigma do exercício, a reificação do ensino de Matemática Financeira traz reflexos no desenvolvimento da Literacia Financeira, pois estabelece metodologias que se centram no ensino de um professor que resolve exercícios desconectados da realidade socioeconômica dos estudantes. Reiteramos que a Matemática Financeira traz em seu bojo os instrumentos necessários, mas não suficientes para as práticas de Educação Financeira que, em cenários para investigação, promoverão o desenvolvimento de Literacia Financeira dos estudantes em seus variados níveis de ensino e de aprendizagem.

A despeito dessas considerações feitas, Vieira, Souza e Kistemann Jr. (2021) defendem a integração dos princípios e ideias da Matemática Financeira à Educação Financeira, permitindo que os futuros educadores matemáticos e aqueles já em atividade no ensino básico possam facilitar a construção da Literacia Financeira de seus alunos. O objetivo é formar cidadãos consumidores que, equipados com conhecimentos acumulados ao longo da vida, sejam capazes de realizar análises financeiras criteriosas para tomar decisões financeiras prudentes.

Kistemann Jr. (2011) discute alguns significados não-matemáticos como justificativas para adquirir ou não um bem ou serviço que tem como base elementos de diversos fatores que não a matemática. Afirma ainda que, nem sempre somente o

aprendizado de conceitos básicos de Matemática (Financeira) ou de Finanças é suficiente para tomada de decisões econômicas de modo que estes indivíduos consigam gerenciar seu próprio dinheiro.

Segundo Kistemann Jr., Coutinho e Figueiredo (2020, p. 6):

Pesquisas acerca da prática dos professores, de acordo com o educador matemático Antonio Vicente Marafiotti Garnica, podem transitar por algumas questões, e buscar possíveis respostas e reflexões para elas. Essas são questões propostas por Garnica(2008), como: Qual o perfil de professores que devemos formar para enfrentar as questões culturais e sociais (incluindo as acadêmicas) prementes? Qual poderia ser a configuração, sempre aberta, mutante dos cursos de licenciatura para atender ao perfil desejado? Como pensar no aluno em instâncias informais (fora da escola)? De que modo o histórico dos cursos de licenciatura em Matemática no Brasil nos faz perceber permanências e alterações, sugerindo manutenções ou exigindo mudanças? Qual é a Matemática do professor de Matemática?

As questões apresentadas e as múltiplas facetas abarcadas pela pesquisa sobre o cotidiano dos professores e a sua prática em sala de aula nos convidam a refletir acerca de sua relação com esse novo desafio que é promover cenários para investigação com a Educação Financeira.

3. METODOLOGIA, ORIENTAÇÕES CONCLUÍDAS E PUBLICAÇÕES EFETUADAS

Ao longo de nossa jornada como professores-pesquisadores atuando em parceria em programas de pós-graduação em universidades públicas federais, temos nos dedicado à formação de professores-pesquisadores que trazem demandas de pesquisas que surgem em suas salas de aula.

Nos dois quadros, a seguir, apresentamos as pesquisas que resultaram de nossa prática como professores-pesquisadores, com temáticas que podem ser delineadas em torno da formação inicial e continuada de professores.

Quadro 1: Orientações concluídas por Kistemann Jr

Orientando(a)	Título da Pesquisa
1. Jorge Eduardo Said da Silva (2023)	Contribuições para os Conceitos Financeiros na Escola Brasileira: análise de livros didáticos das décadas de 1940, 1950 e 1960
2. Adriana de Oliveira Toledo (2023)	Educação Financeira e o uso de recursos digitais: uma sessão para incentivar a mudança de perspectiva.
3. Luiz Paulo Xisto (2019)	Uma investigação sobre Educação Financeira e Empreendedorismo na Educação de Jovens e Adultos (EJA) no Espírito Santo (ES)

4. Viviane Caiaffa Paschoalini (2019)	Educação Financeira, investimentos e empreendedorismo no Ensino Médio em Ubá (MG)
5. Alexandre Jenevain Jr. (2019)	As percepções e vozes de professores de matemática sobre sua prática.
6. Izabela Badaró Machado (2021)	Sala de Aula Invertida e aprendizagem de temas financeiro-econômicos
7. Edyenis Rodrigues Frango (2019)	Modelagem matemática e formação continuada de professores
8. Tiago de Paula Zagnoli. (2017)	Uma análise do erro de um grupo de estudantes do ensino médio em uma escola de Juiz de Fora - MG sob a ótica sociocontextual
9. Maria Êda Amadeu Barino (2017)	Investigando as ações e critérios docentes para avaliar em matemática
10. José Marcelo Guimarães Villar (2017)	Discalculia na sala de aula de Matemática: um estudo de caso com dois estudantes
11. Thaís Sena de Lanna Albino (2017)	Educação Financeira e o Ensino de Matemática em uma escola Waldorf: currículo, professores e estudantes
13. Wesley Carminati Teixeira (2016)	Curso de Serviço de Matemática Financeira e Tomadas de decisão
14. Felipe Corrêa da Cruz Escobar (2017)	Avaliação e Análise de Erros
15. Kátia Parreira Bretas (2015)	A inclusão matemática de um aluno surdo na rede municipal de Juiz de Fora mediada por um professor colaborativo surdo de Libras atuando em bidocência
16. Carolina de Lima Gouvêa (2015)	Sobre as dúvidas apresentadas por professores de matemática na leitura dos conceitos e resultados às avaliações em larga escala do Proeb
17. Adilson Rodrigues Campos (2015)	A Educação Financeira em um curso de orçamento e economia doméstica para professores: uma leitura da produção de significados financeiro-econômicos de indivíduos-consumidores.
18. Rosiney de Jesus Ferreira (2015)	Matemática e arte, um diálogo possível: trabalhando atividades interdisciplinares no 9º ano do ensino fundamental
19. Rodrigo Martins de Almeida (2015)	O movimento das pesquisas em Educação Matemática Financeira Escolar de 1999 a 2015.
20. Luiza Harab da Silva Rosa (2015)	Luz, câmera, giz, sala de aula, ação!: investigando a contribuição dos filmes na formação inicial de Professores de Matemática
21. Michele de Oliveira Ribeiro Figueiredo (2015)	Laboratório de Investigação Matemática e Educação Financeira
22. Luciana Cordeiro Dias (2015)	Saindo da zona de conforto: investigando as ações e as tomadas de decisão de alunos-consumidores do 8º ano do Ensino Fundamental em situações-problema financeiro-econômicas
23. Neil da Rocha Canedo Júnior (2014)	Uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sócio-crítica
24. Dejair Frank Barroso (2013)	Investigando a produção de significados financeiro-econômicos num curso de serviço de Administração
25. Amanda Fabri de Resende (2013)	Investigando a produção de significados financeiro-econômicos na EJA
26. André Bernardo Campos (2013)	Investigando como a educação financeira pode contribuir para a tomada de decisões de consumo de jovens-indivíduos-consumidores
27. Reginaldo Ramos de Britto (2012)	Educação Financeira: uma pesquisa documental crítica

Fonte: Os autores

Quadro 2: Orientações concluídas por Souza

Orientando (a)	Título da Pesquisa
1. Milena Cristini Da Silva (2020)	As Contribuições Pedagógicas do Origami na Formação Inicial do Pedagogo da UFF em Niterói e Santo Antônio de Pádua.
2. Renata Pacheco Marins Di Candia (2019)	As Contribuições do PIBID na Formação Inicial de Professores de Educação Física da Universidade Federal Fluminense
3. Camilla de Carvalho Zacarias da Silva (2019)	As Contribuições do PIBID de Física da Universidade Federal Fluminense Na Formação Inicial De Professores no Período de 2010 da 2018
4. Tiago Vanini Vieira (2019)	Um estudo sobre a formação e atuação dos professores de matemática em relação à educação financeira nos municípios de Carangola (mg), Dorés do Rio Preto (ES) e Espera Feliz (MG)
5. Cássia Rosane Amim Pontes	O curso de licenciatura em Matemática da UFF em Santo Antônio de Pádua: perspectivas no mercado de trabalho a partir da análise da trajetória profissional de seus egressos
6. Fernanda Angelo Pereira (Coorientador)	A educação estatística e a elaboração de vídeos para a promoção do raciocínio sobre variabilidade na educação básica
7. Dominique Guimarães De Souza (Coorientador)	Análise da implementação do PIBID Ciências Naturais pela UFF no período de 2014 a 2015

Fonte: Os autores

Conforme apresentado nos quadros anteriores, é possível constatar uma variedade de temáticas investigadas (Avaliação e Análise de erros, Formação de Professores de Matemática (inicial e continuada), Educação Financeira, Educação Estatística, Modelagem Matemática, Metodologias Alternativas de ensino e aprendizagem e Inclusão em parcerias com professores de escolas públicas que cursaram a pós-graduação em instituições públicas federais de ensino.

Destacamos ainda que em todas as pesquisas conduzidas por Kistemann Jr. e Souza adotamos uma abordagem qualitativa no universo de situações investigadas e atentamos para a interpretação e necessidade de se considerar as dimensões sociais, culturais e institucionais, características que se devem ao fato de que na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal, de modo que os dados produzidos se dão em forma de palavras ou imagens e não somente de números.

Nesse sentido, em nossa prática de orientação temos focado no processo, do que simplesmente pelos resultados ou produtos (Bogdan; Biklen, 2013) indo ao encontro da perspectiva de Gatti (2013), na qual os processos educativos na abordagem qualitativa têm uma visão holística dos fenômenos, isto é, levam em conta todos os componentes de uma situação em suas interações e influências recíprocas. Assim, está sempre em

nosso escopo de pesquisa “considerar em particular onde que se desenvolvem as práticas educacionais e que se contemplem os diferentes pontos de vista dos diferentes grupos que se relacionam ao programa ou a situação estudada” (Gatti, 2013).

Com essa abordagem, ao longo das orientações de pesquisa realizadas, os procedimentos metodológicos buscaram estar em sintonia (Lincoln; Guba, 1985) com a questão diretriz, o quadro teórico proposto e nossas concepções epistemológicas de Formação de Professores, Educação Financeira e Educação Estatística. Nesse sentido, Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (1998, p. 160) destaca que parte “do princípio de que não há metodologias ‘boas’ ou ‘más’ em si, e sim metodologias adequadas ou inadequadas para tratar determinado problema”. Tal afirmação ressalta a importância de se adequar os procedimentos metodológicos escolhidos ao todo da pesquisa, além de deixar claro o porquê de tais escolhas enfatizando o escopo ético das práticas qualitativas de pesquisa.

A respeito da sintonia entre metodologia e objetivos de uma pesquisa, Araújo e Borba (2012) argumentam que a pergunta que conduz uma pesquisa e a metodologia nela empregada devem andar juntas. Isso traz para a arena de inquérito a noção de ressonância (LINCOLN; Guba, 1985), pela qual se enfatiza a importância de se buscar coerência entre os elementos de uma pesquisa, ou seja, entre os objetivos, as concepções epistemológicas do pesquisador e, enfim, os procedimentos metodológicos.

De forma abrangente, os procedimentos metodológicos adotados nas pesquisas apresentadas nos quadros anteriores englobam as escolhas metodológicas dos orientadores, em parcerias com os orientandos, no sentido de reunir as concepções e tendências, os procedimentos, as atitudes e a visão de cada um dos pesquisadores acerca dos conhecimentos envolvidos nas teorizações das investigações realizadas. Araújo e Borba (2012) reforçam tais argumentos ao destacarem a importância da coerência entre a visão de Educação dos pesquisadores e os procedimentos metodológicos adotados nas ações de pesquisa com o paradigma qualitativo.

Dentre as várias metodologias de pesquisa que temos adotado, destacamos que a principal tem sido o Estudo de Caso, pois foi a que melhor se ajustou aos nossos propósitos investigativos, sabendo que as conclusões das investigações realizadas

podem ser ampliadas e dilatadas para um universo maior, desde que a investigação e suas conclusões sejam bem fundamentadas metodológica e epistemologicamente.

É importante dizer que o Estudo de Caso diz respeito à postura do pesquisador frente à produção de dados, conforme destaca Yin (2005), ou seja, um bom pesquisador de estudo de caso deve ser capaz de fazer boas perguntas e em seguida investigar os indícios, as minúcias nos dados e interpretar as respostas.

Destacamos ainda que, outro importante aspecto do Estudo de Caso é a possibilidade de se fazerem pequenos ajustes ao longo do trabalho investigativo, permitindo a exploração de questões que poderiam passar imperceptíveis, mas que podem ser de fundamental importância para o entendimento de determinado comportamento ou situação. No aspecto teórico, o Estudo de Caso pode ser entendido como uma metodologia de pesquisa que busca contribuir numa melhor compreensão “dos fenômenos individuais, organizacionais, sociais, políticos e de grupo, além de outros fenômenos relacionados.” (Yin, 2005, p. 20).

Nesse sentido, o objeto do Estudo de Caso é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” de um dado fenômeno educacional, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam aos pesquisadores, buscando entender as nuances do fenômeno em profundidade. Destacamos ainda que o Estudo de Caso se constitui em um instrumento de investigação muito frequente em Educação e na Educação Matemática (Ponte, 2006), em particular em pesquisas cujas temáticas convergem para a Formação de professores e a Educação Financeira e Estatística no Brasil.

Nas orientações e coorientações conduzidas por Souza em seis dissertações, adotou-se a metodologia de Análise Estatística Implicativa (ASI), que possibilita destacar a dinâmica dos comportamentos dos indivíduos com o auxílio do software CHIC (Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva). Esta abordagem foi utilizada para organizar as respostas dos participantes dos questionários nas pesquisas em grupos e identificar as diferenças entre as similaridades e coesões entre as variáveis selecionadas, visando a uma avaliação mais abrangente e detalhada.

De acordo com Gras (2015), a relação entre a Análise Estatística Implicativa (ASI) e sua ferramenta computacional, o software CHIC, é caracterizada por uma simbiose completa e contínua. O autor argumenta que, na ausência do CHIC, a ASI se reduziria a

um conceito matemático abstrato e sem aplicabilidade prática, dado que os cálculos se tornariam impossíveis de gerenciar. Por outro lado, sem a fundamentação teórica proporcionada pela ASI, o CHIC não conseguiria atribuir significado aos dados numéricos e às representações gráficas que gera, resultando em informações superficiais e difíceis de serem analisadas criticamente.

Souza e Coutinho (2023), observam que a disponibilidade de diversos programas estatísticos facilita o processamento e análise de dados multidimensionais. Entre esses, o software CHIC se sobressai por sua capacidade de interpretação de dados, baseando-se na ASI.

Para Gras, Régnier e Guillet (2009), a ASI pertence a uma área teórica que investiga a noção de implicação estatística, conhecida também como quase implicação, distanciando-se assim das definições tradicionais de implicação encontradas na lógica matemática. Para Régnier e Andrade (2020, p. 40), “o desenvolvimento desse campo como objeto matemático permitiu a construção de ferramentas teóricas que instrumentam um método de análise dos dados, aplicado em pesquisas de diversas áreas do conhecimento”.

O software CHIC facilita a análise através da organização dos cruzamentos entre variáveis, revelando padrões de comportamento associados e criando grupos de dados para exame, considerando o contexto de coleta e os marcos teóricos estabelecidos. Utilizando essa base teórica, três abordagens analíticas são viáveis:

O CHIC oferece três tipos de análises: (i) similaridade; (ii) coesitiva; e (iii) implicativa. A análise de similaridade permite a visualização de semelhanças entre classes de variáveis mapeadas em uma árvore hierárquica (dendrograma), possibilitando a organização e a interpretação de dados segundo seu agrupamento e sua intersecção (Andrade & Valente, 2014). A análise coesitiva estabelece metarregras (regras de regras) do tipo “se... provavelmente, então”, também expressas em árvore hierárquica, na qual quanto mais distante da raiz, menos forte é a relação identificada. Por fim, a análise implicativa determina as relações entre as variáveis, expressando-as por meio de grafos. (Souza; Coutinho, 2023, p. 5).

Reiteramos ainda que o software CHIC tem as seguintes funções: extrair de um conjunto de dados, as regras de associação com base em regularidades entre os dados (variáveis), cruzando sujeitos (ou objetos) e variáveis; fornecer um índice de qualidade de associação; e representar uma estruturação das variáveis obtidas por meio destas regras. (Gras, 2015, p. 11).

É importante ressaltar que as pesquisas empregando a metodologia da Análise Estatística Implicativa (ASI) não buscaram inferir resultados para a totalidade dos participantes, tal como ocorre em estudos envolvendo os subprojetos do PIBID nas áreas de Física, Ciências Naturais e Educação Física, e seus respectivos bolsistas. O foco dessas investigações esteve, antes, na identificação de características, impactos e contribuições resultantes da implementação desses subprojetos. Além disso, buscou-se interpretar as concepções sobre a formação docente, analisando as relações destacadas pelo software CHIC para cada conjunto de dados específico coletado nas amostras estudadas.

Nas figuras 1 e 2, a seguir, apresentamos algumas das principais publicações realizadas pelos autores do capítulo, recordando que uma das principais tarefas de um pesquisador é dedicar-se a orientar pesquisas, estabelecer redes de investigação com seus pares em diversas instituições de pesquisas e numa etapa final, disponibilizar para a comunidade científica os seus resultados de pesquisas. Dessa forma, temos nos esmerado em fazer pesquisas conjuntas e, sobretudo convidar os orientandos e ex-orientandos para escrever e publicar artigos em periódicos de pesquisa acessados pelos educadores matemáticos do Brasil e do exterior.

Figura 1: Algumas publicações de Kistemann Jr

#	Ano	Título	Periódico	ISSN	Qualis	Ano-base
1	2022	Educação Financeira com estudantes do 2º ano do ensino médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA) no município de Irupi - ES	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	1983-3156	A1	2020
2	2021	Uma investigação sobre as concepções de letramento financeiro de professores de Matemática em três cidades com o suporte do CHIC	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	1983-3156	A1	2020
3	2018	Competencies as resources for responsible subversive mathematics teachers programs in the 21st century	REVISTA INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (RIPEM)	2238-0345	A1	2020
4	2017	Uma investigação sobre a inserção da Educação Financeira em um Curso de Serviço de Matemática Financeira para graduandos de um curso de Administração	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	1983-3156	A1	2020
5	2014	Enquanto isso na Sociedade de Consumo Líquido-Moderna: a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos consumidores	BOLEMA : BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ONLINE)	1980-4415	A1	2020
6	2014	O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental	BOLEMA. BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (UNESP. RIO CLARO. IMPRESSO)	0103-636X	A1	2020
7	2014	Por uma educação matemática para além do capital com justiça social	ALME 27	2007-6819	A1	2020
8	2013	Uma Proposta de Curso de Serviço para a Disciplina Matemática Financeira na Graduação de Administração Mediada pela Produção de Significados dos Alunos	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA (ONLINE)	1983-3156	A1	2020
9	2013	Financial Education in Adult and Youth Education.	INTERNATIONAL JOURNAL FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION	2238-0345	A1	2020
10	2012	Resenha: Modelagem em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica.	BOLEMA. BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (UNESP. RIO CLARO. IMPRESSO)	0103-636X	A1	2020

Fonte: Os autores

Figura 2: Algumas publicações de Souza

#	Ano	Título	Periódico	ISSN	Qualis	Ano-base
1	2023	The conceptions of teacher education of the PIBID Mathematics initiation scholarship students at UFF: a cohesive analysis with the use of CHIC	REVISTA INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (RIPEM)	2238-0345	A1	2020
2	2021	A Validação de vídeos para Educação Estatística com o suporte do CHIC -> Videos validation for Statistical Education with CHIC support	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	1983-3156	A1	2020
3	2021	investigação sobre as concepções de letramento financeiro de professores de Matemática em três cidades com o suporte do CHIC	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	1983-3156	A1	2020
4	2019	Um Estudo com Bolsistas do PIBID Sobre Concepções de Formação Docente -> A Study with Scholars of PIBID on Conceptions of Teacher Training	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	1983-3156	A1	2020
5	2016	O Exame Nacional do Ensino Médio e a Construção do Letramento e Pensamento Estatístico	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	1983-3156	A1	2020
6	2021	Aspectos, Conceitos e Concepções da Formação Docente no Âmbito do PIBID de Matemática da Universidade Federal Fluminense: o Olhar dos Coordenadores de Área	PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	2359-2842	A2	2020
7	2020	Pesquisa sobre variabilidade na Educação Estatística: uma revisão sistemática da literatura	ZETETIKE (UNICAMP)	0104-4877	A2	2020
8	2015	As Contribuições das Ações Pedagógicas do PIBID de Matemática na Educação Básica	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA (SÃO PAULO)	1517-3941	A2	2020
9	2014	A Importância das Atividades para o Ensino de Estatística na Educação Básica com Uso do Software R e Seu Pacote de Dados Rcmdr no III SipeMat	PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	1982-7652	A2	2020
10	2013	O Software GeoGebra e a Construção do Conceito das Relações Seno, Cosseno e Tangente	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA (SÃO PAULO)	1517-3941	A2	2020

Fonte: Os autores

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste capítulo, buscamos dar ao leitor uma visão panorâmica das concepções e ações investigativas de dois educadores matemáticos que têm atuado na Educação Matemática brasileira há três décadas, com a formação de professores abordando as temáticas elencadas no corpo do capítulo.

Os dois autores, Kistemann Jr. e Souza, em parcerias com os pesquisadores Cássio Giordano Cristiano (FURG), Cristiane Pessoa (UFPE), Celso Campos (PUC-SP), Gabriel Loureiro (PUC-SP), e Bárbara Bianchini (PUC-SP), juntamente com seus orientandos e ex-orientandos de grupos de pesquisa, têm se dedicado atualmente a teorizações acerca do Pensamento Financeiro e Pensamento Estatístico em diversos cenários. Contudo, isso é assunto para um próximo capítulo.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, R. M. O Movimento das Pesquisas em Educação Matemática Financeira Escolar de 1999 a 2015. 2015. **Dissertação** (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**. São Paulo: Pioneira, 1998.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M.C. **Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática**. In BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Autêntica, Belo Horizonte, 2012.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto – Portugal. Porto Editora, 2013.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática** - Coleção tendências em Educação Matemática - Autêntica, Belo Horizonte – 2001.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Decreto nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010. **Institui a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF)**. Brasília, 2011.
- BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF)**. Avaliação de Impacto do Projeto de Educação Financeira nas Escolas em 2010. Brasília, 2011.
- BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira** – Plano Diretor da ENEF: Anexos. 2010. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br/legislacao>. Acesso em: 10 nov. 2019.
- CAMPOS, A. B.; KISTEMANN Jr, M. A. **Uma proposta de Educação Financeira com Jovens-Indivíduos-Consumidores**. BoEM - Boletim online de Educação Matemática, v. 4, p. 211-233, 2016.
- ESPINOSA, A. J.; FIORENTINI, D. **(Re)significação e reciprocidade de saberes e práticas no encontro de professores de matemática das escolas e da universidade**. In:
- FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Orgs.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática: investigando e teorizando a partir da prática**. São Paulo: Musa Editora, 2005.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**. 28. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2003.
- GATTI, B. A. **Educação, escola e formação de professores: políticas e impasses**. Educar em Revista, Curitiba, n. 50, p. 51-67, 2013.
- GRAS, R. **O uso do CHIC na formação de educadores**. In: VALENTE, J. A.; ALMEIDA, M. E. B. (Orgs.). **Uso do CHIC na Formação de Educadores: à guisa de apresentação dos fundamentos e das pesquisas e foco**. Rio de Janeiro: Letra Capital, 2015. p. 9-12.

GRAS, R.; RÉGNIER, J. C.; GUILLET, F. E. **Analyse Statistique Implicative: Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités**. Toulouse: Cepadues, 2009.

KISTEMANN JR., M. A. **Sobre a Produção de Significados e a Tomada de Decisão de Indivíduos-Consumidores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro/SP: UNESP, 2011.

KISTEMANN JR, M. A.; COUTINHO, C. Q. S.; FIGUEIREDO, A.C. **Cenários e desafios da educação financeira com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Professor, livro didático e formação**. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, vol. 11, n. 1, 2020.

KISTEMANN JR., M. A.; XISTO, L. P. **Educação Financeira com estudantes do 2º ano do ensino médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA) no município de Irupi**. Educação Matemática Pesquisa, 2021.

KISTEMANN JR., M. A.; OLIVEIRA, I. B. M. **Sala de aula invertida e aprendizagem de temas financeiro-econômicos**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, 2021.

LINCOLN, Y.; GUBA, E. **Naturalistic inquiry**. Beverly Hills: Sage, 1985.

MACHADO, N. J. **Formação do professor de Matemática: currículos, disciplinas, competências, ideias fundamentais**. In: CARVALHO, A. M. P. (org.). Formação Continuada de professores: uma releitura das áreas de conteúdo. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

PONTE, J. P. **Estudos de Caso em Educação Matemática**. Bolema, Rio Claro – SP, v. 19, n. 25, 2006

RÉGNIER, J. C.; ANDRADE, V. L. V. X. **Usando o Software CHIC**. In: RÉGNIER, J. C.; ANDRADE, V. L. V. X. (Orgs.). Análise estatística implicativa e análise de similaridade no quadro teórico e metodológico das pesquisas em ensino de ciências e matemática com a utilização do software CHIC. Recife: EDUFRPE, 2020. p. 83-162.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para Investigação**. Bolema, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, 2000

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2014.

SOUZA, F. dos S.; OLIVEIRA JUNIOR, A. P. de; KISTEMANN JUNIOR, M. A.; COUTINHO, C. de Q. e S. **As Contribuições do PIBID na Construção da Identidade Profissional do Educador Matemático da UFF, UFTM e UFJF**. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 12, n. 1, p. 119-132, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2019v12n1p119-132>.

SOUZA, F. dos S.; COUTINHO, C. de Q. e S. **The conceptions of teacher education of the PIBID Mathematics initiation scholarship students at UFF: a cohesive analysis with the use of CHIC**. Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, v. 13, n. 4, p. 1-21, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.37001/ripem.v13i4.3466>.

TEIXEIRA, J. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira**. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

TEIXEIRA, W. C.; KISTEMANN JR, M. A. **Uma investigação sobre a inserção da Educação Financeira em um Curso de Serviço de Matemática Financeira para graduandos de um curso de Administração**. Educação Matemática Pesquisa, v. 19, n. 1, 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i1p223-249>.

TRINDADE, L. B. **A Educação Financeira nos anos finais da educação básica: uma análise na perspectiva do livro didático**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

VIEIRA, T. V.; SOUZA, F. S.; KISTEMANN JUNIOR, M. A. **Uma investigação sobre as concepções de letramento financeiro de professores de matemática em três cidades com o suporte do CHIC**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 23, n. 2, p. 16-46, 2021. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i2p016-046>.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. porto Alegre: Bookman, 2015.

CAPÍTULO 7

TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: TRAJETÓRIA, DESAFIOS E PERSPECTIVAS NO PPGEM

Liamara Scortegagna

Eduardo Barrére

José Maria N. David

1. PARA INICIAR NOSSA CONVERSA...

Este capítulo apresenta a trajetória, os desafios e as perspectivas da Linha 2 de pesquisa "Tecnologias da informação e Comunicação na Educação Matemática" do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) e, do grupo de professores, que nela atua.

A linha de pesquisa tem como objetivos o desenvolvimento e a avaliação de Ambientes Virtuais e Colaborativos de aprendizagem para uso dos professores nas aulas de Matemática, com destaque para a busca de metodologias e estratégias de ensino e de aprendizagem apropriadas ao contexto da Tecnologia da Informação e da Comunicação (TIC) aplicada ao Ensino de Matemática; o desenvolvimento, a implementação e a avaliação de material didático (softwares educacionais, objetos de aprendizagem, textos, hipermídias, vídeos) centrados nos conteúdos de Matemática e; a pesquisa sobre o uso das tecnologias e sua relação com as escolas e a prática do professor de matemática, objetivando, deste modo, a transferência dessas novas tecnologias para essa área de conhecimento em seus diferentes níveis e modalidades, visando à melhoria da qualidade de ensino (PPGEM, 2024, sn).

Atualmente, o grupo de professores que atua na referida linha é composto pela Dra. Liamara Scortegagna, Dr. Eduardo Barrére e Dr. José Maria Nazar David, todos

pertencentes ao quadro efetivo do Departamento de Ciência da Computação (DCC) da UFJF.

Para contextualizar a trajetória, apresentar os desafios e refletir sobre as perspectivas da nossa linha de pesquisa, iniciaremos com nossas apresentações acadêmicas:

Liamara Scortegagna: possui graduação em Tecnólogo em Processamento de Dados (1998) e Bacharelado em Informática (2001) pela Universidade do Contestado (UnC), especialização em Formação em Educação a Distância (2002) pela Universidade Federal do Paraná (UFPR), em Processamento de Dados (2000) pela UnC e, em Educação a Distância (2000) pelo IPAE. Mestrado em Ciências da Computação (2002) e doutorado em Engenharia de Produção (2006) pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Atualmente é professora Associada II da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), atuando nos cursos de graduação em Ciência da Computação, Sistemas de Informação e Licenciatura em Computação, na qual atua também como Coordenadora. Atua nos Programas de pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM) e em Gestão e Avaliação da Educação Pública (PPGP) da UFJF. Desenvolve pesquisas nas áreas de Ciência da Computação e Educação, com ênfase em Tecnologias na Educação, Educação a Distância, Educação Híbrida, Objetos de Aprendizagem e Inteligência Artificial (IA) na Educação.

Eduardo Barrére: possui graduação em Bacharelado em Ciência da Computação (1996) e Mestrado em Ciência da Computação (1998) pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Especialização em Design Instrucional (2006) pela Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI) e Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação (2007) pela COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro. Professor Associado IV da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Diretor do Instituto de Ciências Exatas. Responsável pelo Laboratório de Aplicações e Inovação em Computação (LApIC) da UFJF. Desenvolve pesquisas nas áreas de tecnologias para EaD e Multimídia. Professor do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM) da UFJF.

José Maria Nazar David: possui graduação em Engenharia Elétrica pelo Instituto Militar de Engenharia (1983), mestrado (1991) e doutorado (2004) em Engenharia de Sistemas e Computação pela COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro. Atualmente é professor associado e membro do Programa de Pós-graduação em Ciência

da Computação (PPGC) e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Tem experiência na área de Ciência da Computação, com ênfase em Engenharia de Software, atuando principalmente nos seguintes temas: sistemas colaborativos, desenvolvimento distribuído de software, aprendizagem colaborativa com suporte computacional, informática e educação, e internet das coisas.

Os autores deste capítulo atuam no PPGEM há mais de uma década e compartilham disciplinas e orientações discentes durante todo esse período, no qual as pesquisas e dissertações abordam diversos temas atrelados às Tecnologias da Informação e Comunicação no contexto da Educação Matemática. No presente capítulo, apresentamos a essência dessas temáticas e a movimentação de projetos e orientações relacionadas a elas.

2. O QUE PESQUISAMOS?

A Linha 2 de pesquisa do PPG em Educação Matemática está diretamente relacionada com o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação aplicadas à Educação Matemática. Esta temática é ampla e muito dinâmica, estando sempre aberta para novos assuntos que surjam, como ocorreu na última década com o advento da Inteligência Artificial (IA) aplicada à educação. Aqui trazemos alguns temas, conceitos e referências que utilizamos em nossas pesquisas.

2.1 CULTURA DIGITAL

O termo Cultura Digital é relativamente novo e emergiu nos anos de 1980/1990, quando a internet passou a ser difundida como uma forma de comunicação de massa, apresentando uma nova realidade, ou seja, o surgimento de ambientes virtuais e de novas formas de interação e comunicação, antes desconhecidos. Segundo Kenski (2018), esta nova realidade não elimina culturas já existentes ou outros modos de pensar, sentir e agir. Também não se trata da digitalização ou transposição das culturas existentes para um novo mundo, sociedade ou realidade virtual ou digital, bem como não é o prolongamento ou continuidade do que já ocorria em culturas anteriores. Para a autora,

“É muito mais que isso. Trata-se da “criação de uma outra cultura, com outros referenciais”. Uma ruptura com as culturas anteriores, seus conceitos e suas práticas sem, no entanto, exterminá-las integralmente.” (p.1)

A Cultura Digital é definida por Kenski como,

[...] a integração de diversas perspectivas vinculadas à incorporação, inovações e avanços nos conhecimentos proporcionados pelo uso das tecnologias digitais e as conexões em rede para a realização de novos tipos de interação, comunicação, compartilhamento e ação na sociedade.” (2018, p1).

Ainda, o filósofo, Pierre Lévy (1999), um dos pensadores mais relevantes no campo da cultura virtual contemporânea, define a cibercultura, ou cultura digital, como um conjunto de técnicas materiais e intelectuais: práticas, atitudes, modos de pensar e valores que se desenvolveram com o crescimento do ciberespaço.

Ao relacionarmos a Cultura Digital com a educação, observamos que o caminho é mais longo e aconteceu/acontece de forma mais lenta, porém há muitas iniciativas e estudos na área, como nossas pesquisas desenvolvidas no PPGEM, bem como políticas públicas de incentivo ao uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no processo educacional e escolas e o crescimento de outra modalidade de educação, a Educação a Distância (EAD) e, ainda, um caminho promissor para a junção do presencial com a EAD, a qual denominamos de Educação Híbrida.

2.2 EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA (EAD)

A Educação a Distância (EAD) surgiu como uma alternativa e opção às novas exigências sociais e pedagógicas e conta ainda, com o apoio dos avanços tecnológicos, destacando-se no atual cenário educacional.

Entende-se por Educação a Distância,

[...] a modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem ocorra com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com pessoal qualificado, com políticas de acesso, com acompanhamento e avaliação compatíveis, entre outros, e desenvolva atividades educativas por estudantes e profissionais da educação que estejam em lugares e tempos diversos. (Brasil, 2017, np).

Contudo, não existe apenas um conceito. A educação a distância é discutida e descrita por vários autores que apresentam seus conceitos, formas,

metodologias e tecnologias utilizadas por esta modalidade de ensino. Porém, neste contexto, vamos utilizar o conceito oficial apresentado pelo Ministério da Educação por meio do Decreto nº 9.057, de 25 de maio de 2017 e apresentado acima.

A atual expansão da EAD está diretamente vinculada à evolução das tecnologias, principalmente da Internet e da virtualização de muitos processos e espaços. A EAD teve sua origem no século XIX e, somente agora é reconhecida como uma eficaz modalidade de ensino. Isso se deve às suas características peculiares e ao incremento tecnológico utilizado para sua disseminação e desenvolvimento.

Para compreender o processo da EAD e ter uma visão de seu desenvolvimento, há a necessidade de uma análise da diferença entre esta modalidade de ensino e a educação presencial e a associação de seu passado com seu presente.

Ao nos referirmos à EAD, o primeiro questionamento reside nas diferenças que existem entre esta modalidade de educação e a educação presencial. Numa visão simplista, a resposta é a não presencialidade do aluno e do professor no mesmo espaço físico. Isto é trivial e óbvio. É possível dizer que as diferenças estão muito além da simples presença numa sala de aula e que, a compreensão e o conhecimento são fundamentais para entendermos a forma de ensinar e de aprender nesta modalidade de educação.

Ou seja, a educação a distância apresenta uma abordagem diferente do ensino presencial, principalmente no que se refere: As formas de ensino e da aprendizagem deixam de ser apenas falar e ouvir em situações face a face e se apresentam a partir de diversos formatos e mídias; Tanto a interatividade como a comunicação, durante um processo de ensino e de aprendizagem devem ser planejadas, conforme objetivos e metas a serem alcançados e acontecem através de tecnologias; Os métodos de apresentação do conteúdo e de construção do conhecimento são diferentes e exigem situações especiais e organizadas; A linguagem dos conteúdos difere da linguagem falada e; Não existe delimitação espacial e temporal para abrangência dos alunos.

A partir das diferenças que acabamos de apresentar, modificações ocorreram e novos comportamentos surgiram no processo de ensino e de aprendizagem na EAD. Os mais importantes e notáveis correspondem às funções do aluno e do professor.

O professor na EAD assume o papel de planejador do conhecimento através dos conteúdos desenvolvidos, estimulador da participação e responsável pela interação com

os alunos. Deixa de ser o centro e detentor do conhecimento, para ser mediador e socializador. Sua função tornou-se mais abrangente na EAD do que no ensino presencial.

O aluno, este deve ser mais autônomo e independente, capaz de desenvolver capacidade de organizar seu próprio aprendizado e de construir o conhecimento.

A partir do momento que passamos a entender as diferenças que existem entre a EAD e o ensino presencial, conhecendo as mudanças que ocorreram no processo de ensino e de aprendizagem, vamos saber por que é totalmente inadequado julgar a educação a distância, aplicando os critérios da educação presencial. No entanto, isso ainda é frequentemente feito.

Em relação a associação de passado com o presente da EAD, destacamos alguns dados da evolução histórica e tecnológica considerados importantes para compreender o processo desta modalidade de ensino e ter uma visão de seu desenvolvimento.

Muitos autores e fontes históricas associam o início e o surgimento da educação a distância com as civilizações antigas, no intuito de buscar fatos que possam definir como origem do ensino por correspondência, o embrião atual da EAD.

Indo a uma fonte mais remota, o autor Otto Peters aponta que “A história da educação a distância tem sempre sido a história de sua crescente importância” (Peters, 2004, p. 27), e apresenta a educação pré-industrial como antecessora da educação por correspondência, marcando assim o início da EAD.

Juntamente com a evolução histórica, ocorreu a evolução tecnológica da EAD, a qual consideramos estar na quinta geração. Em cada uma, os avanços de desenvolvimento da EAD estão evidenciados nos designs de materiais didáticos, metodologias, formas de comunicação e interação e, principalmente, baseados na utilização de diferentes tecnologias. Todas de relevante e singular importância para que pudéssemos chegar no atual e avançado estágio desta modalidade de educação.

2.3 EDUCAÇÃO HÍBRIDA

Educação Híbrida, *b-learning*, *blended learning*, educação bimodal, aprendizagem combinada, dual, semipresencial, semivirtual, bimodal e ensino híbrido são termos sinônimos para descrever a forma de ensino que possui momentos

presenciais e outros não presenciais e, que tem como objetivo valorizar o melhor do presencial e do online.

A Educação Híbrida não se refere apenas a uma combinação das modalidades presencial e a distância, mas a uma abordagem na qual o estudante é colocado no centro do processo, sendo protagonista da sua aprendizagem e, o professor tem o papel de incentivar, mediar e problematizar o processo ensino e aprendizagem, unindo o melhor do presencial e da educação a distância.

Para Moran (2015, p. 27), o termo híbrido significa misturado, mesclado ou, *blended*. A educação sempre foi misturada, híbrida, sempre combinou vários espaços, tempos, atividades, metodologias, públicos”. Esse autor nos mostra que o conceito está muito para além da mistura entre modalidades. Envolve a junção de métodos, estratégias pedagógicas, recursos, teorias etc. O que acontece é que, devido à presença de uma nova cultura permeada por TIC, o hibridismo, conforme Moran (2015), recebe contornos mais expressivos, amplos e aprofundados.

Ressaltamos que a Educação Híbrida não é algo recente e sua origem ocorreu em 1960 nos Estados Unidos, com o termo *blended learning*. Nessa década, naquele país, começou a utilização de tecnologias na sala de aula, substituindo, em partes, o protagonismo do professor ou instrutor.

No Brasil, surgem as primeiras iniciativas no ano de 2014 no Instituto Península em parceria com a organização filantrópica Fundação Lemann e, após o período da pandemia (2020 a 2021), intensificou o debate e o poder público começa a discutir para tentar regulamentar e/ou incentivar a Educação Híbrida no país.

A Educação Híbrida apresenta três aspectos importantes. O primeiro é o ensino on-line, onde o ensino baseado na web é aliado com algum mecanismo de controle do próprio aluno sobre o seu processo de ensino e aprendizagem, seja ele, o tempo, o ritmo ou o percurso de estudo. O segundo aspecto é a aprendizagem em um local físico supervisionado, no qual o aluno irá aprender fora de casa e sob supervisão de um professor ou supervisor. Ainda, o terceiro aspecto refere-se à aprendizagem integrada, que ocorre por meio da integração entre o ensino on-line e o presencial, em que as modalidades se complementam para proporcionar uma experiência de formação integrada.

Hoje, encontramos na literatura dois modelos de Educação Híbrida: a Sustentada e Disruptiva. A Educação Híbrida Sustentada possui uma abordagem simples para não causar estranhamento ao ser comparado com o ensino convencional, ou seja, continua fazendo uso das salas de aula normais, de atividades mais tradicionais e, de certa forma, do sistema tradicional de ensino. Exemplos de atividades/estratégias desse modelo são Rotação por Estações, Laboratório Rotacional e Sala de Aula Invertida. Enquanto a disruptiva, cria algo novo e independente do modelo anterior e, como exemplos de estratégias, temos a Rotação Individual, Flex, À la carte e Virtual Enriquecido.

2.4 OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Os Objetos de Aprendizagem (OA) ou simplesmente, Recursos Educacionais Digitais (RED), são ferramentas utilizadas pelo professor para facilitar o processo de ensino e aprendizagem, objetivando estimular os alunos. Entre os recursos utilizados, podemos citar desde o mais simples como pincel, apagador ou livro, até os mais sofisticados, como computador, internet e a Inteligência Artificial. Assim, é possível observar que tudo o que se encontra ou utilizamos numa sala de aula pode se transformar em um ótimo recurso educacional, desde que empregado de forma adequada e correta.

Os OA estimulam os alunos a desenvolverem habilidades intelectuais de pesquisa e investigação, instigam a estarem mais concentrados e interessados em aprender e, desta forma, estimulam a buscar informações sobre um assunto e relacioná-las com aquelas adquiridas em outros momentos, promovendo ainda a cooperação e colaboração entre os alunos.

Ressaltamos que a utilização de recursos digitais permite que sejam criadas situações de aprendizagens ricas, complexas, diversificadas, não fazendo com que todo o trabalho repouse sobre o professor. O ambiente de sala transforma-se e acontecem mudanças no perfil desse profissional, o qual assume o papel de orientador ou mediador, que conseqüentemente, passa a ver o conhecimento cada vez mais como um processo contínuo de pesquisa, pois adquire habilidade na detecção dos pontos fortes e das dificuldades específicas que o aluno encontrou.

No PPGEM trabalhamos fortemente no planejamento e desenvolvimento de OA, pois acreditamos que a tarefa de criação de um recurso digital exige um trabalho colaborativo e multidisciplinar. Tão importante quanto o conhecimento sobre as ferramentas de desenvolvimento tecnológico é ter noção de como ocorre a construção do conhecimento: é pensar como professor, como aluno e como desenvolvedor.

Desta forma, adotamos a Metodologia para o Desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem (MOA), proposta por Scortegagna (2016). A MOA é composta por 5 (cinco) fases: Análise, Projeto, Implementação, Revisão e Submissão/publicação.

Na Análise, objetiva-se o detalhamento da finalidade do OA, com o intuito de ser a base à construção do mesmo e, conforme afirma Scortegagna (2016, p 59), buscamos “garantir algumas características pedagógicas, tais como interatividade, autonomia, cooperação, cognição e afeto.” Tais características e detalhamento são descritos numa “Matriz de Design Instrucional”.

O Projeto é a segunda fase da metodologia MOA, nele são detalhadas algumas especificidades do OA mediante a criação do Mapa Conceitual, do *Storyboard* e do Mapa Navegacional. Conforme Scortegagna (2016), os Mapas Conceituais “são utilizados como meio de comunicação para referenciar e descrever conceitos e suas respectivas relações” (p.59), já no *Storyboard*, concretizamos todo o trabalho de pesquisa do conteúdo e como será transmitido aos alunos no formato de um roteiro com sequências de cenas ou roteiro e, o Mapa Navegacional, representa de maneira completa a navegação do aluno pelo OA e tem o objetivo, “orientar o usuário/aluno durante a navegação, leitura, interação ou para fornecer acesso direto ao local de interesse” (p.66).

A terceira fase, Implementação, segundo Scortegagna (2016), é o momento em que é realizada a escolha da ferramenta tecnológica mais pertinente a ser usada para criar o OA. Já, a Revisão se constitui na quarta fase e é o momento em que após a implementação do OA, ele retorna à equipe e/ou professor que o projetou para fazer a análise e verificar se o que foi planejado nas fases de Análise e Projeto, realmente foi implementado. Na sequência, a quinta e última fase, Submissão/Publicação, é o momento em que OA é submetido a um repositório.

Ressalta-se, que ao utilizar um OA no processo de ensino e aprendizagem, os professores podem contextualizar e globalizar os saberes, oferecendo aos alunos a

possibilidade de elaborar esquemas de ação e de construir novos conhecimentos. Assim, além de usar o recurso educacional para enriquecer a prática pedagógica, é preciso ajudar os alunos a estabelecer relações entre o que está sendo estudado e o contexto em que estão inseridos.

2.5 INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL NA EDUCAÇÃO

Uma das áreas da Computação que mais tem chamado a atenção atualmente é a Inteligência Artificial (IA). O termo apesar de parecer recente, surgiu na década de 50 do século XX quando, Alan Turing publicou um artigo sobre testar a capacidade das máquinas pensarem, o “Teste de Turing”, o qual se tornou um conceito fundamental para a IA. Porém, foi John McCarthy em 1956, que na Primeira Conferência Internacional de IA, apresentou um modelo de rede neural artificial, simulando centenas de neurônios conectados. McCarthy, mais tarde, afirma que IA seria a ciência e engenharia de fazer máquinas inteligentes, especialmente programas de computador inteligentes (2007). Ou seja, é a capacidade de uma tecnologia produzir máquinas inteligentes, as quais são capazes de realizar tarefas que normalmente requerem a inteligência humana e, essas máquinas “aprendem” através de experiências.

Atualmente estamos envolvidos por tecnologias que utilizam a IA, como por exemplo: assistentes de voz - Alexa e Siri -, ferramentas de reconhecimento facial para desbloquear celular, registro de presença, identificação de criminosos etc; corretores automáticos; teclados inteligentes; análise de comportamento do consumidor; recomendações de conteúdos; plataformas de *streaming*; aplicativos de rotas; casas inteligentes; detecção de SPAM; mecanismos de buscas; segurança digital; e-Commerce; e-saúde/telesaúde, Ambientes Virtuais de Aprendizagem etc.

Na educação, a IA é mais recente, com registros da década de 70 está relacionada ao desenvolvimento de tecnologias e processos para o ensino e aprendizagem. Vicari (2018), define a IA na educação como, “uma área de pesquisa multi e interdisciplinar, pois contempla o uso de tecnologias IA em sistemas cujo objetivo é o ensino e a aprendizagem.” (p.12)

Dentre os campos de conhecimento da IA, temos o da Inteligência Artificial Generativa (IAG), que é a mais aplicada à educação e, refere-se à geração de conteúdos

originais (texto, imagens, vídeo, som etc) a partir de dados que já existem e, em resposta a comandos (Lim et al, 2023). Exemplos de IAG, estão o *ChatGPT* da *OpenAI* e *Bard* da Google.

Com a IAG na educação, temos possibilidades de criação de conteúdos educacionais nos formatos de textos vídeos, materiais de estudos com exemplos práticos, exercícios personalizados e casos de estudos; tutoria virtual com assistentes virtuais disponíveis o tempo todo para interagir com os alunos; feedback individualizado nas avaliações de tarefas, exercícios e respostas dos alunos; simulações interativas permitindo que os alunos experimentem e explorem conceitos complexos de forma prática; assistência na pesquisa fornecendo resumos de artigos acadêmicos, sugestões de fontes e até mesmo colaborando na escrita de trabalhos; tradução e suporte multilíngue; personalização do aprendizado respeitando as necessidades individuais de cada aluno, com base em informações como, estilo de aprendizado ou nível de conhecimento; geração de perguntas e respostas para atividades de aprendizado, entre outras.

Sob um olhar positivo, entendemos que a IA na educação é uma forma de preparar os alunos para o futuro e ajudá-los a desenvolver habilidades em áreas como resolução de problemas, pensamento crítico e criatividade. Também de fortalecer o engajamento dos alunos a partir do uso de Ambientes Virtuais de Aprendizagem mais interativos com informações num formato mais compreensível e contextualizado. E, ainda, uma forma de criar oportunidades de desafiar os alunos a pensar criticamente sobre as informações apresentadas por essa tecnologia.

Porém, nem tudo é positivo, a IA também oferece riscos aos usuários como, a reprodução de preconceitos étnicos, de gênero e ou de classe, a disseminação de informações falsas - *Fake News* -, a dependência tecnológica, aumento da exclusão digital, conteúdos gerados com qualidade duvidosa ou tendenciosos, a exposição da privacidade dos usuários/alunos entre outros.

Ainda, quando nos reportamos ao uso da IA na educação, com olhar específico para as escolas, principalmente as públicas, desafios como a falta de formação de professores e de infraestrutura tecnológica, incluindo o acesso à internet, são reais e presentes no nosso cotidiano.

Desta forma, pesquisas são necessárias e a Linha 2 do PPGEM, alinhada com a evolução das tecnologias, vem trabalhando em projetos com o objetivo de auxiliar professores e alunos no uso eficiente e adequado da IA no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

2.6 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

A formação de professores ocorre em dois momentos, durante sua formação inicial (dentro dos cursos de Pedagogia ou Licenciatura) e durante toda sua vida profissional. Este segundo caso é chamado de formação continuada de professores.

Durante a formação continuada temos acesso aos novos temas, tecnologias e abordagens que surgem constantemente. É um momento importante na vida dos professores, das escolas e respectivas redes de ensino. Ela pode ocorrer de forma totalmente presencial, totalmente a distância ou híbrida.

A formação continuada é uma etapa essencial da profissionalização do professor. Imbernón (2011) defende que a profissionalização deve ser entendida em seu aspecto amplo, para além da formação permanente e está diretamente ligada ao exercício da sua prática profissional. Assim, ele descreve o desenvolvimento profissional como “qualquer intenção sistemática de melhorar a prática profissional, crenças e conhecimentos profissionais, com o objetivo de aumentar a qualidade docente, de pesquisa e de gestão” (Imbernón, 2011, p. 47).

Garcia (2007, p.55), destaca que a formação continuada relaciona a formação inicial em conjunto com o conhecimento adquirido ao longo de sua vida profissional, seja ocorrida por processos formais ou informais. Assim, Garcia considera que uma diversidade de fatores corrobora para fortalecer a prática docente, de forma contínua e somativa.

Em relação aos objetivos de professores que procuraram por uma formação contínua, os autores Pardal e Martins (2005), destacam algumas dessas expectativas: com maior prioridade a progressão na carreira e o aprofundamento de conteúdo científico, e em menor expressão, necessidades de desenvolvimento profissional e realização pessoal.

Aqui é importante destacar que a formação continuada não é a salvação para todos os problemas educacionais e da carreira docente, ou ainda que mantenha uma relação de causa e efeito com a qualidade da educação. Esta afirmação pode ser feita por entendermos que a qualidade docente depende de múltiplos fatores: ambiente de trabalho, incentivo profissional, formação padronizada, vulnerabilidade política do magistério, baixo prestígio profissional, falta de controle inter e intra profissional, a estrutura hierárquica etc.

A partir disso, é importante considerar o reconhecimento do potencial que a formação continuada tem em colaborar para mudanças e inovações no processo de ensino-aprendizagem.

Neste cenário, diversos trabalhos desenvolvidos pelo grupo fazem uso da formação continuada de professores, no nosso caso utilizando tecnologias de Educação à Distância (principalmente cursos massivos online) em ambientes virtuais de aprendizagem como o *Moodle*. Mesmo estando cientes que este é somente um passo da formação continuada, nossa prática nos ensinou que esta é uma maneira eficiente de levarmos os Produtos Educacionais de nossos orientandos a um grande grupo de pessoas.

2.7 GAMIFICAÇÃO

Algumas práticas antigas acabam ganhando terminologias específicas, permitindo que a academia organize conceitos, técnicas, metodologias e práticas. Como resultado, podemos comparar iniciativas e tomar decisões baseadas em estudos e práticas, tornando nossas iniciativas mais sólidas e significativas. A gamificação é um caso clássico disso.

Uma definição que se consolidou sobre o significado de gamificação foi dada por Fadel *et al.*, (2014):

A gamificação se constitui na utilização da mecânica dos games em cenários não-games, criando espaços de aprendizagem mediados pelo desafio, pelo prazer e entretenimento. Compreendemos espaços de aprendizagem como distintos cenários escolares e não escolares que potencializam o desenvolvimento de habilidades cognitivas (planejamento, memória, atenção, entre outros), habilidades sociais (comunicação assertividade, resolução de conflitos interpessoais, entre outros) e habilidade motoras (Fadel *et al.*, 2014, p. 76 -77).

De forma simples, a gamificação permite tratar elementos de jogos para um ambiente de não jogo, tentando fazer usos desses elementos para potencializar algo que se deseja fazer. Esquivel (2017, p.27), contribui com esse raciocínio destacando que “a gamificação tem por função primordial, quando aplicada à educação, unir estes dois aspectos tão importantes – os elementos motivacionais dos games e os importantes conteúdos do currículo escolar”.

Tratando especificamente da gamificação aplicada à educação, Prazeres (2019), destaca que quando aplicada à educação formal, ela tem o papel de integrar elementos e estratégias dos jogos à metodologia educacional, a fim de promover o engajamento discente através da motivação pessoal e do envolvimento emocional, para que possam atingir os objetivos de aprendizagem propostos em seu currículo pedagógico.

Ao trabalhar especificamente a matemática, Mendes (2019), destacou que:

Os jogos são costumeiramente apresentados em livros, revistas e/ou boletins de informações específicas da Matemática, além de publicações ligadas à recreação e passatempos, cabendo ao professor a utilização e manipulação adequada desses instrumentos, visando explorar juntamente com os alunos, todos os aspectos lógico-matemáticos presentes nessas atividades. Por esta via, o professor propõe alcançar o objetivo no seu planejamento de ensino, a partir da contextualização das etapas presentes no jogo (Mendes, 2019, p. 18).

Diversos trabalhos desenvolvidos pelo nosso grupo, vide os produtos educacionais desenvolvidos e citados no decorrer do presente capítulo, confirmam o impacto positivo que a gamificação apresenta quando aliada aos processos educacionais tradicionais ou não.

2.8 PENSAMENTO COMPUTACIONAL

A terminologia Pensamento Computacional é recente e, assim como Gamificação, visa agrupar características aspectos práticos e pedagógicos de algo que existe a muito tempo, mas somente agora estamos organizando e discutindo de forma sistemática.

Uma das primeiras publicações tratando de forma sistemática do termo Pensamento Computacional foi feita por Jeannette M. Wing (2006), na qual ela ressalta que o pensamento computacional pode ser descrito como um método que envolve a resolução de problemas, o desenvolvimento de sistemas e o entendimento do comportamento humano, baseado nos conceitos fundamentais da Ciência da Computação. Pensamento computacional inclui uma variedade de ferramentas mentais que refletem a amplitude do campo da ciência da computação.

Segundo Brackmann (2017), pensar computacionalmente envolve muito mais do que saber utilizar recursos digitais, envolve conhecer a linguagem da máquina e utilizá-la para resolver problemas. Ele apresenta como definição:

O Pensamento Computacional é uma distinta capacidade criativa, crítica e estratégica humana de saber utilizar os de identificar e resolver problemas, de maneira fundamentos da Computação, nas mais diversas áreas do conhecimento, com a finalidade individual ou colaborativa, através de passos claros, de tal forma que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los eficazmente (Brackmann, 2017, p. 29).

O uso do Pensamento Computacional no ensino de Matemática está presente na Competência específica 1 da BNCC (EM13MAT101), indicando a necessidade de utilizar recursos tecnológicos. Mas é importante destacar, que o Pensamento Computacional não se restringe ao uso exclusivo do computador. Ele também pode ser trabalhado de maneira desplugada (sem o uso do computador), também conhecido como Computação Desplugada.

Segundo Brackmann (2017), o pensamento computacional pode ser dividido em quatro padrões:

- **DECOMPOSIÇÃO:** Identificação de um problema complexo, fragmentando-o em pedaços menores e mais fáceis de gerenciar;
- **RECONHECIMENTO DE PADRÕES:** na análise individual e minuciosa, de cada um desses problemas menores identificando problemas similares que já foram solucionados anteriormente;
- **ABSTRAÇÃO:** na concentração apenas nos detalhes significativos, ignorando as informações irrelevantes;
- **ALGORITMOS** na criação de passos, esquemas ou regras simples, para resolver cada um dos subproblemas identificados.

2.9 VÍDEOS EDUCACIONAIS

Já temos como conhecimento comum que as pessoas aprendem lendo, ouvindo, fazendo e vendo. Cada indivíduo apresenta maior ou menor facilidade com uma dessas formas de aprender. Nas últimas décadas, uma mídia vem chamando a atenção de pesquisadores pelo seu poder de prender a atenção dos aprendizes, principalmente dos mais novos, o vídeo. Nele podem estar contidos aspectos visuais e auditivos que despertam grande atratividade:

O vídeo é sensorial, visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas, somadas, não separadas. Daí a sua força. Nos atingem por todos os sentidos e de todas as maneiras. O vídeo nos seduz, informa, entretém, projeta em outras realidades (no imaginário) em outros tempos e espaços. O vídeo combina a comunicação sensorial- cinestésica, com a audiovisual, a intuição com a lógica, a emoção com a razão. (Moran, 1995, p.2).

Alguns pesquisadores como Neves e Borba (2019) defendem a utilização de vídeos por serem recursos que combinam diferentes expressões semióticas e possibilitam o que denominam "intersemiose", caracterizando-os como um recurso multisemiótico (combinar diferentes recursos semióticos - imagens, oralidade, gestos, sons, linguagens oral e escrita, etc.). Esses autores investigaram como se dá o processo de construção de significados a partir da combinação de recursos semióticos em vídeos que expressam conteúdos matemáticos. Eles salientam o potencial dessa tecnologia digital em oferecer uma fascinação ao diferenciar da formalidade usual dos conteúdos matemáticos e produzir significados que expandem os construídos a partir de modelos de aulas tradicionais (Neves; Borba, 2019).

2.10 COLABORAÇÃO E APRENDIZAGEM COLABORATIVA APOIADA POR COMPUTADOR

A Aprendizagem Colaborativa Apoiada por Computador (CSCL - *Computer Supported Cooperative Learning*) tem como objetivo investigar as diferentes formas pelas quais as tecnologias computacionais podem apoiar a colaboração - e as interações - nos processos de ensino e aprendizagem. Sistemas que apoiam a colaboração no contexto da Educação são denominados Sistemas Colaborativos. Esses sistemas estão

cada vez mais presentes para apoiar as atividades dos processos de ensino e aprendizagem. Além disso, têm se tornado cada vez mais complexos. Esta complexidade está relacionada ao número de elementos que compõem os sistemas, incluindo a sua diversidade e quantidade de interações que ocorrem de forma estática ou dinâmica entre esses elementos, normalmente geograficamente distribuídos.

Adicionalmente, frequentemente aprendemos resolvendo problemas, desenvolvendo projetos, estudando soluções de problemas resolvidos, e através de lições aprendidas por outros projetos e problemas identificados (Castro; Menezes, 2012). Essas situações quando ocorrem de forma colaborativa podem enriquecer o ensino e o aprendizado de alunos que participam de um grupo. Neste sentido, podemos perceber que as metodologias ativas, quando utilizadas em um ambiente colaborativo de ensino e aprendizado podem ser mais efetivas e trazer contribuições para a área de Educação Matemática.

Considerando a complexidade desses processos, é fundamental a utilização de um modelo que apoie a construção de ferramentas que possam apoiar as interações entre os alunos, e os professores nas conduções das atividades colaborativas. Essas atividades podem ocorrer de diferentes formas, de acordo com as metodologias utilizadas. Diferentes modelos têm sido propostos na literatura para apoiar as atividades de colaboração (Fuks *et al.*, 2012). Um modelo frequentemente utilizado é o 3C, o qual utiliza os seguintes elementos de colaboração: comunicação, coordenação e cooperação. Através das ferramentas de suporte à comunicação alunos e professores trocam mensagens, argumentam e negociam prazos para a realização das atividades. Já as ferramentas de suporte à coordenação tratam (i) do gerenciamento do ambiente de ensino e aprendizagem, (ii) da condução das atividades colaborativas e os recursos necessários para a sua condução e, por fim (iii) as ferramentas de suporte à cooperação tratam da disposição das atividades e recursos no espaço de trabalho compartilhado.

2.11 METODOLOGIAS ATIVAS

A busca por novas metodologias de ensino e de aprendizado tem sido frequente nas pesquisas na área de Educação Matemática. Os índices relacionados ao rendimento escolar da educação frequentemente demandam novas atitudes em relação às

inovações em relação às metodologias educacionais. Neste contexto, surgem as Metodologias Ativas com suporte computacional.

Ao adotarmos as Metodologias Ativas, os alunos estão no centro do processo de ensino e de aprendizagem. De uma forma geral, eles aprendem de forma autônoma e participativa. Para tanto, situações e problemas reais são oferecidos para que as atividades sejam desenvolvidas. Como resultado, espera-se que eles sejam motivados e utilizem o conhecimento gerado em problemas e projetos reais. Essas metodologias permitem que os alunos avancem para a reflexão, generalização, e a construção de novas práticas considerando os conhecimentos transferidos (Morán, 2015). São exemplos de Metodologias Ativas: a Aprendizagem Baseada em Problemas (Araújo; Genoveva, 2009), a Aprendizagem Baseada em Projetos (Bender, 2014), e a Sala de Aula Invertida (Bergmann; Sams, 2016).

Aprendemos muito com os outros – resolvendo problemas em conjunto, obtendo explicações sobre problemas já resolvidos, explicando nossas soluções, debatendo sobre vantagens e desvantagens de uma determinada escolha, fazendo ou recebendo críticas, contestando-as, reconsiderando-as, construindo sínteses coletivas, dentre outras atividades em grupo. Como resultado, necessitamos de ferramentas que apoiem o trabalho colaborativo, as interações através de teorias estabelecidas a partir das pesquisas na área de Sistemas Colaborativos.

Os projetos desenvolvidos pela Linha 2 do PPGEM buscam, através do suporte de sistemas colaborativos, apoiar as inovações relacionadas à utilização das ferramentas mais adequadas aos diferentes tipos de interações que as disciplinas de matemática demandam. Como resultado, os projetos visam entregar valor para resolver os desafios da Educação Matemática.

3. NOSSOS PROJETOS DE PESQUISAS...

Considerando as áreas e os temas previamente apresentados, o grupo tem trabalhado para entregar produtos e conhecimentos científicos que têm contribuído para o avanço das pesquisas na Educação Matemática. Destacamos a seguir algumas dessas iniciativas.

Título: Tecnologias da informação e Comunicação na Educação Matemática: reflexões, desenvolvimento, implementação e avaliação

Descrição: Estamos vivenciando uma sociedade tecnológica, onde as mudanças estão ocorrendo de forma contínua e em ritmo acelerado e, desta forma não é mais possível ignorar as alterações que as Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) provocam na forma como as pessoas veem e apreendem o mundo, bem como desprezar o grande potencial pedagógico que tais tecnologias apresentam quando incorporados à educação. Em vista do exposto, este projeto de pesquisa “Guarda-Chuva” ou integrado, vinculado a Linha 2 de pesquisa do Programa de Mestrado em Educação Matemática (PPGEM), tem como objetivo vincular subprojetos que proponham a análise, o desenvolvimento e a implementação de tecnologias, metodologias e estratégias de ensino e de aprendizagem apropriadas ao contexto das TIC na Educação Matemática, tais como, o uso de Metodologias Ativas (Aprendizagem Baseada em Problemas, ou PBL (*Problem Based Learning*)), Aprendizagem Baseada em Projetos, Aprendizagem por Pares (ou *Peer Instruction*), Gamificação, Método do caso e Sala de Aula Invertida, a avaliação de ambientes virtuais e colaborativos de aprendizagem para uso dos professores nas aulas de Matemática, a implementação e avaliação de materiais didáticos (softwares educacionais, objetos de aprendizagem, games, hipermídias, vídeos) centrados nos conteúdos de Matemática e, a reflexão sobre o uso das tecnologias e sua relação com as escolas e à prática do professor de Matemática, com foco nos diferentes níveis e modalidades. Os subprojetos de pesquisa contarão com alunos de pós-graduação e os resultados permitirão publicar dissertações, artigos e outros trabalhos científicos que contribuirão para o desenvolvimento e a melhoria da qualidade do ensino de Matemática no país.

Título: Pensamento Computacional: da teoria à prática nas escolas

Descrição: A BNCC apresenta uma forte relação entre os conteúdos educacionais para o ensino básico e sua relação com o pensamento computacional. Mas de fato, pouco tem sido trabalhado nas escolas acerca dessa temática, seja pela falta de formação dos professores no tema ou mesmo pela falta de recursos e práticas associadas a ele. No contexto desta proposta, buscamos trabalhar com duas vertentes: a formação dos professores sobre o tema e a aplicação e disponibilização de artefatos

relacionados ao pensamento computacional. Esses artefatos podem estar diretamente ligados ao uso das tecnologias (artefatos digitais) ou ligados ao que é conhecido como computação desplugada (artefatos concretos), ou seja, sem o uso das tecnologias e baseando-se no raciocínio lógico matemático.

Título: Atualização de laboratórios de Ensino e Pesquisa para o Desenvolvimento e Divulgação de Produtos Educacionais na área de Educação Matemática

Descrição: O projeto tem como objeto a ampliar a disponibilidade e viabilidade no uso dos produtos educacionais desenvolvidos dentro das ações do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UFJF. Esses produtos podem ser utilizados por professores de qualquer parte do país, mas a área de abrangência/influência natural do PPG em Educação Matemática é o estado de Minas Gerais.

Título: Escola de Games UFJF

Descrição: Aprender a programar não é uma tarefa trivial. Para isso, é importante desenvolver a criatividade, o pensamento crítico e a habilidade de resolução de problemas reais. Dentre as iniciativas existentes, a Escola de Games tem se destacado devido sua característica de ensinar lógica de programação para crianças e jovens de escolas públicas por meio da construção de jogos digitais. Visando se tornar um projeto interinstitucional e contribuir por meio de suas ações em outras regiões do país, esta proposta visa conduzir a Escola de Games em Juiz de Fora/MG, analisando sua aplicação em novas regiões, contextos escolares e sociais com o apoio de docentes e estudantes de graduação do departamento de Ciência da Computação da UFJF, juntamente com docentes externos da UFJ e IFGoiano, bem com os professores e diretores de escolas públicas do município. Nesse sentido, os discentes com a supervisão dos docentes, irão divulgar os conhecimentos sobre programação, adquiridos na universidade, aos alunos matriculados no ensino básico da Escola Municipal Oscar Schmidt em Juiz de Fora. Durante a execução deste projeto, serão realizadas um conjunto de ações, dentre elas: (i) a construção de materiais pedagógicos (com o auxílio dos professores da escola); (ii) o desenvolvimento de cursos periódicos e palestras; e (iii) a participação de eventos científicos visando divulgar os projetos desenvolvidos (jogos digitais) durante algum evento ou seminário a ser desenvolvido. É importante ressaltar que a inovação deste

projeto está focada no desenvolvimento da habilidade de crianças e jovens para a criação de jogos digitais, cujas temáticas sejam relacionadas aos conteúdos ministrados na escola de origem. Assim, este projeto poderá estimular o aluno no reforço do aprendizado, uma vez que precisará propor um roteiro para um jogo digital. Entende-se que dessa forma, tal ação poderá promover a integração da comunidade acadêmica da UFJF com a população não acadêmica, sendo um instrumento de divulgação dos cursos do Departamento de Ciência da Computação da UFJF para toda a comunidade de Juiz de Fora.

Título: SiGIDI - Sistema de Geração de Itens Digitais Interativos para avaliação em larga escala

Descrição: Com a crescente evolução e importância da tecnologia educacional nas últimas duas décadas, as avaliações em larga escala começaram a migrar de avaliações tradicionais impressas para avaliações baseadas digitalmente. Destarte, tal fato motivou o desenvolvimento de formatos de itens baseados em tecnologias denominados por como itens aprimorados por tecnologias (*Technology-Enhanced Items* - TEIs), itens habilitados para tecnologia (*technology-enabled items*), itens inovadores (*innovative items*), itens inovadores aprimorados por tecnologia (*technology-enhanced innovative items*), itens baseados em computador (*computer-based items*), itens de teste informatizados inovadores (*innovative computerized test items*), itens digitais (*digital items*), entre outros. No entanto, alguns dos formatos desses itens não são tão inovadores, pois são remanescentes das avaliações impressas e estão, agora, adaptados para avaliações digitais sem nenhum tipo de alteração. Já em outros casos, integram alguma mídia ou recursos tecnológicos, como vídeos ou gráficos. Ademais, há ainda uma série de formatos que são realmente inovadores e construídos para usar ações de resposta indisponíveis no modelo de avaliação impressa, casos das simulações de ações reais em espaços virtuais, animações e do uso de Inteligência Artificial (IA), por exemplo. Desta forma, o principal objetivo do projeto SiGIDI é prototipar, desenvolver, implementar e testar um sistema para geração de itens digitais interativos para avaliações em larga escala, incluindo ainda o uso em avaliações da aprendizagem.

Também participamos do projeto ‘Projeto de Pesquisa, Desenvolvimento e Extensão Universitária’, apresentado no Capítulo 5, trazendo assim um caráter interdisciplinar maior às ações desenvolvidas dentro da linha 2 de pesquisa do PPGEM.

4. ORIENTAÇÕES CONCLUÍDAS NO PPGEM

Tendo como base os temas e projetos apresentados anteriormente, foram defendidas dissertações relacionadas diretamente ou indiretamente a eles. A seguir listamos essas dissertações.

Quadro 1: Dissertações

Ano	Aluno	Título da Dissertação	Orientador(a)
2014	Gisele Barbosa	Objetos de Aprendizagem como Recurso Educacional Digital para Educação Financeira Escolar: Análise e Avaliação	Prof. ^a Dr. ^a . Liamara Scortegagna
2014	Elias Antonio Almeida da Fonseca	Metodologia para Auxiliar Professores de Matemática no Processo de Seleção de Conteúdos Digitais	Prof. Dr. Eduardo Barrére
2015	Denise Mansoldo Salazar	GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio	Prof. ^a Dr. ^a . Liamara Scortegagna
2015	Rosiane de Jesus Santos	Uma Taxionomia para o uso de Vídeos Didáticos para o Ensino de Matemática	Prof. Dr. Eduardo Barrére
2016	Esmênia Furtado Parreira Ferreira	A Integração das Tecnologias Digitais ao Ensino e Aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental – Anos Finais: uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas	Prof. ^a Dr. ^a . Liamara Scortegagna
2016	Luís Felipe da Silveira	MOOC na Educação Financeira: análise e proposta de desenvolvimento	Prof. ^a Dr. ^a . Liamara Scortegagna
2017	Hugo Luiz Gonzaga Honório	Sala de Aula Invertida: uma abordagem colaborativa na aprendizagem de matemática	Prof. ^a Dr. ^a . Liamara Scortegagna
2017	Liliane Guedes Baio Camponez	Evasão em cursos online massivos abertos para formação de docentes de Matemática	Prof. Dr. Eduardo Barrére
2017	Janaina Aparecida Ponté Coelho	Uso da gamificação em cursos online massivos para formação continuada de docente de Matemática	Prof. Dr. Eduardo Barrére
2018	Fausto Daniel Alves Fernandes	Dispositivos móveis no Ensino de Educação Financeira Escolar: análise e aplicação de tarefas	Prof. ^a Dr. ^a . Liamara Scortegagna
2018	Alex Machado Leite	Produção e Implementação de um Simulador Financeiro como aporte a Tarefas Destinadas ao Ensino de Educação Financeira Escolar	Prof. ^a Dr. ^a . Liamara Scortegagna
2018	Cristina Iracy Gomes Dalcol	Formação Docente em Matemática: um olhar sobre a abordagem tecnológica nos currículos das licenciaturas em Matemática da UAB	Prof. ^a Dr. ^a . Liamara Scortegagna

2018	Edson Junio dos Santos	Ensino de Perspectiva a partir do Olhar Matemática: um estudo de caso baseado na Igreja de São Francisco em Ouro Preto	Prof. Dr. Eduardo Barrére
2019	Elisangela Pires da Silva	Educação empreendedora e educação financeira escolar: desenvolvimento de comportamentos empreendedores em alunos do ensino médio	Prof.ª Dr.ª. Liamara Scortegagna
2019	Joarez José Leal do Amaral	Gamificação como proposta para o engajamento de alunos em MOOC sobre Educação Financeira Escolar: possibilidades e desafios para a Educação Matemática	Prof.ª Dr.ª. Liamara Scortegagna
2019	Ilza dos Santos Satiro	Mapeamento do uso de Tecnologias digitais no Ensino de Matemática nas Escolas Municipais de Juiz de Fora-MG e Três Rios-RJ	Prof. Dr. Eduardo Barrére
2019	Amanda Gomes Colombo	Planejamento da prática pedagógica utilizando o vídeo como recurso didático no Ensino de Matemática	Prof. Dr. Eduardo Barrére
2019	Kéilton José da Matta Calheiros	Colaboração na Metodologia da Sala de Aula Invertida: apoiando a comunicação no ensino de Geometria	Prof. Dr. José Maria Nazar David
2021	Iasmim Henrique Dias	Gamificação no GeoGebra: contribuições para o ensino de Funções de Segundo Grau	Prof.ª Dr.ª. Liamara Scortegagna
2021	Everson Muniz Guimarães	Desenvolvimento do raciocínio lógico matemático com o uso de tecnologias de informação e comunicação para o Ensino Fundamental	Prof.ª Dr.ª. Liamara Scortegagna
2021	Priscila de Paiva Martins Veiga	Objetos de aprendizagem interativos: recurso digital no formato de vídeo para apoiar o ensino de Trigonometria	Prof. Dr. Eduardo Barrére
2021	Gregson Barros da Silva	Tecnologias da informação e comunicação em sala de aula invertida na formação de professores de Matemática: uma experiência colaborativa.	Prof. Dr. José Maria Nazar David
2022	Renata Lopes Alves	Uso de vídeos no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Fractal	Prof. Dr. Eduardo Barrére
2023	Izaías Paula de Jesus	Processo Educacional para Implementação da Sala de Aula Invertida de Geometria Analítica com Suporte de Sistemas de Comunicação	Prof. Dr. José Maria Nazar David

Fonte: Os autores

5. PRODUTOS EDUCACIONAIS DESENVOLVIDOS NO PPGEM

Como resultado das pesquisas e dissertações apresentadas, temos os Produtos Educacionais, os quais estão listados a seguir.

Quadro 2: Dissertações

Ano	Autores	Título do Produto Educacional
2014	Gisele Barbosa e Liamara Scortegagna	Manual do Professor para Utilização de Objetos de Aprendizagem

2014	Elias Antonio Almeida da Fonseca e Eduardo Barrére	Mecanismo de Busca para Auxiliar Professores de Matemática no Processo de Seleção de Conteúdos Digitais na Web
2015	Denise Mansoldo Salazar e Liamara Scortegagna	GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio
2015	Rosiane de Jesus Santos e Eduardo Barrére	Uma Taxionomia para o uso de Vídeos Didáticos para o Ensino de Matemática
2016	Esmênia Furtado Parreira Ferreirae Liamara Scortegagna	Ensinando Perímetro e Área de Figuras Geométricas Planas Usando o Software Geogebra
2016	Luís Felipe da Silveira e Liamara Scortegagna	Proposta de um curso MOOC sobre Educação Financeira
2017	Hugo Luiz Gonzaga Honório e Liamara Scortegagna	Invertendo a sala de aula: Processo para a implementação da metodologia Sala de Aula Invertida com elementos de colaboração no ensino de matemática
2017	Janaina Aparecida Ponté Coelho e Eduardo Barrére	Uso de Gamificação em Cursos Online Abertos e Massivos para Formação Continuada de Docentes de Matemática
2017	Liliane Guedes Baio Camponex e Eduardo Barrére	Metodologia para Acompanhamento da Evasão em Cursos Online Abertos e Massivos para a Formação Continuada de Docentes de Matemática - MOOC – Tecnologias Digitais para o Ensino de Geometria
2018	Alex Machado Leite e Liamara Scortegagna	Simulador Financeiro Educacional
2018	Cristina Iracy Gomes Dalcol e Liamara Scortegagna	Proposta de curso de Formação Continuada sobre a Utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação nas aulas de Matemática
2018	Fausto Daniel Alves Fernandes e Liamara Scortegagna	À vista ou à prazo: dois lados de uma mesma moeda
2018	Edson Junio dos Santos e Eduardo Barrére	A sequência didática para o ensino de perspectiva a partir do olhar matemático - O Aplicativo mARTEmática
2019	Elisangela Pires da Silva e Liamara Scortegagna	Empreendedorismo Social: Um guia de planejamento e orientações didáticas para o professor
2019	Joarez José Leal do Amaral e Liamara Scortegagna	Gamificação faz a Educação Financeira mais divertida
2019	Amanda Gomes Colombo e Eduardo Barrére	Planejamento da prática pedagógica utilizando o vídeo como recurso didático no ensino de Matemática
2019	Ilza dos Santos Satiro e Eduardo Barrére	Metodologia para o Mapeamento do uso de de Tecnologias Digitais na escola
2019	Kéilton José da Matta Calheiros e José Maria Nazar David	Processo para a implementação da Metodologia da Sala de Aula Invertida com elementos de comunicação

2021	Iasmim Henrique Dias e Liamara Scortegagna	Geogebra no mundo das funções do segundo grau
2021	Everson Muniz Guimarães e Liamara Scortegagna	Sequência de tarefas para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático com apoio do Whatsapp para o Ensino Fundamental
2021	Everson Muniz Guimarães e Liamara Scortegagna	Recurso educacional digital para o desenvolvimento do Raciocínio lógico matemático no Ensino Fundamental
2021	Priscila de Paiva Martins Veiga e Eduardo Barrére	Curso de Formação Continuada Trigonometria Help: Objetos de Aprendizagem para o ensino de Trigonometria
2021	Priscila de Paiva Martins Veiga e Eduardo Barrére	Objetos de Aprendizagem Interativos no formato de vídeo: G1 - Conhecimentos prévios sobre Trigonometria
2021	Priscila de Paiva Martins Veiga e Eduardo Barrére	Objetos de Aprendizagem Interativos no formato de vídeo: G2 - Conhecimentos trigonométricos
2021	Gregson Barros da Silva e José Maria Nazar David	Guia da Sala de Aula Invertida
2022	Renata Lopes Alves e Eduardo Barrére	Uso de vídeos no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Fractal
2023	Izaías Paula de Jesus e José Maria Nazar David	Processo Educacional para Implementação da Sala de Aula Invertida no Ensino Remoto de Geometria Analítica

Fonte: Os autores

As dissertações e os Produtos educacionais, estão disponíveis no link: <https://www2.ufjf.br/ppgedumat/publicacoes/>.

6. PARA FINALIZAR...

O presente capítulo apresentou os esforços, empreendidos pelos docentes da Linha 2 do PPGEM, para realizar pesquisas relacionadas ao uso das Tecnologias da informação e Comunicação na Educação Matemática e desenvolver, juntamente com seus orientados, dissertações e Produtos Educacionais que levem a discussão sobre a inserção das tecnologias digitais no contexto educacional, mais especificamente na educação matemática.

O grupo de docentes aqui apresentados colaboram fortemente em pesquisas, publicações e orientações, integrando alunos, projetos e produtos desenvolvidos. Como forma de compartilhar esses trabalhos, desenvolveram o projeto de extensão e-TEIA Tecnologia de Informação e Comunicação na Educação, através do qual ampliam a

divulgação dos produtos desenvolvidos para professores, através de mídias digitais e cursos gratuitos online.

Ainda é importante destacar que as temáticas que envolvem as tecnologias e seu uso no processo de ensino e aprendizagem são diretamente influenciadas pelo desenvolvimento de novas tecnologias e ferramentas, como é o caso atual da Inteligência Artificial. Assim, os temas aqui abordados não se restringem a todo o potencial de trabalho da equipe, mas indicam os movimentos feitos nos últimos anos, em consonância com os movimentos e potencialidades apresentados nas comunidades científicas que participamos.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Ulisses F.; GENOVEVA, Sastre. **Aprendizagem baseada em problemas: no ensino superior**, Editora: Summus Editorial; 2ª edição, 2009, 240p.

BENDER, Willian N.. **Aprendizagem Baseada em Projetos: Educação Diferenciada para o Século XXI**. Porto Alegre: Penso, 2014, 156p.

BERGMANN, Jonathan.; SAMS, Aaron. **Sala de Aula Invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

BRACKMANN, Christian Puhlmann. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica**. 2017. 226f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/172208>. Acesso em: 18 de nov. 2022.

BRASIL. **Decreto nº 9.057, de 25 de maio de 2017**. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/decreto/d9057.htm. Acesso em 10 fev. 2024.

CASTRO, Alberto.; MENEZES, Crediné. **Aprendizagem colaborativa com suporte computacional**. In: PIMENTEL, M; FUKS, H. (Org). *Sistemas Colaborativos*. Cap. 9, pág. 135-153. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

ESQUIVEL, Hugo Carlos da Rosa. **Gamificação no Ensino da Matemática: uma experiência no ensino fundamental**. (Dissertação). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Instituto de Ciências Exatas, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT, Seropédica (RJ), 2017.

FADEL, Luciana Maria.; ULBRICHT, Vania Ribas.; BATISTA, Claudia Regina.; VANZIN, Tarcísio. (orgs.). **Gamificação na Educação**. São Paulo (SP): Pimenta Cultural, 2014.

FUKS, Hugo.; RAPOSO, Alberto Barbosa.; GEROSA, Marco Aurélio.; PIMENTEL, Mariano.; FILIPPO, Denise.; LUCENA, Carlos José Pereira. **Teorias e modelos de colaboração**. In: PIMENTEL, Mariano.; FUKS, Hugo. (Org). *Sistemas Colaborativos*. Cap. 2, pág. 16-32. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

GARCIA, Carlos Macedo. A formação de Professores: centro de atenção e pedra-de-toque. In: NÓVOA, António (Org.): **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote Editora, p. 51-76, 2007.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza**. 9. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

KENSKI, Vani Moreira. **Cultura Digital**. In **Dicionário Crítico de Educação e Tecnologias e de educação a distância**, organizado por MILL, Daniel. Campinas: Editora Papyrus, 2018.

LIM, Weng Marc.; GUNASEKARA, Asanka.; PALLANT, Jessica Leigh.; PALLANT, Jason Ian.; PECHENKINA, Ekaterina. Generative AI and the Future of Education: Ragnarök or reformation? A paradoxical perspective from management educators. **The International Journal of Management Education**, vol. 21, núm. 2, p. 100790. 2023. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1472811723000289>. Acesso em 18 mar. 2024.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura**. Tradução de Carlos Irineu da Costa. São Paulo. Ed. 34, 1999.

MCCARTHY, John. **What is artificial intelligence?**. 2007. Disponível em: <http://www-formal.stanford.edu/jmc/whatisai/whatisai.html>. Acesso em: 18 mar. 2024.

MENDES, Luiz Otávio Rodrigues. **A Gamificação como Estratégia de Ensino: a percepção de professores de matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Departamento de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa (PR), 2019.

MORAN, José. **Educação Híbrida: um conceito-chave para a educação, hoje**. In: BACICH, Lilian; NETO, Adolfo Tanzi Neto; TREVISANI, Fernando de Mello. (org.). **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015, p. 27-46.

MORÁN, José Manuel. **O vídeo na sala de aula**. *Comunicação & Educação*, São Paulo, v. 1, n. 2, p. 27 - 35. 1995.

NEVES, Liliane Xavier.; BORBA, Marcelo Carvalho. Análise do discurso multimodal de um vídeo com conteúdo matemático. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 9, p. 220-235, 2019.

PARDAL, Luís António.; MARTINS, António Maria. Formação contínua de professores: concepções, processos e dinâmica profissional. In: **Psicologia da Educação**, São Paulo, 20, 1º semestre 2005.

PETERS, Otto. **A educação a distância em transição: tendências e desafios**. Trad. Leila Ferreira de Souza Mendes. São Leopoldo, RS: Ed. Unisinos, 2004.

PPGEM. **Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática: Mestrado e Doutorado – Linhas de Pesquisa**. Disponível em: <https://www2.ufjf.br/ppgedumat/curso/identificacao-do-programa/linhas-de-pesquisa/>. Acesso em 01 mar. 2024.

PRAZERES, Ilson Mendonça Soares. **Gamificação do ensino de matemática: aprendizagem do campo multiplicativo**. Dissertação de Mestrado 200f. Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação. Maceió, 2019.

SCORTEGAGNA, Liamara. **Objetos de Aprendizagem**. Juiz de Fora, MG: Cead, 2016.

VICARI, Rosa Maria. **Tendências em inteligência artificial na educação no período de 2017 a 2030**. Brasília: SENAI, 2018. Disponível em: <https://www2.fiescnet.com.br/web/uploads/recursos/d1dbf03635c1ad8ad3607190f17c9a19.pdf>. Acesso em 18 mar. 2024.

WING, Jeannette M. **Computation Thinking**. *Communications of ACM*, v.49, n.3, p.33-36.

CAPÍTULO 8

AÇÃO-REFLEXÃO-DISCUSSÃO-AÇÃO: DESDOBRAMENTOS NAS PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Chang Kuo Rodrigues

1. INTRODUÇÃO

A Educação Matemática é uma área de pesquisa que abarca todas as relações que envolvem o ensinar e o aprender Matemática. Essas relações muitas vezes ocorrem das inquietações advindas do processo pedagógico em todos os níveis de ensino, sobretudo na Educação Básica, como bem mostra os resultados de pesquisas devidamente registrados em programas de pós-graduação, ou eventos de natureza nacional, por exemplo, o ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, ou mesmo em eventos locais ou regionais que apontam a alta incidência de trabalhos apresentados nesse nível de ensino.

Em geral, as pesquisas nesse campo remetem a questões que envolvem situações que ocorrem em sala de aula, quando os protagonistas são basicamente compostos pelo(a) o(a) estudante, o(a) professor(a) e o saber em questão, perfazendo a tríade denominada por Brousseau (2008), um ícone da Didática da Matemática, de triângulo didático.

As vertentes da Didática da Matemática subsidiam teoricamente pesquisas que envolvem o aprender e o ensinar Matemática em todos os níveis de ensino, permitindo reflexão, discussão e ação, que podem impactar a prática pedagógica e fomentar ainda mais estudos nessa área.

No Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, há duas linhas de pesquisa. A primeira denominada “Ensino e Aprendizagem da Matemática, Análise dos Condicionantes da sala de aula e Intervenção Pedagógica em Matemática” e, a segunda, “Tecnologias da Informação e Comunicação

na Educação Matemática”. Apesar da prevalência em estudos na Linha 1, nota-se o quanto essas duas linhas se entrelaçam diante de um mundo ditado pelas tecnologias, sobretudo, as digitais como bem mostram os resultados dos produtos educacionais advindos de trabalhos concluídos pelos(as) orientados(as).

Desde a defesa da tese de doutorado em 2009 – e, nesse mesmo ano, ingressei como docente em Programas de Pós-Graduação – um tema tem sido recorrente nos estudos: a Educação Estatística e todos seus desdobramentos que são possíveis de captar como, por exemplo, construção de gráficos estatísticos, estudo das medidas de centralidade no Ensino Fundamental entre outros.

Outro tema também presente em minhas investigações é Educação Financeira e, nessa vertente, as pesquisas têm focado em Educação Financeira Escolar, como bem preconiza Silva e Powell (2013), a partir de um programa para matemática escolar na Educação Básica.

2. PROJETOS E GRUPOS DE PESQUISA

Em geral, as pesquisas são sustentadas por projetos e grupos de pesquisa. Em termos metafóricos, as ligas que constroem o alicerce indicam a força do grupo em detrimento do individual. E, nesse sentido, dois projetos firmam os meus estudos na Educação Matemática, a saber: (i) Intervenções nas Aulas de Matemática: desafiando situações de ensino e aprendizagem; (ii) Educação Estatística: desafios e possibilidades no ensino e na aprendizagem.

O primeiro envolve questões que surgem na matemática escolar e gera interesse pelos(as) professores(as) e/ou pesquisadores(as) no sentido de investigar meios que possam responder seus anseios, ou mesmo produzir possibilidades em prol da educação. Já o segundo projeto é mais específico em termos de tema, Educação Estatística, mas não menos extenso, permitindo muitos vieses para pesquisar. Desta feita, os projetos, além de fornecer as ligas para consolidar o alicerce, permitem a consolidação das pesquisas e incentivam novas buscas no meio acadêmico.

Nos grupos de pesquisa, nesse caso, há participação em três grupos, o que potencializa os estudos que permeiam as problemáticas no ensino e na aprendizagem da Matemática, principalmente na Educação Básica.

O NIDEEM (Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática) é um grupo que surgiu em 2005, cujo líder é o Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva (UFJF), e tem como alvo agregar pesquisadores(as), professores(as) e estudantes de Licenciatura em Matemática para desenvolver pesquisas nessa área.

O segundo grupo, GPMAEM (Grupo de Pesquisa sobre Materiais e Ambientes em Educação Matemática), foi criado em 2018 e tem como líder o Prof. Dr. Marco Antônio Escher (UFJF). Esse grupo tem como objetivo principal entrelaçar a prática (materiais) e a teoria (pesquisa), na elaboração de materiais físicos e/ou virtuais em prol do ensino e da aprendizagem em Matemática. A tecnologia tem assumido um papel crescente na Educação Matemática como, por exemplo, na utilização de *softwares* de simulação, aplicativos móveis e recursos *online*, que podem ser utilizados para explorar conceitos matemáticos de forma interativa e dinâmica, tornando o aprendizado mais envolvente e acessível.

O terceiro grupo de pesquisa, Grupo de Estudos em Desenvolvimento e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica, foi criado em 2015 pela Profa Dra. Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa (UFPE), que é líder desse grupo, e desenvolve pesquisas com temas voltadas para Educação Financeira, Geometria e Estruturas Aditivas e Multiplicativas no que se refere à resolução de problemas, com foco em livro didático, em recursos tecnológicos, em material manipulativo, nos conhecimentos de alunos e na formação e prática de professores da Educação Infantil, anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Diante dessa descrição dos projetos e dos grupos de pesquisa, fica em evidência que as pesquisas se fortalecem tanto no sentido local, ou seja, no mesmo programa, quanto no diálogo com outros, confluindo para os propósitos da Educação Matemática. Vale ainda retomar que a Educação Matemática é um campo de estudo que aborda o ensino e a aprendizagem da Matemática em diversos contextos, desde a escola básica até o ensino superior e além. Ela engloba não apenas o domínio dos conceitos matemáticos, mas também a compreensão dos processos de pensamento e raciocínio matemático, a resolução de problemas, a aplicação prática da matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

3. DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

A Didática Francesa, também conhecida como *Didactique des Mathématiques*, é uma abordagem específica para o ensino da matemática que se originou na França e ganhou destaque internacionalmente. Ela difere em certos aspectos de outras abordagens da Didática da Matemática devido às suas ênfases particulares e à sua base teórica distinta.

Uma das características distintivas da Didática Francesa é o seu enfoque na Teoria das Situações Didáticas. Essa teoria, desenvolvida por Guy Brousseau (1986), postula que docentes e discentes são os protagonistas da relação de ensino e de aprendizagem, bem como o meio (*milieu*) em que se faz presente na situação didática.

Esta teoria tem, como um dos objetivos primordiais da didática da matemática, a caracterização de um processo de aprendizagem por meio de uma série de situações reprodutíveis, denominadas de situações didáticas, que estabelecem os fatores determinantes para a evolução do comportamento dos alunos. Assim, o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, na qual são identificadas as interações entre professor, aluno e saber. Algum erro cometido pelo aluno, nessa teoria, quando identificado, constitui-se como valiosa fonte de informação para a elaboração de boas questões ou para novas situações problemas que possam atender, mais claramente, os objetivos desejáveis. (Teixeira; Passos, 2013, p.157-158)

Nesses termos, essa valiosa fonte de informação, a partir de algum erro cometido pelo(a) estudante, ocorre uma investigação para tal e, diante disso, Brousseau (1996) tenta atribuir a seus(suas) alunos(as) uma postura semelhante a de um(a) pesquisador(a); também averiguou que, ao agir dessa maneira, o(a) professor(a) deve ter como objetivo, em sala de aula, identificar e determinar as condições nas quais o(a) estudante consegue produzir conhecimento, porém, para que isso ocorra, não pode apenas observar e analisar qualquer situação, ou seja, além de selecionar essas situações, ele também deve controlá-las.

Para reforçar, Gálvez (1996) aborda que uma situação didática é:

Um conjunto de relações estabelecidas explícita e/ ou implicitamente entre o aluno ou um grupo de alunos, um determinado meio (que abrange eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (representado pelo professor) com a finalidade de conseguir que estes alunos apropriem-se de um saber constituído ou em vias de constituição. (Gálvez, 1996, p.28)

Com efeito, o(a) professor(a) deixa de ensinar expondo apenas sua opinião e visão sobre o conteúdo, ou seja, ele(a) deixa de ensinar de forma unilateral e, a partir de então, transforma-se em um(a) facilitador(a) no acesso às informações, atuando como um(a) mediador(a) do conhecimento, um membro dos grupos de trabalho.

D'Ambrosio (1998) sugere que, sob esse novo aspecto, o professor interaja com os estudantes, identificando as dificuldades e os obstáculos que precisam ser vencidos, disponibilizando problemas e situações sobre esses temas. Também é válido que ele proponha um contexto real, lúdico, ou matemático, a partir do qual os problemas são gerados, em busca de uma nova abordagem para o tema em questão.

Brousseau (1996) faz um alerta quanto à elaboração e aplicação dessas situações didáticas em sala de aula, orientando que o professor tente não assumir o papel do estudante, evitando contar-lhes a finalidade da atividade que estão realizando, o que poderia diminuir o mérito e o prazer da descoberta que a classe está prestes a concretizar.

Também constitui função do professor ser capaz de prever os efeitos da situação didática que elaborou, antes mesmo de aplicá-la em sala de aula, para que, posteriormente, compare esses efeitos com o comportamento observado. É importante atentar para as decisões que os estudantes podem tomar diante da situação, os diferentes caminhos e estratégias usados no decorrer da atividade; segundo Brousseau (1996), “[...] considera-se que todo conhecimento seja uma resposta, uma adaptação da humanidade diante de situações que tem enfrentado ou frente a problemas que tem formulado para si.” (Brousseau, 1996, p.31)

Durante as atividades desenvolvidas para aplicação em sala de aula, Brousseau (2008) leva em consideração a finalidade de cada situação didática que, possivelmente, irá surgir e as classifica em cinco tipos diferentes:

- Situação de devolução: o ato em que o(a) professor(a) delega ao(à) aluno(a) parte da responsabilidade pela sua própria aprendizagem, envolvendo-o(a) ativamente no processo e aceitando as consequências desse envolvimento.
- Situação de Ação: É caracterizada por ações mais imediatas; normalmente, o(a) estudante chega ao resultado por meio de experimentações ou com auxílio da intuição. Por enquanto, ele(a) ainda não consegue explicar os meios que o(a) levaram ao resultado.

- Situação de Formulação: Neste estágio, o(a) aluno(a) já trabalha as informações de forma mais elaborada, já se utiliza de algum embasamento teórico que o(a) conduzirá à solução do problema.
- Situação de Validação: É aquela na qual o(a) aluno(a) age com racionalidade e é capaz de demonstrar, por meio de teorias e argumentos sólidos, a veracidade de sua resposta.
- Situação de Institucionalização: Ocorre quando o(a) aluno(a) tenta dar ao conhecimento um caráter universal, generalizando e encontrando aplicações diferentes para a teoria que acabou de demonstrar, ou seja, encontrando utilidade para determinado conhecimento, além da mera resolução da atividade.

Enquanto os(as) estudantes constroem seu conhecimento matemático, pesquisando e, ao mesmo tempo, vivenciando o prazer de cada etapa da descoberta Matemática, o(a) professor(a) não permanece estagnado(a), vai construindo conhecimento, juntamente com seus(suas) alunos(as), aperfeiçoando o ato de ensinar Matemática, por meio de suas experiências com o ensino.

Segundo Teixeira e Passos (2013), o(a) estudante reconhece que o problema apresentado foi selecionado para permitir-lhe adquirir um conhecimento novo; compreende que a relevância desse conhecimento é justificada pela lógica interna da situação e que ele pode construí-lo sem depender de razões didáticas. O aluno só alcançará plenamente esse conhecimento quando for capaz de aplicá-lo de forma autônoma, em situações que enfrente fora do contexto de ensino e sem receber instruções explícitas.

Assim, o professor não tem controle direto sobre as variáveis que influenciarão a situação. O conjunto dessas variáveis pode ser denominado de situação adidática. Nem toda situação adidática será solucionável pelo aluno. Portanto, cabe ao professor apresentar situações que estejam ao alcance do estudante (Teixeira; Passos, 2013).

Em sintonia com a Teoria das Situações Didáticas, Artigue (1988) inaugura Engenharia Didática de forma que essa abordagem pode ser equiparada ao trabalho de um engenheiro que, ao conduzir um projeto, emprega os conhecimentos científicos pertinentes a sua área, está sujeito a um rigoroso controle científico, porém, também

se depara com a complexidade de lidar com elementos mais intrincados do que aqueles que são simplificados pela ciência.

Almouloud (2008) corrobora que a Engenharia Didática

[...] pode ser utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um dado conceito e, em particular, a elaboração de gêneses artificiais para um dado conceito. Esse tipo de pesquisa difere daquelas que são transversais aos conteúdos, mesmo que seu suporte seja o ensino de certo objeto matemático (um saber ou um saber-fazer). (Almouloud, 2008, p. 66).

Na sequência, Carneiro (2005) e corrobora afirmando que a Engenharia Didática foi desenvolvida para abordar dois aspectos: a) a relação entre pesquisa e prática no contexto educacional; b) o papel atribuído às práticas de ensino entre as metodologias de pesquisa. Essa expressão possui uma dupla conotação. Refere-se tanto às produções destinadas ao ensino, que derivam dos resultados da pesquisa, quanto a uma metodologia de pesquisa particular baseada em experiências em sala de aula.

De posse do método e retomando construir conhecimento, podem surgir obstáculos que, no contexto da Matemática, deve ser cautelosamente observada, pois, segundo argumentou Bachelard (1996), o progresso desta disciplina revela uma consistência em sua evolução, caracterizada por fases de avanço intercaladas com momentos de estagnação, porém sem registros de falhas significativas ou rupturas que comprometessem o conhecimento previamente estabelecido.

Além disso, a Didática Francesa enfatiza a importância dos obstáculos epistemológicos no processo de aprendizagem da Matemática. Esses obstáculos referem-se às ideias preconcebidas e às concepções errôneas que os alunos podem ter em relação aos conceitos matemáticos. Os(As) educadores(as) devem estar cientes desses obstáculos e trabalhar para superá-los, fornecendo atividades e estratégias de ensino que ajudem os(as) alunos(as) a reconstruir seus conhecimentos de maneira mais precisa.

Didática Francesa é uma abordagem para o ensino da Matemática que enfatiza a construção progressiva de conceitos matemáticos pelos alunos, a superação de obstáculos epistemológicos, a promoção da investigação matemática pelos(as) alunos(as) e a valorização da formação e pesquisa em Educação Matemática pelos(as) professores(as). Essa abordagem tem sido influente não apenas na França, mas também

em outros países ao redor do mundo, contribuindo para o desenvolvimento da teoria e prática do ensino da Matemática.

4. METODOLOGIA DA PESQUISA E PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

Toda pesquisa requer “um como fazer” e, para isso, se pauta de um método para tal. Mas, a princípio, a pesquisa em si nos remete a um “fazer” de um(a) pesquisador(a) e, nesse sentido, exige uma postura para atuar como um(a) cientista, seguindo o que preconiza o “dever” de Hieráclito. Ou seja, estamos em constante mudança. Isso significa que pesquisar é algo que vai além do “como fazer”, é preciso saber o que faz, para que faz, para quem faz e como se faz. Nestes termos, várias concepções metodológicas podem servir como uma postura científica do(a) pesquisador(a).

Como, por exemplo, definir a natureza da pesquisa, isto é, qualitativa ou quantitativa e buscar pressupostos teóricos que possam validar o fazer. O pressuposto teórico também varia e pode assumir um papel fundamental para a pesquisa, seja Estudo de Caso, seja Etnografia, seja Pesquisa-ação, seja Engenharia Didática entre outros. Esta escolha define a postura do(a) pesquisador(a), diante de sua investigação.

Já o procedimento metodológico remete ao fazer em ação, mesmo em pesquisa não experimental como no caso de uma pesquisa bibliográfica, por exemplo, já que requer um método para sua realização, um procedimento categórico que viabiliza os “passos” para a realização da pesquisa.

Seguindo o tema da Didática da Matemática, a Engenharia Didática também se faz presente nos procedimentos metodológicos, isto é, durante realizações didáticas, utilizar as fases da Engenharia para suscitar uma situação didática. Segundo Artigue (1996), a Engenharia Didática inclui quatro fases: 1) análises prévias; 2) concepção e análise *a priori* de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de matemática; 3) implementação da experiência; 4) análise *a posteriori* e validação da experiência.

5. ORIENTAÇÕES CONCLUÍDAS

As pesquisas concluídas centraram na conciliação entre os assuntos a respeito da Educação Estatística e a Didática da Matemática já que tem sido alvo de meus estudos, não diminuindo a relevância de temas como, por exemplo, Educação Financeira Escolar, um tema que repercutiu fortemente nos últimos 15 anos e pode ser constatada pelos trabalhos orientados e publicados.

Assim, o Quadro 1 apresenta as orientações concluídas no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Federal de Juiz de Fora, MG.

Quadro 1: Orientações Concluídas no PPGEM/UFJF até 2022

Orientados (as)	Título da Dissertação	Link de acesso	Título do Produto Educacional	Link de acesso	Ano
Mariângela Assumpção de Castro	A Construção e a Desconstrução das Ideias Geométricas: Intervenção no Ensino e na Aprendizagem na Perspectiva da Matemática Inclusiva	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/Mari%C3%A2ngela-Assump%C3%A7%C3%A3o-de-Castro.pdf	Construção e Desconstrução de Sólidos Geométricos	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/PRODUTO-final-Mariangela1.pdf	2013
Paulo Tadeu Gandra Campos	A influência do cotidiano nas questões de função do Exame Nacional do Ensino Médio	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/1-Disserta%C3%A7%C3%A3o-A-Influ%C3%A2ncia-do-Cotidiano-nas-Quest%C3%B5es-de-	Contextualização do Funções Matemáticas	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/09/Produto-Educacional-Paulo-Tadeu-Gandra-Campos.pdf	2014

		Fun%C3%A7%C3%A3o-do-Exame-Nacional-do-Ensino-M%C3%A9dio.pdf			
Denise Mansoldo Salazar	GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/DENISE-SALAZAR-DISSERTA%C3%87%C3%83O1.pdf	GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/09/DENISE-SALAZAR-PRODUTO-EDUCACIONAL1.pdf	2015
Luis Eduardo Reyes Pérez	Función Exponencial en el Aula: Praxeologías Matemáticas en Enseñanza Media	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Luis-Eduardo.pdf	Função Exponencial e as Sequências Didáticas	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/09/produto-educacional-Luis-Eduardo-Reyes-Perez.pdf	2015
Sandro Grossi Nascimento	Situações Didáticas e Educação Estatística: uma proposta de aprendizagem no estudo de centralidade para o Ensino Médio	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/Final-vers%C3%A3o-entrega.pdf	Medidas de Tendência Central para o Ensino Médio	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/09/produto-final-sandro.pdf	2015
Dayane Cristina Rocha Tinoco	Uma Abordagem Ecológica Envolvendo Proporcionalidade na Educação Básica	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Dayane.pdf	Entrevista com Luiz Márcio Imenes	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/09/Produto-educacional-Dayane.pdf	2016

Lilian Regina Araújo dos Santos	Educação Financeira Escolar na EJA: discutindo a organização orçamentária e a gestão de pequenos negócios informais	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/Disserta%C3%A7%C3%A3o_Lilian.pdf	Roteirizando o futuro: A Educação Financeira como estratégia de ação	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2020/07/Produto-educacional-Lilian-com-licen%C3%A7a.pdf	2018
Cristiane Neves Mello	Educação Financeira Escolar e o uso de planilhas de Orçamento Familiar	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Cristiane-Neves-Mello.pdf	Explorando o Uso de Planilhas de Orçamento com Alunos do Ensino Médio	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2020/07/Produto-educacional-Cristiane-Neves-com-licen%C3%A7a.pdf	2018
Fernanda Ângelo Pereira	A Educação Estatística e a elaboração de vídeos para a promoção do Raciocínio sobre Variabilidade na Educação Básica	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/DISSE RTA%C3%87%C3%83O-FINAL-FERNANDA-22-08-19-corrigida.pdf	Estatística	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2020/07/Produto-educacional-Fernanda-com-licenca.pdf	2019
Cristimara Rodrigues de Castilho	O Ensino de Probabilidade e Baseado Em Uma Sequência Didática Para o Exercício de Literacia Probabilística	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2021/07/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Cristimara.pdf	O ensino de Probabilidade baseado em uma sequência didática para o exercício de literacia probabilística	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2021/07/Produto-educacional-com-licen%C3%A7a-Cristimara.pdf	2020
Heloisa Almeida de Figueiredo	Construção do Conhecimento de Medidas	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploa	Construção do Conhecimento de Medidas de	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/	2020

	de Tendência Central com Alunos do Ensino Fundamental : Reflexões sobre uma Sequência Didática	ds/sites/134/2020/09/Dissertacao%3%A7aofinal-Heloisa-2608.pdf	Tendência Central	sites/134/2020/09/Produto-educacional-Heloisa-com-licen%C3%A7a.pdf	
Valquíria Dutra Leite	Implicações de um projeto sobre o lixo eletrônico na aprendizagem de objetos estatísticos: reflexão e crítica	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2023/10/Dissertacao_final_Valquiria_Dutra_Leite.pdf	Lixo Eletrônico: Da Coleta ao Descarte	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2023/10/produto-educacional-para-o-PPGEM-PUBLICA%3%87%3%83P.pdf	2022
Anderson José Gomes Ferreira	O Pensamento Estatístico nos Anos Finais do Ensino Fundamental : o Desenvolvimento da Transnumeração e da Construção de Gráficos	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2024/03/DissertacaoVersaoFinalDezembro2022-Anderson.pdf	Construindo gráficos na Transnumeração: uma proposta de apoio ao ensino e à aprendizagem na Educação Estatística para o Ensino Básico	https://www2.ufjf.br/ppgedumat/wp-content/uploads/sites/134/2023/10/ProdutoEducativoVersaoFinalDezembro2022.pdf	2022

Fonte: Acervo próprio

Seguindo o Quadro 1, as defesas aconteceram entre 2013 e 2022. Nota-se não aconteceram defesas em 2017 e 2021, sendo que no primeiro o motivo foi casual e, no segundo, a Pandemia do novo coronavírus, SARS-CoV-2, que abalou o mundo e não poupou o Brasil de sucumbir mais de 700 mil vidas, por uma gestão que negligenciou, sobretudo, as vacinas contra a Covid-19.

Das treze defesas, seis (Nascimento, 2015; Pereira, 2019; Castilho, 2020; Figueiredo, 2020; Leite, 2022; Ferreira, 2022), foram com foco na Educação Estatística, uma (Castro, 2013), com tema sobre formas geométricas e educação inclusiva, duas

(Santos, 2018; Mello, 2018), de Educação Financeira, três (Campos, 2014; Salazar, 2015; Pérez, 2015), sobre função matemática e, por fim, uma (Tinoco, 2016), com foco no estudo da proporção sob a abordagem ecológica do saber (Rodrigues, 2009). Apesar da prevalência da Educação Estatística e da variedade de outros trabalhos, havia a Didática da Matemática como referência teórica e metodológica se não em todos, na grande maioria.

Para facilitar o acesso às produções, os *links* estão disponíveis no próprio Quadro 1.

Há também o registro dos Produtos Educacionais (PE) oriundos das pesquisas realizadas, tendo em vista que a produção de PE é uma condição *sino qua non* em Programas de Mestrado Profissional. Nessa perspectiva, há uma prevalência de sequências didáticas, mas a entrevista com Imenes rendeu uma publicação em uma revista. Além disso, *Estatística* foi uma produção voltada para Educação Estatística por meio de vídeos no *YouTube* e, também a planilha de *Excel*, um recurso voltado para Educação Financeira Escolar.

Entre as três, duas (Campos, 2014; Pérez, 2015) dissertações sobre função matemática tiveram, além da exponencial em comum, a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard (1999). Campos (2014) focou em questões de provas de larga escala, o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, nas questões mais contextualizadas sobre o tema e as comparou com questões de mesma natureza matemática em exames no estilo vestibular. Já Pérez (2015) utilizou TAD em tarefas que envolvessem função exponencial, analisou tal como Chevallard (1999) e propôs na noção de organização praxeológica matemática a praxeologia matemática (ou simplesmente organização matemática), como modelo básico para descrever o conhecimento matemático dos(as) estudantes do Ensino Médio. Já Salazar (2015) tratou seus estudos nas funções trigonométricas com o uso de ferramentas tecnológicas e, nesse caso, o *software GeoGebra*.

Tinoco (2016) resgata a abordagem ecológica do saber do trabalho de Rodrigues (2009), sobre o estudo da proporcionalidade em livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, que representassem as décadas 1980, 1990, 2000 e 2010, analisando as transformações que ocorreram sobre esse assunto. A pesquisa incluiu a

Transposição Didática de Chevallard (1991), que afirma que é “o trabalho que faz de um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino”.

Santos (2018) e Mello (2018) investigaram Educação Financeira Escolar de Silva e Powell (2013). A primeira remeteu sua pesquisa para um grupo da EJA e apresentou roteiros didáticos para que os(as) alunos(as) pudessem desenvolver habilidades que os permitissem gerir ou implementar seu próprio negócio informal (Santos, 2018). Já Mello (2018) se dedicou a produzir um orçamento familiar com alunos(as) do 3º ano do Ensino Médio e seu foco principal foi estimular o uso de planilhas de orçamento, para melhor planejar suas finanças. Ambas utilizaram a metodologia da Engenharia Didática (Artigue, 1988).

Os demais trabalhos Nascimento (2015), Pereira (2019), Castilho (2020) Figueiredo (2020), Leite (2022) e Ferreira (2022) tiveram como tema a Educação Estatística e utilizaram a Didática da Matemática como referencial teórico e metodológico. Apesar das peculiaridades existentes em cada pesquisa, pode-se dizer que uma problemática comum se instaurou entre eles: a leitura de mundo diante das diferentes formas que se faz presente as informações. Nos estudos a respeito das medidas de centralidade (Nascimento, 2015; Figueiredo, 2020); na produção de vídeos para abordar a dispersão de dados (Pereira, 2019); no desenvolvimento da literacia probabilística por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (Castilho, 2020); e, por fim, no estudo dos gráficos estatísticos por alunos da Educação Básica (Leite, 2022; Ferreira, 2022).

Segundo Batanero (2001), a Educação Estatística surge de diversas áreas de conhecimento e não apenas da Educação Matemática e, a partir da criação da *IASE (Sociedad Internacional de Educación Estadística)*, começou a se configurar como uma disciplina com identidade própria, até mesmo porque:

Mientras que los conceptos estadísticos son sencillos, desde un punto de vista matemático, existen numerosas dificultades de tipo filosófico ligadas a la interpretación de estos conceptos y su aplicación a situaciones prácticas. El profesor debe ser consciente de la pluralidad de significados atribuibles a conceptos como el de aleatoriedad o probabilidad y de las controversias existentes en torno a la inferencia estadística, puesto que las dificultades epistemológicas se reproducen con frecuencia en el aprendizaje de los alumnos. (Batanero, 2001, p.1)

Diante dessas limitações, há, portanto, um ramo vasto para investigação em Educação Estatística, atentando, sobretudo, para o pensamento, o raciocínio e a literacia estatística tal como Garfield e Ben-Zvi (2007 *apud* Rodrigues, 2009, p.76) sintetizam a distinção: “[...] apesar de pertencerem a uma mesma área, existe certa hierarquia que se constitui a partir da literacia como base para o raciocínio e o pensamento estatístico”.

E, além disso, eles sublinham que o raciocínio estatístico significa compreender, ser capaz de explicar processos estatísticos e interpretar os resultados, isto é, seria uma forma de como desencadear os modelos mentais que estão estruturados para cada situação. Já o pensamento seria a forma como irá estruturar a situação em si, o que inclui o como e o porquê usar, particularmente, um método, uma medida, um esboço ou modelo estatístico. E, por fim, a literacia constitui-se na união entre o raciocínio e o pensamento estatístico aliados ao fato de que o sujeito precisa de pensar, raciocinar criticamente para agir e, talvez, transformar a realidade concreta de seu entorno. (Rodrigues, 2009, p.76-77).

Assim, no estudo da Educação Estatística é delicado reduzi-la ao ensino da Estatística como um ramo da Matemática, já que deve levar em consideração os argumentos pautados por Batanero (2001), as dificuldades epistemológicas que podem se concentrar no ensino e na aprendizagem dos princípios estatísticos e probabilísticos.

Ainda sobre literacia estatística, Gal (2002) chama atenção que, para compreender e interpretar dados, é necessário que a pessoa se aproprie de habilidades específicas, tais como as de literacia, do conhecimento matemático e o conhecimento do contexto.

Há outros trabalhos concluídos em outros programas de Pós-Graduação, não menos importante, no nível de mestrado e que apresentarei no Quadro 2, tendo em vista que também fez parte de toda minha trajetória acadêmica nesse ambiente *Stricto Sensu*.

Quadro 2: Orientações e/ou coorientações concluídas

Orientados(as)	Título da Dissertação	Título do Produto Educacional	Instituição	Tipo	Ano
Odileia da Silva Rosa	Aspectos Motivacionais do Cálculo Diferencial e Integral	Perfil Motivacional e de Uso de Estratégias de Aprendizagem	Programa de Pós-Graduação <i>Stricto Sensu</i> Mestrado Profissional em Educação Matemática-	Orientação	2011

			Universidade Severino Sombra – Vassouras/RJ		
Jacqueline da Silva Gil	Uma Abordagem Lúdica para as Diferentes Representações do Número Racional	Boa matemática (mídia)	Programa de Pós-Graduação <i>Stricto Sensu</i> Mestrado Profissional em Educação Matemática-Universidade Severino Sombra – Vassouras/RJ	Coorientação	2012
Sônia Cristina da Cruz Mendes	Práticas Pedagógicas para o Ensino do Número Irrracional	Atividades para o Ensino dos Números Irracionais	Programa de Pós-Graduação <i>Stricto Sensu</i> Mestrado Profissional em Educação Matemática-Universidade Severino Sombra – Vassouras/RJ	Orientação	2012
Cláudia Valéria da Silva	Leitura e Interpretação de Gráficos e Tabelas: um estudo social de suas fragilidades e potencialidades com estudantes da Educação de Jovens e Adultos no Ensino Fundamental	Tratamento de Informação e Temas Políticos Sociais Encarte de Atividades	Programa de Pós-Graduação <i>Stricto Sensu</i> Mestrado Profissional em Educação Matemática-Universidade Severino Sombra – Vassouras/RJ	Orientação	2013
Adriana Maria Balena Tostes	Matemática Inclusiva, Situações Didáticas e Tecnologia: Um estudo de caso no Ensino Superior	Superação Superando as dificuldades trazidas pelo descontrole motor com aplicação de sequências didáticas	Programa de Pós-Graduação <i>Stricto Sensu</i> Mestrado Profissional em Educação Matemática-Universidade Severino Sombra – Vassouras/RJ	Coorientação	2013
Jaqueline de Almeida Pessoa Allegrini	Percepção Espacial por Crianças com Síndrome de Down: um estudo de caso	Jogos <i>online</i>	Programa de Pós-Graduação <i>Stricto Sensu</i> Mestrado	Orientação	2013

	etnográfico com jogos <i>online</i>		Profissional em Educação Matemática- Universidade Severino Sombra – Vassouras/RJ		
Denise Mansoldo Salazar	GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio	GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFJF	Coorientação	2015
Cleverson Vidal Esteves (<i>in memoriam</i>)	A Virtualização como Estratégia de Ensino: uma abordagem hipertextual no contexto algébrico	Caderno de Atividades Hipertextuais: O uso da virtualização na sala de aula de Matemática, no contexto algébrico do 7º ano do Ensino Fundamental	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Coorientação	2015
Andreia Sanches de Oliveira Araújo	A Construção do Conhecimento Geométrico à Luz da Teoria de Van Hiele		Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Orientação	2015
Fernando Carvalho Grimaldi	A Modelagem Matemática na Merenda Escolar nos Anos Finais do Ensino Fundamental	Modelagem Matemática no Ambiente Escolar: uma possibilidade de aprendizagem	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Coorientação	2015
Crystiano Robson de Souza Lima	A Afetividade no Ensino de Física: em busca de ações em prol da aprendizagem	Instrumento de Apoio Diagnóstico das Dificuldades Afetivas dos Estudantes de Turmas de Ensino Médio no Aprendizado de Física	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Orientação	2015
Gustavo de Oliveira Andrade	A Potencialidade dos Objetos de Aprendizagem no	Objeto de Aprendizagem: “Vem Aprender”	Mestrado Profissional em Ensino das	Orientação	2015

	Ensino da Matemática		Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ		
Jorge Dias Ferreira	Educação Matemática e Tecnologias: implicações do ensino na Educação Básica	Matemática na Educação Básica: algumas ferramentas tecnológicas para o ensino	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Orientação	2015
Michele de Souza Silveira	Políticas Públicas para a Garantia dos Direitos de Aprendizagem de Matemática	Publicação: PNAIC e sua Execução em Belford Roxo para a Garantia dos Direitos de Aprendizagem	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Coorientação	2015
Rosilane da Motta da Silva	Educar Financeiramente em Situações a- didáticas no município de São João do Mereti/RJDUARJ: algumas possibilidades	A Família Dez- Medida	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Coorientação	2015
Antonio Marco Campos Carrara	Educação Financeira: praticando o consumo consciente no Ensino Fundamental	Portal Caro da Educação Financeira (<i>site</i>)	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Orientação	2017
Bárbara Cristina Mathias dos Santos	Educação Financeira nas Trilhas da Inclusão no Ensino Fundamental I	Júlia e o Valor das Coisas: com dicas para os pais e responsáveis lerem juntos	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Orientação	2017
Cristiane Pereira dos Santos Couto	Pesquisas e Práticas Colaborativas na Formação Docente dos Professores de	Pesquisas e Práticas Colaborativas na Formação	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências da	Orientação	2017

	Matemática que Atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental	Docente dos Professores de Matemática que Atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental	Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ		
Luciana Troca Dantas	Educação Financeira e Consumo Consciente: tarefas didáticas nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Posso Comprar?	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Orientação	2017
Carlo Wanilo Maia	Aspectos da Transposição Didática no Estudo de Frações na Perspectiva da Participação Ativa	Roteiro Didático: Frações, uma Abordagem por Meio de Participação Ativa	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Orientação	2018
Carlos Magno Oliveira Muniz	Educação de Jovens e Adultos (EJA) e Saberes Matemáticos sob a Perspectiva da Educação Financeira Escolar	Sugestões de Tarefas de Educação Financeira para Educação Básica	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Orientação	2018
Romildo Almeida dos Santos	Educação Financeira: desafios de nosso tempo	Educação Financeira Escolar e Uso dos Recursos Naturais: conscientizar para preservar	Mestrado Profissional em Ensino das Ciências da Universidade do Grande Rio – Duque de Caxias-RJ	Orientação	2019

Fonte: Acervo próprio

De acordo com o Quadro 2, as produções foram potencialmente voltadas para a Educação Matemática na Educação Básica.

Vale destacar que a grande maioria deste rol de orientações foi fundamentada na Didática Francesa.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da análise dos projetos e grupos de pesquisa em Educação Matemática, fica evidente a importância da colaboração e do trabalho em equipe para impulsionar o avanço do conhecimento nessa área. Projetos como "Intervenções nas Aulas de Matemática" e "Educação Estatística" não apenas fornecem direcionamentos para estudos e pesquisas, mas também criam um ambiente propício para o desenvolvimento de novas ideias e abordagens no campo educacional.

A participação em grupos de pesquisa, como o NIDEEM, o GPMAEM e o Grupo de Estudos em Desenvolvimento e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica, passa a ser essencial para potencializar as investigações relacionadas ao ensino e à aprendizagem da Matemática, especialmente no contexto da Educação Básica.

Além disso, a abordagem da Didática Francesa na Educação Matemática destaca a importância das situações didáticas na construção do conhecimento pelos alunos, incentivando-os a agir como verdadeiros pesquisadores e a enfrentar os desafios de forma autônoma. Nesse sentido, os professores desempenham um papel fundamental ao criar e facilitar essas situações, proporcionando um ambiente propício para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

A Engenharia Didática, por sua vez, surge como uma metodologia que busca integrar teoria e prática no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, oferecendo um modelo para o desenvolvimento de atividades e experiências que promovam uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

Por fim, as pesquisas concluídas e em andamento refletem a diversidade de temas e abordagens na Educação Matemática, destacando a importância da colaboração entre teoria e prática, bem como entre os diversos campos do conhecimento, para promover a Educação Matemática de qualidade e relevante para os estudantes.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. Ag.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v.3.6, p. 62-77, UFSC, 2008.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308, 1988.

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Grupo de Investigación en Educación Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. Granada, 2001.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. São Paulo: Contraponto, 1996.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: SAIZ, C.P.I. (org.) **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Trad. Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 48-72.

BROUSSEAU, G. **Introdução à teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

CAMPOS, P. T. G. **A influência do cotidiano nas questões de função do Exame Nacional do Ensino Médio**. 93f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

CARNEIRO, V. C. G. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v.13 – n. 23, p.87-120, jan./jun. 2005**.

CASTILHO, C. R. **O Ensino de Probabilidade baseado em uma Sequência Didática para o Exercício de Literacia Probabilística**. 126f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.

CASTRO, M. A. **A construção e a desconstrução das ideias geométricas: intervenção no ensino e na aprendizagem na perspectiva da Matemática Inclusiva**. 105f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné**. Grénoble, France: La Pensée Sauvage, 1991

CHEVALLARD, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 19, nº 2, p. 221-266, 1.999.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar ou conhecer**. São Paulo: Ática, 1998.

FERREIRA, A. J. G. **O Pensamento Estatístico nos Anos Finais do Ensino Fundamental: o Desenvolvimento da Transnumeração e da Construção de Gráficos**. 163f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2022.

FIGUEIREDO, H. A. **Construção do Conhecimento de Medidas de Tendência Central com Alunos do Ensino Fundamental: Reflexões sobre uma Sequência Didática**. 91f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.

GAL, I. Adults' statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **Internacional Statistical Review**. 70(1), p. 1-25, 2002.

GALVÉZ, G. A didática da matemática. In PARRA, C.; SAIZ, I. (Orgs). **Didática da Matemática: Reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 27-35.

LEITE, V. D. **Implicações de um projeto sobre o lixo eletrônico na aprendizagem de objetos estatísticos: reflexão e crítica**. 226f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2022.

MELLO, C. N. **Educação Financeira Escolar e o uso de planilhas de Orçamento Familiar**. 118f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2018.

NASCIMENTO, S. G. **Situações Didáticas e Educação Estatística: uma proposta de aprendizagem no estudo de centralidade para o Ensino Médio**. 104f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.

PEREIRA, F. A. **A Educação Estatística e a Elaboração de Vídeos para a Promoção do Raciocínio sobre Variabilidade na Educação Básica**. 179f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.

PÉREZ, L. E. R. **Función Exponencial en el Aula: Praxeologías Matemáticas en Enseñanza Media**. 114f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.

RODRIGUES, C. K. **O Teorema Central do Limite: um estudo ecológico do saber e do didático**. 213f. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP. São Paulo, 2009.

SANTOS, L. R. A. **Financeira Escolar na EJA**: discutindo a organização orçamentária e a gestão de pequenos negócios informais. 70f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2018.

SILVA, A. M. S.; POWELL, A. B. Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. **Anais [...]** XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Paraná. Anais do XI ENEM. Paraná, Brasil: 2013, p. 1-17.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetiké** – FE/Unicamp – v. 21, n. 39 – jan/jun 2013.

TINOCO, D. C. R. **Uma Abordagem Ecológica Envolvendo Proporcionalidade na Educação Básica**. 155f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

CAPÍTULO 9

POR ONDE ANDA A MATEMÁTICA? DISCUSSÕES SOBRE A FORMAÇÃO DENTRO E FORA DA ESCOLA

Marco Antônio Escher

Foi a partir de setembro de 2010, quando do ingresso como professor da Universidade Federal de São João del Rei/MG, que pude ter contato com as iniciativas realizadas pelo corpo docente do Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFJF. Tanto a presença da professora Romélia Mara Alves Souto, que integrava o corpo docente do departamento de matemática da UFSJ na época e também do mestrado na UFJF, como também a proximidade profissional com vários integrantes do grupo, fizeram com que esse contato pudesse ser efetivo e promissor, do ponto de vista da possível contribuição ao grupo.

O curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática foi recomendado pela Capes em 24/07/2008, e iniciou suas atividades em 2009, completando neste ano 15 anos de existência, uma data que já podia ser considerada especial, mas que acrescenta ao fato o início em 2024 das atividades do Doutorado Profissional em Educação Matemática, tornando-se assim o único Programa de formação profissional docente na área no estado de Minas Gerais com as modalidades mestrado e doutorado.

Trazendo ainda um pouco da participação na história do programa, a partir de 2012 formou-se o que chamamos a primeira comissão para a discussão da implantação de um curso de doutorado, envolvendo professores de 3 instituições mineiras (UFSJ, UFSJ e UFOP). E agora podemos festejar seu início, 12 anos após, com as contribuições de todas as pessoas envolvidas nesse processo, na formulação documental para a Capes e na estruturação de seu modelo. Por não ter sido um processo fácil, os detalhes da trajetória do programa devem fazer parte de outro texto em artigo futuro de imensa importância para a área e resgate de sua memória.

A partir de 2014 inicio minha trajetória como professor do curso de mestrado aqui evidenciado, e a partir desta data, a oportunidade de trazer aos alunos e orientandos um pouco da experiência adquirida nestes anos de formação pessoal e trabalho na área de Educação Matemática. E como o próprio tema deste artigo nos traz, gostaria de resgatar um pouco mais dessa formação pessoal, acreditando que foi grande parte devido às possibilidades de contato com obras e pessoas que impulsionaram as ideias presentes até aqui e outros objetivos que virão.

1. DE INÍCIO É QUE SE COMEÇA...

Acreditando no potencial da leitura, trago aqui dois livros fundamentais para minha formação. Um deles, Caraça (1986), cujo título “Conceitos fundamentais da matemática” e o outro, de Dantzig (1967) intitulado “Número: A Linguagem da Ciência”, que abriu uma nova maneira de pensar. Em Dantzig (1967) encontramos o trecho relatando que

Certa vez um urubu fez um ninho na torre da capela de uma fazenda. O fazendeiro resolveu matá-lo. Mas toda vez que entrava na torre, o urubu voava até uma árvore distante e de lá, com a sua vista de grande alcance, esperava até o homem sair da torre, quando voltava para o ninho. O fazendeiro resolveu, então, entrar com um empregado, permanecendo lá dentro e mandando o empregado sair. O urubu, porém, não se deixou enganar: ficou na árvore e só voltou quando o fazendeiro saiu da torre. O homem não desistiu e entrou com dois empregados na torre, ficando lá novamente, enquanto os dois saíam. Ainda não foi dessa vez que o urubu caiu na armadilha, esperando a saída do fazendeiro. E assim, repetidamente, o patrão tentou a manobra com três, quatro empregados sem conseguir nada. Só quando entrou com cinco, o urubu voltou ao ninho, ao ver sair o quarto empregado. O seu 'senso numérico' só ia até quatro, e, por não saber contar mais que isso, acabou caindo na armadilha (DANTZIG, 1967, p.200-201).

Embora o livro lido tivesse como objetivo a discussão de conceitos teóricos da matemática, e que mesmo por parecerem simples carregavam consigo outras áreas do conhecimento, como a Filosofia por exemplo, naquele momento, o que me despertou foi ler, quase que pela primeira vez, uma história ilustrando um processo de contagem, processo esse que não relacionava humanos, mas sim animais, urubus precisamente. Imaginei aquilo acontecendo, e reproduzi a cena várias vezes em minha mente, e me indagava se era verdade.

O tempo passou, outras leituras vieram, e o contato com os professores e alunos do Programa de pós Graduação em Educação Matemática na UNESP, campus de Rio Claro, fez com que sentisse à vontade em discutir se o que eu vivenciei na escola básica, ali chamado de ETV - Ensino Tradicional Vigente (BALDINO, 1987) fizesse sentido.

Mais tarde pude conhecer e me debruçar sobre a Pesquisa-ação (THIOLENT, 1994) durante o curso de mestrado, onde pude entrelaçar temas relacionados a Educação Matemática e Educação Ambiental, sob a orientação do professor doutor Antônio Carlos Carrera de Souza (UNESP/Rio Claro), resultando no trabalho intitulado “Educação Matemática e Qualidade de Vida: a prática da cidadania na escola” (ESCHER, 1999).

E finalmente, depois de uma trajetória profissional que, embora em seu início, propiciou o contato com todos os níveis de ensino, em escolas e faculdades particulares e públicas de vários estados, pude conhecer um pouco mais sobre o Paradigma Indiciário de Ginzburg (2007), que oferece uma abordagem valiosa para entender como as práticas da matemática escolar, do professor, dos alunos, deixam pistas por onde percorrem, incluindo aqueles espaços que não são considerados formais de aprendizagem. Ginzburg (2007) propõe um enfoque que destaca a importância de observar "rastros" ou indícios que indicam a presença e a relevância do que se pretende investigar. Por que não explorar essa perspectiva em relação à matemática escolar.

A abordagem indiciária permite que o pesquisador identifique pistas sobre as relações entre as práticas desenvolvidas em sala de aula, e as hipóteses, ideias, pensamentos verbalizados e outras maneiras de que os alunos se permitem expressar frente a estas situações. Como diz Ginzburg (2007), a “relação entre o fio – o fio do relato, que ajuda a nos orientarmos no labirinto da realidade – e os rastros”.

Pudemos então percorrer esse caminho ao desenvolver, juntamente com a professora Rosana Giaretta Sguerra Miskulin (UNESP) a pesquisa intitulada “Dimensões Teórico-Methodológicas do Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas históricas e de ensino e aprendizagem” (ESCHER, 2011).

Nesse sentido, o que fazemos em nossa pesquisa é propor um “método interpretativo centrado sobre os resíduos, sobre os dados marginais, considerados reveladores” (GINZBURG, 1989, p. 149), já que a impossibilidade do refazer a

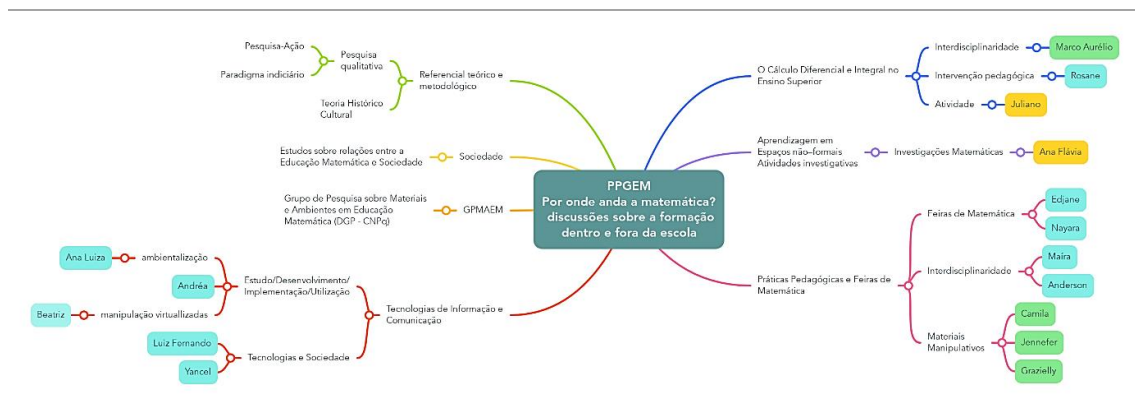
experiência e a complexidade dos dados nos direcionam a analisar e interpretar os dados do ponto de vista qualitativo (BICUDO, 2004).

2. ORIENTAÇÕES DE PESQUISAS REALIZADAS OU EM ANDAMENTO

Continuando nosso caminho pelos rastros e indícios (Ginzburg, 2007) de “por onde anda a matemática”, vamos resumir aqui como essas pesquisas se orientaram e se orientam nesses anos de estudos sobre relações entre a Educação Matemática e os temas trazidos pelos orientandos.

Ao longo desses onze anos, enfrentando uma pandemia que durou dois anos, e que fez com que a sociedade como um todo alterasse seus modos de lidar com o seu dia, seu trabalho e o outro, pudemos ter o contato com professores recém formados e professores que buscavam uma formação continuada junto ao Mestrado Profissional em Educação Matemática. Essa situação, com certeza, repercutiu também nos modos de fazer a pesquisa e também nos prazos de conclusão. Um quadro resumo nos dá um panorama.

Figura 1: Entrelaçamento de teoria e prática em Educação Matemática



Fonte: O autor

O gráfico acima mostra como as pesquisas se orientaram, trazendo como pano de fundo sete temas como “o Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior”, “a aprendizagem em espaços não-formais”, “práticas pedagógicas e Feiras de Matemática”, evidenciando, além da concepção das feiras, temas como

“interdisciplinaridade” e “materiais manipuláveis”, e as “Tecnologias da Informação e Comunicação”, e as relações com a “sociedade”.

Mesmo que no início não estivesse bem claro para qual direção seguir, procuramos focar as pesquisas e materiais, conteúdos e locais onde se pudesse buscar pistas e rastros de como se dava a aprendizagem em matemática, como nosso principal objetivo.

Para exemplificar e ainda mostrar um pouco dessas pesquisas, traremos um recorte de cada uma delas, tecendo essa relação que traz como linha principal, a relação entre o ensino e a aprendizagem da matemática, tanto na escola básica como no ensino superior.

Com o tema Tecnologias de Informação e Comunicação (ou como muitos autores chamam de Novas Tecnologias de Informação e Comunicação) e o uso de Laboratórios, trazemos cinco pesquisas desenvolvidas. Três delas focam no estudo, desenvolvimento, implementação e utilização dos meios tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Com o título “A utilização do Laboratório de Educação Matemática na escola: experiências com professores que ensinam matemática”, a autora Ana Luiza de Araujo Ribeiro trouxe os resultados que as experiências compartilhadas com os professores e gestores durante um curso de extensão permitindo “perceber de que forma se dá a relação laboratório-escola, com suas “vozes” que revelaram muitas motivações que infelizmente foram inibidas pelos contratempos encontrados”. Segunda a autora é “essencial retomar de que forma o termo ambientalização foi definido na pesquisa” cujo termo que toma lugar de destaque, “nomeia uma proposta para a escola básica, caracterizando a implementação de um ambiente (Laboratório de Educação Matemática) em que o processo de ensino e aprendizagem de matemática é repensado - sugerindo ações que aconteçam para além da simples modificação da sala de aula” (RIBEIRO, 2019), e frisando que, “nesse espaço o aluno deve se sentir peça fundamental na construção de seu conhecimento matemático” (RIBEIRO, 2019).

A pesquisa gerou também como fruto um produto Educacional intitulado “Atividades com materiais manipuláveis e curso de formação continuada sobre o Laboratório de Educação Matemática”, ambos disponíveis na rede internet.

Também com discussões semelhantes, mas abrindo uma vertente para estudo, desenvolvimento, implementação e utilização dos meios tecnológicos na implantação de um laboratório virtual, Beatriz Oliveira dos Santos nos lançou a pergunta diretriz, que consistia em responder “como o Laboratório Virtual de Pesquisa em Educação Matemática (LaPEM-v) pode contribuir com a formação continuada de professores que ensinam Matemática”. Essa questão inspirou o objetivo da pesquisa, que foi identificar as contribuições de um laboratório virtual para a formação continuada de professores. Segunda a autora, a “manipulação virtual modifica a interação entre pessoa e materiais, remetendo à “penetrabilidade dos efeitos das novas tecnologias” (CASTELLS, 1999, p. 78). Acrescenta ainda que “as relações entre alunos e entre alunos e professor são modificadas quando os materiais virtuais fazem parte do processo de ensino e aprendizagem, dependendo do planejamento do professor e perfil da turma”. Pode então verificar que “a tecnologia, presente no dia a dia dos alunos e professores, permite a criação de novas maneiras de interagir, de realizar tarefas, de propor exercícios, e até mesmo de avaliar” (SANTOS, 2020).

A pesquisa, de caráter qualitativo, analisou a participação de 24 professores em um curso de extensão oferecido na modalidade online. Os participantes fizeram leituras de textos, discutiram sobre alguns temas, compartilharam experiências e manipularam os materiais virtuais durante cinco encontros (síncronos e assíncronos). Observando e analisando questionários, fóruns, salas de discussão e relatos de experiência, percebe-se que os professores se interessam em participar de cursos de formação continuada para aprimorar a sua prática pedagógica e obter experiência com instrumentos que favorecem o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, ou seja, os professores buscam instrumentos que possibilitem um processo em que o aluno desenvolva o pensamento científico, crítico e criativo

Neste processo de investigação, nota-se que o laboratório virtual é um espaço que permite aos professores momentos de reflexão, experiências com materiais manipuláveis e também compartilhamento de experiências e opiniões com outros professores. A pesquisa originou também um Produto Educacional, em forma de revista eletrônica, intitulado “O LaPEM-v (Laboratório Virtual de Pesquisa em Educação Matemática): Apresentação e dicas de utilização no processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática”.

Finalizando este subtema, Andrea Aparecida Vieira realizou a pesquisa intitulada “Tecnologias utilizadas na formação de professores nas disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico na Universidade Federal de Juiz de Fora entre 1980 e 2010: enfoque histórico e epistemológico”, que teve por objetivo estudar, do ponto de vista histórico e epistemológico, a presença das Tecnologias na trajetória das disciplinas de Geometria e de Desenho Geométrico integrantes da formação de professores que lecionam Matemática. O período da investigação, 1980 a 2010, teve influência do Movimento da Matemática Moderna (ocorrido no Brasil nas décadas de 1960 e 1970) que marcou não só a formação dos professores, mas a forma como as disciplinas de Geometria e de Desenho Geométrico se delinearam ao longo do tempo.

Além disso, segundo a autora, o movimento influenciou as determinações oficiais e as práticas nos cursos de formação, seja dos professores para os anos iniciais, seja dos professores específicos para a disciplina de Matemática. A metodologia escolhida para esta pesquisa de forma a contribuir na proposta deste projeto seguiu os preceitos de Bogdan e Biklen (1998) em uma pesquisa qualitativa ao proceder no estudo de softwares e outras tecnologias que foram utilizadas no ensino dessas disciplinas no decorrer do período de investigação e entrevistas com professores que já lecionaram essas disciplinas no período em questão. Na pesquisa foi utilizado o enfoque histórico epistemológico na pesquisa em documentos, livros e ementas de modo a encontrar vestígios da utilização das tecnologias nas disciplinas Geometria e Desenho Geométrico.

A pesquisa concluiu que a abordagem de “utilização das tecnologias educacionais tem se tornado cada vez mais frequente no decorrer do tempo, porém, há uma certa insegurança por parte de alguns professores em utilizar meios tecnológicos com seus alunos. E através de análise de ementas e livros nota-se que nem sempre a utilização de tecnologias fica evidente” (VIEIRA, 2017).

Fruto deste trabalho, a autora produziu também o Produto Educacional intitulado “Construções geométricas utilizando régua e compasso e software Geogebra”.

Ainda envolvendo o tema Tecnologias, relacionando agora com aspectos sociológicos, Luiz Fernando Rodrigues Pires produziu a dissertação intitulada “As Influências das Tecnologias da Informação e Comunicação nas Estratégias de Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral”, cujo objetivo foi analisar “quais as

influências das Tecnologias da Informação e Comunicação nas Estratégias de Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral”, tendo como foco buscar compreender a relação entre homem e máquina durante a prática educacional de professores e estudantes de Cálculo.

Para isso, o autor partiu da hipótese de que as ocorrências dessas relações possam estar sendo ocasionadas pela disseminação e apropriação das tecnologias digitais perante a sociedade. Nesse âmbito, evidencia-se um aprimoramento da forma de realizar operações matemáticas por meio dos aplicativos instalados nos aparelhos móveis. Para compreensão deste questionamento a pesquisa utilizou-se de dois cenários de investigação como procedimentos metodológicos, sendo um formado por entrevistas semiestruturadas com seis professores de Cálculo, com intuito de investigar o que esses professores sabem, pensam e acham sobre sua prática e a técnica de realizar operações matemáticas por meio das influências das TIC. E outro para análise das influências das TIC nas estratégias de aprendizagem dos estudantes, por meio de um questionário on-line. Mediante aos procedimentos e as análises das entrevistas e do questionário, os resultados mostram que foi possível verificar o reconhecimento desses novos instrumentos em meio às estratégias de aprendizagem dos estudantes, mas fora das estratégias dos professores, confirmando que a influência da técnica exposta poderá ou talvez já possa estar sendo mais uma problemática para o ensino e aprendizagem da matemática.

A pesquisa resultou na afirmação de que a transferência do esforço material e mental para as máquinas retrata, segundo Pires (2016), “uma situação auspiciosa e tem em princípio o valor de libertação ao homem requisitando, neste momento, estudos e pesquisas para que professores possam conhecer e saberem como trabalhar com essas máquinas de calcular para o processo de ensino e aprendizagem, de modo a gerar aprendizagens significativas além das atividades procedimentais do somente calcular”. Seu produto educacional “As Influências dos Aplicativos em Listas de exercícios de Cálculo Diferencial e Integral”, mostra especificamente o uso desses novos aplicativos na resolução de listas de exercícios.

Também nesta linha, Yancel Orlando Soto Hernández, colombiano que pôde estar conosco pelo oferecimento de bolsa pelo convênio OEA/UFJF, fez a pesquisa intitulada “Manipulações Virtualizadas na Compreensão do Conceito de Função Linear:

Uma Experiência com Estudantes do Ensino Fundamental”. Segundo Hernandez (2024), “destaca-se nesta pesquisa, abrangência de ideias em relação ao estudo e manipulação de instrumentos em espaços digitais por meio da construção de determinadas situações da matemática que levem para uma turma de estudantes de ensino fundamental à provocação, discussão e compreensão do conceito de função linear com interações e entendimentos da tecnologia em diversos ambientes virtualizados”. Sendo assim, no decorrer da pesquisa, procurou-se apresentar revisões bibliográficas sobre percepções para o entendimento do conceito de função linear na matemática, manipulações dos recursos digitais, uso da tecnologia com materiais e uso das representações no âmbito da Educação Matemática (EM). O objetivo desta pesquisa foi analisar o emprego de manipulações virtualizadas, uso da linguagem algébrica e representações simbólicas com aplicativos digitais em uma turma de estudantes de oitavo ano, com vistas à compreensão do conceito de função linear.

O Produto Educacional, intitulado “Manipulaciones Virtuales para la Comprensión de la Función Lineal” foi elaborado a propósito de uma possível contribuição final aos professores para seu trabalho em sala de aula, voltado para as noções da função linear com manipulações virtualizadas apoiadas em recursos digitais seguindo uma metodologia qualitativa, organizada dentro da estrutura a seguir: formulações iniciais, aplicação de situações, categorização da informação e conclusão das execuções levantadas.

Segundo o autor, algumas das principais ideias da pesquisa têm relação com a elaboração de uma testagem inicial com um diagnóstico para a função linear, auxiliado de elementos tecnológicos com um Produto Educacional focado em atividades disponibilizadas e organizadas para serem aproveitadas com diversidade de aplicativos e recursos digitais. As conclusões desta escrita visam identificar a relevância das concepções elaboradas na revisão bibliográfica com apreciações preliminares que serão fonte para classificação e melhoramento das manipulações e dinâmica com material digital em sala de aula e espaços síncronos ou assíncronos utilizando entornos tecnológicos.

Percorrendo um pouco mais o fio que une nossas pesquisas, iniciamos o grupo que investiga Práticas Pedagógicas no ensino Básico e as Feiras de Matemática. O MFM

– Movimento das Feiras de Matemática é um movimento nacional, iniciado em Blumenau, na FURBS.

Segundo Assunção (2018), “a ideia da Feira de Matemática surgiu das primeiras propostas instigadas por diversas críticas e questões em relação ao ensino e à aprendizagem de matemática, em particular na Educação Básica, e das realizações do Grupo de Estudos e Aperfeiçoamento Docente Multidisciplinar (GEAD), do Departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB), entre os anos de 1983 e 1985”. E esse movimento tem ganhado força nacionalmente pela profundidade de sua proposta.

Conheci os detalhes desse movimento visitando uma Feira Nacional em Salvador, e a partir daí, me integrei ao grupo e tenho incentivado as pesquisas nessa área. Iniciamos então com a pesquisa de Edjane Mota Assunção, intitulada “Grupo de Professores em um Projeto de Feiras de Matemática: contribuições para a prática docente” (ASSUNÇÃO, 2018).

A pesquisa tem como escopo a pergunta diretriz “Como é o envolvimento de um grupo de professores de matemática em um projeto de Feiras de Matemática e como eles atuam nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio?”, e objetivo geral, investigar como esse grupo se envolve no projeto de Feiras de Matemática, bem como discutir o modo como atuam em sua prática docente. A investigação, de cunho qualitativo, foi desenvolvida utilizando-se de observações, questionários e entrevistas com o grupo de professores que, juntamente com seus alunos, realizaram as Feiras nas suas respectivas escolas das redes municipal e estadual da cidade de Juiz de Fora (MG). O instrumento de análise e interpretação dos dados aconteceu a partir do processo da Pesquisa-ação, numa abordagem da pesquisa qualitativa, quando vivenciei toda a realização das Feiras como pesquisadora e como professora. A fase de formação do grupo de pesquisa-ação concretizou-se com a parceria entre a Universidade Federal de Juiz de Fora e a Secretaria Estadual de Educação de Minas Gerais. Nessa perspectiva, perpassa este estudo os seguintes objetivos específicos: investigar a participação dos professores ao desenvolverem uma proposta de Feiras de Matemática como ferramenta de trabalho compartilhado; identificar até que ponto as Feiras de Matemática contribuem para o desenvolvimento do conhecimento matemático, como a prática docente é organizada e como são suas estratégias pedagógicas; apresentar as

concepções de Feiras de Matemática; compreender as expectativas que as Feiras de Matemática podem provocar nos alunos e nos professores acerca do ensino/aprendizagem da matemática, numa vertente de Educação Matemática. Após a análise dos dados, segundo a autora, “verificamos que os professores perceberam não só o significado em realizar a Feira, mas também o efeito positivo de suas atividades nas aulas de matemática. Temos indícios de que os professores que se propuseram a realizar as Feiras envolveram-se e interagiram com os alunos, demonstrando-se motivados e dispostos na construção conjunta dos trabalhos, em sala de aula” (ASSUNÇÃO, 2018).

A pesquisa originou num Produto Educacional intitulado “Manual Básico: Como organizar uma Feira de Matemática”, e tem servido a muitos professores que querem iniciar nesta prática educativa.

A outra pesquisa, intitulada “Uma Investigação sobre Processos de Aprendizagem Observados em Alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental Participantes das Feiras Nacionais de Matemática” foi produzida por Nayara de Oliveira Costa, e teve como objetivo investigar os processos de aprendizagem em alunos participantes das Feiras Nacionais de Matemática. Para dar prosseguimento, foi utilizado a metodologia de pesquisa qualitativa, buscando compreender os processos da participação dos sujeitos nas Feiras de Matemática. Para isso, realizamos uma pesquisa bibliográfica de outras Teses, Dissertações, Boletins e Artigos que discutem sobre as Feiras de Matemática e suas contribuições em diversas vertentes, como a realização e organização das Feiras, a formação continuada do professor, a aprendizagem e inclusão dos alunos. Além disso, segundo a autora, “investigamos os Anais das Feiras Nacionais de Matemática com o objetivo de obter informações sobre os trabalhos já realizados e os participantes. No intuito de buscar informações sobre as experiências dos alunos expositores e professores orientadores, utilizamos dois questionários virtuais e algumas entrevistas com os participantes, para compreender as influências de sua participação das Feiras em sua formação social, cultural e humana. Por meio desses relatos percebemos aspectos no desenvolvimento dos conceitos matemáticos e na aprendizagem. Observamos nos relatos dos alunos que durante o processo e apresentação dos trabalhos, mesmo que parcialmente, desenvolveram algumas características como a comunicação, autonomia e a criatividade. Além de observar a

importância da Matemática no cotidiano e em outras áreas do conhecimento, contribuindo para a relação desse aluno com a Matemática Escolar” (COSTA, 2021).

A pesquisa resultou também no Produto Educacional intitulado “Atividades com materiais e temas que foram desenvolvidos por alunos expositores das Feiras Nacionais de Matemática”, servindo de exemplos a outros professores para iniciar na participação desse tipo de evento/prática.

No contexto das práticas em sala de aula, mas também presente em outras, a preocupação na prática Interdisciplinar foi tema da pesquisa de Máira Blanco Martinez Forcato. Sua pesquisa intitulada “Interdisciplinaridade e Contextualização: uma investigação da própria prática nas aulas de matemática a partir de uma sequência de atividades nos anos finais do Ensino Fundamental” fez uma investigação da própria prática sobre a aplicação de uma sequência de atividades em uma turma de 9º ano do ensino fundamental no município de Paraíba do Sul – RJ. Segundo a autora, o referencial teórico adotado para o embasamento da construção da sequência de atividades respalda-se nas questões sobre interdisciplinaridade e contextualização. O trabalho “pauta-se na abordagem qualitativa, se apoiando juntamente na investigação da própria prática. Dessa forma, definiu-se como objetivo geral da pesquisa, analisar como se caracteriza o envolvimento de estudantes do 9º ano de escolaridade com uma sequência de atividades interdisciplinar e contextualizada, e a pergunta diretriz: “Como se dá o envolvimento dos discentes diante de uma sequência de atividades contextualizada e interdisciplinar?”. A partir dos dados obtidos, foi estabelecido no estudo duas categorias de análise: (1) atitude diante do conhecimento; e (2) reflexão e percepção” (FORCATO, 2022).

Como resultados obtidos com a pesquisa, na primeira categoria, “atitude diante do conhecimento”, concluiu-se que “o envolvimento dos discentes nas aulas de matemática e nas atividades aumentou de forma significativa com a aplicação da sequência, onde eles conseguiram fazer relações com o contexto no qual estão inseridos e refletir sobre o mesmo” (FORCATO, 2022). Na segunda categoria, “reflexão e percepção”, concluiu-se que “a partir dos diálogos e do compartilhamento de informações apresentadas nas aulas, os alunos se tornam agentes ativos do contexto a que pertencem, compreendendo, assim, o papel que ocupam na sociedade, sendo capazes de fazer parte da transformação da própria realidade” (FORCATO, 2022).

A pesquisa resultou na elaboração de um Produto Educacional com uma bela apresentação, intitulado “Ensino e aprendizagem em matemática uma sequência de atividades com o tema consumo de energia do chuveiro elétrico”, se mostrando uma possibilidade real de trabalho interdisciplinar dentro da sala de aula.

Também neste tema, nosso querido professor Anderson da Silva Moura, que nos deixou com tão pouca idade, e com muita energia em tudo o que realizava, produziu a dissertação intitulada “Matemática na Escola: Prática Interdisciplinar Apoiada pela Teoria da Atividade”, construída utilizando a Interdisciplinaridade entre Matemática e Física, com enfoque na Educação Matemática. Utilizou os preceitos da pesquisa qualitativa, mais precisamente seguindo os moldes da Pesquisa-ação (THIOLLENT, 1994), juntamente com a base teórica da Teoria da Atividade (LEONTIEV, 1978). Durante a pesquisa, segundo o autor, desenvolveu “um meio de trabalhar conceitos de Matemática e Física num mesmo momento, com o foco na aprendizagem dos alunos aliado à abordagem de um problema social, que é exigido pela Pesquisa-ação e também pela Teoria da Atividade. A pesquisa foi aplicada em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio e os conceitos trabalhados com os alunos foram de Energia e Função. Durante a pesquisa foi realizada visita a uma usina de geração de energia elétrica, que opera no modelo de PCH (Pequena Central Hidrelétrica), no município de Lima Duarte/MG, e utilizando atividades com as contas de luz dos próprios alunos, como complemento às atividades sobre os conteúdos” (MOURA, 2016). A pesquisa teve como objetivo trabalhar conceitos escolares associados à realidade do aluno e obtemos conclusões positivas da pesquisa, e tivemos aceitação por parte da turma.

Assim observamos os alunos desenvolvendo conceitos importantes para seu desenvolvimento como cidadãos. A pesquisa resultou no Produto Educacional intitulado “Uma Prática para a Sala de Aula com Conceitos de Matemática e Física com Enfoque Social”.

Percorrendo outros caminhos, temos três pesquisas em andamento com o tema Utilização de Jogos e Materiais Manipuláveis.

A primeira sendo preparada por Camila Medeiros Guimarães, com título provisório “Um estudo sobre a utilização de planos de ação enquanto encaminhamento metodológico para a utilização de jogos nas aulas de matemática, aborda as dificuldades de utilização dos jogos voltados para o ensino e a aprendizagem da matemática por

parte dos professores que ensinam a disciplina, trazendo os planos de ação enquanto material de apoio para o uso dos jogos. A partir do problema de questão “qual é o papel do plano de ação enquanto encaminhamento metodológico para a utilização de jogos no processo de ensino e aprendizagem de matemática?”, almeja-se investigar as possíveis contribuições do “plano de ação” como um material de apoio para a realização de atividades com jogos voltados para o processo de ensino e aprendizagem de matemática, perpassando por momentos de elaboração de aspectos importantes de um plano de ação. Para tanto, a partir do referencial teórico adotado, foram traçados procedimentos metodológicos como a elaboração de um minicurso e um questionário online a serem realizados com professores que ensinam matemática, a fim de coletar dados que nortearão a pesquisa.

A segunda, de Jennefer da Costa Condak Monteiro tem título provisório “O uso de materiais manipulativos em aulas investigativas: uma experiência nos anos finais do Ensino Fundamental”, cuja pesquisa enfatiza o desdobramento de novas perspectivas para o ensino da matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. A pergunta diretriz foca em saber “Qual a importância expressa por alunos na utilização de materiais manipulativos em aulas de Matemática, com atividades investigativas?” Desta forma, a presente pesquisa tem como objetivo identificar e analisar as contribuições dos materiais manipulativos em aulas investigativas da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, sob o referencial teórico da teoria Vygotskyana (VYGOTSKY, 1997, 1999).

Por último, ainda neste tema, temos a pesquisa em andamento de Grazielly Oliveira Ferreira, cujo título provisório “Concepções de Professores sobre Frações utilizando manipulações com o Origami”, que justifica que essa preocupação se deu inicialmente a partir da necessidade de exibir e compreender os benefícios do origami na aprendizagem de matemática. Um dos objetivos será mostrar a utilização do origami no ensino de frações, como um conteúdo que não se limita apenas à geometria. O público-alvo para a construção desta pesquisa será com a participação de professores da rede municipal no ensino fundamental II e estudantes do curso de graduação em Matemática, acreditando que contribuam na prática em sala de aula por meio de caminhos que serão fornecidos pela pesquisa para a multiplicação. O produto

educacional deverá também levar a pesquisa para a sala de aula antes de concluí-la com o público-alvo, para articular teoria e prática.

Finalizando nossa trajetória pelas pesquisas em finalizadas, nos deparamos com as práticas historicamente desenvolvidas nos processos de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, preocupação impulsionada pelo tema pesquisa durante nosso doutoramento. Como uma consequência desta, Rosane Cordeiro Rafael desenvolveu a pesquisa intitulada “Cálculo Diferencial e Integral: um estudo sobre estratégias para redução do percentual de não aprovação”, na qual investigou as intervenções metodológicas realizadas por universidades públicas e privadas no que se refere a estratégias para reduzir o percentual de não aprovação, isto é, reprovados e evadidos na disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Para tanto, consta nesta investigação e exposição dos principais fatores apresentados por professores, alunos e pesquisadores de matemática, mais especificamente, de Cálculo Diferencial e Integral que influenciam no baixo rendimento na disciplina.

Segundo a autora, constatados os fatores elencados anteriormente, o trabalho relacionou “as intervenções metodológicas realizadas pelas instituições para reduzir os índices de não aprovação em Cálculo Diferencial e Integral e seus desdobramentos no decorrer do curso. Por meio da pesquisa qualitativa, foram coletados e analisados os dados das secretarias universitárias, além de um questionário aplicado para professores e alunos da disciplina em questão” (RAFAEL, 2017).

Como resultados em virtude da pesquisa realizada, constatou-se que “nas universidades privadas, os percentuais de não aprovação na disciplina em questão, apesar de serem elevados, demonstram ser relativamente menores do que os apresentados pelas instituições públicas. Além disso, o volume de intervenções propostas pelas instituições privadas foi maior que o apresentado pelas instituições públicas, fator que pode ter contribuído para essa diferença. Outro ponto que os resultados mostraram encontra-se no fato de as intervenções realizadas pelas instituições serem consideradas por grande parte dos professores e alunos entrevistados como incapazes de resolver o problema de compreensão do conteúdo. Apesar dos resultados mostrarem a redução no percentual de não aprovação, a pesquisa não conseguiu constatar significativa melhora na aprendizagem, podendo considerar assim, como paliativas as intervenções realizadas” (RAFAEL, 2017).

Fruto do desenvolvimento da pesquisa, a autora desenvolveu um Produto Educacional intitulado “As estratégias adotadas por universidades para reduzir a problemática de não - aprovação em Cálculo Diferencial e Integral”.

Neste mesmo tema inserimos a pesquisa de Luiz Fernando Rodrigues Pires, já trazida neste capítulo nas páginas anteriores.

Finalmente, trazemos a pesquisa em andamento de Marco Aurélio dos Santos Silva, cujo título provisório “Ensino e aprendizagem de Cálculo através da resolução de problemas: em cursos de outras áreas do conhecimento” pretende trazer a Resolução de Problemas como uma importante ferramenta para o professor despertar maior interesse dos alunos para o estudo de conteúdos da Matemática. Para tanto, foi escolhido uma aplicação do Cálculo Diferencial e Integral na área da Ciências da Saúde, através do estudo da ramificação de vias sanguíneas. Ao longo do trabalho será apresentado uma proposta-roteiro para auxiliar professores de Matemática na elaboração de problemas que estimulem o estudo de alunos ao Cálculo Diferencial e Integral. Através de uma pesquisa bibliográfica será possível organizar informações necessárias à elaboração do problema impulsionador.

3. NOVOS PASSOS

Em 2024 teremos o início de duas pesquisas. A primeira, de Ana Flávia Amaral Silva, fazendo uma junção em duas linhas importantes, relacionando a Aprendizagem em Espaços não-formais e as Atividades Investigativas (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA, 2005). A segunda, com Juliano Cezar Ferreira, cujo projeto de doutorado versará sobre a linha de estudo sobre o Cálculo Diferencial e Integral e o uso de tecnologia, cujo título inicial se coloca como “Um Curso de Cálculo Diferencial para Licenciatura em Matemática: Inovações Curriculares e Seus Reflexos no Exercício da Prática Docente”, questionando a existência de outros material como base para o ensino e aprendizagem deste conteúdo, voltados especificamente para os cursos de formação de professores de matemática.

4. FINALIZANDO ESTA CONVERSA, E CONVIDANDO PARA OUTRAS

Segundo o Paradigma Indiciário, e parafraseando Carlo Ginzburg, um mesmo fio conecta e vai desenhando o caminho das pesquisas aqui mostradas. Os sete temas apresentados mostram um caminho de pesquisa que passa pelo Cálculo, Espaços não-formais, Práticas pedagógicas, Interdisciplinaridade, Materiais Manipuláveis, Tecnologias e Sociedade, buscando sempre contribuir com as pesquisas na área de Educação Matemática.

A complexidade do processo educativo quando pesquisado nesta área revela que ele é multifacetado e requer uma abordagem holística que leve em consideração aspectos cognitivos, pedagógicos, tecnológicos, culturais e sociais para promover uma aprendizagem significativa e duradoura. Esperamos com este texto que outras pessoas possam instigar e continuar a pesquisar esses temas, e mais ainda, que não se limitem a reproduzir práticas, mas que as questionem, reflitam, e coloquem em prática o fruto de suas pesquisas.

Assim como que nossos textos estejam disponíveis para que a sociedade possa experimentar de nossas vivências, socializando assim o conhecimento adquirido.

Deixo aqui um agradecimento especial aos orientandos e às orientandas que compartilharam e compartilham essa trajetória, membros do GPMAEM, assim como ao corpo docente do PPGEM, pela luta incansável na criação e manutenção deste programa. Vida longa ao Doutorado Profissional em Educação Matemática – UFJF!

REFERÊNCIAS

- ASSUNÇÃO, E. M. **Grupo de professores em um projeto de Feiras de Matemática: Contribuições para a prática docente**. Juiz de Fora, 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora
- BALDINO, R. R. Normas da Assimilação Solidária. **Boletim do Centro de Ciências da FAPERJ**, 1987.
- BICUDO, M.A.V. (organizadora). **Pesquisa em Educação Matemática: Pesquisa em movimento**. São Paulo: Ed. CORTEZ, 2004.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Qualitative Research for Education: an Introduction for Theory and Methods**. 3. ed. Boston: Allyn and Bacon, 1998.
- CARAÇA, B de J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1ª Edição. Lisboa: Sá da Costa Editora, 1986.
- CASTELLS, M. **A Sociedade em Rede**. 3 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1999.
- COSTA, N. de O. **Uma Investigação sobre Processos de Aprendizagem Observados em Alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental Participantes das Feiras Nacionais de Matemática**. 2021. Exame de qualificação (Mestrando em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, 2021.
- DANTZIG, T. **Número: A Linguagem da Ciência**. Rio de Janeiro, Zahar, 1967; 220- 221.
- ESCHER, M. A. **Educação Matemática e Qualidade de Vida: a prática da Cidadania na Escola**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 1999.
- ESCHER, M. A., **Dimensões Teórico-Metodológicas do Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas históricas e de ensino e aprendizagem**. 2011. Tese (Doutorado em Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 2011.
- ESCHER, M. A.; MISKULIN, R.S. Dimensões Teórico-Metodológicas do Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas histórica e de ensino e aprendizagem. **Investigação e Divulgação em Educação Matemática**. Juiz de Fora, v. 3, n. 1, p. 22-48, jan/jun, 2019.
- FORCATO, M. B. M. **Interdisciplinaridade e Contextualização: uma investigação da própria prática nas aulas de matemática a partir de uma sequência de atividades nos anos finais do Ensino Fundamental**. 138 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal Juiz de Fora (UFJF). Juiz de Fora, 2022.

GINZBURG, C. **O Fio e os Rastros: verdadeiro, falso, fictício**. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

HERNANDEZ, Y. O. S. **Manipulações Virtualizadas na Compreensão do Conceito de Função Linear: Uma Experiência com Estudantes do Ensino Fundamental**. 126 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal Juiz de Fora (UFJF). Juiz de Fora, 2024.

LEONTIEV, A., **O Desenvolvimento do Psiquismo**, Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

MOURA, A. da S. **Matemática na Escola: Prática Interdisciplinar Apoiada pela Teoria da Atividade**. 118 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal Juiz de Fora (UFJF). Juiz de Fora, 2016.

PIRES, L. F. **As Influências das Tecnologias da Informação e Comunicação nas Estratégias de Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral**, 241 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal Juiz de Fora (UFJF). Juiz de Fora, 2016.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na Sala de Aula**. 2ª. Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.160 P.

RAFAEL, R. C. **Cálculo Diferencial e Integral: um estudo sobre estratégias para redução do percentual de não aprovação**. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal Juiz de Fora (UFJF). Juiz de Fora, 2017.

RIBEIRO, A. L. A., **A utilização do Laboratório de Educação Matemática na escola: experiências com professores que ensinam Matemática**. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, MG, 2019.

SANTOS, B. O. dos; ESCHER, M. A. O Uso do Laboratório Virtual de Pesquisa em Educação Matemática (LaPEM-v): uma experiência com geometria no Ensino Médio. 2019.

SANTOS, B. O. dos. **As Relações Didático-Methodológicas Vivenciadas entre Professores que Ensinam Matemática em um Laboratório Virtual**. 2020. 179 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2020.

THIOLLENT, M., **Metodologia da Pesquisa-Ação**, 4ª Ed. São Paulo: Cortez Ed., 1994.

VIEIRA, A. A. **Tecnologias utilizadas na formação de professores nas disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico na Universidade Federal de Juiz de Fora entre 1980 e 2010: enfoque histórico e epistemológico**. 2017. 115 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2017.

VIEIRA PINTO, A. **O Conceito de Tecnologia**, v. 1. Edição 2, Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

SOBRE OS AUTORES

Maria Cristina Araújo de Oliveira,

Doutora em Educação (Currículo) – PUC-SP; pós-doutora em História da educação matemática (Université Paris XI – Fr); membro do GHEMAT – Brasil e do NIDEEM, foi coordenadora do GT 15 (História da Educação Matemática) da SBEM entre 2016 e 2018 e vice-coordenadora no período de 2018 a 2021; é uma das editoras da Revista RIDEMA (Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática).

Adlai Ralph Detoni,

Professor Titular do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF (Aposentado). Tem Mestrado em Filosofia pela Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF (1994) e Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP (2000). Tem experiência como docente e pesquisador na área de Educação Matemática, com ênfase em Ensino de Geometria, atuando principalmente nos seguintes temas: Filosofia da Educação Matemática, Desenho, Fenomenologia e Epistemologia.

Willian José da Cruz,

Doutor em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora. Professor do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UFJF e Líder do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre os Experimentos Mentais na Educação Matemática e Coordenador do Projeto de demanda universal do CNPq Colaboratório de Semiótica Cognitiva.

Amarildo Melchades da Silva,

Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus de Rio Claro/SP com Pós-doutorado na Rutgers, The State University of New Jersey (USA). Professor Titular do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) e docente do corpo permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da mesma instituição na linha de pesquisa

intitulada Ensino e Aprendizagem da Matemática, análise dos condicionantes de sala de aula e intervenção pedagógica.

Ronaldo Rocha Bastos,

Doutor em Urban And Regional Planning pela Liverpool University, Grã-Bretanha. Professor Titular do Departamento de Estatística da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) e docente do corpo permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da mesma instituição na linha de pesquisa intitulada Ensino e Aprendizagem de Estatística.

Rosana de Oliveira,

Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ/PROPEd). Professora associada do Departamento de Estudos Aplicados ao Ensino da Faculdade de Educação da UERJ. Docente do corpo permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFJF na linha de pesquisa intitulada Ensino e Aprendizagem da Matemática, análise dos condicionantes de sala de aula e intervenção pedagógica.

Marco Aurélio Kistemann Jr,

Professor Associado do Departamento de Matemática (UFJF) desde 2011, Pesquisador de campo e Líder do Grupo Pesquisa de Ponta (UFJF), docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (UFJF). Fez Doutorado na Universidade Estadual Paulista (UNESP-RioClaro-2011) em Educação Matemática com tema referente à Educação Financeira. Pesquisa atualmente temas referentes à Educação Financeira, Educação Estatística, Modelagem Matemática e Avaliação da Aprendizagem.

Fabiano dos Santos Souza,

Doutor em Educação (UFF) pela Faculdade de Educação da Universidade Federal Fluminense. Mestre em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). É docente adjunto da UFF na Faculdade de Educação (FEUFF). É Professor da Pós-Graduação em Educação Matemática (UFJF). Atua nas áreas de

Educação Matemática, Educação Estatística e Financeira, Formação de Professores e Políticas Educacionais.

Liamara Scortegagna,

Mestre em Ciências da Computação (2002) e Doutorado em Engenharia de Produção (2006) pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Atualmente é professora Associada III da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Atua nos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM). Desenvolve pesquisas nas áreas de Ciência da Computação e Educação, com ênfase em Tecnologias na Educação, Educação a Distância (EAD), Educação Híbrida, Objetos de Aprendizagem (OA) e Inteligência Artificial (IA) na Educação.

Eduardo Barrére:

Mestre em Ciência da Computação (1998) pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) e Doutor em Engenharia de Sistemas e Computação (2007) pela COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro. Professor Associado IV da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Responsável pelo Laboratório de Aplicações e Inovação em Computação (LApIC) da UFJF. Desenvolve pesquisas nas áreas de tecnologias para Educação a Distância (EAD) e Multimídia. Professor do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM) da UFJF.

José Maria Nazar David:

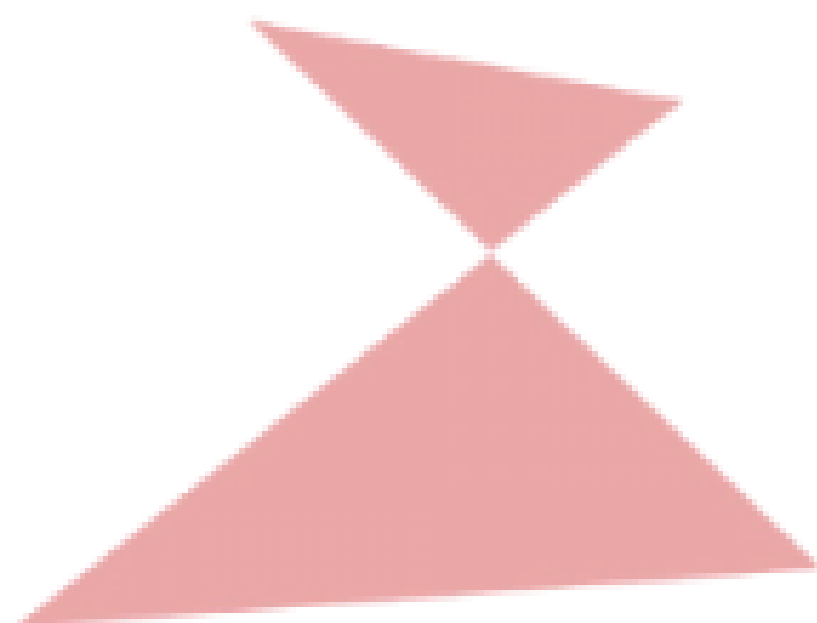
Possui mestrado (1991) e doutorado (2004) em Engenharia de Sistemas e Computação pela COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro. Atualmente é professor associado e membro do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Tem experiência na área de Ciência da Computação, com ênfase em Engenharia de Software, atuando principalmente nos seguintes temas: sistemas colaborativos, desenvolvimento distribuído de software, aprendizagem colaborativa com suporte computacional, informática e educação, e internet das coisas.

Chang Kuo Rodrigues

Mestre em Educação Matemática pela Universidade Santa Úrsula (1999) e doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2009). Atualmente é docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora nos cursos de Mestrado e Doutorado Profissional. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação Estatística, Educação Financeira Escolar, Educação Inclusiva, Ensino e Aprendizagem na Educação Básica, no Superior e na formação de professores.

Marco Antônio Escher

Possui Mestrado (1999) e Doutorado em Educação Matemática (2011) ambos pela UNESP/SP. Atualmente é professor Efetivo Associado 3 do Departamento de Matemática (Instituto de Ciências Exatas) da Universidade Federal de Juiz de Fora/MG (UFJF), membro do corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (UFJF). Tem atuado principalmente nos seguintes temas: Educação Matemática, Tecnologias de Informação e Comunicação, paradigma indiciário, Feiras de Matemática, Materiais Didáticos Manipuláveis, Laboratórios de Educação Matemática, aprendizagem em Espaços Não Formais e Formação Continuada de professores que ensinam matemática.



EDITORIA

U F J F

Agência Brasileira ISBN
ISBN: