

**O Pensamento Estatístico nos Anos Finais do Ensino
Fundamental: o Desenvolvimento da Transnumeração e da
Construção de Gráficos**

Anderson José Gomes Ferreira

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Anderson José Gomes Ferreira

**O PENSAMENTO ESTATÍSTICO NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL: O DESENVOLVIMENTO DA TRANSDIGITAÇÃO
E DA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Educação
Matemática, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestre em Educação
Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues

Juiz de Fora
Outubro/2022

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Ferreira, Anderson José Gomes.

O Pensamento Estatístico nos Anos Finais do Ensino Fundamental : o Desenvolvimento da Transnumeração e da Construção de Gráficos / Anderson José Gomes Ferreira. -- 2022. 162 f.

Orientadora: Chang Kuo Rodrigues
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2022.

1. Educação Matemática. 2. Educação Estatística. 3. Transnumeração. 4. Gráficos estatísticos. 5. Engenharia Didática. I. Rodrigues, Chang Kuo, orient. II. Título.

Anderson José Gomes Ferreira

O Pensamento Estatístico nos Anos Finais do Ensino Fundamental: o Desenvolvimento da Transnumeração e da Construção de Gráficos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática

Aprovada em 11 de outubro de 2022.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigue - Orientadora

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará

Prof. Dr. Reginaldo Fernando Carneiro

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 20/10/2022.



Documento assinado eletronicamente por **CHANG KUO RODRIGUES, Usuário Externo**, em 26/10/2022, às 01:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Reginaldo Fernando Carneiro, Professor(a)**, em 31/10/2022, às 11:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Francisco Régis Vieira alves, Usuário Externo**, em 07/11/2022, às 07:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1005250** e o código CRC **0714CEF6**.

Dedico este trabalho a Jesus Sacramentado,
escondido debaixo dos véus eucarísticos,
sempre pronto a nos receber.
E à Nossa Senhora do Rosário, vitória em
todas as lutas da vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, fonte de toda boa dádiva e todo dom perfeito, pelo dom da vida e por esta oportunidade ímpar de aprendizagem e aprimoramento profissional.

À Universidade Federal de Juiz de Fora, pela manutenção e excelência do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

Um obrigado especial à minha dedicada orientadora Chang Kuo Rodrigues, pela maestria na condução dos estudos, pela atenção e pela disponibilidade. Meus sinceros agradecimentos por aceitar o projeto de pesquisa e pelos sábios conselhos e ensinamentos.

Do mesmo modo, agradeço aos professores Francisco Régis Vieira Alves e Reginaldo Fernando Carneiro, participantes da banca de qualificação e defesa, pelas valiosas sugestões que tanto contribuíram para o enriquecimento do trabalho.

Aos professores do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, em especial, ao Sr. Marco Antônio Escher, professor da disciplina Concepções e Tendências em Educação Matemática, ao Sr. Eduardo Barrére e à Sra. Liamara Scortegagna, professores da disciplina Gestão das Tecnologias de Informação e Comunicação na Escola, à Sra. Maria Cristina Araújo de Oliveira, professora da disciplina Prática Científica para Docentes Pesquisadores, ao Sr. Willian José da Cruz, professor da disciplina Resolução de Problemas em Geometria e ao Sr. Leonardo José da Silva, professor da disciplina Atividades de Docência Supervisionada, pelas proveitosas aulas durante o curso.

Aos funcionários da Universidade Federal de Juiz de Fora, pela disponibilidade.

Aos colegas de classe, pela amizade, boa convivência e companheirismo. Em especial, ao Sr. Felipe Almeida de Mello e à Sra. Tahieny Kelly de Carvalho, pela companhia nas viagens de Rio Pomba para Juiz de Fora.

Aos colegas membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Estatística: desafios e possibilidades no ensino e na aprendizagem, pelos encontros, reuniões e debates, sempre produtivos e de intenso aprendizado. Em especial, à Sra. Valquíria Dutra Leite, pelo apoio na pesquisa de campo e pela parceria de trabalho.

À escola e aos estudantes que participaram desta pesquisa, pela abertura e pela confiança depositada em nosso trabalho.

Aos meus amigos e familiares, pelo apoio e incentivo. Em especial, aos meus pais Jurandil Cândido Ferreira e Sueli das Graças Gomes Ferreira; e aos meus irmãos Alisson Geraldo Gomes Ferreira e Deiwson Henrique Gomes Ferreira. Meras palavras não poderiam expressar a gratidão que sinto por vocês e tudo o que fizeram por mim e para mim.

E, por fim, a todos os que contribuíram para a realização deste trabalho. Muito obrigado!

“É notável que uma ciência que começou com jogos de azar tenha se tornado o mais importante objeto do conhecimento humano.”

(Pierre Simon Laplace, matemático francês)

“Um dia, o pensamento estatístico será tão necessário para uma cidadania eficaz como a capacidade de ler e escrever.”

(Herbert George Wells, escritor inglês)

“Um gráfico ruim é pior do que nenhum gráfico!”

(Wallgren *et al.*, 1996, p. 89)

FERREIRA, Anderson José Gomes. **O Pensamento Estatístico nos Anos Finais do Ensino Fundamental**: o Desenvolvimento da Transnumeração e da Construção de Gráficos. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora-MG, 2022, 162 p.

RESUMO

Em Estatística, os gráficos cumprem o papel de apresentar os dados de modo a possibilitar ao leitor um entendimento rápido e fácil de algum fenômeno. Assim, eles constituem o principal meio de visualização e divulgação das informações estatísticas. Na sociedade contemporânea, marcada pela supremacia da imagem e de artefatos visuais em detrimento à escrita, a capacidade de síntese e comunicação dos gráficos tem sido cada vez mais valorizada. No entanto, gráficos com informações distorcidas (intencionalmente ou não), mal construídos ou inadequados do ponto de vista científico são frequentemente veiculados na mídia e na literatura. Nesse sentido, faz-se necessário propor e discutir metodologias de ensino que promovam o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos, sobretudo na Educação Básica. Ao construir um gráfico, um importante elemento do pensamento estatístico é mobilizado: a transnumeração. Nesta pesquisa, o objetivo geral foi propor o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, à luz dos pressupostos teóricos e metodológicos da Engenharia Didática. A revisão da literatura evidenciou propostas de trabalho em sala de aula voltadas ao desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos. Alicerçados nos pressupostos metodológicos da Engenharia Didática, desenvolvemos uma sequência didática de modo a contemplar essas propostas. Assim, 17 estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental participaram de um projeto que teve como tema a crescente geração de lixo eletrônico ou Resíduos de Equipamentos Elétricos e Eletrônicos (REEE). As atividades de produção de dados consistiram, inicialmente, no levantamento quantitativo dos produtos eletrônicos a serem descartados nas residências dos estudantes e, posteriormente, no levantamento quantitativo dos produtos eletrônicos a serem descartados pela totalidade da turma. As atividades de tratamento dos dados consistiram na organização dos dados em tabelas e na construção de gráficos com o uso de papel e lápis e com o uso de tecnologias digitais. Ao todo, foram construídos 35 gráficos. Os gráficos produzidos foram apresentados pelos estudantes, individualmente, para toda a turma. Os resultados apontaram

que o conjunto de tarefas da sequência didática contribuiu para o desenvolvimento do pensamento estatístico e, mais especificamente, da transnumeração. Todavia, com relação à construção de gráficos, os estudantes apresentaram fragilidades notadamente no que diz respeito à densidade gráfica e à decoração gráfica. Em outras palavras, os aspectos analíticos, decisórios e técnicos envolvidos no processo de construção de gráficos constituíram obstáculos de aprendizagem aos estudantes, principalmente de natureza didática. Assim, constatamos que a construção de gráficos atrativos e cientificamente adequados não é intuitiva, direta e imediata como pode parecer. Pelo contrário, é reflexiva e metódica. E, sendo assim, concluímos que a habilidade de construção de gráficos não é facilmente adquirida pela maioria dos estudantes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Educação Estatística. Transnumeração. Gráficos estatísticos. Engenharia Didática.

ABSTRACT

In Statistics, graphs play the role of presenting data in a way that allows the reader to quickly and easily understand a phenomenon. Thus, they constitute the main means of visualization and dissemination of statistical information. In contemporary society, marked by the supremacy of the image and visual artifacts to the detriment of writing, the capacity for synthesis and communication of graphics has been increasingly valued. However, graphics with distorted information (intentionally or not), poorly constructed or inappropriate from a scientific point of view are often published in the media and literature. In this sense, it is necessary to propose and discuss teaching methodologies that promote the development of transnumeration and the ability to build graphics, especially in Basic Education. When building a graph, an important element of statistical thinking is mobilized: transnumeration. In this research, the general objective was to propose the development of transnumeration and the ability to construct graphs by students in the final years of Elementary School, in the light of the theoretical and methodological assumptions of Didactic Engineering. The literature review showed work proposals in the classroom aimed at the development of transnumeration and the ability to build graphs. Based on the methodological assumptions of Didactic Engineering, we developed a didactic sequence in order to contemplate these proposals. Thus, 17 students from the 7th Year of Elementary School participated in a project whose theme was the growing generation of electronic waste or Waste Electrical and Electronic Equipment (WEEE). The data production activities consisted, initially, in the quantitative survey of electronic products to be discarded in the students' homes and, later, in the quantitative survey of electronic products to be discarded by the entire class. Data processing activities consisted of organizing data into tables and building graphs using paper and pencil and using digital technologies. In all, 35 graphs were built. The graphs produced were presented by the students, individually, to the whole class. The results showed that the set of tasks of the didactic sequence contributed to the development of statistical thinking and, more specifically, of transnumeration. However, with regard to the construction of graphics, the students showed weaknesses notably with regard to graphic density and graphic decoration. In other words, the analytical, decision-making and technical aspects involved in the graphic construction process constituted obstacles for students to learn, mainly of a didactic nature. Thus, we found that the construction of attractive and scientifically adequate graphics is not intuitive, direct and immediate as it may seem. On the contrary, it is reflective and methodical. And so, we conclude that the skill of building graphs is not easily acquired by

most students.

Keywords: Mathematics Education. Statistical Education. Transnumeration. Statistical graphics. Didactic Engineering.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Resultados do ensino de estatística: domínios independentes com alguma sobreposição	66
Figura 2 – Resultados da educação em estatística: raciocínio e pensamento na alfabetização	66
Figura 3 – Domínios da Estatística que não desenvolvem nenhuma das três competências.	67
Figura 4 – Gráfico polar de Florence Nightingale, denominado “Diagrama da Rosa”	71
Figura 5 – A aniquilação do exército de Napoleão na campanha contra a Rússia em 1812 .	72
Figura 6 – Fragmentos de narrativas gráficas visuais precursoras	78
Figura 7 – Elementos de um gráfico	94
Figura 8 – Infográfico Coleta de Lixo no Brasil – Caminho dos Resíduos em 2018.....	100
Figura 9 – Infográfico Coleta de Lixo no Brasil – Recursos Aplicados.....	100
Figura 10 – Gráfico elaborado pelo professor colaborador para a seção 6 do plano do processo de ensino.....	109
Figura 11 – Gráfico elaborado pelo estudante E7 com o título genérico “Total” e sem qualquer destaque	112
Figura 12 – Gráfico elaborado pelo estudante E16 com título inexistente	112
Figura 13 – Gráfico elaborado pelo estudante E9 com títulos inexistentes para os eixos de valores e de categorias.....	113
Figura 14 – Gráfico elaborado pelo estudante E17 com títulos para os eixos de valores e de categorias.....	113
Figura 15 – Gráfico elaborado pelo estudante E14 com intervalos desproporcionais entre os valores da escala.....	114
Figura 16 – Gráficos elaborados pelo estudante E15 com intervalos desproporcionais entre os valores da escala e sem especificação de unidade métrica.....	114
Figura 17 – Gráficos elaborados pelos estudantes E1 (à esquerda) e E2 (à direita) sem marcas tracejadas ao longo do eixo de valores.....	115
Figura 18 – Gráfico elaborado pelo estudante E1 com palavras inclinadas a 45 graus no eixo de categorias	115
Figura 19 – Gráfico elaborado pelo estudante E17 com legenda desnecessária	116
Figura 20 – Gráfico elaborado pelo estudante E10 com legenda desnecessária	117
Figura 21 – Gráfico elaborado pelo estudante E7 com o eixo de categorias destacado	117

Figura 22 – Gráfico elaborado pelo estudante E16 com os valores numéricos incluídos na área de plotagem	118
Figura 23 – Gráfico elaborado pelo estudante E9 com a presença de desenhos alegóricos ..	118
Figura 24 – Gráfico elaborado pelo estudante E10 com a presença de desenhos alegóricos.	119
Figura 25 – Gráfico elaborado pelo estudante E13 com fundo na cor preta	120
Figura 26 – Gráfico elaborado pelo estudante E13 com o emprego de cores distintas para um mesmo dado	120
Figura 27 – Gráfico de linhas elaborado pelo estudante E13 para plotagem de dados discretos	121
Figura 28 – Gráfico elaborado pelo estudante E3 com barras horizontais contíguas e sem espaço entre si	122
Figura 29 – Gráfico elaborado pelo estudante E4 do tipo circular em forma de roda	123
Figura 30 – Gráfico elaborado pelo estudante E2 em três dimensões.....	124
Figura 31 – Gráfico elaborado pelo estudante E11 em três dimensões	124
Figura 32 – Gráfico elaborado pelo estudante E14 com apenas três valores sendo um deles preponderante.....	126
Figura 33 – Gráfico elaborado pelo estudante E3 com categorias em excesso.....	126
Figura 34 – Gráfico elaborado pelo estudante E11 com categorias em excesso.....	127
Figura 35 – Gráfico elaborado pelo estudante E4 com categorias por itens similares.....	127
Figura 36 – Gráficos elaborados pelo estudante E15 com categorias por tamanho dos itens	128
Figura 37 – Gráfico elaborado pelo estudante E13 dividido em duas partes.....	129
Figura 38 – Gráficos elaborados pelo estudante E5 com setores demasiado estreitos	130
Figura 39 – Gráficos elaborados pelos estudantes E5 e E6, respectivamente, com setores separados.....	131
Figura 40 – Gráficos elaborados pelo estudante E12 com a categoria estranha “Aumento geral na pandemia”	133

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Critérios para a RSL.....	48
Quadro 2 – Resultado da busca da RSL.....	50
Quadro 3 – Tarefas que podem distinguir os três domínios instrucionais	67
Quadro 4 – Progressão sugerida para a introdução de tipos de gráficos (leitura e construção).90	
Quadro 5 – Tipos de gráfico em função do objetivo da representação	93
Quadro 6 – Categorias do lixo eletrônico de acordo com a Diretiva Europeia 2012/19/UE	134

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Quantitativo de trabalhos excluídos segundo o motivo da exclusão	49
Tabela 2 – Categorias de propostas de trabalho	51
Tabela 3 – Quantidade e percentual de gráficos produzidos por tipo	135
Tabela 4 – Problemas identificados ao analisar a totalidade dos 35 gráficos construídos pelos estudantes.....	136
Tabela 5 – Problemas identificados ao analisar os 18 gráficos de barras (horizontais e verticais) construídos pelos estudantes.....	137
Tabela 6 – Problemas identificados ao analisar os 16 gráficos de setores circulares construídos pelos estudantes.....	138

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABE	Associação Brasileira de Estatística
ABRELPE	Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais
ASA	American Statistics Association
AVA	Ambiente Virtual de Aprendizagem
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
DM	Didática da Matemática
ED	Engenharia Didática
EE	Educação Estatística
GT	Grupo de Trabalho
HQ	Histórias em Quadrinhos
IASE	International Association for Statistical Education
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IMC	Índice de Massa Corpórea
ISI	International Statistical Institute
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PAHO	Pan American Health Organization
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PE	Produto Educacional
PIB	Produto Interno Bruto
PPGEM-UFJF	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora
REEE	Resíduos de Equipamentos Elétricos e Eletrônicos
RSL	Revisão Sistemática da Literatura

RSU	Resíduos Sólidos Urbanos
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SD	Sequência Didática
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
2	O PAPEL DA ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	31
2.1	A ESTATÍSTICA E O MÉTODO ESTATÍSTICO.....	31
2.2	A EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA	35
2.3	OS PROBLEMAS NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA E OS DESAFIOS DA EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA	37
2.4	A ESTATÍSTICA NAS DIRETRIZES CURRICULARES DA EDUCAÇÃO BÁSICA	40
3	REVISÃO DA LITERATURA	45
3.1	REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA	45
3.2	PLANEJAMENTO DA RSL	46
3.3	CONDUÇÃO DA RSL	47
3.4	RELATOS DA RSL.....	52
3.5	DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES	59
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	63
4.1	OS PILARES DA EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA	63
4.2	A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA INFORMAÇÃO ESTATÍSTICA.....	69
4.2.1	Breve Histórico dos Gráficos Estatísticos	71
4.2.2	A Construção de Gráficos.....	73
4.2.3	A Leitura e a Análise de Gráficos	74
4.2.4	A Escolha do Tipo de Gráfico Adequado.....	76
4.3	AS HISTÓRIAS EM QUADRINHOS NA EDUCAÇÃO	78
5	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	85
5.1	A PESQUISA QUALITATIVA.....	85
5.2	A ENGENHARIA DIDÁTICA	86
5.2.1	Análises Prévias.....	87
5.2.1.1	<i>Dimensão Epistemológica.....</i>	88
5.2.1.2	<i>Dimensão Cognitiva.....</i>	89
5.2.1.3	<i>Dimensão Didática.....</i>	91
5.2.2	Concepção e Análise <i>a priori</i>	95
5.2.3	Experimentação.....	98

5.2.4	Análise <i>a posteriori</i> e Validação	103
6	ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS	111
6.1	ANÁLISE DOS ASPECTOS TÉCNICOS RELATIVOS À CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS.....	111
6.2	ANÁLISE DOS ASPECTOS DECISÓRIOS RELATIVOS À CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS.....	121
6.3	ANÁLISE DOS ASPECTOS ANALÍTICOS RELATIVOS À CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS.....	125
6.4	OUTRAS CONSIDERAÇÕES	134
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	143
	REFERÊNCIAS.....	147
	APÊNDICES	155
	ANEXOS.....	157

1 INTRODUÇÃO

Em Estatística, os gráficos cumprem o papel de apresentar um conjunto de dados de modo a possibilitar ao leitor o entendimento rápido e fácil de algum fenômeno. Por isso, eles constituem o principal meio de visualização e divulgação das informações estatísticas.

Na sociedade contemporânea, cada vez mais dependente de informações numéricas e fortemente marcada pela supremacia da imagem em detrimento à escrita, a capacidade de síntese e comunicação dos gráficos tem sido cada vez mais valorizada. Nesse contexto, é consensualmente reconhecida, a necessidade do desenvolvimento das habilidades de leitura, interpretação e construção de gráficos, em todos os níveis de ensino.

No entanto, gráficos com informações distorcidas (intencionalmente ou não), mal construídos ou inadequados do ponto de vista científico são frequentemente veiculados na mídia e na literatura. Seja como for, em linhas gerais, gráficos incorretos, distorcidos ou pouco atrativos evidenciam uma carência de formação gráfica, sobretudo no que concerne ao processo de construção.

A formação gráfica dos estudantes, em um sentido mais amplo, contempla o desenvolvimento de três habilidades específicas: a leitura, a interpretação e a construção de gráficos. Todavia, no processo de ensino e aprendizagem, as habilidades de leitura e interpretação têm sido tradicionalmente privilegiadas em relação à habilidade de construção.

Dois fenômenos ajudam-nos a compreender a ênfase dada à leitura e à interpretação. Primeiro, a histórica influência dos exames de admissão para o ensino superior na organização dos currículos. Com efeito, questões que demandam a leitura e a interpretação de gráficos estiveram sempre presentes nesses exames. E, segundo, o advento e a democratização de *softwares* informáticos que simplificaram a construção de gráficos em termos técnicos e operacionais.

Contudo, relegar a segundo plano o ensino e a aprendizagem da construção de gráficos nos afigura um grave equívoco, pois pode comprometer a formação gráfica dos estudantes.

Diante desse quadro preocupante, elegemos nesta dissertação a mobilização da transnumeração e o desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos, no sentido de contribuir para a formação gráfica de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental.

A transnumeração é um importante componente do pensamento estatístico. De modo sucinto, a transnumeração consiste na possibilidade de mudar a forma de representar os dados (por exemplo, em tabelas, gráficos, medidas de tendência central e de dispersão) para melhorar a compreensão de algum fenômeno. Diante da necessidade de direcionamento da

pesquisa, abordaremos nesta dissertação a presença da transnumeração apenas na passagem dos dados tabulares para a representação gráfica.

Como já foi dito há pouco, a ênfase dada à leitura e à interpretação de gráficos, em detrimento da construção, evidencia uma lacuna ou omissão no processo de ensino e aprendizagem. Sob essa perspectiva, outros problemas são dignos de atenção e registro. De forma geral, apenas os gráficos mais correntes (barras, linhas e setores circulares) são objeto de ensino. Além disso, nas aulas, são utilizados preferencialmente gráficos já prontos, elaborados e veiculados pela mídia e, dessa maneira, a habilidade de construção é pouco ou nada explorada.

Limitações e falhas desse tipo constituem sérios entraves à formação gráfica dos estudantes e devem ser permanentemente questionadas e superadas.

Sobre os problemas suscitados, podemos relatar um pouco de nossas vivências tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior. Porém, antes disso, é pertinente registrar que minha incursão pelas searas da Estatística acontece na condição de aspirante, uma vez que tenho minha formação voltada para as áreas de Informática (técnico), Administração (bacharelado e pós-graduação), Educação Profissional e Tecnológica (pós-graduação) e Matemática (licenciatura).

Nesses estudos, as atividades de construção de gráficos praticamente inexisteram e apenas os tipos de gráficos mais triviais nos foram dados a conhecer. A ênfase recaiu, portanto, sobre as atividades de leitura e interpretação. Essa abordagem fundamentalmente teórica não oportunizou a elaboração de representações gráficas próprias e, dessa forma, o desenvolvimento da habilidade de construção ficou aquém do esperado.

Em razão disso, a vontade e o interesse de escrever sobre gráficos afloraram na graduação durante os estudos de Probabilidade e Estatística, enquanto disciplina obrigatória do curso de Licenciatura em Matemática.

Tal interesse foi ainda mais acentuado no curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática frente à necessidade do direcionamento da pesquisa em consonância com as temáticas dos Grupos de Trabalho (GT) reunidos pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)¹.

Desse modo, dois Grupos de Trabalho auxiliaram-nos a direcionar as atividades investigativas: o GT12 – Educação Estatística (EE), com a incumbência de estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística; e o GT14 – Didática da

¹ <https://www2.ufjf.br/mestradoedumat/>

Matemática (DM), com a incumbência de fomentar o desenvolvimento, o debate científico e a divulgação de investigações sobre fenômenos didáticos.

Nesse sentido, cumpre-nos reconhecer o papel de destaque da Educação Estatística, enquanto área de atuação pedagógica no âmbito do GT12, para a formação de cidadãos éticos, críticos e reflexivos; e realçar a escolha da Engenharia Didática (ED), como suporte teórico-metodológico no âmbito do GT14, para delinear os procedimentos da presente pesquisa.

Além disso, cumpre-nos ainda ressaltar três seminários realizados pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (PPGEM-UFJF)² que influenciaram sobremaneira a escolha dos GT e das áreas temáticas estudadas.

Em primeiro lugar, o seminário “Didática da Matemática e suas contribuições nas pesquisas em Educação Matemática”, ministrado pela Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues (UFJF), em 27 de junho de 2019.

Nesse seminário, foram apresentadas importantes teorias desenvolvidas na escola francesa, constituintes do sistema nominado “Didática da Matemática”: a Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard; a Teoria das Situações Didáticas e a Engenharia Didática, de Guy Brousseau e Michèle Artigue, respectivamente; a Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud; a Teoria da Dialética Ferramenta-Objeto, de Règine Douady; e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.

Em segundo lugar, o seminário “Possibilidades didáticas para construção do letramento estatístico na educação básica”, ministrado pelo Prof. Dr. Fabiano dos Santos Souza (UFF), em 15 de agosto de 2019.

Nesse seminário, foi discutida a importância do letramento estatístico na formação pessoal e profissional do sujeito. Em seguida, foram apresentados diversos exemplos do uso inadequado de informações estatísticas, principalmente por meio de gráficos, que podem induzir o leitor a um entendimento equivocado.

Em terceiro lugar, o seminário “Relação institucional e pessoal na Teoria Antropológica do Didático: implicações no fazer pedagógico”, ministrado pela Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues (UFJF), pela Ma. Karina de Oliveira Castro – doutoranda (UNIBAN) e pelo Me. Paulo Tadeu Gandra Campos (COLUNI-Viçosa), em 12 de setembro de 2019.

Nesse seminário, foi apresentado um exemplo do emprego da organização praxeológica da Teoria Antropológica do Didático, que permitiu ao professor analisar a resolução de problemas que envolviam conceitos de matemática comercial. As noções de

² <https://www.ufjf.br/ppgem/>

“tarefa”, “técnica”, “tecnologia” e “teoria”, propostas por Chevallard, permitem aos professores conhecerem o grau de dificuldade das atividades propostas aos estudantes.

O primeiro seminário auxiliou-nos a eleger a Engenharia Didática como arcabouço teórico-metodológico para nortear os procedimentos da pesquisa. O segundo corroborou a necessidade do desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos de forma adequada e acessível à compreensão dos leitores. O terceiro, por fim, mostrou-nos o valor didático-pedagógico do confronto entre o saber empírico dos estudantes e o saber científico do professor por meio da comparação do modo de cada um realiza determinada tarefa.

As experiências vivenciadas ao longo dessa trajetória levaram-nos a formular a seguinte questão-problema norteadora do processo de investigação:

Como desenvolver a transnumeração e a habilidade de construção de gráficos nos anos finais do Ensino Fundamental?

O objetivo geral é:

Propor o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, à luz dos pressupostos teóricos e metodológicos da Engenharia Didática.

Os objetivos específicos são:

- 1) Identificar propostas de trabalho em sala de aula³ direcionadas ao desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos;
- 2) Articular as propostas de trabalho identificadas no item anterior em um conjunto de atividades de produção e tratamento de dados, correlacionadas entre si e organizadas em etapas, de maneira que uma complementa a outra, a serem realizadas por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental;
- 3) Analisar as estratégias adotadas pelos estudantes para realizar as atividades elaboradas no item anterior;
- 4) Explorar os obstáculos de aprendizagem, epistemológicos e didáticos, enfrentados pelos

³ O termo “propostas de trabalho em sala de aula” não configura um conceito rígido, restrito e definitivo, pois pode ser entendido como práticas ou ações educativas, intervenções pedagógicas, processos de ensino e aprendizagem, atividades ou tarefas, projetos educativos, entre outros. No campo da Educação Matemática, o termo “sequência didática” é bastante comum. Artigue (1996) utiliza o termo “plano do processo de ensino”. Em todos esses casos, verificam-se comumente a estruturação, a ordenação e a articulação de uma série de atividades escolares a serem realizadas pelos estudantes para o alcance de um ou vários objetivos educacionais.

estudantes.

A pesquisa teve uma abordagem qualitativa e apoiou-se nos princípios da Engenharia Didática. Dessa forma, estruturamos a presente dissertação nos capítulos descritos a seguir.

O Capítulo 1 corresponde à introdução. Nele apresentamos a problemática e a contextualização, o nosso posicionamento, a questão de partida e os objetivos da investigação.

No Capítulo 2, destacamos o papel da Estatística na Educação Básica. Inicialmente, conceituamos Estatística, Método Estatístico e Educação Estatística. Em seguida, evidenciamos os aspectos que diferenciam a Estatística da Matemática e identificamos alguns problemas e desafios concernentes ao ensino e à aprendizagem de Estatística. No fechamento do capítulo, salientamos a presença da Estatística nas propostas curriculares da Educação Básica segundo os documentos e diretrizes oficiais elaborados pelo Ministério da Educação (MEC)⁴.

O Capítulo 3 corresponde à Revisão da Literatura. Nele procuramos apresentar algumas pesquisas relacionadas à adoção de procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados voltados à mobilização da transnumeração e ao desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos.

O Capítulo 4 corresponde à Fundamentação Teórica. Partimos dos três pilares que alicerçam a Educação Estatística – a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico – até chegarmos especificamente à transnumeração. Em seguida, abordamos os processos relativos à leitura, interpretação e construção de gráficos. Dessa forma, o capítulo trata diretamente do tema central da pesquisa: a mobilização da transnumeração na passagem dos dados tabulares para a representação gráfica e o desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos. No fechamento do capítulo, discutimos ainda o uso pedagógico das histórias em quadrinhos (HQ) tendo em vista a utilização desse recurso didático em parte do Produto Educacional (PE) elaborado a partir das reflexões e vivências ao realizar a presente investigação.

O Capítulo 5 é dedicado ao percurso metodológico da investigação, construído com o aporte teórico da Engenharia Didática proposta por Michèle Artigue. Nesse capítulo, caracterizamos as quatro fases da Engenharia Didática: análises prévias; concepção e análise *a priori*; experimentação; e análise *a posteriori* e validação. Logo depois de caracterizar cada fase, trazemos as análises e as atividades correspondentes à sua efetivação.

No Capítulo 6, pontuamos e analisamos os obstáculos de aprendizagem enfrentados pelos estudantes nas atividades de construção de gráficos e, em seguida, sugerimos algumas

⁴ <https://www.gov.br/mec/pt-br>

estratégias de superação por meio de orientações e intervenções diretivas.

O Capítulo 7 corresponde às considerações finais. Nele sintetizamos as principais conclusões da investigação e dos estudos realizados.

Por fim, cumpre-nos assinalar que esta investigação se vincula à Linha de Pesquisa “Ensino e Aprendizagem da Matemática, Análise dos condicionantes da sala de aula e Intervenção Pedagógica em Matemática” do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (PPGEM-UFJF) e se desenvolve no âmbito de um projeto maior do Grupo de Estudos e Pesquisas “Educação Estatística: desafios e possibilidades no ensino e na aprendizagem”, coordenado pela professora orientadora.

Esperamos que esta dissertação seja um instrumento de conscientização sobre a importância do pensamento estatístico e da formação gráfica para o exercício da cidadania e a formação do pesquisador.

Assinalamos ainda que esta investigação é resultado de nossa intenção em colaborar na formação de cidadãos éticos, críticos e reflexivos, considerando a Estatística como instrumento não apenas de resolução de problemas e de apoio à tomada de decisões, mas também capaz de proporcionar melhor leitura e compreensão do mundo, como demonstraremos no capítulo seguinte.

2 O PAPEL DA ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Neste capítulo, trataremos inicialmente de dois conceitos introdutórios e fundamentais: Estatística e Método Estatístico. O intuito é destacar os principais aspectos que diferenciam a Estatística da Matemática. Na sequência, trataremos do conceito de Educação Estatística e identificaremos os motivos que justificam a inserção da Estatística no currículo da Educação Básica. Menção especial será feita aos principais problemas e desafios relativos ao ensino e à aprendizagem de Estatística. Por fim, evidenciaremos a finalidade do ensino e da aprendizagem de Estatística e, mais especificamente, de gráficos no Ensino Fundamental, conforme preconizam os principais documentos norteadores da Educação Básica no Brasil.

2.1 A Estatística e o Método Estatístico

A presença de conteúdos de Estatística no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, indicada nos documentos e diretrizes oficiais elaborados pelo Ministério da Educação, revela a importância da abordagem da Estatística na direção de uma formação ampla do estudante. Do mesmo modo, a presença da Estatística como disciplina obrigatória nos mais variados cursos de formação acadêmica e profissional nos mostra que essa ciência auxilia praticamente todos os campos do conhecimento científico (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2018).

Segundo Larson e Farber (2010, p. 3, *grifos dos autores*), “a palavra *estatística* é derivada da palavra latina *status*, que significa ‘estado’”. As definições apresentadas a seguir nos ajudam a compreender melhor o que é a Estatística, o seu objeto de estudo e a sua finalidade:

- Magalhães e Lima (2004, p. 1, *grifo dos autores*) entendem a “Estatística como um conjunto de técnicas que permite, de forma sistemática, organizar, descrever, analisar e interpretar *dados* oriundos de estudos ou experimentos, realizados em qualquer área do conhecimento”;
- “Sinteticamente, *estatística é a ciência dos dados* – uma ciência para o produtor e o consumidor de informações numéricas. Ela envolve coleta, classificação, sumarização, organização, análise e interpretação de dados” (MARTINS, 2010, p. 19, *grifo do autor*);
- “A Estatística dedica-se ao desenvolvimento e ao uso de métodos para a coleta e a análise de dados, i.e., a interpretação substantiva e a construção de inferências neles baseados” (FARIAS; SOARES; CÉSAR, 2008, p. 1);

- “A *estatística* é uma coleção de métodos para planejar experimentos, obter dados e organizá-los, resumi-los, analisá-los, interpretá-los e deles extrair conclusões” (TRIOLA, 1999, p. 2, *grifo do autor*);
- “A estatística está interessada nos métodos científicos para coleta, organização, resumo, apresentação e análise de dados, bem como na obtenção de conclusões válidas e na tomada de decisões razoáveis baseadas em tais análises” (SPIEGEL, 1993, p. 1);
- Para Larson e Farber (2010, p. 3, *grifo dos autores*), a “*Estatística* é a ciência que coleta, organiza, analisa e interpreta dados para a tomada de decisões”.

Em síntese, a Estatística dedica-se à coleta e à análise de dados com vistas à extração de conclusões e à tomada de decisões diante de incertezas, daí a aplicabilidade em quase todos os campos da atividade humana e a crescente presença em todos os níveis de ensino.

Sabemos que, via de regra, nas ciências, existem subáreas ou ramos interdependentes que podem ser identificados por meio de uma visão sistêmica. Seguindo esse raciocínio, Lopes (2013) vê a Estatística desta forma:

O resumo, a organização e a descrição das características das unidades de observações obtidas da amostra constituem a chamada Estatística Descritiva. O passo seguinte, generalizar para a população aquilo que se observou na amostra, denomina-se Inferência Estatística (também chamada Estatística Indutiva ou Inferencial).

Como as informações para a Inferência Estatística provêm de um conjunto menor que a população, nunca as conclusões serão totalmente corretas: podem-se cometer erros, que são quantificados e expressos por um valor, determinado pelo cálculo das Probabilidades, campo do conhecimento que lida com modelos matemáticos racionais para situações relacionadas com incertezas e, em outras ocasiões, com o acaso.

É importante enfatizar que a Estatística Descritiva e o Cálculo das Probabilidades são ferramentas para a Inferência Estatística [...]. (LOPES, 2013, p. 20).

Os estudos estatísticos são realizados por meio da aplicação de um método denominado “método estatístico”. Crespo (2002, p. 12) define método como um “conjunto de meios dispostos convenientemente para se chegar a um fim que se deseja”. A definição, as características e as fases do método estatístico podem ser assim enunciadas:

Método estatístico é um processo para se obter, apresentar e analisar características ou valores numéricos para uma melhor tomada de decisão em situações de incerteza. Os passos da metodologia estatística são os seguintes:

- definição cuidadosa do problema;
- formulação de um plano para a coleta das unidades de observação;
- coleta, resumo e apresentação das unidades de observação ou de seus valores numéricos;
- análise dos resultados;

- divulgação de relatório com as conclusões, de tal modo que estas sejam facilmente entendidas por quem as for usar na tomada de decisões. [...]

Entre as características do método estatístico, citam-se:

- é o único modo de lidar com uma grande quantidade de observações ou de valores;
- aplica-se somente a observações redutíveis a uma forma quantitativa;
- é o mesmo tanto para as ciências humanas e sociais como para as ciências tecnológicas;
- é objetivo; entretanto, os resultados são influenciados (embora não devam) pela necessária interpretação subjetiva. (LOPES, 1999, p. 2, *grifo do autor*).

No ensino de Estatística, o professor pode incluir atividades de investigação e resolução de problemas que contemplem as fases do método estatístico para transpor os limites impostos pelos cálculos, algoritmos e procedimentos tradicionais.

Mas, apesar do rigor do método estatístico, o emprego abusivo de informações estatísticas tem sido, historicamente, um fenômeno bastante comum. Dados estatísticos são frequentemente apresentados de modo enviesado, seja por descuido ou ignorância de alguns, seja com a intenção de suprimir dados desfavoráveis ou enfatizar dados favoráveis de outros. Nesse contexto, Huff (2016) alerta que:

Médias, relações, tendências e gráficos nem sempre são o que parecem. Pode haver mais coisas do que o olho vê, e pode haver bem menos. A linguagem secreta da estatística, tão atraente em uma cultura voltada para os fatos, é empregada para apelar, inflar, confundir e levar a simplificações exageradas. (HUFF, 2016, p. 16).

Triola (1999) descreve e exemplifica várias maneiras de distorção dos dados: 1) Pequenas amostras, que podem ser tendenciosas e não-representativas da população; 2) Números precisos, que podem ser enganosos, visto que uma estatística com muitas casas decimais não é necessariamente precisa; 3) Estimativas por suposição, que não passam de palpites; 4) Porcentagens distorcidas, que podem ser confusas e equivocadas; 5) Cifras parciais, que podem ser enganosas, por não apresentarem resultados completos; 6) Distorções deliberadas; 7) Perguntas tendenciosas, formuladas de modo a induzir ou sugerir uma resposta; 8) Gráficos enganosos, utilizados para aumentar ou diminuir a natureza dos dados; 9) Pictográficos, que podem distorcer a realidade; 10) Pressão do pesquisador, ao formular perguntas cujas respostas são favoráveis à autoimagem dos indivíduos pesquisados; e 11) Más amostras, cujos dados são coletados por meio de métodos inadequados.

O autor nos alerta que os exemplos apresentados constituem uma pequena amostra das maneiras pelas quais a Estatística pode ser utilizada de modo enganoso ou tendencioso. E

afirma ainda haver livros inteiros dedicados a esse assunto. Citamos como exemplo o clássico e bem-humorado “Como Mentir com Estatística”, obra do escritor americano Darrell Huff, publicada originalmente em 1954.

Por outro lado, nem tudo é tão malevolente ou falacioso nas searas da Estatística. Como bem observa Huff (2016, p. 16), “métodos e termos estatísticos são necessários para relatar dados de tendências sociais e econômicas, condições de negócios, pesquisas de opinião e censos”. Nesse sentido, o autor observa que são necessárias duas premissas essenciais para não incorrerem em contrassensos: redatores que usem as palavras com honestidade e conhecimento; e leitores que saibam o que elas significam.

A presença da Estatística no currículo da Educação Básica, conforme Rumsey (2002) defende, visa atender a um duplo objetivo: promover e desenvolver uma boa cidadania estatística e produzir bons cientistas. O ponto de partida é o desenvolvimento de uma base sólida de conhecimentos em conceitos e ideias estatísticas a qual a autora denomina competência estatística.

Perrenoud (2000, p. 15) define competência como a “capacidade de mobilizar diversos recursos cognitivos para enfrentar um tipo de situação”. Nesse sentido, Rumsey (2002, pp. 10-11, tradução nossa) afirma que “a competência estatística promove e desenvolve habilidades na conscientização, produção, compreensão, interpretação e comunicação de dados”⁵. Entendimento semelhante é expresso por Campos, Wodewotzki e Jacobini (2018), segundo o qual:

[...] os estudantes, de um modo geral, devem ser preparados para levantar problemas de seu interesse, formular questões, propor hipóteses, coletar os dados, escolher os métodos estatísticos apropriados, refletir, discutir e analisar criticamente os resultados considerando as limitações da Estatística, sobretudo no que se refere à incerteza e variabilidade. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2018, p. 14).

Cabe ressaltar que Rumsey (2002) identifica ainda cinco componentes intrínsecos à competência estatística básica. São eles: 1) conscientização de dados; 2) compreensão de certos conceitos estatísticos e terminologia básico; 3) conhecimento dos conceitos básicos de coleta de dados e geração de estatísticas descritivas; 4) habilidades básicas de interpretação (capacidade de descrever o que os resultados significam no contexto do problema); e 5) habilidades básicas de comunicação (poder explicar os resultados para outra pessoa).

⁵ Statistical competence promotes and develops skills in data awareness, production, understanding, interpretation, and communication (RUMSEY, 2002, p. 10-11).

2.2 A Educação Estatística

Já se discorreu até aqui, ainda que de modo sucinto, a respeito da relevância da Estatística na formação ampla do estudante e da sua aplicabilidade em praticamente todos os campos da atividade humana, seja do ponto de vista da vida profissional, seja do ponto de vista da vida cotidiana.

O que se pretende, agora, é abordar o renovado interesse pelo processo de ensino e aprendizagem da Estatística, no contexto da Educação Matemática, que se manifesta na crescente presença de conteúdos estatísticos na estrutura curricular da Educação Básica.

Nessa perspectiva, cabem dois esclarecimentos que se complementam.

Por um lado, o rápido desenvolvimento da Estatística como ciência, impulsionado pela disseminação dos computadores, o crescente poder e velocidade de cálculo dos processadores e as possibilidades de comunicação (BATANERO, 2001).

Por outro lado, o volume incalculável de informações oferecidas ao homem pelos sistemas de informação, a facilidade e a rapidez no acesso a elas e, sobretudo, as possibilidades concretas de manipulação dessas informações (WODEWOTZKI; JACOBINI, 2012).

Entretanto, não obstante o papel crucial na formação do estudante, o ensino de Estatística há tempos vem enfrentando problemas, em todos os níveis, como bem observam Campos, Wodewotzki e Jacobini (2018).

As reflexões sobre a problemática do ensino e aprendizagem de Estatística, principalmente no que se refere à origem das dificuldades pedagógicas, tiveram início na década de 1970. Naquela época, surgiu um movimento mundial que prezava pela importância do desenvolvimento do raciocínio probabilístico, pela ruptura com a cultura determinística da Matemática e pela dimensão política e ética do uso da Estatística. Em decorrência desse movimento, muitos países adotaram o ensino da Estatística na Educação Básica, com reflexões sobre os aspectos didáticos. Esse movimento foi a base do que hoje denominamos “Educação Estatística” (BATANERO, 2001 apud CAZORLA; KATAOKA; SILVA, 2010).

A Educação Estatística pode ser entendida

[...] como uma área de pesquisa que tem como objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, o que envolve aspectos cognitivos e afetivos do ensino-aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino etc. visando o desenvolvimento do *letramento estatístico*. Para tal, a Educação Estatística utiliza-se de recursos teórico-

metodológicos de outras áreas, como Educação Matemática, Psicologia, Filosofia e Matemática, além da própria Estatística. (CAZORLA; KATAOKA; SILVA, 2010, p. 22-23, *grifos das autoras*).

Os reflexos do movimento que deu origem à Educação Estatística chegaram ao Brasil em meados da década de 90. Com efeito, em 1998, o ensino de Estatística no Brasil foi incluído oficialmente na estrutura curricular da Educação Básica com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Doravante, configuraram-se duas correntes de pesquisa em Educação Estatística no Brasil: uma formada por pesquisadores vinculados à Educação Matemática e áreas correlatas, mais preocupadas com a Educação Básica; e a outra formada por professores que ensinam Estatística no Ensino Superior, mais preocupados com a formação do estatístico e dos usuários de Estatística. Os pesquisadores da primeira corrente estão mais ligados a um Grupo de Trabalho (GT) dentro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) denominado “GT12 – Educação Estatística”. Já os pesquisadores da segunda corrente estão mais ligados à Associação Brasileira de Estatística (ABE)⁶ (CAZORLA; KATAOKA; SILVA, 2010).

No âmbito internacional, a Educação Estatística é objeto de análise em centros de pesquisa como a *American Statistics Association (ASA)*⁷, fundada em Boston, Massachusetts, Estados Unidos, em 1839; e a *International Association for Statistical Education (IASE)*⁸, seção dedicada à educação do *International Statistical Institute (ISI)*⁹, fundado em Londres, Inglaterra, em 1885 (BATANERO, 2001).

Os principais objetivos da Educação Estatística são:

- promover o entendimento e o avanço da EE e de seus assuntos correlacionados;
- fornecer embasamento teórico às pesquisas em ensino da Estatística;
- melhorar a compreensão das dificuldades dos estudantes;
- estabelecer parâmetros para um ensino mais eficiente dessa disciplina;
- auxiliar o trabalho do professor na construção de suas aulas;
- sugerir metodologias de avaliação diferenciadas, centradas em METAS estabelecidas e em COMPETÊNCIAS a serem desenvolvidas;
- valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno, em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2018, p. 12, *grifos dos autores*).

⁶ <https://www.redeabe.org.br/>

⁷ <https://www.amstat.org/>

⁸ <https://iase-web.org/>

⁹ <https://www.isi-web.org/>

Para um entendimento mais completo a respeito da finalidade da Educação Estatística na formação dos estudantes da Educação Básica, seria necessário discutirmos três competências interrelacionadas que constituem os pilares da Educação Estatística: a literacia estatística, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico. Tarefa que não escapa aos objetivos desta pesquisa, consideramos oportuno realizá-la no quarto capítulo, quando as abordaremos como ponto de partida da fundamentação teórica.

2.3 Os Problemas no Ensino e na Aprendizagem de Estatística e os Desafios da Educação Estatística

Não são poucos os problemas, nem pequenos os desafios que acompanham a Educação Estatística.

Batanero (2001) afirma que, para muitos professores, o ensino de Estatística é um problema. E, logo a seguir, assinala sete dificuldades enfrentadas no seu ensino, em grande parte devido à própria natureza dessa ciência. São elas:

- As mudanças progressivas da Estatística, tanto do ponto de vista de seu conteúdo, quanto do ponto de vista das demandas de treinamento;
- A expansão notável da Estatística, com procedimentos cada vez mais numerosos, afastando-se cada vez mais da matemática “pura” e tornando-se uma “ciência de dados”;
- O pequeno número de pesquisas sobre o ensino de Estatística, comparado com os de outros ramos da Matemática, que faz com que as principais dificuldades dos alunos em conceitos importantes ainda sejam desconhecidas;
- A natureza da Estatística muito diferente da cultura determinística tradicional na aula de Matemática;
- A formação específica de professores, praticamente inexistente em Estatística;
- Os erros conceituais e a pedagogia inadequada presentes, com mais frequência do que seria desejável, em livros didáticos;
- A natureza interdisciplinar da Estatística que gera conflitos quando as definições, os conceitos e as propriedades apresentadas em outras disciplinas não coincidem com os ensinados na aula de Matemática.

Das dificuldades ora apresentadas, duas merecem menção especial. De um lado, a expansão notável da Estatística que a torna uma disciplina em constante mudança e crescimento e a distancia cada vez mais da Matemática. De outro lado, a natureza da Estatística que a difere dos aspectos lógicos ou determinísticos da Matemática.

No contexto escolar, principalmente da Educação Básica, é comum considerar a Estatística como parte da Matemática. Crespo (2002, p. 13), por exemplo, entende que a “Estatística é uma parte da Matemática Aplicada que fornece métodos para a coleta, organização, descrição, análise e interpretação de dados e para a utilização dos mesmos na tomada de decisões”. Tal entendimento, inclusive, tem sido amplamente reproduzido em livros didáticos, como bem podemos observar nos seguintes exemplos:

- “A Estatística é um ramo da Matemática que se baseia na observação. Ela nos auxilia a tirar conclusões em situações de incertezas” (MALVEIRA, 1993, p. 187);
- “O levantamento das informações e a sua exposição em tabelas e gráficos são feitos, em geral, de forma científica, utilizando um dos ramos da Matemática – a Estatística” (GIOVANNI; CASTRUCCI; GIOVANNI JR., 1998, p. 279);
- “A Estatística é um ramo da Matemática que trata da coleta, organização e interpretação de dados” (BIGODE, 2015, p. 275).

Vários estudiosos, todavia, não partilham desse ponto de vista. Nessa vertente, a Estatística é compreendida como uma ciência distinta e desvinculada da Matemática. No sentido de salientar as divergências entre essas duas ciências, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2018) pontuam:

Os conteúdos e valores da Estatística são, em geral, distintos daqueles da Matemática. Princípios como os da aleatoriedade e da incerteza se diferenciam dos aspectos mais lógicos ou determinísticos da Matemática. A existência de faces mais subjetivas, tais como a escolha da forma de organização dos dados, a interpretação, a reflexão, a análise e a tomada de decisões, fazem com que a Estatística apresente um foco diferenciado ao da Matemática. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2018, p. 13).

A argumentação de que a Estatística difere da Matemática se ancora em uma série de aspectos peculiares à Estatística, às vezes inexistentes na Matemática, e vai muito além do objeto e da forma de estudo. São eles:

- Caráter interdisciplinar: “as raízes da Estatística estão centradas nas diferentes áreas do conhecimento e essa percepção remete-nos à interdisciplinaridade” (LOPES, 1998 apud LOPES, 2010, p. 59);
- Associação com o método científico: ao “observar a natureza e formular questões, coligir dados que lançam luz sobre essas questões, analisar os dados e comparar os resultados com o que tinham pensado previamente, levantar novas questões e assim sucessivamente” (HOGG, 1991 apud LOPES, 2010, p. 60);
- Raízes empíricas: a Estatística “requer diferentes tipos de pensamento, porque dados não

são somente números; são números com um contexto e, nos dados analisados, o contexto concede significado” (COBB; MOORE, 1997 apud LOPES, 2010, p. 60);

- Foco em aplicações: a Estatística “é uma disciplina metodológica que não existe por si só, mas para servir a outras áreas de estudo; o papel da Estatística é disponibilizar ideias coerentes e ferramentas sobre o comportamento dos dados” (FRANKLIN *et al.*, 2005 apud LOPES, 2010, p. 59-60);
- Inexatidão dos problemas estatísticos: “os problemas estatísticos costumam ser abertos, isto é, pode existir mais de um método de solução correta, ou a solução ou previsão pode não se concretizar, a despeito da modelagem estatística” (BATANERO, 2001 apud CAZORLA; KATAOKA; SILVA, 2010, p.21);
- Dimensão ético-política: “as dimensões políticas e éticas do uso e possível abuso de estatísticas e informações estatísticas também contribuem para a especificidade do campo”¹⁰ (BATANERO, 2001, p. 7, tradução nossa).

Em nossa visão, concebemos a Estatística como uma ciência de análise de dados e não como um ramo da Matemática. E justificamos nosso posicionamento, tendo em vista a natureza específica da Estatística, pois a ela nem sempre podem ser transferidos os princípios gerais da Matemática (BATANERO, 2001).

Para reiterar nosso ponto de vista, lembramos que na Matemática

[...] um contraexemplo numérico pode refutar uma conjectura ou afirmação, enquanto, na Estatística, um contraexemplo numérico (um dado individual) não pode ser considerado para rejeitar uma teoria sobre a distribuição dos dados. (PFANNKUCH; WILD, 2004 apud SOUZA; MENDONÇA; LOPES, 2013, p. 123).

Não bastassem as dificuldades já citadas, de acordo com Batanero (2001), ainda existem poucos professores que abordam tópicos de estatística na Educação Básica e, em outros casos, eles são apresentados de modo muito breve ou excessivamente formalizado. Em consonância com a autora, Lopes (2010) afirma que esses temas, em geral, têm sido colocados ao final dos programas de ensino e, assim, nem sempre explorados pelos estudantes, por falta de tempo, por falta de convicção do seu real interesse ou por falta de domínio teórico-metodológico do professor sobre os conceitos estatísticos e probabilísticos, seja sua formação em Pedagogia, seja em Matemática.

Podemos, portanto, concluir que as dificuldades do ensino de Estatística podem ser

¹⁰ Las dimensiones políticas y éticas del uso y posible abuso de la estadística y la información estadística contribuyen, así mismo, a la especificidad del campo. (BATANERO, 2001, p. 7).

minimizadas por meio da melhor preparação prévia e treinamento contínuo de professores, do apoio dos departamentos universitários e grupos de pesquisa envolvidos e da criação de grupos locais ativos, que servem como intermediários entre professores, estatísticos profissionais e pesquisadores em Educação Estatística (BATANERO, 2001).

Nesses termos, Lopes (2010) entende que a implementação curricular da Estatística ainda depende de um investimento significativo dos educadores matemáticos e estatísticos no que se refere à formação inicial e contínua de professores, à elaboração de livros didáticos e outras publicações que subsidiem o trabalho docente do professor na Educação Básica.

Desse modo, parece-nos justificado e sentimo-nos encorajados a levar a pesquisa adiante, pois, de acordo com Lopes (2010, p. 61), “é importante incentivar e orientar projetos de pesquisa, na iniciação científica, no mestrado e no doutorado, que tenham como foco a Educação Estatística na Educação Básica”.

2.4 A Estatística nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica

O panorama traçado até aqui evidenciou a importância do ensino de Estatística no desenvolvimento da interdisciplinaridade, da transversalidade, do espírito científico e da formação dos estudantes para a cidadania (CAZORLA; KATAOKA; SILVA, 2010).

Agora, versaremos sobre a presença da Estatística nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997, 1998) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), com foco no ensino e na aprendizagem de gráficos.

Os PCN resultaram da necessidade de se construir uma referência curricular nacional para o Ensino Fundamental que garantisse aos estudantes, de qualquer região do país, o acesso aos conhecimentos indispensáveis para a construção de sua cidadania (BRASIL, 1998). Dessa forma, os PCN são considerados linhas norteadoras para as práticas didático-pedagógicas de todas as disciplinas curriculares.

No Brasil, o estabelecimento oficial do ensino regular de Estatística no currículo da Educação Básica é recente, tendo ocorrido em 1998, com a consolidação dos PCN (GITIRANA *et al.*, 2010).

Nesse documento, as orientações a respeito do ensino de Estatística, seja do ponto de vista do planejamento, seja do ponto de vista metodológico, estão descritas no bloco denominado “Tratamento da Informação”, da estrutura curricular de Matemática. O objetivo geral desse bloco incide sobre o desenvolvimento do raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico.

Com relação ao desenvolvimento do raciocínio estatístico nos anos finais do Ensino Fundamental, e especificamente no tocante ao ensino e à aprendizagem de gráficos, o objetivo é levar os estudantes a

[...] coletar, organizar e analisar informações, construir e interpretar tabelas e gráficos, formular argumentos convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas. (BRASIL, 1998, p. 65).

[...] construir tabelas de frequência e representar graficamente dados estatísticos, utilizando diferentes recursos, bem como elaborar conclusões a partir da leitura, análise, interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos. (BRASIL, 1998, p. 82).

Os PCN reconhecem a necessidade de compreensão das informações veiculadas pela mídia tanto para tomar decisões como fazer previsões. A leitura e a interpretação de dados são competências importantes a serem desenvolvidas no processo de alfabetização. Desse modo, os PCN sugerem aos professores, desde os anos iniciais, propor atividades de construção de gráficos, verificar se os alunos conseguem ler as informações neles representadas e fazer perguntas que possam ser respondidas a partir deles (BRASIL, 1998).

Para todos os quatro ciclos do Ensino Fundamental, os PCN recomendam a coleta, a organização, a análise, a construção e a interpretação de tabelas e gráficos estatísticos. Aos professores são sugeridos quatro recursos como possibilidades de trabalho, denominados, nos PCN, como “caminhos para fazer Matemática em sala de aula”. São eles: a resolução de problemas, a história da matemática, as tecnologias da informação e os jogos.

Ademais, outra novidade é a linguagem matemática a ser utilizada na prática pedagógica, que vai além da comunicação oral e escrita. Nesse sentido, os PCN recomendam o uso concomitante de elementos da língua materna e de símbolos matemáticos para falar sobre Matemática. Dessa forma, a linguagem matemática não se torna um código indecifrável para os alunos (BRASIL, 1998).

Como formas de explorar os conteúdos estatísticos, os PCN recomendam: 1) leitura e discussão de informações que aparecem nos meios de comunicação; 2) estudo de assuntos, que tratam de economia, política e sociedade, representado graficamente; 3) pesquisas que tenham interesse para os alunos; 4) resolução de problemas que envolvem combinatória; 5) atividades investigativas para fazer previsões do sucesso de um evento; e 6) projetos amplos de natureza interdisciplinar. O intuito é que o estudante tenha a capacidade de posicionar-se criticamente, fazer previsões e tomar decisões diante das informações estatísticas veiculadas pela mídia, livros e outras fontes, às vezes enganosas ou mal intencionadas (BRASIL, 1998).

Para lidar com as informações estatísticas, Van de Walle (2009) propõe que, na trajetória pelo Ensino Fundamental, os estudantes tenham experiências informais, porém significativas, com os conceitos básicos de análise de dados de tal modo que: 1) da Educação Infantil à 3ª série¹¹, saibam categorizar e exibir dados em várias formas gráficas; 2) quando chegarem à 5ª série, saibam coletar, organizar e melhor representar o que os dados indicam; 3) a partir daí aprendam conceitos estatísticos, tais como média, moda e mediana; e 4) nas séries finais do Ensino Fundamental, compreendam melhor essas representações e aprendam novas representações, tais como gráficos de caixa, gráficos de “ramo-e-folha” e gráficos de dispersão.

A proposta sugerida pelo autor, Van de Walle (2009), vem ao encontro das orientações contidas nos PCN de que a leitura e a interpretação de gráficos estatísticos devem ser abordadas em todos os quatro ciclos do Ensino Fundamental.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento de caráter normativo aprovado e homologado em dezembro de 2017, define “o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2017, p. 7).

Logo na introdução do documento, encontramos dez competências gerais (Anexo A) para as três etapas da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio). Nesta pesquisa, por questão de foco e de conveniência, vamos nos ater ao Ensino Fundamental.

A partir do Ensino Fundamental, as competências gerais se desdobram em competências específicas para cada área do conhecimento. Na área de Matemática encontramos oito competências específicas para o Ensino Fundamental (Anexo B). Cada competência específica apresenta um conjunto de habilidades relacionadas aos diferentes objetos de conhecimento.

Na BNCC, os objetos de conhecimento da área de Matemática estão organizados em cinco unidades temáticas: 1) Números; 2) Álgebra; 3) Geometria; 4) Grandezas e medidas; e 5) Probabilidade e Estatística.

A unidade temática Probabilidade e Estatística ocupa-se dos estudos relativos à incerteza e ao tratamento de dados. O documento enfatiza a necessidade de todos os cidadãos

¹¹ A Lei Federal Nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, ampliou para nove anos o Ensino Fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos seis anos de idade, ao invés de sete. A nomenclatura “série” foi substituída pelo termo “ano”. No Ensino Fundamental de Nove Anos, foram estabelecidas duas etapas de ensino: Anos Iniciais (faixa etária de 6 a 10 anos de idade – duração do 1º ao 5º Ano) e Anos Finais (faixa etária de 11 a 14 anos de idade – duração do 6º ao 9º Ano).

desenvolverem habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados nos mais diversos contextos, não só para fazer julgamentos bem fundamentados, mas também tomar decisões adequadas (BRASIL, 2017).

Para o Ensino Fundamental, o objetivo é

[...] garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental. (BRASIL, 2017, p. 265).

Nesse nível de ensino, as habilidades são apresentadas de acordo com as unidades temáticas e com indicação do ano em que serão trabalhadas. A correlação entre as habilidades relativas à construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos e os objetos de conhecimento da unidade temática Probabilidade e Estatística é apresentada no Anexo C.

No âmbito do Ensino Fundamental, devem ser promovidas ações didático-pedagógicas que assegurem ao educando o desenvolvimento do letramento matemático, ou seja, a capacidade de “raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas” (BRASIL, 2017, p. 266).

Na unidade temática Probabilidade e Estatística estudam-se a incerteza e o tratamento dos dados. No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, mais especificamente no tocante à Estatística, espera-se que os alunos saibam interpretar estatísticas divulgadas pela mídia e, principalmente, planejar e executar pesquisa amostral. Nos Anos Finais, espera-se que os alunos saibam interpretar as medidas de tendência central e de comunicar os resultados obtidos por meio de relatórios, inclusive representações gráficas adequadas (BRASIL, 2017).

Como formas de explorar os conteúdos estatísticos, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, a BNCC propõe a utilização de recursos tecnológicos, como calculadoras e *softwares* de planilhas eletrônicas. Ressaltamos que o uso desses *softwares* favorece o desenvolvimento do pensamento computacional, que podemos compreender como estratégia para solucionar problemas baseada em tecnologia.

Ao rever a definição de letramento matemático, observamos que as habilidades

relacionadas a raciocinar, representar, argumentar e comunicar matematicamente são essenciais para a compreensão e a leitura do mundo. Nesse sentido, colaboram as habilidades de construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos, sendo daí decorrente a sua crescente valorização.

Concluimos o presente capítulo na convicção de que o desenvolvimento das habilidades relativas à construção, à leitura e à interpretação de gráficos estatísticos é fortemente recomendado por todos os documentos e diretrizes oficiais elaborados pelo Ministério da Educação.

Sendo assim, faz-se necessária uma revisão da literatura para o levantamento das pesquisas a respeito da adoção de procedimentos metodológicos e de recursos didáticos diferenciados voltados à mobilização da transnumeração e ao desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos, de modo a corroborar com os nossos argumentos ou mesmo, apontar como é necessário haver mais pesquisas sobre o tema. No próximo capítulo, nos encarregaremos disso.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo faz uma revisão da literatura sobre a adoção de procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados voltados à mobilização da transnumeração e ao desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos por estudantes do Ensino Fundamental.

Inicialmente, abordaremos os procedimentos relativos ao planejamento da revisão, tais como a formulação da questão de pesquisa a ser investigada e o desenvolvimento do protocolo de revisão. Em seguida, trataremos dos procedimentos relativos à condução da revisão, tais como a busca, a seleção, a avaliação e a sintetização dos estudos. E, por fim, apresentaremos o relato e a conclusão da revisão.

3.1 Revisão Sistemática da Literatura

Os estudos de revisão da literatura, segundo Noronha e Ferreira (2000),

[...] analisam a produção bibliográfica em determinada área temática, dentro de um recorte de tempo, fornecendo uma visão geral ou um relatório do estado-da-arte sobre um tópico específico, evidenciando novas ideias, métodos, subtemas que têm recebido maior ou menor ênfase na literatura selecionada. (NORONHA; FERREIRA, 2000, p. 191).

Para compreendermos de que forma a revisão da literatura facilita o trabalho do pesquisador, a célebre citação de Isaac Newton (1643-1727) nos parece bem adequada: “Se eu vi mais longe, foi por estar sobre ombros de gigantes”. Com efeito, um dos objetivos da referência à literatura é a utilização e o reconhecimento da contribuição intelectual de outros autores à nossa área de estudo.

A revisão da literatura desta pesquisa baseia-se no livro “Gráficos e Mapas: representação de informação estatística”, obra de Ana Alexandrino da Silva, publicada em 2006. Um aspecto que merece ser pontuado com relação à obra é o fato de ter sido o único livro em língua portuguesa que encontramos dedicado exclusivamente à temática de visualização da informação estatística.

A autora analisou a utilização de gráficos estatísticos publicados na imprensa escrita portuguesa e constatou o nível desastroso de sofisticação gráfica, haja vista o reduzido nível de complexidade e o elevado número de erros apresentados em alguns daqueles gráficos. Nessa perspectiva, a autora identificou quatro áreas de intervenção futura: 1) o aumento de

estudos sobre a utilização gráfica; 2) o desenvolvimento de novas formas de representação; 3) a adoção de um manual de normas; e 4) a necessidade de conferir maior importância à formação gráfica.

Esta pesquisa vem precisamente ao encontro da quarta área de intervenção, ponto de partida em que situamos nosso trabalho. Nesse sentido, lembramos que

[...] o ensino aprofundado dos métodos gráficos poderia integrar todos os cursos universitários que recorressem à imagem como forma de análise ou exploração de dados. A preocupação com a formação nesta área *em níveis inferiores de ensino* é, igualmente, fundamental para fazer face a uma crescente substituição do texto pela imagem. (SILVA, 2006, p. 243, *grifo nosso*).

Uma vez descoberto o nosso nicho de pesquisa dentro da Educação Matemática e da Educação Estatística, iniciamos a revisão da literatura.

Entre os tipos de revisão da literatura, elegemos a revisão sistemática. De acordo com Paula, Rodrigues e Silva (2016, p. 56), a Revisão Sistemática da Literatura (RSL) é “um dos meios existentes para identificar, avaliar e interpretar toda pesquisa pertinente a uma pergunta de pesquisa em particular”.

As atividades relativas ao processo de RSL seguiram as diretrizes de Kitchenham (2004 apud PAULA; RODRIGUES; SILVA, 2016) e foram desenvolvidas em três fases: Planejamento da revisão, Condução da revisão e Relato da revisão.

Cada fase foi composta por estágios sequenciais realizados com rigor e transparência de forma que a RSL fosse reproduzível e não enviesada.

Na fase de Planejamento, os estágios contemplaram a identificação da necessidade de revisão e o desenvolvimento de um protocolo específico de revisão. Na fase de Condução, os estágios abrangeram a identificação de pesquisas, a seleção dos estudos primários, a avaliação da qualidade dos estudos, a estratégia de extração de informação e a sumarização de resultados. Na fase de Relato, os estágios compreenderam a síntese dos resultados encontrados e a conclusão da revisão.

Ao longo deste capítulo, passaremos por essas fases e estágios.

3.2 Planejamento da RSL

As fases e as atividades de uma RSL provêm de uma pergunta de pesquisa norteadora de todo o processo. Sendo assim, definimos e propusemos a seguinte questão:

Quais procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados têm sido utilizados para o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos no Ensino Fundamental?

Depois de formulada a questão de pesquisa, planejamos um elemento crítico e essencial da RSL: o protocolo de revisão (ou protocolo de pesquisa).

O protocolo de revisão compreendeu uma série de elementos previamente definidos com a finalidade de conduzir o processo de execução da RSL.

Para tanto, foi estabelecido e especificado o protocolo de revisão, a saber:

- **Intervenção:** trabalhos que apresentam estudos e exemplos do uso de procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados voltados ao desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos;
- **Controle:** não definido;
- **Efeito:** a partir das experiências relatadas, verificar quais são os procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados que foram utilizados para o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos;
- **Medida de desfecho:** quantidade de artigos publicados sobre o uso de procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados voltados ao desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos;
- **População:** artigos, dissertações de mestrado e teses de doutoramento relacionados à questão de pesquisa;
- **Período:** os últimos vinte anos, ou seja, de 2001 até 2020;
- **Problema:** identificar o uso de procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados e verificar se é favorável ao desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos;
- **Aplicação:** pesquisar os procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados que propiciam o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos e, dessa forma, contribuem para a formação gráfica de estudantes do Ensino Fundamental.

Uma vez definido o protocolo da revisão, a fase seguinte foi a condução da RSL.

3.3 Condução da RSL

Na segunda fase da RSL, foram construídas as estratégias de seleção e busca dos estudos relacionados ao tema investigado.

O Quadro 1 apresenta os critérios definidos para a realização da RSL.

Quadro 1 - Critérios para a RSL.

Critério	Descrição
Seleção de Fontes	Fundamentar-se-á em bases de dados eletrônicas, incluindo conferências e artigos. Considerar-se-á, também, a busca por <i>proceedings</i> de conferências cuja temática seja o uso de procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados para o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos.
Palavras-chave	Transnumeração, construção de gráficos, atividades, investigação.
Idioma dos Estudos	Português.
Métodos de busca de fontes	As fontes serão acessadas via <i>web</i> . No contexto desta RSL, não consideraremos a busca manual.
Listagem de fontes	Google Acadêmico ¹² .
Tipo dos Artigos	Teórico, Prova de conceito, Estudos experimentais.
Critérios de Inclusão e Exclusão de Artigos	Os artigos devem estar disponíveis na <i>web</i> . Os artigos devem considerar estudos e exemplos do uso de procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados para o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos.

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

O Google Acadêmico foi escolhido pelo fato de ser um repositório aberto e que possibilita pesquisar a literatura acadêmica de modo abrangente. Com efeito, o Google Acadêmico apresenta diversas publicações científicas, tais como artigos, dissertações e teses.

Foi estabelecido que os estudos encontrados seriam selecionados por meio da leitura e verificação dos critérios de inclusão e exclusão pré-determinados.

Não foram definidos um método de aferição ou um *checklist* para a avaliação da qualidade dos estudos. Dessa forma, a definição da qualidade fundamentou-se na fonte de extração do material e na verificação dos critérios de inclusão e exclusão pré-determinados.

Foi estabelecido ainda que depois da execução do processo de seleção seriam extraídos os seguintes dados dos estudos selecionados: título do artigo; autores; fonte; tipo de artigo; categoria; contexto e tecnologia da aplicação; e descrição das metodologias utilizadas.

Com relação à sumarização de resultados, foi estabelecido que os estudos seriam

¹² <https://scholar.google.com.br/?hl=pt>

tabulados e analisados com o propósito de reunir exemplos do uso de procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados para o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos.

Ao realizar a busca dos estudos pertinentes ao tema da investigação no repositório a ser consultado, foram utilizados caracteres especiais (aspas e parênteses) e operadores booleanos (AND/OR) para refinar a busca.

A *string* de busca utilizada para a questão de pesquisa apresentada foi: (“transnumeração”) AND (“construção de gráfico” OR “construção de gráficos” OR “construindo gráficos”) AND (“sequência didática” OR “oficina” OR “experimento” OR “investigação”) AND (“ensino fundamental”).

A busca foi realizada nos dias 08 e 09 de maio de 2020.

Como resultado dessa busca, realizada no Google Acadêmico – definido na lista de fontes dos critérios para a realização da RSL –, foram encontrados 58 trabalhos.

Pedimos ao leitor observar que, embora tenhamos utilizado a palavra-chave “Ensino Fundamental” na *string* de busca, foram encontrados alguns trabalhos relativos ao Ensino Médio e que atendiam aos critérios de inclusão definidos para a pesquisa. Logo, esses estudos foram incluídos na RSL e, à vista disso, lembramos que uma atividade didático-pedagógica indicada para um determinado nível de ensino pode ser adaptada em outro nível.

Depois de verificados os critérios de inclusão e exclusão, da totalidade de 58 trabalhos encontrados, foram excluídos 42 estudos. A Tabela 1 apresenta o quantitativo desses trabalhos segundo o motivo da exclusão.

Tabela 1 - Quantitativo de trabalhos excluídos segundo o motivo da exclusão.

Motivos da exclusão	Quantidade
Estudos repetidos e decorrentes, por exemplo, artigos científicos e publicações em eventos derivados de teses e dissertações já consideradas nesta RSL	13
Estudos dedicados à formação docente	12
Estudos analíticos de materiais didáticos e parâmetros curriculares	8
Trabalhos de conclusão de curso de graduação e especialização	3
Estudos que abordaram a representação de dados por meio de medidas de tendência central e, dessa forma, não estavam relacionados ao tema proposto	3
Estudos do tipo estado da arte	2
Estudos com ênfase na leitura e interpretação de gráficos e não na construção	1
Total	42

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Depois de avaliar cada trabalho, foram considerados 16 estudos que atenderam a todos os critérios pré-determinados nesta RSL, os quais apresentamos no Quadro 2.

Quadro 2 - Resultado da busca da RSL.

Autoria	Título do trabalho	Ano
Fernanda de Mello Garcia	A ideia de variabilidade abordada no 8 ^o ano do ensino fundamental	2008
Márcia Vieira	Análise Exploratória de Dados: Uma abordagem com alunos do Ensino Médio	2008
Maria Adriana Pagan	A Interdisciplinaridade como proposta pedagógica para o ensino de Estatística na Educação Básica	2009
Danieli Walichinski	Contextualização no ensino de estatística: uma proposta para os anos finais do ensino fundamental	2012
Luciana Boemer Cesar Pereira	Ensino de estatística na escola do campo: uma proposta para um 6 ^o ano do ensino fundamental	2013
Luís Henrique Pio de Almeida	Proposta de ensino de estatística em uma turma de nono ano do Ensino Fundamental com uso do programa R-commander	2014
Rúbia Juliana Gomes Fernandes	Estatística e probabilidade: uma proposta para os anos iniciais do ensino fundamental	2014
Willian Damin	Ensino de estatística para os anos finais do ensino fundamental	2014
Juscileide Braga de Castro José Aires de Castro Filho	Desenvolvimento do pensamento estatístico com suporte computacional	2015
Cassio Cristiano Giordano	O desenvolvimento do letramento estatístico por meio de projetos: um estudo com alunos do Ensino Médio	2016
Leandro do Nascimento Diniz	Leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação	2016
Dalcio Schmitz	O ensino de estatística: competências a serem desenvolvidas	2017
Rúbia Juliana Gomes Fernandes Guataçara dos Santos Junior Rudolph dos Santos Gomes Pereira	Ensino e Aprendizagem de Gráficos e Tabelas nos anos iniciais de Escolarização	2017

Wanessa Cristine Costa e Silva	Contribuições para o desenvolvimento de competências estatísticas no ensino médio por meio dos registros de representação semiótica	2018
Diogo Israel Schwanck	Pesquisa estatística na comunidade como elemento potencial para o desenvolvimento das competências estatísticas	2019
Lucineide Maria de Souza	Educação estatística: interpretando e construindo representações gráficas com alunos do 5º ano do ensino fundamental	2020

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

A leitura e a análise dos trabalhos selecionados permitiram-nos organizá-los em três categorias, segundo a convergência das propostas de trabalho sugeridas para sala de aula: o ambiente papel e lápis, o ambiente computacional e o ambiente de aprendizagem via projetos investigativos e de modelagem matemática.

A Tabela 2 apresenta o quantitativo desses estudos segundo a categoria de proposta de trabalho.

Tabela 2 - Categorias de propostas de trabalho.

Categoria	Quantidade
Ambiente papel e lápis	6
Ambiente computacional	5
Ambiente de aprendizagem via projetos investigativos e de modelagem matemática	5
Total	16

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Ressaltamos que alguns estudos, ao articularem diferentes propostas de trabalho, poderiam ser enquadrados em mais de uma das categorias estabelecidas. Entretanto, optamos por classificá-los a partir da preponderância do direcionamento e do caráter em evidência, manifestados nos títulos, resumos e palavras-chave.

Uma vez selecionados os estudos relativos ao tema investigado e identificadas as principais categorias emergentes, a fase seguinte foi a escrita do relato da RSL. Logo, convidamos o leitor a conhecer as características desses estudos, tais como objetivos, métodos, resultados e discussão.

3.4 Relatos da RSL

O primeiro grupo reúne seis trabalhos cujos autores analisaram atividades que propunham a construção de gráficos no ambiente papel e lápis¹³ para o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos.

Garcia (2008) apresentou uma sequência didática para o desenvolvimento do pensamento estatístico por meio do estudo da variabilidade e do gráfico *boxplot*. Participaram da pesquisa 47 estudantes de duas turmas do 8º ano do Ensino Fundamental. Ambas as turmas optaram pelo levantamento de dados referentes às preferências pessoais e características dos próprios estudantes, por exemplo, esporte preferido e gosto pela Matemática. As atividades consistiram na construção e análise de gráficos de barras e setores; no estudo de medidas separatrizes (mediana e quartis); e na construção e análise de gráfico *boxplot*.

A pesquisadora observou que os estudantes não demonstraram dificuldades no cálculo da mediana, na definição dos quartis e na construção do gráfico *boxplot*. Entretanto, verificou-se equívocos na análise do gráfico. Desse modo, concluiu-se que há a necessidade de mais atividades direcionadas à compreensão do gráfico *boxplot*.

Pagan (2009) comparou os ganhos de aprendizagem de conceitos elementares da Estatística adquiridos por estudantes em aulas de Geografia, Matemática e Matemática Aplicada de forma interdisciplinar. Participaram da pesquisa 105 estudantes do 1º ano do Ensino Médio, divididos igualmente em três grupos. As atividades consistiram na construção, leitura e interpretação de tabelas e gráficos e cálculo de média aritmética.

A pesquisadora observou as seguintes fragilidades dos estudantes na construção dos gráficos: dificuldade para calibrar a escala dos eixos, fato considerado preocupante por induzir a interpretação equivocada dos dados; tendência de unir as barras em gráficos de barras e, desse modo, apresentar um histograma; e escolha inadequada do tipo de gráfico, ao construir gráfico de linhas ou de pontos para plotagem de dados discretos.

A pesquisadora observou ainda que nas aulas de Geografia a ênfase recaiu sobre a leitura e interpretação de dados em tabelas e gráficos. Nas aulas de Matemática, contudo, a ênfase recaiu sobre o estudo de variáveis, frequências e medidas de tendência central. Nas aulas de Matemática Aplicada de forma interdisciplinar, por sua vez, a ênfase recaiu sobre os elementos da Estatística. Por fim, concluiu-se que o ensino de Estatística pautado nos princípios

¹³ Termo utilizado por Kataoka e Hernandez (2010) para designar a construção de tabelas e gráficos à mão. De acordo com os autores, os materiais necessários para a construção de gráficos no ambiente papel e lápis são: papel quadriculado ou malhas (construídas pelo próprio professor de acordo com a natureza do gráfico), régua, compasso e transferidor.

da interdisciplinaridade desperta maior interesse dos estudantes por assuntos de outras disciplinas; auxilia a compreensão de informações veiculadas pela mídia; mostra a importância da leitura correta de dados em tabelas e gráficos; e promove a formação social e cidadã.

Walichinski (2012) analisou as contribuições de uma sequência didática para o ensino e aprendizagem de Estatística. Participaram da pesquisa 22 estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental. Foi proposta a realização de uma pesquisa estatística e as atividades consistiram na coleta de dados, representação tabular e gráfica dos dados e exploração de medidas de tendência central. Os seguintes dados foram fornecidos pelos próprios estudantes: gênero, idade, número de irmãos, disciplina preferida, gosto pela Matemática, esporte favorito, massa, altura, número do calçado e índice de massa corpórea (IMC). Com relação à representação gráfica, foram construídos pictogramas, gráficos de barras simples e barras duplas e gráficos de setores.

A pesquisadora observou que os estudantes se mostraram seguros para construir sozinhos os pictogramas. Entretanto, na construção dos gráficos de barras simples, poucos estudantes identificaram as categorias da variável, deram título ao gráfico e indicaram a fonte. Assim, fez-se necessária a intervenção da professora.

Na construção do gráfico de barras duplas, alguns estudantes separaram as barras de mesma categoria e outros deixaram categorias distintas lado a lado. Por isso, fez-se necessária orientação individual. Todos os estudantes reconheceram a necessidade do uso da legenda. Porém, tal percepção não foi verificada para o título, a identificação da variável e suas categorias e a indicação da fonte.

Na construção dos gráficos de setores, os estudantes apresentaram dificuldades no cálculo dos ângulos e uso do transferidor, o que indica inexperiência na construção desse tipo de gráfico e pouca familiaridade com o uso de compasso e transferidor.

Como forma de propiciar o contato com diferentes tipos de gráficos, foi utilizado o gráfico de bastão para representar os valores dos percentis de IMC da turma. Por fim, concluiu-se que os estudantes “têm dificuldade em perceber a necessidade da apresentação do nome das categorias nos eixos horizontal e vertical nas representações gráficas, a apresentação do título e da fonte nas representações gráficas e tabulares” (WALICHINSKI, 2012, p. 125).

Pereira (2013) analisou as contribuições de uma sequência didática para o ensino de Estatística, no contexto da Escola do Campo. Participaram da pesquisa 31 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. As atividades consistiram na coleta e organização de dados, representação tabular e gráfica de dados e cálculos de média aritmética e porcentagem. Os estudantes realizaram o levantamento dos seguintes dados: endereço (localidade), meio de transporte para chegar à escola, horário de acordar para ir à escola, tempo para chegar à

escola, principais atividades desenvolvidas pela família, tipos de plantações cultivadas, animais criados, frutas cultivadas e possuir ou não horta. Com relação à representação gráfica, foram construídos gráficos de colunas.

A pesquisadora observou que os gráficos foram construídos com capricho e elementos fundamentais, como título e fonte, foram registrados. Entretanto, alguns erros de escala foram observados. Por fim, concluiu-se que os estudantes “aprenderam não só a construir um gráfico, mas também realizaram a transnumeração de dados tabelados anteriormente, e essa ação contribuiu para a formação do pensamento e do raciocínio estatístico enfatizados pela representação dos dados” (PEREIRA, 2013, p. 79).

Damin (2014) investigou as contribuições de uma sequência didática na aprendizagem de conceitos estatísticos. Participaram da pesquisa oito estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Foi proposta a realização de uma pesquisa estatística e as atividades consistiram no delineamento da questão de investigação, estruturação do questionário, coleta de dados, organização dos dados em tabelas, construção de gráficos e exploração de medidas de tendência central. O tema de investigação foi o uso do celular pelos estudantes do colégio. Com relação à representação gráfica, foram construídos gráficos de barras e gráficos de setores. O uso de calculadora foi opcional.

O pesquisador observou que os estudantes construíram facilmente os gráficos de barras, mas não conseguiram desenvolver sozinhos os gráficos de setores. Concluiu-se que a construção dos gráficos contribuiu para o desenvolvimento da leitura e da interpretação, o acionamento das funções cognitivas de comunicação e identificação e, ainda, a elaboração dos conceitos matemáticos de ordem e grandeza.

Souza (2020) investigou as contribuições de uma sequência didática para o desenvolvimento da leitura, interpretação e construção de gráficos e a compreensão do conceito de escala. Participaram da pesquisa 27 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. As atividades consistiram na coleta, análise, sistematização, representação e comunicação dos dados em tabelas e gráficos. O tema “Perfil da Turma” foi escolhido pela pesquisadora. O levantamento de dados foi realizado por meio de uma pesquisa de opinião para revelar características e preferências pessoais dos próprios estudantes. Foram construídos gráficos de barras e gráficos de linhas.

A pesquisadora observou que a divisão proporcional dos valores da escala de um gráfico e a compreensão de valores implícitos na escala não são tarefas simples para os estudantes. Por fim, concluiu-se que o ensino da Estatística na Educação Básica não pode se limitar ao contexto apenas da leitura. Sendo assim, recomendou-se o ensino de conceitos e

procedimentos estatísticos que privilegiem o Ciclo de Investigação Científica: Problematização, Planejamento e Execução da pesquisa. Nas palavras da pesquisadora, é possível “ensinar estatística fazendo estatística” (SOUZA, 2020, p. 137).

O segundo grupo compreende cinco trabalhos cujos autores analisaram atividades que propunham a construção de gráficos no ambiente computacional¹⁴ para o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos.

Vieira (2008) estudou as interações entre estudantes e um ambiente de estatística dinâmica. Para esse propósito, foi desenvolvida uma sequência didática com enfoque na Análise Exploratória de Dados e o uso do *software* Fathom. Participaram da pesquisa 10 estudantes do 2º ano do Ensino Médio, organizados em grupos. Foram disponibilizados aos estudantes diversos dados relativos aos funcionários de uma certa empresa. Com relação à representação gráfica, as atividades consistiram na construção de: gráficos de colunas para as variáveis gênero, escolaridade e cargo; histograma e gráfico de pontos para a variável idade; e histograma e *boxplot* para a variável salário.

A pesquisadora observou a tendência de os estudantes construírem gráficos de pontos na maioria dos casos, provavelmente influenciados pelo ensino do conceito de função nas aulas de Matemática do 1º ano do Ensino Médio. Ela ainda constatou a dificuldade dos estudantes na compreensão da divisão dos dados em quartis e da construção do gráfico *boxplot*. Por fim, concluiu-se que “as interações com o ambiente e com os integrantes do grupo provocavam discussões que contribuíam com a construção de novos conhecimentos” (VIEIRA, 2008, p. 148).

Almeida (2014) desenvolveu uma sequência didática para estimular o interesse e a compreensão de conceitos estatísticos. Participaram do estudo 25 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Os estudantes foram divididos em grupos. As atividades consistiram na escolha de um tema para pesquisa (um por grupo), estruturação de questionário, coleta de dados, montagem de banco de dados, análise e interpretação de dados e, finalmente, a apresentação da pesquisa para o colégio. Os gráficos foram construídos por meio do *software* R-Commander.

O pesquisador observou a escolha, considerada parcialmente adequada, do uso de histograma para a representação de variável quantitativa discreta e não contínua. Todavia, o pesquisador reconheceu que não foi dada, previamente, ênfase à subdivisão das variáveis. Por

¹⁴ Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012, pp. 45-46), as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) “resultam da fusão das tecnologias de informação, antes referenciadas como informática, e as tecnologias de comunicação, denominadas anteriormente como telecomunicações e mídia eletrônica. Elas envolvem a aquisição, o armazenamento, o processamento e a distribuição da informação por meios eletrônicos e digitais, como rádio, televisão, telefone e computadores. [...] Atualmente, os microcomputadores e a internet vêm ganhando cada dia mais espaço e adeptos tanto na prática escolar como na pesquisa educacional”.

fim, concluiu-se que o programa “mostrou-se capaz de romper com a visão estática e monótona de algumas construções, proporcionando o dinamismo e possibilitando aos alunos uma maior reflexão sobre os conceitos estudados” (ALMEIDA, 2014, p. 93).

Fernandes (2014) analisou os impactos de uma sequência didática pautada no ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade. Participaram do estudo 35 estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental. Os estudantes levaram para a escola os seus jogos preferidos e fizeram uma pesquisa estatística para descobrir o jogo preferido da turma. As atividades de representação gráfica dos dados consistiram, inicialmente, na construção manuscrita de pictogramas e gráficos de barras e colunas que ilustravam a preferência dos estudantes em relação aos jogos. Em seguida, novos gráficos foram construídos por meio do *software* Excel. Nessa ocasião, os estudantes mostraram-se surpresos e motivados ao visualizarem outros tipos de gráfico até então desconhecidos para eles.

A pesquisadora observou a dificuldade dos estudantes “na percepção da importância da apresentação do título, fonte, legenda e nomeação das categorias nas representações gráficas e tabulares” (FERNANDES, 2014, p. 170). Por fim, ressaltou-se a importância de oportunizar atividades pedagógicas que promovam a participação ativa dos estudantes na coleta e tratamento de dados e na análise dos resultados.

Fernandes, Santos Junior e Pereira (2017) desenvolveram uma sequência didática para o ensino e aprendizagem de gráficos e tabelas. Participaram da pesquisa 35 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. As atividades propostas consistiram no delineamento da temática coletiva; na coleta, análise e sistematização dos dados; e na representação tabular e gráfica. A turma escolheu o tema brincadeiras. Os gráficos foram construídos por meio do *software* Excel.

Os pesquisadores ressaltaram que o uso dos recursos tecnológicos permitiu aos estudantes conhecerem outros tipos de gráficos, por exemplo, linhas, setores, rosca, área, entre outros. Por fim, “constatou-se um avanço significativo com relação ao desempenho e aproveitamento dos alunos, principalmente quanto à leitura de dados, a leitura entre os dados, o reconhecimento de estruturas gráficas e as construções gráficas e tabulares” (FERNANDES; SANTOS JR.; PEREIRA, 2017, p. 57).

Silva (2018) desenvolveu duas sequências didáticas voltadas ao desenvolvimento do letramento, raciocínio e pensamento estatístico. Participaram da pesquisa 57 estudantes de duas turmas do 3º ano do Ensino Médio. Os temas investigados foram sugeridos pelos estudantes e escolhidos por votação. O tema da primeira turma foi o consumo alimentar mensal por família; e o da segunda turma foi o consumo residencial de energia elétrica em 12 meses. As atividades consistiram na observação, reflexão, tratamento e análise dos dados. Os

gráficos foram construídos com o uso de papel e lápis e dos *softwares* Excel e GeoGebra.

A pesquisadora observou a lentidão dos estudantes na construção manuscrita de gráficos de setores devido à inexperiência no manuseio de compasso e transferidor e em cálculos de regra de três simples, porcentagens e ângulos. Por fim, concluiu-se que “a utilização dos recursos computacionais favoreceu o estudo das diferentes representações gráficas” (SILVA, 2018, p. 120).

Finalmente, o terceiro grupo abarca cinco trabalhos cujos autores propunham a participação dos estudantes em um ambiente de aprendizagem via projeto investigativo e de modelagem matemática¹⁵ para o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos.

Castro e Castro Filho (2015) analisaram situações que contribuíram para o desenvolvimento do pensamento estatístico a partir da realização de um projeto intitulado “Um mundo de informações”. Participaram da pesquisa 26 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. As atividades consistiram no planejamento, coleta de dados, organização de dados e publicação de notícia. Os temas foram escolhidos pelos estudantes e contemplaram o consumo ou não de feijão e preferências pessoais, tais como estilos de música, esportes e jogadores de futebol. Os gráficos de barras e de setores foram construídos por meio de recursos digitais (ou objetos de aprendizagem) desenvolvidos pela *National Library of Virtual Manipulatives*.

Os pesquisadores observaram que o pensamento estatístico pode ser desenvolvido em situações práticas e reais. Por fim, concluiu-se que as situações de coleta de dados, classificação, escolha da amostra, cruzamento de variáveis e definição do gráfico contribuíram para o desenvolvimento do pensamento estatístico.

Giordano (2016) realizou um estudo de caso para analisar dois fenômenos: o desenvolvimento do letramento estatístico e as mudanças no contrato didático em uma abordagem do ensino e aprendizagem de Estatística por meio de projetos. Participaram da pesquisa 43 estudantes de duas turmas do 3º ano do Ensino Médio. Organizados em nove grupos, os estudantes desenvolveram pesquisas estatísticas. Os temas de interesse foram escolhidos pelos próprios estudantes. As atividades consistiram na definição da questão de pesquisa, estruturação do instrumento de coleta de dados, coleta e organização dos dados em tabelas e gráficos, cálculo de medidas-resumo e análise dos dados. Com relação à representação gráfica dos dados, os estudantes puderam escolher o tipo de gráfico e as

¹⁵ Segundo Burak (1992, p. 62), “a Modelagem Matemática constitui-se de um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”.

tecnologias necessárias para a construção.

O pesquisador observou que os estudantes construíram gráficos desnecessários e inadequados à natureza da variável. Como exemplo, citou a construção de um gráfico da composição da amostra por gênero pré-estabelecida em 50% masculina e 50% feminina. Por fim, concluiu-se que o ensino e aprendizagem de Estatística via projetos e as mudanças no contrato didático mostraram-se adequados para o desenvolvimento do letramento estatístico, da autonomia investigativa, da capacidade de decisão e da produção de pesquisa no ambiente escolar.

Diniz (2016) analisou a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). O estudo foi realizado em um colégio técnico de nível médio e participaram da pesquisa estudantes dos cursos de Agroindústria, Agropecuária, Enfermagem e Zootecnia. O tema central do projeto foi a Agricultura Familiar e os subtemas foram escolhidos pelos estudantes organizados em grupos. Sete projetos foram apresentados. As atividades consistiram na coleta de dados, organização dos dados em tabelas, construção de gráficos e apresentação oral do projeto em feira de Matemática.

Com relação à representação gráfica dos dados, o pesquisador observou que em projetos de modelagem matemática com uso das TIC os estudantes constroem gráficos de colunas, setores e barras horizontais. De modo geral, os elementos estruturais dos gráficos foram bem apresentados e os estudantes tiveram um bom desempenho no processo de construção. Em alguns casos, a ausência de rótulos dificultou a apresentação oral na feira de Matemática do colégio. Por fim, concluiu-se que no desenvolvimento dos projetos de modelagem existe a necessidade de coletar dados em campo ou na *internet*. Entretanto, os estudantes podem encontrar na *web* gráficos equivocados ou imprecisos e, sendo assim, faz-se necessária a orientação de consultar *sites* confiáveis.

Schmitz (2017) analisou a possibilidade de desenvolver a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico a partir de um projeto cujo tema foi a arborização do bairro do colégio. Participaram da pesquisa 10 estudantes do 3º ano do curso técnico em Meio Ambiente. As atividades consistiram na coleta de dados, construção de tabelas e gráficos e estudo de medidas de tendência central e variabilidade. Os estudantes, divididos em dois grupos, percorreram as ruas do bairro para o levantamento de dados referentes às características e estado de conservação das árvores. O *software* Libre Office Calc foi utilizado para a organização tabular e a representação gráfica dos dados coletados.

O pesquisador observou que apesar da interface amigável do *software*, os estudantes

apresentaram dificuldade em lidar com planilhas eletrônicas. Do mesmo modo, os estudantes apresentaram dificuldade para representar variáveis e construir tabelas e gráficos e pouca familiaridade com termos estatísticos. Nos gráficos construídos, o pesquisador identificou a falta de elementos necessários à interpretação. Ademais, verificou-se a escolha inadequada de tipos de gráficos, por exemplo, uso do gráfico de setores para representar a altura das árvores, ou seja, para representar dados em intervalos de classe. Não obstante os problemas mencionados, o pesquisador concluiu que o trabalho com dados produzidos a partir de situações reais e do cotidiano dos estudantes facilita o desenvolvimento do letramento, raciocínio e pensamento estatístico.

Schwanck (2019) apresentou uma proposta para o desenvolvimento de competências estatísticas por meio de uma pesquisa junto à comunidade escolar. A pesquisa estatística foi realizada por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. As atividades consistiram na definição do problema de pesquisa; planejamento da pesquisa; estudo de conceitos estatísticos, coleta e organização dos dados; apresentação, análise e interpretação dos dados; e elaboração do relatório estatístico. Os dados foram coletados pelos estudantes junto aos moradores da comunidade local e contemplaram características das famílias e de suas residências.

Segundo o pesquisador, a etapa de construção de tabelas e gráficos foi abreviada por motivo de um problema elétrico que impossibilitou a realização das aulas. Todavia, os estudantes relataram a facilidade do uso de planilhas eletrônicas para a criação de tabelas e gráficos. Como pontos positivos do projeto experienciado, o pesquisador salientou: o ambiente propício à autonomia e autoria do estudante, a valorização do trabalho e o desenvolvimento de espaço colaborativo de trabalho. Por fim, concluiu-se que o projeto possibilitou aos estudantes uma reflexão crítica sobre a sociedade e, por conseguinte, o desenvolvimento da cidadania.

Uma vez classificados e descritos os estudos desta RSL, cumpre-nos assinalar os pontos positivos e negativos de cada categoria, questão a que vamos nos ater um pouco mais adiante.

3.5 Discussão e Considerações

Ao analisarmos as 16 produções acadêmicas ora inventariadas, observamos que o *corpus* de nosso estudo foi constituído majoritariamente por 13 dissertações de mestrado (81,25%) e minoritariamente por dois artigos científicos (12,5%) e uma tese de doutoramento (6,25%).

Constatamos ainda, no recorte temporal da pesquisa, isto é, de 2001 a 2020, nenhuma produção acadêmica realizada no quinquênio 2001-2005; três produções acadêmicas (18,75%) realizadas no quinquênio 2006-2010; seis produções acadêmicas (37,5%) realizadas no quinquênio 2011-2015; e sete produções acadêmicas (43,75%) realizadas no quinquênio 2016-2020. Chama a atenção a quantidade nula de produções acadêmicas realizadas entre 2001 e 2007. Entretanto, a partir de 2008 verifica-se um acentuado interesse na elaboração de práticas educativas voltadas ao desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos, comprovado pela tendência ascendente do número de produções acadêmicas realizadas nos quinquênios subsequentes.

Outro dado importante a considerar é a distribuição dessas produções acadêmicas por região geográfica. Assim, identificamos que dos 16 trabalhos inventariados, oito foram produzidos na Região Sul, o que corresponde a 50%; cinco foram produzidos na Região Sudeste, o que corresponde a 31,25%; e três foram produzidos na Região Nordeste, o que corresponde a 18,75%. A ausência de trabalhos desenvolvidos nas regiões Norte e Centro-Oeste é outro ponto que chama a atenção e evidencia, de certo modo, que o universo da Educação no Brasil apresenta cenários regionais significativamente distintos uns dos outros.

Com relação ao nível de ensino, verificamos que dos 16 trabalhos inventariados, quatro foram desenvolvidos com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que corresponde a 25%; seis foram desenvolvidos com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, o que corresponde a 37,5%; e outros seis foram desenvolvidos com estudantes do Ensino Médio, o que também corresponde a 37,5%. Pontuamos que dos seis trabalhos desenvolvidos com estudantes do Ensino Médio, dois foram realizados com estudantes de cursos técnicos. Assim, reconhecemos que a preocupação com o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos perpassa todos os níveis de ensino.

Feitas essas considerações, resta-nos tratar da classificação dos estudos e destacar os pontos positivos e negativos das categorias de propostas de trabalho.

Como já dissemos no início deste capítulo, nosso propósito foi identificar os procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados utilizados para o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos. Nesse sentido, os trabalhos selecionados nesta RSL apontaram para a definição de três ambientes de aprendizagem: o ambiente papel e lápis; o ambiente computacional; e o ambiente de aprendizagem via projeto investigativo e de modelagem matemática.

De modo geral, a construção de gráficos no ambiente papel e lápis demanda a mobilização de conhecimentos matemáticos, sobretudo, áreas de figuras planas, ângulos e

porcentagens. Além disso, requer familiaridade no manuseio de régua, compasso e transferidor. É comum os estudantes apresentarem inexperiência e dificuldades face à complexidade de algumas construções, notadamente a do gráfico de setores circulares, como bem realçaram Walichinski (2012) e Damin (2014). Nesses casos, é preciso intervenção do professor para orientação individual.

No ambiente computacional, a construção de gráficos é célere, dinâmica e interativa. As construções são adaptadas e atualizadas em tempo real conforme as alterações realizadas. Essa facilidade possibilita a visualização imediata de várias formas de representação dos dados. Assim, os estudantes podem escolher e experimentar diferentes tipos de gráficos. Por outro lado, o ambiente computacional demanda infraestrutura que dê suporte às atividades de aprendizagem, por exemplo, laboratório, equipamentos e *softwares*.

Existem diversos *softwares* com a funcionalidade de construção de gráficos. Entre eles, podemos citar: o Fathom Dynamic Data, utilizado por Vieira (2008); o R-Commander, utilizado por Almeida (2014); o Microsoft Excel, utilizado por Fernandes (2014), Fernandes, Santos Junior e Pereira (2017) e Silva (2018); e o GeoGebra, utilizado por Silva (2018). Os pesquisadores relataram que, de modo geral, os estudantes apresentaram familiaridade no manuseio dos *softwares*. Todavia, uma exceção foi pontuada por Schmitz (2017) ao observar a necessidade de fornecer orientações prévias para o uso do *software* Libre Office Calc.

Ao destacarem os pontos positivos e negativos do ambiente papel e lápis e do ambiente computacional, Kataoka e Hernandez (2010) alertam e recomendam aos docentes:

Professor, o trabalho no ambiente papel e lápis é fundamental para os alunos aprenderem os conceitos e os procedimentos estatísticos. Mas trabalhar com muito dados é cansativo.

Por essa razão, na medida do possível, utilize os recursos tecnológicos, se for o caso, pelo menos a calculadora. (KATAOKA; HERNANDEZ, 2010, p. 39).

No ambiente de aprendizagem via projetos investigativos e de modelagem matemática, a construção de gráficos é feita no contexto de uma investigação que contempla as etapas do método estatístico. As atividades de aprendizagem privilegiam a autonomia e a capacidade de escolha e decisão dos estudantes. É comum inclusive conceder-lhes a prerrogativa de escolha do tema de interesse do projeto. O trabalho com projetos é caracterizado por mudanças no contrato didático tais como a ruptura na relação estudante-professor e a ênfase na relação estudante-saber. Por outro lado, os projetos demandam um planejamento cuidadoso do professor e podem ser extensos e complexos. Ademais, é preciso que o professor oriente e acompanhe o andamento das atividades do projeto e que os estudantes disponham de tempo para executá-las.

Dois procedimentos geralmente adotados em todos esses ambientes de aprendizagem são: a organização dos estudantes em grupos e o uso de gráficos e infográficos¹⁶ veiculados pela mídia na etapa inicial do processo, tanto para a apresentação da proposta de trabalho, como para a identificação de informações provenientes de estudos estatísticos.

Ao analisarem os gráficos construídos pelos estudantes, os pesquisadores observaram alguns obstáculos de aprendizagem manifestados principalmente na escolha inadequada do tipo de gráfico e na ausência ou elaboração equivocada de elementos essenciais que integram o gráfico estruturalmente.

Todavia, não obstante as fragilidades apresentadas, os pesquisadores reconheceram que as atividades realizadas nos três ambientes de aprendizagem mostraram-se efetivas quanto ao desenvolvimento do letramento, raciocínio e pensamento estatístico. O êxito dessas práticas pedagógicas foi devido em grande parte à condução das atividades de acordo com os princípios do método estatístico.

Nesse sentido, como bem assevera Van de Walle (2009, p. 491), “o valor de orientar os alunos a construir seus próprios gráficos não é tanto que aprendam as técnicas, mas que eles estejam pessoalmente envolvidos com os dados e que eles aprendam como um gráfico pode comunicar informações”.

Concluída a RSL, o panorama que descortinou os nossos olhos, revelou-nos haver poucos estudos científicos voltados ao desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos. Entretanto, não encaramos tal restrição como algo que possa nos limitar ou desencorajar a realizar esta pesquisa. Pelo contrário, vislumbramos um campo aberto e convidativo aos estudos. E, sendo assim, sentimo-nos incentivados a prosseguir, esperançosos de contribuir para o avanço da área.

No próximo capítulo, trataremos da fundamentação teórica da pesquisa, ocasião em que apresentaremos os três pilares da Educação Estatística – a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico – e as três habilidades a serem desenvolvidas no estudo de gráficos – a leitura, a interpretação e a construção.

As relações entre esses conceitos e seus desdobramentos teóricos serão discutidos e a ênfase recairá sobre o pensamento estatístico e, mais especificamente, a transnumeração e a construção de gráficos.

¹⁶ Segundo Kanno (2013), o infográfico (termo originado de “*information graphics*”) é uma ferramenta cujo objetivo principal é combinar estrategicamente texto (informação verbal) e imagens (informação gráfica) para melhorar a eficiência da comunicação jornalística.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, dedicamo-nos à fundamentação teórica da pesquisa com vistas à apresentação dos conceitos essenciais que irão servir para legitimar os argumentos do trabalho.

Iniciaremos com a abordagem dos três pilares da Educação Estatística: a literacia, o pensamento e o raciocínio estatístico. Na sequência, faremos uma exposição abrangente sobre os conhecimentos subjacentes à representação gráfica da informação estatística. E, finalmente, concluiremos o capítulo com uma reflexão sobre o uso de histórias em quadrinhos como recurso didático-pedagógico.

4.1 Os Pilares da Educação Estatística

No segundo capítulo, abordamos o movimento mundial iniciado na década de 1970 que deu origem à Educação Estatística. Todavia, por razões já explicadas, nos furtamos do dever de detalhar três competências tidas como essenciais ao aprendizado de Estatística: a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico. Neste capítulo, nos ocuparemos de colmatar essa lacuna.

O termo “*statistical literacy*” – ou letramento estatístico, alfabetização estatística e literacia estatística, quando traduzido para a língua portuguesa – pode ser entendido como a

[...] habilidade de comunicação estatística, que envolve ler, escrever, demonstrar e trocar informações, interpretar gráficos e tabelas e entender as informações estatísticas dadas nos jornais e outras mídias, sendo capaz de se pensar criticamente sobre elas. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2018, p. 44).

Dentre as traduções possíveis da palavra inglesa “*literacy*” para a língua portuguesa, optamos, doravante, pelo emprego da palavra “literacia” por duas razões: a) o esclarecimento dado por Soares (2009, p. 36, grifos da autora) de que “*literate* é, pois, o adjetivo que caracteriza a pessoa que domina a leitura e a escrita, e *literacy* designa o estado ou condição daquele que é *literate*, daquele que não só sabe ler e escrever, mas também faz uso competente e frequente da leitura e da escrita”; b) o entendimento dado por Rodrigues (2009) de que a adoção da palavra “literacia” nos coloca mais próximos da comunidade da Educação Estatística, que tem na literacia um de seus pilares e, dessa forma, frequentemente a menciona.

Uma definição mais precisa da literacia estatística é proposta por Gal (2002) ao apresentar os dois componentes interrelacionados que a constituem: a) a capacidade de interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, os argumentos relacionados a dados e os fenômenos estocásticos¹⁷ encontrados em diversos contextos; b) a capacidade de discutir ou comunicar suas reações a essas informações estatísticas, por exemplo, a compreensão do significado das informações, as opiniões sobre as implicações dessas informações ou as preocupações quanto à aceitabilidade de conclusões dadas.

Em ambas as definições, podemos constatar que a literacia estatística requerida para o indivíduo não se limita às habilidades de leitura e escrita. Compreender, avaliar e comunicar informações estatísticas são habilidades mais complexas que ultrapassam, em muito, o mero ato de ler e escrever.

Garfield (2002) define o raciocínio estatístico como a maneira tal qual as pessoas raciocinam com ideias estatísticas e atribuem sentido à informação estatística. E continua: Isso envolve fazer interpretações baseadas em conjuntos de dados, representações gráficas e resumos estatísticos; combinar ideias sobre dados e acaso, o que leva a fazer inferências e interpretar resultados estatísticos; e entender conceitualmente ideias importantes, tais como distribuição, centro, disseminação, associação, incerteza, aleatoriedade e amostragem.

Uma definição mais concisa é apresentada por Campos, Wodewotzki e Jacobini (2018). De acordo com esses autores, o raciocínio estatístico pode ser entendido como a

[...] conexão ou a combinação de ideias e conceitos estatísticos, significa compreender um processo estatístico e ser capaz de explicá-lo, significa interpretar por completo os resultados de um problema baseado em dados reais. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2018, p. 44).

A combinação de ideias, expressão comum encontrada em ambas as definições, é essencial para compreendermos o conceito de raciocínio estatístico. Com efeito, raciocinar significa discorrer de um conceito a outro, o que, metaforicamente, nos sugere percorrer caminhos e construir pontes.

Mallows (1998 apud CHANCE, 2002, p. 3, tradução nossa) define o pensamento estatístico como a capacidade de “relacionar dados quantitativos com problemas do mundo real, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, explicitando o que os dados têm a

¹⁷ Segundo Gujarati e Porter (2011, p. 734), “o termo ‘estocástico’ vem da palavra grega *stokhos*, que significa um alvo ou centro do alvo. Se você já lançou dardos em um alvo com o objetivo de atingi-lo, com que frequência acertou esse alvo? Em cada cem dardos, você pode ter a sorte de acertar o alvo apenas umas poucas vezes; outras vezes, os dardos se espalharão aleatoriamente ao redor do alvo”.

dizer sobre o problema de interesse”¹⁸.

Na definição, mais ampla e criteriosa, articulada por Campos, Wodewotzki e Jacobini (2018), o pensamento estatístico pode ser entendido como a

[...] capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, escolher adequadamente as ferramentas estatísticas, enxergar o processo de maneira global, explorar os dados além do que os textos prescrevem e questionar espontaneamente os dados e os resultados. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2018, p. 44).

Snee (1990 apud CHANCE, 2002, p. 3, tradução nossa) define o pensamento estatístico como “processos de pensamento, que reconhecem que a variação está ao nosso redor e presente em tudo o que fazemos, todo trabalho é uma série de processos interconectados, e identificar, caracterizar, quantificar, controlar e reduzir a variação oferece oportunidades de melhoria”¹⁹.

As três definições de pensamento estatístico são convergentes em reforçar o caráter contextual dos problemas estatísticos como um elemento essencial. Sendo assim, o pensamento estatístico ocorre nos processos de escolha e forma de utilização das ferramentas estatísticas das quais nos valem para solucionar esses problemas.

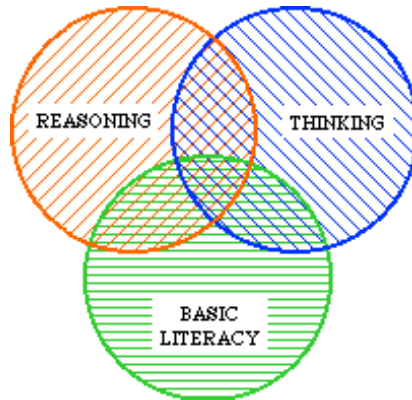
A literacia, o raciocínio e o pensamento estatísticos não são competências estanques. Ao contrário, são complementares, estão interligadas e entre elas não existe hierarquia alguma. A relação intrínseca entre essas três competências é compreendida por DelMas (2002) sob duas perspectivas.

A primeira concepção, representada graficamente no diagrama de Venn da Figura 1, sustenta que cada competência tem um domínio independente das demais, ao mesmo tempo em que existem algumas sobreposições parciais entre duas e até mesmo as três competências. Nesse caso, podemos desenvolver uma competência independentemente das demais e também podemos desenvolver, ao mesmo tempo, duas e até três competências.

¹⁸[...] the relation of quantitative data to a real-world problem, often in the presence of variability and uncertainty. It attempts to make precise and explicit what the data has [sic] to say about the problem of interest (MALLOWS, 1998 apud CHANCE, 2002, p. 3).

¹⁹[...] thought processes, which recognize that variation is all around us and present in everything we do, all work is a series of interconnected processes, and identifying, characterizing, quantifying, controlling, and reducing variation provide opportunities for improvement (SNEE, 1990 apud CHANCE, 2002, p. 3).

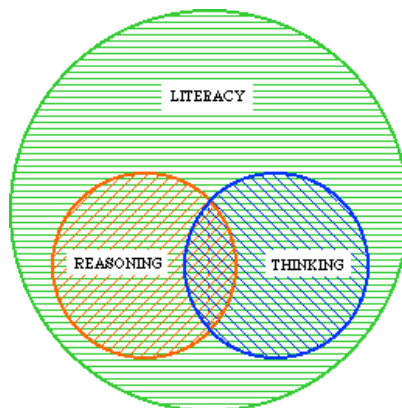
Figura 1 - Resultados do ensino de estatística: domínios independentes com alguma sobreposição.



Fonte: DelMas, 2002, p. 4.

A segunda concepção, representada graficamente no diagrama de Venn da Figura 2, considera a literacia estatística uma competência abrangente de tal modo que o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico não têm mais domínio independente. Nesse caso, podemos entender que um indivíduo estatisticamente competente (isto é, estatisticamente letrado) tem o raciocínio e o pensamento desenvolvidos na totalidade. O autor pondera que há muito mérito nessa concepção, todavia é mais difícil alcançá-la uma vez que demanda do aluno muitas experiências educacionais, dentro e fora da sala de aula.

Figura 2 - Resultados da educação em estatística: raciocínio e pensamento na alfabetização.



Fonte: DelMas, 2002, p. 5.

Convém ressaltar que em ambas concepções encontramos sobreposições parciais das três competências. Portanto, podemos presumir a existência de atividades que contemplem simultaneamente as três competências. Do mesmo modo, também podemos presumir a existência de atividades que contemplem predominantemente uma única competência.

Dentre essas duas concepções, optamos pelo mesmo posicionamento de Rodrigues (2009, p. 76) ao defender que “a dinâmica da literacia estatística envolve, claramente, dois

elementos cognitivos fundamentais para compreensão de como é sua estrutura, sua natureza: o pensamento e o raciocínio estatístico”. Nesse sentido, entendemos que o raciocínio e o pensamento estatístico fazem parte da literacia e, portanto, adotamos a concepção representada graficamente no diagrama de Venn da Figura 2.

Depois de explicar essas concepções, DelMas (2002) diferencia as três competências a partir dos objetivos das atividades de sala de aula, ora apresentados no Quadro 3. De modo sucinto, as palavras listadas no quadro fornecem orientações para que os alunos desenvolvam compreensão em uma competência mais do que em outra.

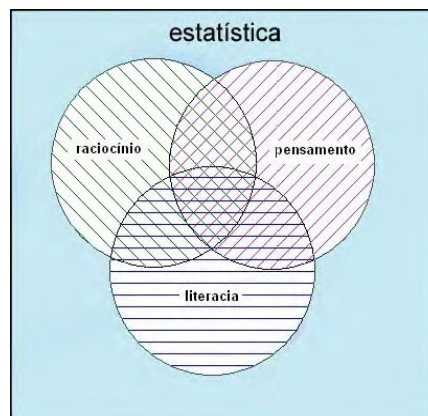
Quadro 3 - Tarefas que podem distinguir os três domínios instrucionais.

Literacia Básica	Raciocínio	Pensamento
Identificar	Por quê?	Aplicar
Descrever	Como?	Criticar
Reescrever	Explique (o processo)	Avaliar
Traduzir		Generalizar
Interpretar		
Ler		

Fonte: DelMas, 2002, pp. 6-7.

A primeira concepção realizada por DelMas (2002) foi complementada e ampliada por Campos (2007) ao admitir a existência de um conjunto universo da Estatística em seu entorno, representado graficamente no diagrama de Venn da Figura 3. Fazem parte desse conjunto os elementos marginais da Estatística que não desenvolvem nenhuma das três competências, tais como os conhecimentos relativos aos cálculos matemáticos ou ao uso de tecnologia.

Figura 3 - Domínios da Estatística que não desenvolvem nenhuma das três competências.



Fonte: Campos, 2007, p. 51.

Neste ponto, acreditamos ter ficado claro que a Educação Estatística preconiza o desenvolvimento da literacia, do raciocínio e do pensamento estatístico.

Nessa direção, Campos (2007) recomenda aos professores que ensinam Estatística a adoção de sete ações que proporcionam ao aluno o desenvolvimento dessas três competências: 1) trabalhar com dados reais; 2) relacionar os dados ao contexto em que estão inseridos; 3) orientar os alunos para que interpretem seus resultados; 4) permitir que os estudantes trabalhem em grupo e que uns critiquem as interpretações de outros; 5) promover julgamentos sobre a validade das conclusões e compartilhar com a classe as conclusões e as justificativas apresentadas; 6) avaliar o desenvolvimento das três capacidades em cada domínio da Estatística; e 7) promover, para cada conteúdo, a triangulação entre os objetivos, as atividades e a avaliação.

Como já foi dito exaustivamente até aqui, a compreensão do contexto em que situam os dados e as informações estatísticas é essencial para o desenvolvimento da literacia, do raciocínio e do pensamento estatístico. De fato, como bem apontam Anderson e Loynes (1987 apud BATANERO, 2013, p. 59, tradução nossa) “a estatística é inseparável de suas aplicações, e sua justificativa final é sua utilidade na resolução de problemas externos à própria estatística”²⁰.

Entretanto, Batanero (2013, p. 59, tradução nossa) observa que há uma diferença entre saber e poder aplicar conhecimento: “A capacidade de aplicar o conhecimento matemático é muitas vezes muito mais difícil do que se supõe, porque requer não apenas conhecimento técnico (como preparar um gráfico ou calcular uma média), mas também conhecimento estratégico (saber quando usar um conceito ou gráfico)”²¹.

Entendimento semelhante é expresso por Gal (2002) ao afirmar que a compreensão das informações estatísticas exige, além do conhecimento estatístico em si, outras bases de conhecimento, tais como, habilidades de alfabetização, conhecimento matemático e conhecimento de contexto.

Dessa forma, os conhecimentos subjacentes à representação gráfica da informação estatística, especificamente direcionados para a construção, leitura e análise de gráficos estatísticos, é o que discutiremos agora.

²⁰[...] la estadística es inseparable de sus aplicaciones, y su justificación final es su utilidad en la resolución de problemas externos a la propia estadística. (ANDERSON; LOYNES, 1987 apud BATANERO, 2013, p. 59).

²¹La habilidad para aplicar los conocimientos matemáticos es frecuentemente mucho más difícil de lo que se supone, porque requiere no solo conocimientos técnicos (tales como preparar un gráfico o calcular un promedio), sino también conocimientos estratégicos (saber cuándo hay que usar un concepto o gráfico dado) (BATANERO, 2013, p. 59).

4.2 A Representação Gráfica da Informação Estatística

Em uma sociedade cada vez mais dependente de imagens e com menos tempo para a leitura e a análise de informações escritas, a capacidade de expressão e o poder de síntese dos gráficos são atributos cada vez mais valorizados para a divulgação visual das informações estatísticas. Entretanto, nem todas as imagens são boas metáforas visuais. Não é exagero afirmar que a apresentação de dados de forma interessante e atrativa tem sido um verdadeiro desafio. Por isso, o incremento da literacia gráfica torna-se cada vez mais necessário para um maior e melhor uso dos gráficos (SILVA, 2006).

Antes de conceituarmos gráfico, convém compreendermos um importante elemento para o desenvolvimento do pensamento estatístico: a transnumeração.

Wild e Pfannkuch (1999) identificam cinco fundamentos sobre os quais repousa o pensamento estatístico: 1) Reconhecer a necessidade dos dados: basear decisões em dados coletados ou produzidos deliberadamente; 2) Transnumeração: representar os dados para facilitar o entendimento; 3) Variação: tomar decisões sob incerteza; 4) Raciocínio com modelos estatísticos: pensar aspectos da investigação de maneira genérica; 5) Conhecimento contextual, conhecimento estatístico e síntese: produzir implicações, ideias e conjecturas.

Aqui, importa atermo-nos um pouco mais à transnumeração. Assim, recorreremos mais uma vez à Wild e Pfannkuch (1999):

A transnumeração ocorre quando encontramos formas de obter dados (por meio de medição ou classificação) que capturam elementos significativos do sistema real. Ela permeia toda a análise de dados estatísticos, ocorrendo sempre que mudamos nossa forma de olhar para os dados na esperança de que isso nos transmita um novo significado. Podemos olhar através de muitas representações gráficas para encontrar várias realmente informativas. Podemos reexpressar os dados por meio de transformações e reclassificações em busca de novos insights. Podemos tentar uma variedade de modelos estatísticos. E, no final do processo, a transnumeração acontece novamente quando descobrimos representações de dados que ajudam a transmitir nossos novos entendimentos sobre o sistema real para outras pessoas. A transnumeração é um processo dinâmico de mudança de representações para gerar compreensão. (WILD; PFANNKUCH, 1999, p. 227, tradução nossa).²²

²² Transnumeration occurs when we find ways of obtaining data (through measurement or classification) that capture meaningful elements of the real system. It pervades all statistical data analysis, occurring every time we change our way of looking at the data in the hope that this will convey new meaning to us. We may look through many graphical representations to find several really informative ones. We may re-express the data via transformations and reclassifications looking for new insights. We might try a variety of statistical models. And at the end of the process, transnumeration happens yet again when we discover data representations that help convey our new understandings about the real system to others. Transnumeration is a dynamic process of changing representations to engender understanding. (WILD; PFANNKUCH, 1999, p. 227).

Com base na definição cunhada por Wild e Pfannkuch (1999), Chick (2004, p. 168, tradução nossa) aponta e realça três aspectos fundamentais da transnumeração: “a captura de medidas do mundo real, a reorganização e o cálculo com os dados e a comunicação dos dados por meio de alguma representação”²³.

Podemos entender a transnumeração como o processo dinâmico de formação e alteração de representações dos dados de algum fenômeno da vida real (por exemplo, em tabelas, gráficos, medidas de tendência central e de dispersão) no intuito de facilitar o entendimento e melhor compreender esse fenômeno.

Tradicionalmente, a descrição dos dados limitava-se ao cálculo de algumas medidas de tendência central e de dispersão, tais como a média e a variância. Na contramão dessa tendência, há uma vertente modernista que prefere o emprego de recursos gráficos ao invés de resumos numéricos. Essa predileção deve-se ao forte apelo visual dos métodos gráficos. Com efeito, as informações contidas nas tabelas ou nos sumários numéricos são mais facilmente entendidas quando colocadas em um gráfico. Dois acontecimentos, em especial, resultaram no fortalecimento dessa corrente: o avanço da computação gráfica e a existência de *hardware* e *software* que possuem opções para certas técnicas estatísticas (BUSSAB; MORETTIN, 2010).

O gráfico estatístico é definido por Crespo (2002, p. 38) como uma “forma de apresentação dos dados estatísticos, cujo objetivo é o de produzir, no investigador ou no público em geral, uma impressão mais rápida e viva do fenômeno em estudo”.

O autor destaca a simplicidade, a clareza e a veracidade como requisitos necessários para que a representação gráfica de um fenômeno seja realmente útil. Esses três requisitos são essenciais para que o observador faça uma análise rápida e correta do fenômeno em estudo.

Os gráficos podem ser empregados com vários propósitos (CHAMBERS *et al.*, 1983 apud BUSSAB; MORETTIN, 2010): 1) buscar padrões e relações; 2) confirmar ou refutar certas expectativas que se tinha sobre os dados; 3) descobrir novos fenômenos; 4) confirmar ou refutar suposições feitas sobre os procedimentos estatísticos usados; e 5) apresentar resultados de modo mais rápido e fácil.

Lopes (1999) e Batanero (2001) alertam para a perda de informação decorrente da construção de qualquer tipo de gráfico, visto que já não mais existem os valores originais de cada um dos dados individuais. Todavia, essa perda de informação é pequena frente à concisão e à facilidade de interpretação oferecidas pelos gráficos.

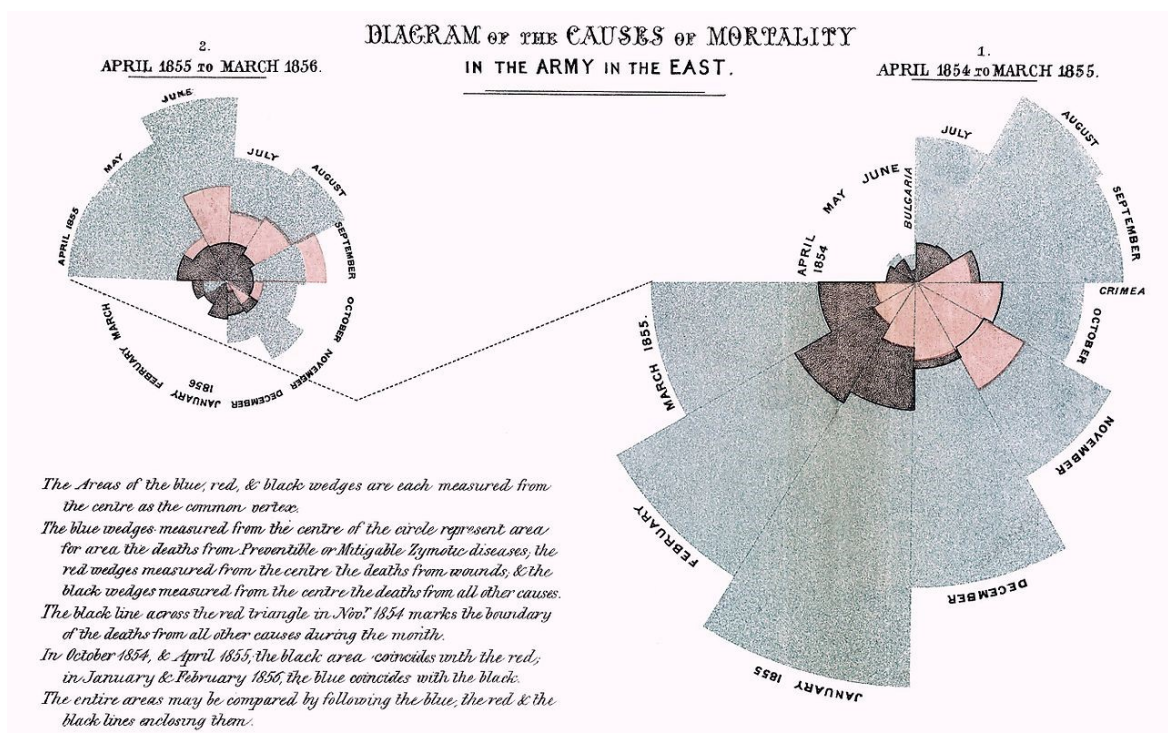
²³ Their description included three aspects: (i) capturing measures from the real world, (ii) reorganising and calculating with data, and (iii) communicating data through some representation. (CHICK, 2004, p. 168).

4.2.1 Breve Histórico dos Gráficos Estatísticos

A necessidade de representação gráfica para a visualização de dados não é recente na história da humanidade. Prova disso é o sistema de coordenadas introduzido pelos egípcios em 3200 a.C. e posteriormente reintroduzido por René Descartes (1596-1650) no século XVII. Entretanto, o maior desenvolvimento da representação gráfica remonta há pouco mais de dois séculos, com a publicação, em 1786, do Atlas de William Playfair (1759-1823). A ele é atribuída a invenção das formas gráficas mais conhecidas nos dias de hoje: o gráfico de barras, o gráfico de linhas e o gráfico de setores circulares (SILVA, 2006).

Iezzi e outros (2013) lembram o pioneirismo da enfermeira e estatística Florence Nightingale (1820-1910) na utilização dos gráficos. Ela comprovou que a falta de higiene e as doenças hospitalares eram as causas da elevada mortalidade dos soldados internados durante a Guerra da Crimeia (1853-1856). O gráfico polar de Nightingale (Figura 4) mostra as causas das mortes ocorridas entre abril de 1854 e março de 1855 (à direita) e abril de 1855 e março de 1856 (à esquerda): ferimentos em batalha, na cor rosa; outras causas, como queimaduras ou acidentes, na cor preta; e doenças infecciosas, na cor cinza. Nightingale trabalhou ativamente pela reforma dos sistemas de saúde e pelo desenvolvimento da Enfermagem. Além disso, seus criativos gráficos se tornaram um marco do desenvolvimento da Estatística.

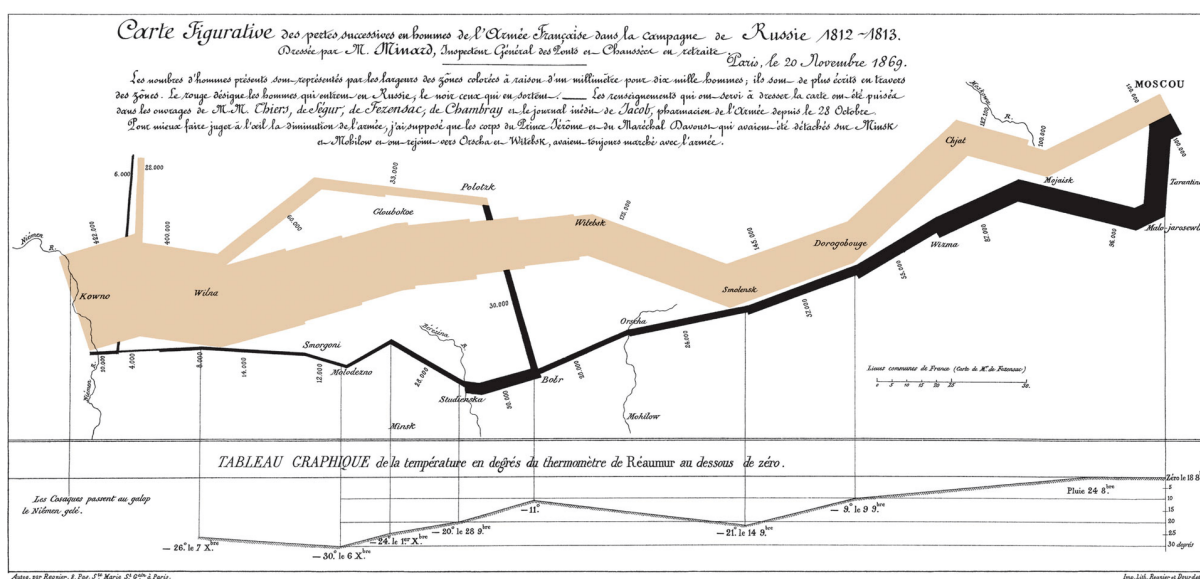
Figura 4 - Gráfico polar de Florence Nightingale, denominado “Diagrama da Rosa”.



Fonte: JORENTE; NAKANO; PADUA, 2020, p. 105.

Apenas a título de curiosidade, cumpre-nos observar um gráfico, desenhado em 1861 pelo engenheiro civil francês Charles Minard (1781-1870), que ilustra a desastrosa campanha de Napoleão contra a Rússia em 1812 (Figura 5)²⁴. Dos mais de 400.000 homens, somente um quarto chegou a Moscou e 10.000 retornaram. O trajeto de ida está representado em cinza; e o retorno, em preto. O estatístico americano Edward Tufte (1942-) considera o gráfico da marcha de Napoleão talvez o melhor gráfico estatístico de todos os tempos (WALLGREN *et al.*, 1996).

Figura 5 - A aniquilação do exército de Napoleão na campanha contra a Rússia em 1812.



Fonte: WALLGREN *et al.*, 1996, p. 9.

Os gráficos estatísticos criados por Playfair, no século XIX, continuam sendo muito utilizados até os dias de hoje. Entretanto, no século XX, as pesquisas de novas formas gráficas atrofiaram-se e praticamente estagnaram. As diversas tentativas de normalização internacional das técnicas de apresentação gráfica foram frustradas. Ademais, a esfera científica perdeu a exclusividade desse domínio. Dois raros avanços dignos de destaque são a caixa-de-bigodes (*boxplot*) e o diagrama de caule-e-folhas, ambos inventados por John Tukey (1915-2000), em 1977, para análise exploratória de dados. Diante desse contexto, Silva (2006, p. 55) concluiu ser “fundamental uma teoria dos gráficos estatísticos que harmonize as práticas correntes e seja sustentada em experiências perceptivas e cognitivas, para que as escolhas gráficas na divulgação de informação aos diversos tipos de público não sejam feitas sem critério”.

²⁴ Título do gráfico: Carte Figurative des pertes successives en hommes de l'armée française dans la campagne de Russie 1812-1813. Tradução nossa: Mapa figurativo das sucessivas perdas de homens do exército francês na campanha russa 1812-1813. A representação é um dos mais famosos exemplos de gráfico multivariável.

4.2.2 A Construção de Gráficos

Graças à tecnologia computacional, a produção de gráficos estatísticos foi simplificada e está ao alcance de todos. Entretanto, gráficos desinteressantes, enviesados ou repulsivos são cada vez mais comuns. Por isso é urgente repensar esse processo, de modo a inverter essa tendência, haja vista que bons gráficos suscitam questões e, por outro lado, gráficos ruins escondem mais do que mostram, como bem argumenta Silva (2006).

Batanero (2001) tem opinião semelhante quanto à facilidade de construção de gráficos inapropriados, que causam distorção da informação, intencionalmente ou não. Segundo a autora, os gráficos estatísticos apresentam convenções de construção que o aluno deve reconhecer e lembrar.

A criação de um gráfico estatístico interessante, atrativo e cientificamente correto começa antes mesmo da construção com a escolha da informação e do tipo de gráfico mais adequado à natureza dos dados. Desse modo, o processo de criação de um gráfico estatístico não é tão simples e rápido como pode parecer, visto que envolve uma série de tentativas até encontrar o modelo que melhor produz uma imagem genérica do fenômeno (SILVA, 2006).

Para a fase preliminar da criação de um gráfico estatístico, a qual antecede a construção do gráfico propriamente dita, Wallgren e outros (1996) apresentam um *checklist* com as seguintes questões-chave a serem consideradas: É melhor utilizar um gráfico, uma tabela ou um texto descritivo? É melhor utilizar um único gráfico ou vários gráficos? Qual é o meu público-alvo? Qual é o papel do gráfico? Que tipo de gráfico devo escolher? Como o gráfico deve ser apresentado? Qual deve ser o tamanho do gráfico? Que tecnologia devo escolher?

De acordo com Silva (2006), depois da análise de todas essas questões e da escolha do tipo de gráfico mais adequado à situação correspondente, inicia-se a fase da construção. Nessa fase, deve-se tomar cuidado com a representação de modo a evitar informações incorretas ou enganosas e um aspecto visual desagradável.

Ainda de acordo com Silva (2006), o término da construção ocorre quando foram atendidos todos aqueles requisitos iniciais e a imagem do gráfico apresenta legibilidade, pertinência e adequação ao contexto.

Uma vez concluída a fase de construção, a adoção do gráfico estatístico dependerá das respostas dadas às seguintes questões-chave, constantes em um segundo *checklist* proposto por Wallgren e outros (1996): O gráfico é fácil de ler? O gráfico pode ser mal interpretado? O gráfico tem o tamanho e a forma certos? O gráfico está no lugar certo? O gráfico beneficia por

ser colorido? O gráfico foi experimentado por alguém do público-alvo?

Todas essas questões nos mostram que, na realidade, construir gráficos estatísticos não é tarefa tão simples como parece à primeira vista. Tal constatação é confirmada por Batanero (2001) ao afirmar que os professores, às vezes, assumem que a construção de um gráfico estatístico é um procedimento muito simples e, sendo assim, despendem pouco tempo no ensino dessa habilidade.

Por fim, depois de atendidos todos os itens de ambos os *checklists*, pode surgir a necessidade de redesenhar o gráfico. Isso ocorre porque é comum encontrarmos imagens visualmente semelhantes geradas a partir de um mesmo *software*. São imagens cansativas, facilmente reconhecidas por serem muito vistas e, portanto, pouco atrativas ao leitor. Como alternativa de solução para esse problema, esses *softwares* oferecem um amplo conjunto de ferramentas de edição e formatação que permitem manipulações visuais do gráfico com vistas a melhorar a leitura da informação e a aparência estética da imagem (SILVA, 2006).

4.2.3 A Leitura e a Análise de Gráficos

Presentes na imprensa, no comércio e em diferentes disciplinas do currículo, os gráficos estatísticos assumem cada vez maior importância em nossa sociedade tecnológica. Diante da evidente necessidade dos gráficos para a representação, visualização e divulgação das informações estatísticas, descobrimos diversas pesquisas a respeito de sua compreensão (BATANERO, 2001).

A compreensão gráfica é entendida por Friel, Curcio e Brigh (2001, p. 132, tradução nossa) como a “[...] habilidade do leitor de atribuir significado a um gráfico criado por outras pessoas ou por si mesmo”²⁵. Segundo os autores, a compreensão gráfica é influenciada por fatores relacionados aos propósitos de uso dos gráficos e às características da tarefa, da disciplina e do leitor.

Em referência ao processo de compreensão de gráficos estatísticos, Curcio (1989 apud BATANERO, 2001) nos fala em quatro tipos de leituras de gráficos: a leitura dos dados, a leitura entre os dados, a leitura além dos dados e a leitura por trás dos dados. O primeiro nível de compreensão, ler os dados, requer uma leitura literal do gráfico, sem realização de qualquer interpretação das informações nele contidas. O segundo nível de compreensão, ler entre os dados, inclui a interpretação e a integração dos dados do gráfico. Esse nível requer

²⁵ “[...] graph readers' abilities to derive meaning from graphs created by others or by themselves” (FRIEL; CURCIO; BRIGTH, 2001, p. 132).

habilidades para comparar quantidades e o uso de outros conceitos e destrezas matemáticas. O terceiro nível de compreensão, ler além dos dados, requer que o leitor realize previsões e inferências a partir dos dados sobre informações que não estejam refletidas diretamente no gráfico. O quarto nível de compreensão, ler por trás dos dados, envolve avaliar a confiabilidade e a integridade dos dados.

Na classificação dada por Curcio (1989 apud BATANERO, 2001), podemos observar que cada nível de compreensão gráfica apresenta uma evolução em relação ao anterior. Um modelo hierárquico semelhante foi desenvolvido por Wainer (1992 apud BATANERO, 2001) com base nos tipos de perguntas que podem ser feitas a respeito de um gráfico e composto por três níveis de compreensão gráfica: 1) Nível elementar, perguntas relacionadas apenas à extração de dados diretamente do gráfico; 2) Nível intermediário, perguntas relacionadas à avaliação de tendências com base em uma parte dos dados; 3) Nível superior, perguntas sobre a estrutura profunda dos dados apresentados em sua totalidade, geralmente comparando tendências e visualizando agrupamentos.

O modelo desenvolvido por Wainer vem ao encontro do que dizem Friel, Curcio e Brighth, (2001, p. 132, tradução nossa) quando afirmam que “diferentes níveis de questionamento provocam diferentes níveis de compreensão”²⁶.

Friel, Curcio e Brighth (2001) distinguem a existência de três tipos de comportamentos relacionados à compreensão gráfica: a tradução, a interpretação e a extrapolação/interpolação. A tradução demanda uma alteração na forma de comunicação. Pode-se traduzir as informações de um gráfico para outro ou de um gráfico para uma tabela ou vice-versa. Na tradução também se admite a interpretação de um gráfico em nível descritivo. A interpretação demanda uma reorganização dos dados e uma separação dos fatores mais importantes dos menos importantes. Na interpretação também se admite a busca de relações entre os elementos específicos do gráfico ou entre os elementos e as escalas nos eixos. A extrapolação/interpolação, tida como uma extensão da interpretação, demanda não somente a essência da comunicação, mas também a identificação de tendências ou relações implícitas.

Duas importantes contribuições para melhor depreendermos o processo de compreensão gráfica são trazidas por Wild e Pfannkuch (1999): o reconhecimento de que todo pensamento, inclusive o estatístico, ocorre dentro de um contexto que precisa ser entendido por todos os condutores da investigação; e a necessidade de levar em conta as diferenças entre consumidores e produtores de estatísticas.

²⁶ Different levels of questioning provoke different levels of comprehension (FRIEL; CURCIO; BRIGHTH, 2001, p. 132).

Ambas as contribuições são explicadas por Gal (2002) ao exemplificar dois contextos de compreensão gráfica: o contexto de leitura e o contexto de investigação. Nos contextos de leitura, as pessoas agem como “consumidores de dados”. Esses contextos representam as circunstâncias em que as pessoas são expostas à mídia impressa e visual, tais como TV, jornais e *sites* da *internet*. Nos contextos investigativos, as pessoas agem como “produtores de dados” ou “analisadores de dados”. Esses contextos representam as circunstâncias em que as pessoas se envolvem em alguma investigação empírica de dados reais e precisam interpretar seus próprios dados e resultados e relatar suas descobertas e conclusões, como é o caso de estatísticos e estudantes, entre outros.

De acordo com Silva (2006), a análise de um gráfico pressupõe a decodificação visual das informações nele codificadas, por meio de símbolos e outros elementos gráficos, quando de sua construção. Nesse processo, a capacidade do gráfico de transmissão de informação é avaliada por Jacoby (1997 apud SILVA, 2006) em três níveis: 1) Detecção, associação visual entre um valor e um elemento do gráfico que cria um novo elemento resultante da combinação de ambos – um elemento-valor; 2) Comparação, reconhecimento de um padrão nos dados por meio da junção visual dos vários símbolos e elementos gráficos; e 3) Estimação, avaliação visual por meio de comparação de quantidades entre dois ou mais elementos-valor.

Como já mencionamos anteriormente, o processo de compreensão gráfica que diversos autores defendem e acreditam, e com o qual concordamos, pressupõe a existência de vários níveis que se ampliam à medida que o processo avança. De acordo com Batanero (2001), para cada um desses níveis devem ser elaboradas atividades de aprendizagem que levem em conta os diferentes componentes dos gráficos estatísticos (eixos, escalas e elementos específicos) e a escolha do tipo de gráfico em projetos estatísticos.

No próximo tópico, abordaremos esse processo de escolha tanto do ponto de vista do objetivo quanto da adequação às necessidades de representação de um conjunto de dados.

4.2.4 A Escolha do Tipo de Gráfico Adequado

A escolha do tipo de gráfico mais adequado para a divulgação de uma informação estatística não é um processo simples nem direto. Existem muitos tipos diferentes de gráficos e todos apresentam finalidades específicas a serem consideradas. Visto que cada um deles pode atender a objetivos múltiplos de representação, tanto a escolha do tipo quanto a construção do gráfico propriamente dito requerem análise cuidadosa.

Com efeito, não existe um tipo único de gráfico que se adeque ao objetivo de uma representação. Entretanto, existem certos tipos de gráficos que se revelam claramente inadequados aos objetivos de representação propostos em determinadas situações.

A título exemplificativo, Li e Shen (1992 apud BATANERO, 2001) identificaram algumas escolhas incorretas do tipo de gráfico feitas por estudantes do ensino médio em projetos estatísticos: uso de um polígono de frequência com variáveis qualitativas ou de um gráfico de barras horizontais para representar a evolução do índice de produção industrial ao longo de uma série de anos. Os gráficos de barras ilustram frequências, os gráficos de setores ilustram proporções de variáveis qualitativas e os histogramas ou polígonos de frequência ilustram uma variável contínua (WALLGREN *et al.*, 1996).

Portanto, escolhas pouco adequadas podem comprometer os objetivos pretendidos. E fazer boas escolhas demanda árduo esforço mental e muita paciência. Silva (2006, p. 56) observa que a construção de gráfico estatístico “envolve uma sucessão de tentativas até à seleção do modelo que mais se ajusta à mensagem que se pretende transmitir”. Na verdade, como bem pontua Rumsey (2019, p. 82), “com gráficos e tabelas é delicado encontrar o equilíbrio certo”. Entendimento semelhante é expresso por Wallgren e outros (1996, p. 17, tradução nossa) quando reconhecem: “Criar bons gráficos é, até certo ponto, uma arte. Como sempre na arte, uma grande medida de subjetividade está envolvida no que é considerado um gráfico bom ou ruim”²⁷. E concluem (WALLGREN *et al.*, 1996, p. 89, tradução nossa): “Um gráfico ruim é pior do que nenhum gráfico!”²⁸.

Nessa seção, abordamos os processos de construção, leitura e análise de gráficos.

A mobilização da transnumeração e o desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos constituem objetivos principais do Produto Educacional (PE)²⁹ resultante desta pesquisa. Tendo em vista que em parte do nosso PE, deixamos como sugestão de leitura um breve roteiro, elaborado na linguagem dos quadrinhos, para apresentar aos estudantes os aspectos analíticos, decisórios e técnicos envolvidos na construção de gráficos, abordaremos logo a seguir o uso dos quadrinhos como recurso didático em sala de aula.

²⁷ “Creating good charts is to a certain extent an art. As always with art a large measure of subjectivity is involved in what is considered to be a good or a bad chart” (WALLGREN *et al.*, 1996, p. 17).

²⁸ “A poor chart is worse than no chart at all”! (WALLGREN *et al.*, 1996, p. 89).

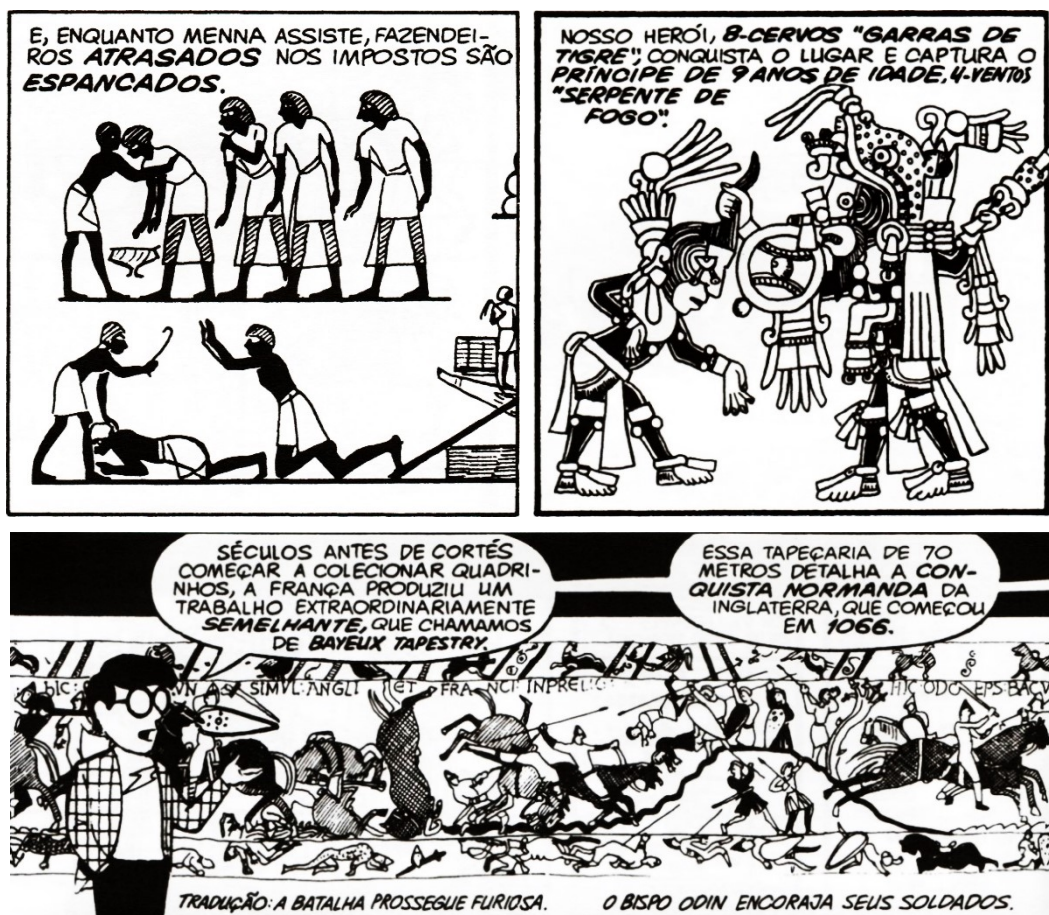
²⁹ A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) assinala que “no Mestrado Profissional, distintamente do Mestrado Acadêmico, o mestrando necessita desenvolver um processo ou produto educativo e aplicado em condições reais de sala de aula ou outros espaços de ensino, em formato artesanal ou em protótipo. Esse produto pode ser, por exemplo, uma sequência didática, um aplicativo computacional, um jogo, um vídeo, um conjunto de videoaulas, um equipamento, uma exposição, entre outros. A dissertação/tese deve ser uma reflexão sobre a elaboração e aplicação do produto educacional respaldado no referencial teórico metodológico escolhido” (BRASIL, 2019, p. 15).

4.3 As Histórias em Quadrinhos na Educação

As origens das Histórias em Quadrinhos (HQ) remontam à Pré-História, quando nossos ancestrais primitivos deixaram testemunho de sua época por meio de rústicos desenhos e pinturas rupestres inscritos nas cavernas (ANSELMO, 1975).

Ao resgatar os antecedentes históricos das HQ, McCloud (1995) aponta três narrativas gráficas visuais precursoras, produzidas em tempos posteriores: 1) uma sequência de pinturas egípcias que ilustra as tarefas finais da colheita de trigo e o castigo infligido aos fazendeiros com impostos em atraso (Figura 6, acima e à esquerda); 2) a notável tapeçaria francesa de *Bayeux*, que detalha a conquista normanda da Inglaterra iniciada em 1066 (Figura 6, abaixo); e 3) um manuscrito em imagem pré-colombiano, encontrado por Cortés em torno de 1519, que conta a história do herói militar e político 8 - Cervos “Garras de Tigre” (Figura 6, acima e à direita). Nesses três exemplos, destaca-se uma característica comum: a história contada por uma sucessão de imagens.

Figura 6 - Fragmentos de narrativas gráficas visuais precursoras.



Fonte: McCloud (1995, p. 15) (acima e à direita); McCloud (1995, p. 11) (acima e à esquerda); McCloud (1995, p. 12) (abaixo).

Entretanto, ainda segundo McCloud (1995), o surgimento das histórias em quadrinhos, no formato como as conhecemos atualmente, está ligado ao trabalho pioneiro de Rodolphe Töpffer (1799-1846), conhecido como o “pai dos quadrinhos modernos”, que empregou caricaturas e requadros (o contorno do quadrinho) em histórias com imagens satíricas, em meados do século XIX, e apresentou a primeira combinação interdependente de palavras e figuras na Europa.

Segundo Anselmo (1975), outro marco importante do desenvolvimento das HQ foi assinalado por Richard Outcault (1863-1928) ao fazer surgir, em 1895 no jornal *New York World*, o personagem *Yellow Kid* (garoto amarelo) e a narrar suas aventuras por meio de balões indicativos de fala. Assim, apareceu o primeiro verdadeiro “balão” das HQ, elemento bastante característico do gênero.

A partir de 1910, ainda de acordo com Anselmo (1975), distinguem-se duas correntes opostas entre os desenhistas: a dos humoristas, que vê as HQ meramente como forma de entretenimento; e a dos estudiosos, que procura intelectualizar os quadrinhos e explorá-los formal e narrativamente.

A definição de Histórias em Quadrinhos não é unânime entre os estudiosos que se dedicam a esse tema. As divergências conceituais devem-se ao fato de que definir ou explicar o que são as HQ não é tarefa tão simples como parece. Às vezes, elas são chamadas de vinheta, tira em quadrinhos, cartum, charge, meme, entre outros tantos nomes escolhidos a esmo. As distintas definições, embora convergentes até certo ponto, não articulam os vários aspectos que envolvem as HQ, de forma abrangente e completa. Com efeito, Groensteen (2007) atribui às HQ uma “definição impossível”, tamanha a dificuldade de descrevê-las com exatidão.

Entretanto, Eisner (1999) introduz uma definição bastante usual por meio do termo “Arte Sequencial”. Se, por um lado, esse termo simples e autoexplicativo revela-se apropriado por sua abrangência e por elevar as HQ ao *status* de arte, por outro, é criticável por ser amplo demais e incluir, se for entendido ao pé da letra, outras manifestações artísticas, como o cinema e os desenhos animados, que obviamente não são HQ.

Assim sendo, McCloud (1995, p. 9) desenvolveu um entendimento mais claro e preciso ao definir as HQ como “imagens pictóricas e outras justapostas em sequência deliberada destinadas a transmitir informações e/ou a produzir uma resposta no espectador”. Entretanto, o autor reconhece a incompletude de sua definição e a justifica por um detalhe significativo: um quadro único muitas vezes é chamado quadrinho, mas não existe sequência composta tão somente por um único elemento. Desse modo, essa definição também é

criticável por excluir manifestações artísticas formadas por uma única imagem comumente consideradas quadrinhos, como o cartum, a charge e a caricatura. Por isso, McCloud (1995) esclarece que a tentativa de definir HQ é um processo contínuo, ainda em debate e longe de chegar ao fim.

Todavia, apesar das dificuldades mencionadas, encontramos uma definição, dada por Vergueiro (2018b), que nos parece mais completa por abranger tanto as HQ compostas por um único quadrinho como aquelas constituídas por dois ou mais quadrinhos:

O quadrinho ou vinheta constitui a representação, por meio de uma imagem fixa, de um instante específico ou de uma sequência interligada de instantes, que são essenciais para a compreensão de uma determinada ação ou acontecimento. Isso quer dizer, portanto, que um quadrinho se diferencia de uma fotografia, que capta apenas um instante, um átimo de segundo em que o diafragma da máquina fotográfica ficou aberto. (VERGUEIRO, 2018b, p. 35).

Uma vez entendido o que são HQ, ainda que em linhas bastante gerais, apresentaremos agora uma série de características observadas nas obras em quadrinhos, com destaque para as tendências, conforme levantamento realizado por Ramos (2019):

- diferentes gêneros utilizam a linguagem dos quadrinhos;
- predomina nas histórias em quadrinhos a sequência ou tipo textual narrativo;
- as histórias podem ter personagens fixos ou não;
- a narrativa pode ocorrer em um ou mais quadrinhos, conforme o formato do gênero;
- em muitos casos, o rótulo, o formato, o suporte e o veículo de publicação constituem elementos que agregam informações ao leitor, de modo a orientar a percepção do gênero em questão;
- a tendência nos quadrinhos é a de uso de imagens desenhadas, mas ocorrem casos de utilização de fotografias para compor as histórias. (RAMOS, 2019, p. 19).

De acordo com Eisner (1999, p. 8), “a configuração geral da revista em quadrinhos apresenta uma sobreposição de palavra e imagem, e, assim, é preciso que o leitor exerça as suas habilidades interpretativas visuais e verbais”. Entendimento semelhante é expresso por Ramos (2019, p. 14) ao afirmar que “ler quadrinhos é ler sua linguagem, tanto em seu aspecto verbal quanto visual (ou não verbal)”. Vergueiro (2018b) vai um pouco mais além e vê a necessidade de uma “alfabetização” na linguagem dos quadrinhos para a decodificação das múltiplas mensagens que eles encerram.

As aplicações da Arte Sequencial podem ser desdobradas em duas categorias: entretenimento e instrução. É admitida a coexistência de ambas as categorias face à tendência da arte sequencial a ser expositiva (EISNER, 1999).

Entretanto, apesar de consideradas uma forma de arte, as HQ nem sempre foram bem vistas pela sociedade e pela crítica acadêmica. Nos anos 1950, psiquiatras, psicólogos e educadores iniciaram uma série de ataques às HQ acusando-as de

[...] representar para os jovens uma perda de tempo e de atenção, de desenvolver a preguiça mental, de não ter nenhuma sutileza, de tornar as coisas demasiadamente fáceis, de falta de estilo e de moral, de humorismo imbecil ou de reduzir as maravilhas da linguagem a grosseiros monossílabos. Com o aumento da delinquência juvenil após a Segunda Guerra, esses ataques se tornaram mais violentos e as acusações de psicólogos e pedagogos culminaram com a publicação da obra do psiquiatra Wertham (1954), *The Seduction of the Innocent (A Sedução dos Inocentes)*. (ANSELMO, 1975, p. 58, grifo da autora).

No Brasil, esse discurso equivocado e sem qualquer embasamento científico perdurou por toda a segunda metade do século XX. Contudo, na última virada do século, o uso dos quadrinhos na escola foi reavaliado. Por um lado, eles passaram a ser vistos como forma de entretenimento e recurso didático-pedagógico capazes de atender públicos de diversas faixas etárias, e não apenas crianças. Por outro lado, eles reverteram a visão preconceituosa e pejorativa das áreas pedagógica e acadêmica. Dessa forma, verificou-se mudança significativa quanto ao uso dos quadrinhos e de outras linguagens e manifestações artísticas nos ensinamentos: fundamental e médio (VERGUEIRO; RAMOS, 2019).

As duras críticas e as conseqüentes discriminação e censura sofridas pelos quadrinhos não impediram o seu desenvolvimento e a sua propagação mundo afora. Graças à enorme vitalidade e ao dinamismo conquistado pelos quadrinhos, eles sobreviveram à crise instaurada, contrariando o prognóstico pessimista de sua queda e até mesmo do seu desaparecimento (ANSELMO, 1975).

Segundo Vergueiro e Ramos (2019), no Brasil, os quadrinhos e outras linguagens e manifestações artísticas foram admitidos de um modo mais contundente e oficializados no ensino a partir da promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, e da elaboração dos PCN da área de Artes e da área de Português em 1997, que reconheceram a importância dos quadrinhos enquanto forma contemporânea de linguagem (VERGUEIRO; RAMOS, 2019).

Os quadrinhos configuram uma linguagem própria, como bem nos assegura Eisner (1999) ao ressaltar o sistema de símbolos e de imagens por eles empregados como forma de expressão e comunicação:

Em sua forma mais simples, os quadrinhos empregam uma série de imagens

repetitivas e símbolos reconhecíveis. Quando são usados vezes e vezes para expressar ideias similares, tornam-se uma linguagem – uma forma literária, se quiserem. E é essa aplicação disciplinada que cria a “gramática” da Arte Sequencial. (EISNER, 1999, p. 8).

Entendimento semelhante é sustentado por Anselmo (1975, p. 38) ao lembrar que “para atingir sua finalidade básica – a rapidez da sua compreensão – as HQ lançam mão de símbolos, onomatopeias, códigos especiais e elementos pictóricos que lhes garantem uma universalidade de sentido”.

Como já vimos anteriormente, havia entre os desenhistas uma corrente que defendia o uso dos quadrinhos para a transmissão de conhecimentos específicos em detrimento do uso exclusivo para entretenimento. Sendo assim, foram produzidas e publicadas revistas de HQ que traziam personagens famosos da história, figuras literárias, eventos históricos, grandes obras literárias, biografias de santos e personagens bíblicos, vertidos para a linguagem quadrinística. Ademais, os quadrinhos passaram a ser empregados em campanhas governamentais de cunho educativo e ainda como apoio técnico à utilização de equipamentos e treinamento de pessoal em atividades especializadas (VERGUEIRO, 2018a).

Dessa forma, os adeptos da corrente a favor do uso educacional das HQ conseguiram, paulatinamente, aproximar a linguagem quadrinística das práticas didático-pedagógicas de tal modo que os quadrinhos

[...] hoje, são bem-vindos nas escolas. Há até estímulo governamental para que sejam usados no ensino.

Vê-se uma outra relação entre quadrinhos e educação, bem mais harmoniosa. A presença deles nas provas de vestibular, a sua inclusão nos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) e a distribuição de obras ao ensino fundamental (por meio do Programa Nacional Biblioteca na Escola) levaram obrigatoriamente a linguagem dos quadrinhos para dentro da escola e para a realidade pedagógica do professor. (RAMOS, 2019, p.13).

De acordo com Eisner (1999, p. 8), “a leitura da revista de quadrinhos é um ato de percepção estética e de esforço intelectual”. Isso, por si só, já seria suficiente para justificar a o uso das HQ em sala de aula. Entretanto, Vergueiro (2019) afirma que existem vários outros motivos que justificam o bom desempenho das HQ nas atividades escolares e reconhece que o aproveitamento dos quadrinhos no ensino possibilita resultados muito melhores do que aqueles que se obteria sem eles. Dentre esses motivos, destacam-se:

i.) Os estudantes querem ler os quadrinhos; ii.) Palavras e imagens, juntos, ensinam de forma mais eficiente; iii.) Existe um alto nível de informação nos quadrinhos; iv.) As possibilidades de comunicação são enriquecidas pela

familiaridade com as histórias em quadrinhos; v.) Os quadrinhos auxiliam no desenvolvimento do hábito de leitura; vi.) Os quadrinhos enriquecem o vocabulário dos estudantes; vii.) O caráter elíptico da linguagem quadrinística obriga o leitor a pensar e imaginar; viii.) Os quadrinhos têm um caráter globalizador; ix.) Os quadrinhos podem ser utilizados em qualquer nível escolar e com qualquer tema. (VERGUEIRO, 2018a, pp. 21-25).

Além de todos esses motivos que acabamos de evocar, Vergueiro (2018a) ressalta ainda outras duas razões essenciais para o êxito dos quadrinhos, ambas de caráter pragmático: a acessibilidade e o baixo custo. O aproveitamento dos quadrinhos no ensino não requer da escola nem do professor um aparato tecnológico robusto e dispendioso; pelo contrário, revistas de HQ são facilmente encontradas em qualquer banca de jornal ou livraria a um custo relativamente baixo comparado ao de outros produtos da indústria cultural.

Como já foi dito, Eisner (1999) distingue, de modo geral, dois usos da arte sequencial: o entretenimento e a instrução. Ao ater-se aos quadrinhos de instrução, o autor distingue ainda duas formas de uso dos quadrinhos para o ensino de algo específico: os quadrinhos técnicos e os condicionadores de atitude. Os quadrinhos técnicos fornecem instruções sobre a execução de tarefas sequenciais, por exemplo, os procedimentos de montagem e manutenção de equipamentos diversos. Já os quadrinhos condicionadores de atitude, como o próprio nome já diz, procuram condicionar determinada atitude para com uma tarefa, por exemplo, a obtenção de um emprego e o senso de responsabilidade pela própria carreira.

À vista disso, portanto, cumpre-nos destacar o caráter pedagógico dos quadrinhos como condicionadores de atitude, capazes de provocar mudanças efetivas de atitude e comportamento. Ao mesmo tempo, surge imediatamente a questão, que se apresenta a nós como um desafio: Como utilizar os quadrinhos no ensino? Ao que Vergueiro (2018a) responde:

Não existem regras. No caso dos quadrinhos, pode-se dizer que o único limite para seu bom aproveitamento em qualquer sala de aula é a criatividade do professor e sua capacidade de bem utilizá-los para atingir seus objetivos de ensino. Eles tanto podem ser utilizados para introduzir um tema que será depois desenvolvido por outros meios, para aprofundar um conceito já apresentado, para gerar uma discussão a respeito de um assunto, para ilustrar uma ideia, como uma forma lúdica para tratamento de um tema árido ou como contraposição ao enfoque dado por outro meio de comunicação. (VERGUEIRO, 2018a, p. 26).

Vergueiro (2018a) faz ainda duas importantes recomendações para quem pretenda utilizar os quadrinhos no ensino. Primeiro não acreditar que os quadrinhos possam atender a todo e qualquer objetivo educacional; pelo contrário, deve-se buscar integrar os quadrinhos a

outros recursos didáticos e produções culturais de forma complementar. A segunda recomendação é atentar para a seleção do material a ser utilizado em aula de acordo com os objetivos educacionais a serem alcançados e a partir de critérios como temática, linguagem utilizada, qualidade gráfica, faixa etária e desenvolvimento intelectual dos alunos.

Por fim, importa mencionar que, segundo Ramos (2019, p. 30), o domínio da linguagem dos quadrinhos, ainda que em seus conceitos mais básicos, “é condição para a plena compreensão da história e para a aplicação dos quadrinhos em sala de aula e em pesquisas científicas sobre o assunto”. Adicionalmente, o autor reconhece o crescente interesse pelo universo dos quadrinhos, apesar da pequena produção científica (consequência do preconceito histórico, inclusive dentro da universidade), e a necessidade de novos estudos linguísticos sobre esse tema.

Como já foi dito anteriormente, no produto educacional resultante desta pesquisa faremos o uso da linguagem dos quadrinhos para apresentar aos estudantes, em um breve roteiro, os aspectos analíticos, decisórios e técnicos envolvidos na construção de gráficos.

Frente à carência de respostas sobre a linguagem e as características dos quadrinhos, na visão de Ramos (2019), apresentada por estudantes, professores e pesquisadores, este trabalho propicia o repensar das práticas pedagógicas e a ampliação das metodologias de ensino no campo da Educação Matemática e, mais precisamente, da Educação Estatística.

No próximo capítulo, descreveremos os procedimentos metodológicos adotados em nossa pesquisa, esclarecendo-os pormenorizadamente. De antemão, informamos ao leitor o enfoque qualitativo da investigação e a necessidade de articulação de vários procedimentos metodológicos apropriados à análise e compreensão de fenômenos educativos.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Este capítulo é dedicado à descrição do percurso metodológico da pesquisa, tanto do ponto de vista teórico quanto prático.

Assim sendo, apresentaremos os pressupostos da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996) que alicerçaram todo o processo investigativo, em uma perspectiva predominantemente qualitativa, e caracterizaremos as etapas de trabalho, os objetivos e os prazos envolvidos e os procedimentos realizados.

5.1 A Pesquisa Qualitativa

A pesquisa, de acordo com a definição proposta por Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 60), é “um processo de estudo que consiste na busca disciplinada/metódica de saberes ou compreensões acerca de um fenômeno, problema ou questão da realidade ou presente na literatura o qual inquieta/instiga o pesquisador perante o que se sabe ou diz a respeito”.

Depreende-se dessa definição que o trabalho do pesquisador é metódico e sistemático. O método, segundo Marconi e Lakatos (2003, p. 83), é “o conjunto das atividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permite alcançar o objetivo – conhecimentos válidos e verdadeiros –, traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões do cientista”.

Com o intuito de obtermos uma visão adequada do fenômeno educativo, sobretudo em sua perspectiva pedagógica, optamos por um enfoque qualitativo e melhor alinhado aos objetivos propostos para a realização da pesquisa.

Definir pesquisa qualitativa, de forma precisa e universal, não é tarefa simples e fácil, pois, de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 16), a expressão investigação qualitativa é utilizada como um “termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características”.

Sendo assim, os autores distinguem cinco características comuns para mostrar que certa estratégia de investigação se enquadra na rubrica da pesquisa qualitativa. São elas: 1) na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; 2) a investigação qualitativa é descritiva; 3) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; 4) os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; 5) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Conscientes de quão difícil é encontrar uma definição de pesquisa qualitativa, que inclua todas essas características, julgamos necessário considerar nesta pesquisa a definição proposta por Creswell (2010), que postula o seguinte:

A pesquisa qualitativa é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, os dados tipicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca do significado dos dados. O relatório final escrito tem uma estrutura flexível. Aqueles que se envolvem nessa forma de investigação apoiam uma maneira de encarar a pesquisa que honra um estilo indutivo, um foco no significado individual e na importância da interpretação da complexidade de uma situação. (CRESWELL, 2010, p. 26, grifo do autor).

Quanto à abordagem metodológica, a presente pesquisa caracteriza-se como qualitativa, tendo em vista o interesse do investigador, por meio da observação participante, em analisar os processos de mobilização da transnumeração e de desenvolvimento da construção de gráficos, vivenciados por um grupo de estudantes, em contexto natural e ambiente da vida real.

Uma vez entendido, ainda que de modo sucinto, o enfoque qualitativo da pesquisa, cumpre-nos agora apresentar os pressupostos da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996) que delinearam os procedimentos investigatórios e, dessa forma, constituíram o percurso metodológico da pesquisa.

5.2 A Engenharia Didática

De acordo com Artigue (1996), a noção de Engenharia Didática emergiu na Didática da Matemática Francesa³⁰ no início da década de 1980 e estabeleceu uma analogia entre o trabalho didático do professor e o trabalho do engenheiro, cuja realização apoia-se em conhecimentos científicos do seu domínio e depara-se com problemas muito complexos, para os quais a ciência não tem interesse ou ainda não é capaz de construir soluções.

³⁰ Segundo Alves (2016), a Didática da Matemática (DM) é uma área de estudo e investigação científica, resultante de um exercício sistemático de reflexão sobre a práxis do professor e do estudante de Matemática, cujo interesse são os processos de transmissão, modificação e veiculação de saberes matemáticos e os elementos envolvidos na interação professor – estudante – conhecimento matemático. Para D’Amore (2007, p. 183), a Didática da Matemática é a “arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito (que pode ser qualquer organismo envolvido nessa atividade: uma pessoa, uma instituição, um sistema, até mesmo um animal)”.

Nesse sentido, Michèle Artigue³¹ desenvolveu a noção de Engenharia Didática como uma metodologia de investigação científica própria e voltada ao estudo dos fenômenos didáticos em Matemática. Segundo a autora, a Engenharia Didática,

[...] vista como metodologia de investigação, caracteriza-se antes de mais por um esquema experimental baseado em «realizações didáticas» na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino. (ARTIGUE, 1996, p. 196).

De modo sucinto, a articulação entre prática de ensino e prática de pesquisa, proposta pela Engenharia Didática e baseada em experiências de sala de aula, se faz por meio de quatro fases consecutivas, assim distinguidas por Artigue (1996): 1) análises prévias; 2) concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia; 3) experimentação; e 4) análise *a posteriori* e validação.

5.2.1 Análises Prévias

As Análises Prévias correspondem à primeira fase de uma investigação que adota os procedimentos metodológicos previstos pela Engenharia Didática.

De acordo com Artigue (1996), nessa fase são considerados o quadro teórico didático geral e os conhecimentos didáticos já adquiridos no domínio estudado. Além disso, na maioria das vezes, são realizadas as seguintes análises preliminares:

- a análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino,
- a análise do ensino habitual e dos seus efeitos,
- a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução,
- a análise do campo de constrangimentos no qual virá a situar-se a realização didática efetiva,
- e, naturalmente, tendo em conta os objetivos específicos da investigação. (ARTIGUE, 1996, p. 198).

A autora esclarece ainda que essas análises tomam os resultados do ensino tradicional – tidos como pouco satisfatórios por motivos de natureza diversa e vistos como um estado de equilíbrio de um sistema dinâmico – como um ponto de partida para determinar as condições de existência de um ponto de funcionamento mais satisfatório.

³¹ Michèle Artigue, nascida na França em 1946, é considerada um expoente no campo da Educação Matemática. A pesquisadora destacou-se por sua contribuição no desenvolvimento da noção de Engenharia Didática no início da década de 1980. É professora emérita da Universidade Paris Diderot, também conhecida como Paris 7, e ex-presidente da Comissão Internacional de Instrução Matemática.

Sendo assim, cumpre-nos agora iniciar as análises prévias a partir da caracterização de três dimensões: 1) a dimensão epistemológica, associada às características do saber analisado; 2) a dimensão cognitiva, associada às características do público ao qual se dirige o ensino; e 3) a dimensão didática, associada às características do funcionamento do sistema de ensino.

5.2.1.1 Dimensão Epistemológica

Crespo (2002) apresenta um breve panorama histórico da Estatística no decorrer dos séculos. Segundo o autor, já na Antiguidade os povos registravam informações sobre a população e a riqueza, geralmente com finalidades tributárias ou militares, que hoje denominaríamos “estatísticas”. No século XVI, surgiram as primeiras análises sistemáticas de fatos sociais, as primeiras tabelas e os primeiros números relativos. No século XVIII, esses estudos adquiriram paulatinamente um caráter científico. Nessa época, a palavra “Estatística” foi utilizada por Godofredo Achenwall para designar a nova ciência. Em seguida, surgiram as primeiras representações gráficas e o cálculo das probabilidades. Por fim, a Estatística tornou-se, também, o estudo de como estimar características de um todo (população) a partir da observação de partes desse todo (amostra) (CRESPO, 2002).

Atualmente, segundo Lopes (2013), a Estatística compreende três ramos: a Estatística Descritiva, a Inferência Estatística (também chamada Estatística Indutiva ou Inferencial) e o Cálculo das Probabilidades.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), houve uma considerável evolução no ensino de Estatística. No final dos anos 50, a Estatística foi integrada ao currículo do ensino secundário com foco no estudo das Probabilidades. Mais tarde, foi introduzida no ensino primário, com foco na representação de dados e nas medidas de tendência central. Posteriormente, passou a ser vista como “trabalho com dados”. Atualmente, o ensino de Estatística apresenta três vertentes:

(i) com ênfase no processo de Análise de Dados, tal como ela é utilizada no dia a dia na sociedade (é o caso da Inglaterra); (ii) como capítulo da Matemática, frequentemente designado por Estocástica, sublinhando aspectos conceituais e/ou computacionais (como na França); e (iii) como *‘state’ istics*, ou seja, como instrumento auxiliar para o estudo dos mais variados assuntos e disciplinas escolares (caso da Suécia). A última tendência refere-se à forma como a Estatística é usada por outras disciplinas – o que assume grande importância, se ela recebe reduzida atenção em Matemática. As duas primeiras tendências dizem respeito ao modo como a

Estatística é abordada na disciplina de Matemática – com ênfase nos aspectos matemáticos ou na sua utilização em diversos campos. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p. 104, *grifo dos autores*).

O currículo brasileiro de Matemática prevê o ensino de Estatística desde as séries iniciais do processo escolar até o Ensino Médio. E, nesse sentido, Lopes (2010, p. 58) defende que o ensino de Estatística é “justificado pela necessidade de o indivíduo compreender as informações veiculadas, tomar decisões e fazer previsões que influenciam sua vida pessoal e em comunidade”.

A autora ressalta ainda a ênfase dada ao trabalho de coleta, organização e análise de informações; à construção e interpretação de tabelas e gráficos; e à determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão (LOPES, 2010).

Desse modo, um dos objetivos mais imediatos no ensino de Estatística na Educação Básica é o estudo das representações tabulares e gráficas de dados e, por conseguinte, da transnumeração.

5.2.1.2 Dimensão Cognitiva

Wallgren e outros (1996, p. 13, tradução nossa) admitem que “existe um número quase infinito de diferentes tipos de gráficos”³². Entretanto, podemos condensá-los em um número limitado de tipos básicos: gráficos de barras, gráficos de linhas, gráficos de áreas, gráficos de setores, gráficos polares, pictogramas, histogramas, polígonos de frequências, gráficos de dispersão, diagrama caule-e-folhas e caixa-de-bigodes (*boxplot*).

Friel, Curcio e Brigh (2001) sugerem uma sequência para ordenar a abordagem dos tipos de gráficos de acordo com os níveis de escolaridade e listam os respectivos temas a serem desenvolvidos em cada fase.

Inicialmente, os mesmos autores realçam o duplo papel desempenhado pelas tabelas “como ferramentas eficazes para a representação e organização de dados”³³ (FRIEL; CURCIO; BRIGTH, 2001, p. 147, tradução nossa). E, em seguida, tecem considerações a respeito da importância do conhecimento matemático dos estudantes e da complexidade dos dados explorados.

O conhecimento matemático refere-se ao número de itens de dados, ao número de

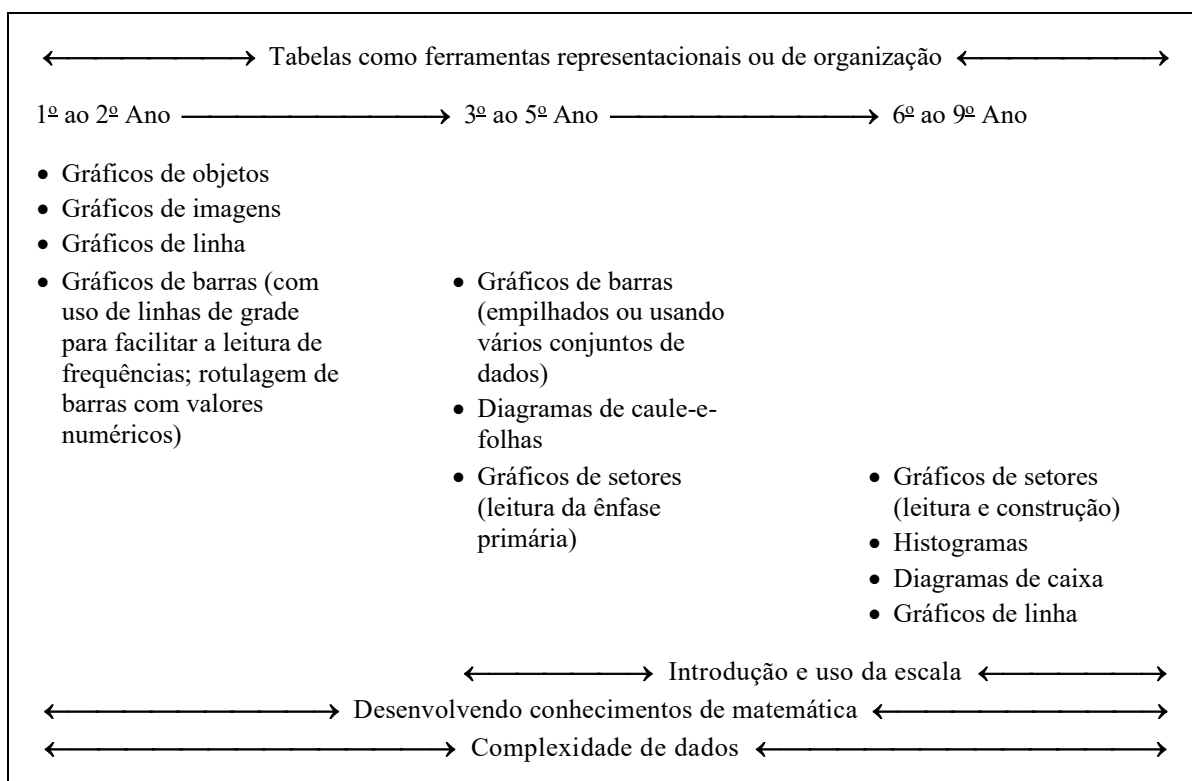
³² There is an almost infinite number of different kinds of charts. (WALLGREN *et al.*, 1996, p. 13).

³³ Tables serve as effective tools for data representation and organization. (FRIEL; CURCIO; BRIGTH, 2001, p. 147).

categorias para comparação, ao uso de raciocínio aditivo *versus* multiplicativo e assim por diante. Já a complexidade dos dados refere-se à natureza e às características dos dados (por exemplo, discretos ou contínuos), à propagação e variação dentro do conjunto de dados e assim por diante.

A sequência proposta por Friel, Curcio e Brighth (2001) (Quadro 4) oferece subsídios para a compreensão do estágio cognitivo dos estudantes.

Quadro 4 - Progressão sugerida para a introdução de tipos de gráficos (leitura e construção).



Fonte: Friel, Curcio e Brighth (2001, p. 147, tradução nossa).

Entretanto, não obstante o entendimento de que os estudantes infanto-juvenis sejam capazes de aprender todos os tipos de gráficos (Quadro 4), Cazorla (2002, p. 51) observa que, “de modo geral, os gráficos no Ensino Fundamental e Médio se limitam ao gráfico de barras, circular, de linhas e aos pictogramas, às vezes ligados ao levantamento de dados da própria escola”.

Essa abordagem do ensino de gráficos restrita aos tipos mais correntes e triviais não é o único entrave à formação gráfica dos estudantes. Como veremos a seguir, há, também, outras questões como a ênfase dada aos processos de leitura e interpretação e a complexa articulação de múltiplos saberes para construir um gráfico.

5.2.1.3 Dimensão Didática

A leitura, a construção e a interpretação de gráficos, como já acentuamos anteriormente, são habilidades essenciais para o estudo das ciências, o exercício da cidadania e a compreensão do mundo e seus fenômenos.

À vista disso, convém esclarecer de início que o processo de construção de gráficos distingue-se dos processos de leitura e interpretação.

Como bem nos asseguram Leinhardt e outros (1990), entende-se por construção o ato de gerar algo novo e que demanda, em amplo sentido, a transformação dos dados brutos por meio do processo de seleção e rotulação de eixos, seleção de escala, identificação de unidade e plotagem.

Ao diferenciar os processos de construção e interpretação, os autores esclarecem que a interpretação requer e depende de reações a alguma parte de um conjunto de dados; já a construção requer a geração de novas partes. Ademais, a relação construção/interpretação admite que interpretar não requer nenhuma construção, mas construir demanda necessariamente algum tipo de interpretação. Assim, construir é bem diferente de interpretar; apesar de ambas as situações exigirem dos estudantes algum conhecimento sobre gráficos.

O processo de construção de gráficos estatísticos pressupõe a consideração de aspectos analíticos, decisórios e técnicos. Os aspectos analíticos envolvem a análise da natureza e das características dos dados disponíveis; os aspectos decisórios dizem respeito à escolha do tipo de gráfico mais adequado aos dados e ao objetivo da representação; e os aspectos técnicos tratam da definição e da formatação dos elementos que integram o gráfico.

Para promover a efetiva formação gráfica dos estudantes e o desenvolvimento do pensamento estatístico e, mais especificamente, da transnumeração, cumpre-nos entender melhor todos esses aspectos.

Com relação aos aspectos analíticos, Wallgren e outros (1996) enfatizam que, se quisermos elaborar um bom gráfico, é preciso conhecer as principais características dos dados e as limitações por elas apresentadas. Nesse sentido, três itens merecem atenção: 1) a estrutura dos dados; 2) os tipos de variáveis; 3) os níveis de mensuração.

No que se refere à estrutura, os dados classificam-se em dados transversais e dados de séries temporais³⁴ (WALLGREN *et al.*, 1996).

³⁴ Os dados são ditos transversais quando as observações são realizadas em um mesmo instante de tempo. Já os dados de séries temporais, por sua vez, são assim ditos quando as observações são realizadas em vários pontos no tempo (WALLGREN *et al.*, 1996).

Quanto aos tipos de variáveis, distinguem-se as variáveis qualitativas e as variáveis quantitativas³⁵. Ambos os tipos sofrem uma classificação dicotômica. Dentre as variáveis qualitativas, distinguem-se a variável qualitativa nominal e a variável qualitativa ordinal. Dentre as variáveis quantitativas, distinguem-se a variável quantitativa discreta e a variável quantitativa contínua (BUSSAB; MORETTIN, 2010).

Referindo-nos especificamente às variáveis quantitativas, cabe mencionar ainda uma subdivisão segundo a unidade de medida: valor absoluto ou valor relativo³⁶.

Um terceiro parâmetro adotado para classificar as variáveis, bastante similar ao anterior, são os níveis de mensuração. Por esse critério, distinguem-se quatro escalas de medida: escala nominal³⁷, escala ordinal³⁸, escala intervalar³⁹ e escala razão⁴⁰ (BUSSAB; MORETTIN, 2010).

Segundo já discorremos, o conhecimento prévio da natureza e das características dos dados disponíveis facilita a escolha de gráficos adequados e corretos. Com efeito, Wallgren e outros (1996, p. 12, tradução nossa) esclarecem que “o nível de medição influencia a escolha do gráfico principalmente porque devemos escolher um gráfico que retenha as características dos valores de medição”⁴¹. Assim, diferentes tipos de gráficos são adequados para diferentes tipos de variáveis e níveis diferentes de medição fornecem gráficos diferentes.

Com relação aos aspectos decisórios, Cazorla (2002, p. 77) assevera que “um bom construtor de gráficos deve saber qual é o tipo adequado de gráfico para seus dados”. Todavia, o grande número de diferentes tipos de gráficos é algo que dificulta muito a escolha do gráfico mais adequado para ilustrar uma situação específica.

³⁵ As variáveis qualitativas apresentam como possíveis realizações uma qualidade (ou atributo) do indivíduo pesquisado. Para a variável qualitativa nominal, não existe nenhuma ordenação nas possíveis realizações. Para a variável qualitativa ordinal, existe uma ordem nos seus resultados. As variáveis quantitativas, por sua vez, apresentam como possíveis realizações números resultantes de uma contagem ou mensuração. Para as variáveis quantitativas discretas, os possíveis valores resultam, frequentemente, de uma contagem e formam um conjunto finito ou enumerável de números. Para as variáveis quantitativas contínuas, os possíveis valores resultam de uma mensuração e pertencem a um intervalo de números reais (BUSSAB; MORETTIN, 2010).

³⁶ Os valores absolutos se referem aos valores de uma variável, por exemplo, empregados. Os valores relativos se reportam ao resultado de uma relação entre variáveis, por exemplo, taxa de emprego (SILVA, 2006).

³⁷ Na escala nominal, associamos um numeral diferente (letra ou número) para categorizar indivíduos de uma população. Exemplo: M (masculino) e F (feminino) ou 1 (masculino) e 2 (feminino) (BUSSAB; MORETTIN, 2010).

³⁸ Na escala ordinal, associamos um numeral diferente (letra ou número) para categorizar indivíduos de uma população, mas a ordem dos numerais associados ordena as categorias. Exemplo: a classe socioeconômica de um indivíduo pode ser baixa (1 ou X), média (2 ou Y) e alta (3 ou Z) (BUSSAB; MORETTIN, 2010).

³⁹ Na escala intervalar, associamos uma unidade de medida e necessitamos de uma origem arbitrária. Exemplo: a temperatura de um indivíduo, na escala Fahrenheit. A origem é 0° F e a unidade é 1° F (BUSSAB; MORETTIN, 2010).

⁴⁰ A escala razão difere da escala intervalar por existir um zero absoluto. Exemplo: a altura de um indivíduo. Se medida em centímetros (cm), 0 cm é a origem e 1 cm é a unidade de medida (BUSSAB; MORETTIN, 2010).

⁴¹ The level of measurement influences the choice of chart principally in that we ought to choose a chart which retains the characteristics of the measurement values. (WALLGREN *et al.*, 1996, p. 12).

Diante de muitas possibilidades ao nosso dispor, é natural perguntarmos-nos: Como devemos escolher entre os diferentes tipos de gráfico? A resposta não é tão simples, pois diferentes fatores podem influenciar nossa escolha. Avaliar a natureza e a característica dos dados disponíveis, como já foi dito anteriormente, nos ajuda a decidir qual direção seguir. Do mesmo modo, o conhecimento das especificidades de cada tipo de gráfico também pode clarificar a nossa decisão.

Nesse sentido, Silva (2006, p. 232) recomenda a “escolha da forma gráfica em função do objetivo da representação ou da natureza das variáveis a representar”, conforme ilustra o Quadro 5.

Quadro 5 - Tipos de gráfico em função do objetivo da representação.

Representação de	Objetivo	Tipo de gráfico
Componentes ou categorias	Mostrar proporções ou partes do todo	Gráfico de barras Gráfico circular (para poucas categorias) Gráfico de pontos
Quantidades (em valor absoluto ou relativo)	Mostrar ou ordenar variáveis ou categorias em função da dimensão importância, etc.	Gráfico de barras Gráfico de pontos
Séries temporais	Mostrar a evolução de uma ou mais variáveis ou categorias	Gráfico de barras (para séries curtas) Gráfico de áreas Gráfico de linhas
Frequências	Mostrar a distribuição de frequência de uma variável	Histograma Caixa-de-bigodes Diagrama caule-e-folhas (para poucas observações)
Correlações	Mostrar a relação entre duas variáveis	Diagrama de dispersão
Muitas variáveis	Caracterizar ou padronizar um indivíduo estatístico	Gráfico polar

Fonte: Adaptado de Silva, 2006, p. 232

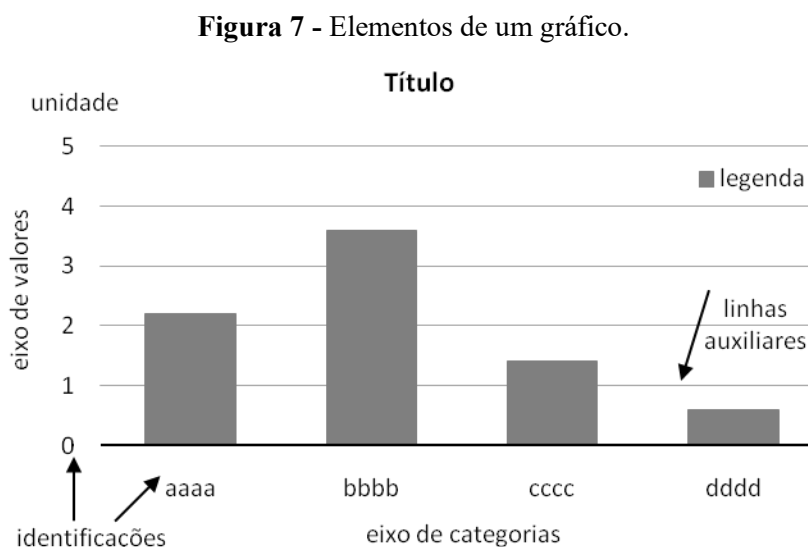
Com relação aos aspectos técnicos, Friel, Curcio e Brighth (2001) apontam que a construção de gráficos envolve a definição de componentes estruturais (eixos, escalas, grades, marcações de referência), de dimensões visuais (pontos, linhas, áreas e ângulos), de rótulos (títulos e designações de eixos) e de plano de fundo (cor, grade e imagens sobre os quais o gráfico é sobreposto).

De acordo com Wallgren e outros (1996, p. 17, tradução nossa), “todos os gráficos são construídos com elementos simples, como linhas, áreas e texto”⁴². E prossegue: “É importante lidar com esses blocos de construção da maneira correta, para que o gráfico final seja fácil de

⁴² All charts are built up out of simple elements such as lines, areas and text (WALLGREN *et al.*, 1996, p. 17).

ler e valha a pena ler”⁴³.

Silva (2006) enumera cinco elementos dos gráficos estatísticos que assumem importância na organização dos dados. São eles: a) o título; b) os eixos de valores e de categorias (baseados nos sistemas de coordenadas); c) a legenda; d) as identificações dos dados; e) as linhas auxiliares (Figura 7).



Fonte: SILVA, 2006, p. 79.

Wallgren e outros (1996) esclarecem que um gráfico é formado por duas áreas complementares: a área do gráfico e a área de plotagem. A área do gráfico corresponde à área imaginária que contém todo o gráfico, incluindo os títulos e todos os textos explicativos de auxílio à leitura. A área de plotagem corresponde à área coberta pela representação gráfica propriamente dita, sem os títulos, valores de escala etc. A área do gráfico e a área de plotagem são denominadas, por Silva (2006), área exterior e área do desenho, respectivamente.

De fato, os aspectos analíticos, decisórios e técnicos ora elencados podem constituir obstáculos para a aprendizagem e manifestarem-se na construção de gráficos inadequados do ponto de vista científico. À vista disso, entendemos que o processo de construção de gráficos não é intuitivo, direto e imediato. Pelo contrário, é reflexivo e metódico.

No entanto, Leinhardt e outros (1990, p. 12, tradução nossa) ressaltam que “as tarefas de construção não aparecem na literatura com a mesma frequência que as tarefas de

⁴³ It is important to handle these building blocks in the right way so that the finished chart is easy to read and worth reading (WALLGREN *et al.*, 1996, p. 17).

interpretação”⁴⁴. Do mesmo modo, Friel, Curcio e Brighth (2001) constataam a forte concentração das pesquisas em objetivos ligados à leitura e à interpretação de gráficos; e o fato de poucas pesquisas abordarem a construção ou invenção do gráfico ou escolha do gráfico. Silva (2006, p. 242) também alerta que, nas universidades, “com o passar dos anos, deixou de ser dada importância à formação sobre este tema”.

Nesse contexto, a ênfase dada à leitura e à interpretação para a compreensão de gráficos, em detrimento da construção, influencia o funcionamento do sistema de ensino e tem sérios reflexos, principalmente, na Educação Básica.

Por isso, Silva (2006) aponta a necessidade de retomada da formação gráfica, em todos os níveis de ensino, tendo em vista a profusão de imagens gráficas presente nos tempos atuais e a crescente substituição do texto pela imagem.

Para o processo de retomada, ressaltamos a importância das tarefas de construção de gráficos e do conhecimento de todos os tipos de gráficos, afinal, como bem salientam Friel, Curcio e Brighth (2001), cada tipo de gráfico possui uma “linguagem” própria para discutir os dados exibidos.

5.2.2 Concepção e Análise *a priori*

A Concepção e Análise *a priori* correspondem à segunda fase de uma investigação que adota os procedimentos metodológicos previstos pela Engenharia Didática. De acordo com Artigue (1996), nessa fase o investigador toma a decisão de agir sobre dois tipos de variáveis que ele presume serem pertinentes ao problema estudado:

- as *variáveis macro-didáticas ou globais*, que dizem respeito à organização global da engenharia;
- e as *variáveis micro-didáticas ou locais*, que dizem respeito à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase, podendo umas e outras ser, por sua vez, variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do conteúdo didático cujo ensino é visado. (ARTIGUE, 1996, p. 202, *grifos da autora*).

Artigue (1996, p. 205) esclarece ainda que o objetivo da análise *a priori* é “[...] determinar de que forma permitem as escolhas efetuadas controlar os comportamentos dos alunos e o sentido desses comportamentos”. Com esse fim, são formuladas hipóteses a serem validadas via confronto, essencialmente interno, entre a análise *a priori* e a análise *a*

⁴⁴ Construction tasks do not appear in the literature as frequently as do interpretation tasks (LEINHARDT *et al.*, 1990, p. 12).

posteriori, a quarta fase da Engenharia Didática.

Sendo assim, cumpre-nos agora iniciar a concepção e a análise *a priori* com a execução de três passos sequenciais: 1) a descrição e a justificativa das escolhas relativas às variáveis de comando globais; 2) a descrição do plano do processo de ensino, onde intervirão as variáveis de comando locais; 3) a formulação das hipóteses relativas ao comportamento esperado dos estudantes.

Inicialmente, apresentaremos as escolhas relativas às variáveis de comando globais (ou macrodidáticas). São elas:

- 1) A perspectiva da abordagem da Estatística como Análise de Dados, de acordo com diferentes autores;
- 2) A inserção dos estudantes em um ambiente de aprendizagem via projeto, com temas de relevância para o processo de ensino. Nesse caso, o projeto é direcionado à problemática do lixo eletrônico.

Uma vez definidas as variáveis de comando globais, o segundo passo é a descrição do plano do processo de ensino, quando sofrerá as intervenções das variáveis de comando locais, ou das variáveis microdidáticas, a saber:

- 1) As diferentes abordagens de mobilização da transnumeração por meio de atividades;
- 2) A realização da pesquisa sobre o lixo eletrônico pelos alunos: a coleta de dados, a organização dos dados;
- 3) A escolha pelo tipo de tabelas e gráficos;
- 4) A representação dos dados em gráficos a serem construídos com o uso de papel e lápis e com o uso de tecnologias digitais.

O plano do processo de ensino prevê a inserção de estudantes da Educação Básica em um ambiente de aprendizagem via projeto com o intuito de desenvolver a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico por meio de uma sequência de atividades individuais e coletivas ligadas entre si.

A temática escolhida para o projeto foi o lixo eletrônico⁴⁵ ou e-lixo (em inglês, *e-waste*) ou ainda Resíduos de Equipamentos Elétricos e Eletrônicos (REEE). Dois motivos justificam a definição do tema: primeiro, os impactos ambientais negativos provocados pelo descarte inadequado do lixo eletrônico, notadamente a contaminação do solo e dos lençóis freáticos, que colocam em risco a saúde humana; e segundo, a crescente geração de lixo eletrônico pela humanidade em decorrência do acelerado avanço tecnológico. Ademais, o

⁴⁵ Segundo Forti (2019, p. 3), “o termo ‘lixo eletrônico’ se refere aos equipamentos elétricos e eletrônicos e seus componentes que foram descartados pelo proprietário como lixo, sem a intenção de reutilização”.

problema da produção do lixo estende-se para muito além da questão ambiental. Silva e Powell (2013), por exemplo, ao proporem um programa de Educação Financeira para a Educação Básica das escolas públicas, incluem a discussão desse tema no eixo norteador do currículo composto pelas dimensões sociais, econômicas, políticas, culturais e psicológicas.

O projeto intitulado “Lixo Eletrônico: Interrelacionando Possíveis Leituras” é fruto de uma pesquisa desenvolvida por Leite e Rodrigues (2022), que fazem parte do grupo de pesquisa “Educação Estatística: desafios e possibilidades no ensino e na aprendizagem”, o qual também ampara o presente trabalho. Esse projeto, de Leite e Rodrigues (2022), trata de relacionar a Matemática, a Estatística e a Educação Ambiental ao cotidiano. A pesquisadora é professora regente de Matemática em uma escola pública federal de Juiz de Fora, estado de Minas Gerais e, na forma de parceria em que os membros fazem parte do grupo de pesquisa, proporcionou para que esta pesquisa fosse uma vertente que pudesse analisar os gráficos oriundos da pesquisa que Leite e Rodrigues (2022) realizaram com os estudantes.

O projeto de Leite e Rodrigues (2022) foi desenvolvido nessa escola e contou com a participação da totalidade de 116 estudantes, distribuídos em quatro turmas do 7º Ano do Ensino Fundamental. Foram selecionados para o estudo uma amostra de 17 alunos, com idades entre 12 e 14 anos, cujos responsáveis assinaram Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), conforme Apêndice A.

Assim, enquanto a pesquisa de Leite e Rodrigues (2022) foi direcionada à discussão dos desafios e possibilidades dos processos formativos em ambientes de aprendizagem via projetos, esta pesquisa foi direcionada à compreensão dos processos de mobilização da transnumeração e de desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos.

Ambas as pesquisas se valeram do projeto de aprendizagem como suporte à construção colaborativa do conhecimento. De acordo com Barros, Okada e Kenski (2012):

A construção colaborativa do conhecimento caracteriza-se por ser uma oportunidade de aprendizagem orientada por interesses, por ritmos e para necessidades específicas de cada um dos elementos do grupo. Neste contexto, a colaboração permite tornar a experiência contextual, donde resulta uma motivação interna, que é fundamental para todo o processo. A construção colaborativa de conhecimento é baseada na participação ativa dos indivíduos – aprendentes – na resolução de problemas e no pensamento crítico relacionado com as atividades de aprendizagem que consideram relevantes e desafiantes. Assim, os indivíduos constroem o seu conhecimento através do teste de ideias e métodos baseado em conhecimentos e experiências prévias e, posteriormente aplicado a novas situações. Desta forma, o conhecimento recentemente adquirido é integrado com construções intelectuais pré-existentes, fazendo progredir simultaneamente o conhecimento de cada um dos indivíduos e do grupo. (BARROS; OKADA; KENSKI, 2012, p. 14-15).

Nesse contexto, procuramos observar as recomendações dadas por Maltempi (2012) ao frisar que no desenvolvimento de projetos:

É preciso um ambiente acolhedor que propicie a motivação do aprendiz a continuar aprendendo, um ambiente que seja rico em materiais de referência, que incentive a discussão e a descoberta e que respeite as características específicas de cada um. Nesse ambiente, o professor é o regente que, em parceria com toda a comunidade escolar, deve desempenhar a difícil tarefa de fazer com que tudo funcione a contento. (MALTEMPI, 2012, p. 290).

As ações foram desenvolvidas em seis encontros, com duração de 90 minutos cada um, realizados ao longo do segundo semestre de 2020, de forma síncrona e virtual, em um contexto de suspensão das aulas presenciais, devido à pandemia da COVID-19⁴⁶, e da utilização de um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), para a realização das aulas e a comunicação entre os estudantes e a professora (LEITE; RODRIGUES, 2022). Mais adiante, apresentaremos e descreveremos detalhadamente as atividades do projeto fase a fase.

Uma vez descrito o plano do processo de ensino, ainda que de modo sucinto, o terceiro passo é a formulação das hipóteses relativas às devolutivas preditivas dos estudantes.

De acordo com Artigue (1996), hipóteses muito amplas não permitem o procedimento de validação e, desse modo, comprometem os processos de aprendizagem em longo prazo.

Por isso, elaboramos uma hipótese única, clara e específica, assim expressa formalmente:

A construção de gráficos estatísticos, com o uso de papel e lápis e com o uso de tecnologias digitais, desenvolvida em um ambiente de aprendizagem via projeto, pode potencializar, em estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental, o desenvolvimento do pensamento estatístico e, mais especificamente, da transnumeração.

5.2.3 Experimentação

A Experimentação corresponde à terceira fase de uma investigação que adota os procedimentos metodológicos previstos pela Engenharia Didática.

De acordo com Barquero e Bosch (2018, p. 278), essa “fase inclui a implementação do

⁴⁶ Segundo a Pan American Health Organization (PAHO, 2021), a “COVID-19 é uma doença infecciosa causada pelo coronavírus SARS-CoV-2 e tem como principais sintomas febre, cansaço e tosse seca. Outros sintomas menos comuns e que podem afetar alguns pacientes são: perda de paladar ou olfato, congestão nasal, conjuntivite, dor de garganta, dor de cabeça, dores nos músculos ou juntas, diferentes tipos de erupção cutânea, náusea ou vômito, diarreia, calafrios ou tonturas”.

processo didático previamente desenhado, sua observação e coleta de dados. Neste nível experimental, geralmente é desenvolvida uma análise ‘*in vivo*’, ao se interpretar em tempo real (ou logo após) o que está ocorrendo na sala de aula”.

O processo didático implementado nessa terceira fase é comumente designado pelo termo sequência didática, assim definido por Pais (2011):

Uma *sequência didática* é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas de *sessões*, tendo em vista o seu caráter específico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas comuns no sentido da rotina de sala de aula. (PAIS, 2011, p. 102, *grifos do autor*).

As seções que compuseram o plano do processo de ensino foram planejadas de modo a ajudar os estudantes a conhecerem e experimentarem o método estatístico e, dessa forma, desenvolverem o pensamento estatístico e, mais especificamente, a transnumeração.

A revisão da literatura, apresentada no terceiro capítulo, mostrou-nos que as propostas de trabalho em sala de aula voltadas ao desenvolvimento da transnumeração reforçaram a importância da construção de gráficos com o uso de papel e lápis e com o uso de tecnologias digitais e da elaboração de projetos investigativos e de modelagem matemática. E, por isso, as tarefas propostas em cada seção do processo de ensino foram planejadas de modo a privilegiar as sugestões apontadas na revisão da literatura e, sempre que possível, a execução autônoma dos discentes.

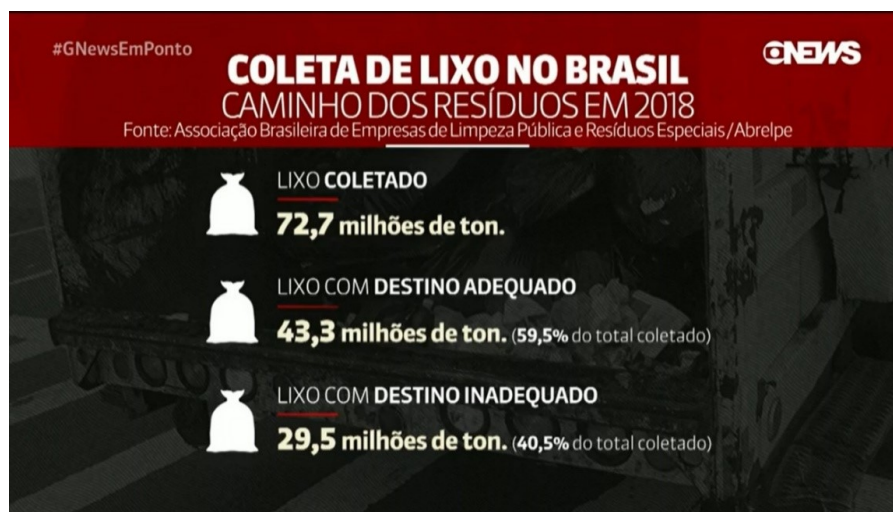
Na Seção 1, ocorrida em 09.09.2020, os estudantes foram convidados a participarem do projeto e a conhecerem a problemática e os objetivos que o engendraram. Nessa ocasião, foram apresentadas as fases do projeto e seus procedimentos, os prazos envolvidos e os resultados esperados, tendo em vista o alcance dos objetivos pretendidos.

Para exemplificar a forte presença das informações estatísticas na mídia e sensibilizar os estudantes com a problemática do lixo, foram apresentados nesse encontro dois infográficos para observação e análise, ambos relativos à temática do projeto.

No primeiro infográfico, intitulado “Coleta de Lixo no Brasil: Caminho dos Resíduos em 2018” (Figura 8), temos informações que comprovam dois problemas relativos à coleta de lixo no Brasil naquele ano: a coleta de aproximadamente 73 milhões de toneladas de resíduos sólidos urbanos e a destinação inadequada de mais de 40% do lixo coletado⁴⁷.

⁴⁷ Segundo a Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais (Abrelpe), a quantidade de resíduos sólidos urbanos (RSU) gerados no Brasil, em 2018, atingiu 79 milhões de toneladas. Com base em série histórica, a projeção da geração de RSU no Brasil para as próximas décadas indica que o país

Figura 8 - Infográfico Coleta de Lixo no Brasil – Caminho dos Resíduos em 2018.



Fonte: <<<https://g1.globo.com/globonews/globonews-em-ponto/video/mais-de-40-do-lixo-coletado-no-pais-tem-destino-inadequado-8070879.ghtml>>>. Acesso em: 02 ago. 2020.

No segundo infográfico, intitulado “Coleta de Lixo no Brasil: Recursos Aplicados” (Figura 9), temos informações que comprovam um terceiro problema relativo à coleta de lixo no Brasil: o elevado custo envolvido para fazer frente aos serviços de coleta, da ordem de R\$10 bilhões em 2018 (média de R\$ 4 por habitante ao mês)⁴⁸.

Figura 9 - Infográfico Coleta de Lixo no Brasil – Recursos Aplicados.



Fonte: <<<https://g1.globo.com/globonews/globonews-em-ponto/video/mais-de-40-do-lixo-coletado-no-pais-tem-destino-inadequado-8070879.ghtml>>>. Acesso em: 02 ago. 2020.

alcançará uma geração de 100 milhões de toneladas de RSU por volta de 2030. São fatores que influenciam o aumento na geração: o avanço gradual do Produto Interno Bruto (PIB) e o conseqüente aumento do poder aquisitivo da sociedade, a ainda ausente cobrança dos municípios pelos serviços de coleta e manejo de resíduos sólidos, e o crescente consumo de produtos descartáveis de uso único.

⁴⁸ Segundo a Abrelpe, os recursos aplicados nos demais serviços de limpeza urbana (varrição, capina, limpeza e manutenção de parques e jardins, limpeza de córregos, entre outros) são da ordem de R\$15,3 bilhões em 2018 e R\$6,14 por habitante ao mês. Ao todo, em 2018, os recursos aplicados em coleta e demais serviços de limpeza são da ordem de R\$ 25 bilhões (R\$ 10 por habitante ao mês).

Os infográficos serviram de mote para uma série de discussões: a coerência do título; a indicação das grandezas e unidades de medida; as inter-relações entre as grandezas; a apresentação dos dados em números absolutos e relativos; a citação da fonte; e a confiabilidade dos dados.

Na Seção 2, ocorrida em 23.09.2020, foram descritos os procedimentos para a produção de dados. Para proporcionar familiaridade com o método estatístico e produzir dados relativos à que equipamentos eletrônicos são descartados com maior frequência, foi solicitado aos estudantes que procedessem ao levantamento quantitativo dos produtos eletrônicos a serem descartados em suas residências e os classificassem segundo a sua natureza (celular, *mouse*, teclado e assim por diante).

Van de Walle (2009) orienta, exemplifica e ressalta os aspectos positivos da realização de atividades desse tipo:

Os estudantes devem ter oportunidades para gerar suas próprias questões, decidir-se por dados apropriados para ajudar a responder a essas questões, e determinar os métodos para coletar os dados. [...]

Quando os alunos formularem as questões que querem investigar, os dados que eles coletarem se tornarão mais significativos. O modo como eles organizam os dados e as técnicas para analisá-los terá um propósito. Por exemplo, uma turma reuniu dados relativos a que comidas de lanchonete eram jogadas no lixo com maior frequência. Como resultado desses esforços, certos artigos foram removidos do cardápio regular. A atividade ilustrou aos alunos o poder da organização de dados e lhes ajudou a obter os alimentos que eles gostam mais. (VAN DE WALLE, 2009, p. 486).

Para propiciar a identificação, o contato e a exploração de diferentes formas de registro dos dados, os estudantes foram informados de que os dados produzidos poderiam ser registrados em desenhos, anotações, textos, listas, tabelas e assim por diante, de forma pessoal e criativa. Em seguida, solicitamos a conclusão do levantamento até o próximo encontro.

Na Seção 3, ocorrida em 07.10.2020, foram descritos novos procedimentos em continuidade ao processo de produção de dados. Desta vez, foi solicitado aos alunos que procedessem ao levantamento quantitativo dos produtos eletrônicos a serem descartados pela totalidade da turma. Para isso, as observações individuais realizadas na seção anterior deveriam ser compartilhadas entre os colegas por meio de um grupo de *WhatsApp*⁴⁹ até o próximo domingo. Em seguida, uma vez disponibilizadas essas observações individuais, a tarefa seguinte consistiu na organização e na compilação dos dados de toda a turma.

Do mesmo modo da seção anterior, os estudantes foram informados de que a

⁴⁹ https://www.whatsapp.com/about/?lang=pt_br

organização e a compilação dos dados poderiam ser realizadas de diferentes maneiras, de forma pessoal e criativa, e deveriam ser concluídas até o próximo encontro.

Na Seção 4, ocorrida em 14.10.2020, foram descritos os procedimentos para o tratamento e a representação gráfica dos dados. Para promover o desenvolvimento do pensamento estatístico e, mais especificamente, da transnumeração, foi solicitado aos alunos que construíssem gráficos que, no entendimento deles, fornecessem a melhor visão dos dados.

Os gráficos deveriam ser construídos tanto no ambiente papel e lápis quanto no ambiente computacional. Desse modo, cada estudante deveria produzir um primeiro gráfico manuscrito, ou seja, feito com o uso de papel e lápis, e um segundo gráfico feito com o uso de tecnologia digital.

De acordo com Van de Walle (2009), na construção de gráficos com o uso de papel e lápis, os estudantes estão mais pessoalmente envolvidos em seu trabalho de comunicar uma mensagem sobre seus dados. Por outro lado, na construção com o auxílio da tecnologia, os estudantes podem construir várias imagens diferentes dos mesmos dados sem muito esforço e em pouco tempo.

Sendo assim, justificamos a construção em qualquer dos dois modos tendo em vista a contribuição de ambos para o desenvolvimento do pensamento estatístico e, mais especificamente, da transnumeração.

Semelhantemente às seções anteriores, os estudantes foram informados de que a representação gráfica dos dados poderia ser construída de forma pessoal e criativa. Foi sugerida a consulta ao *site* do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)⁵⁰ como fonte de pesquisa e referência para o estudo e a revisão dos principais tipos de gráficos.

Por fim, foi informado aos estudantes que, no próximo encontro, cada um deles deveria apresentar os gráficos construídos para os colegas de classe.

Na Seção 5, ocorrida nos dias 21 e 22.10.2021, os estudantes apresentaram os gráficos construídos para os colegas de classe e justificaram a escolha do tipo de gráfico.

Ao término de cada apresentação, a professora regente teceu comentários sobre as produções do estudante. Desse modo, foram necessários dois encontros e ainda estender o horário de trabalho, para que todos os estudantes pudessem apresentar os gráficos construídos.

Na Seção 6, ocorrida em 28.10.2021, foi apresentado o gráfico construído pelo professor colaborador, autor desta pesquisa, de modo a concluir o trabalho realizado. Nessa ocasião, foi informado aos estudantes que o propósito maior da representação gráfica de um

⁵⁰ <https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html>.

conjunto de dados é oferecer ao leitor uma compreensão rápida e fácil do fenômeno em estudo; os gráficos são instrumentos eficazes para ilustrar e resumir os dados e as informações estatísticas; e, sendo assim, torna-se necessário conhecer os elementos que os integram para um melhor desempenho no processo de construção.

Em seguida, ressaltou-se a importância do conhecimento estatístico para o estudo das ciências, o exercício da cidadania e a compreensão do mundo e seus fenômenos. Nessa perspectiva, orientamos aos estudantes estarem atentos aos gráficos veiculados na mídia e, principalmente, aos elementos que integram os gráficos.

Por fim, destacamos a Regra dos Três Erres (3R) da Ecologia – Reduzir, Reutilizar e Reciclar – preconizada pelos ambientalistas, como forma de minimizar os impactos da geração de lixo e como atitudes esperadas em prol da natureza e de um mundo melhor.

Nesta fase de experimentação, cumpre-nos esclarecer que em todas as seções procuramos criar situações de aprendizagem que afirmassem o protagonismo e a autonomia dos estudantes. Afinal,

A didática da matemática constituiu-se em França com base nas teorias construtivistas do conhecimento, foi profundamente influenciada pelos trabalhos de psicologia genética da escola de Genebra (a frequência das referências a Piaget, em particular (Piaget, 1975), nestas publicações é a marca deste facto), ou seja, em oposição às teorias empírico-sensualistas ou behavioristas da aprendizagem que, de forma mais ou menos explícita, estão na base da epistemologia ingênua do conhecimento. Nesta perspectiva, a primeira urgência era, sem qualquer dúvida, restituir ao aluno o seu lugar. (ARTIGUE, 1996, p. 206).

Por isso, decidimos não abordar explicitamente os conteúdos programáticos de Estatística e assumimos o papel de problematizadores e mediadores do processo de aprendizagem. A opção por direcionar o aprendizado para o trabalho investigativo permitiu-nos valorizar o conhecimento prévio e incentivar a construção autônoma do conhecimento dos estudantes.

5.2.4 Análise a posteriori e Validação

A *Análise a posteriori* e a Validação correspondem a quarta e última fase de uma investigação que adota os procedimentos metodológicos previstos pela Engenharia Didática. De acordo com Artigue (1996), essa fase:

[...] se apoia no conjunto dos dados recolhidos aquando da experimentação:

observações realizadas nas sessões de ensino, mas também produções dos alunos na sala de aula ou fora dela. Estes dados são frequentemente completados por dados obtidos através da utilização de metodologias externas: questionários, testes individuais ou em pequenos grupos, realizados em diversos momentos do ensino ou no final. E, como já indicámos, é no confronto das duas análises, *a priori* e *a posteriori*, que se funda essencialmente a validação das hipóteses envolvidas na investigação. (ARTIGUE, 1996, p. 208, *grifos da autora*).

A análise dos gráficos produzidos pelos estudantes, tanto no ambiente papel e lápis quanto no ambiente computacional, permitiu-nos identificar uma série de obstáculos de aprendizagem dignos de atenção e registro.

Os obstáculos de aprendizagem são fenômenos típicos da área educacional, assim descritos e discutidos, pioneiramente, por Bachelard (1996):

Quando se procuram as condições psicológicas do progresso da ciência, logo se chega à convicção de que *é em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado*. E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos. (BACHELARD, 1996, p. 17, *grifos do autor*).

Dessa descrição, depreendemos que o conhecimento científico é construído a partir do confronto com um conhecimento anterior e, nesse sentido, os obstáculos epistemológicos são indispensáveis ao avanço da ciência.

O senso comum nos leva, de forma ingênua e precipitada, a entender os obstáculos de aprendizagem como as dificuldades e os erros apresentados pelos estudantes por motivo de falta de conhecimento ou algum tipo de limitação.

Entretanto, a noção de “obstáculo” em Didática da Matemática, na perspectiva de Guy Brousseau⁵¹, não está relacionada à ausência de conhecimento. Pelo contrário, ela remete a um conhecimento ou concepção anterior, adequado e suficiente em um contexto restrito ou específico, mas, por outro lado, inadequado e insuficiente em um novo ou mais amplo contexto.

Nessa perspectiva, Brousseau (1989) apresenta uma lista de condições necessárias para caracterizar os obstáculos epistemológicos, originalmente formuladas por Duroux (1982):

⁵¹ Guy Brousseau, nascido na França em 1933, é um educador matemático que se destacou por sua contribuição no desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas, em 1986, e na introdução da noção de “obstáculo” em Didática da Matemática.

- i) um obstáculo é um conhecimento, uma concepção, e não uma dificuldade ou falta de conhecimento;
- ii) esse conhecimento produz respostas adequadas em determinado contexto, frequentemente encontrado;
- iii) mas gera respostas falsas fora desse contexto. Uma resposta correta e universal requer um ponto de vista significativamente diferente;
- iv) além disso, esse conhecimento resiste às contradições com que é confrontado e ao estabelecimento de um conhecimento novo. Não basta ter um novo conhecimento para que o anterior desapareça [...]. Portanto, é essencial identificá-lo e incorporar sua rejeição ao novo conhecimento.
- v) após a constatação de sua inexatidão, ele continua a se manifestar de forma intempestiva e obstinada. (DUROUX, 1982 apud BROUSSEAU, 1989, p. 43, tradução nossa).⁵²

Sendo assim, um conhecimento provisório pode tornar-se um obstáculo para a aquisição de novos e posteriores conhecimentos. A título exemplificativo, citamos: 1) os estudantes aprendem a impossibilidade de extrair a raiz quadrada de um número negativo ao estudarem o conjunto dos números reais, um contexto restrito e específico. Todavia, ao estudarem o conjunto dos números complexos, um contexto novo e mais amplo, os estudantes descobrem a existência dessa raiz; e 2) os estudantes aprendem a inexistência de um ponto de encontro entre duas retas paralelas ao estudarem a geometria plana, um contexto restrito e específico. Todavia, ao estudarem a geometria projetiva, um contexto novo e mais amplo, os estudantes descobrem a existência desse ponto no infinito.

De acordo com Almouloud (2007, p. 135), “a noção de obstáculo é importantíssima para a didática da matemática, porque trata de um saber em constituição pelo aluno e que necessariamente passa por conhecimentos provisórios”.

Os obstáculos identificados na Didática da Matemática, segundo Brousseau (1976), podem ser de origem ontogênica, de origem didática ou de origem epistemológica:

Obstáculos de origem ontogênica são aqueles que surgem devido às limitações (neurofisiológicas entre outras) do sujeito em um momento de seu desenvolvimento. [...]

Obstáculos de origem didática são aqueles que parecem depender apenas de uma escolha ou de um plano para o sistema educacional. [...]

Obstáculos de origem estritamente epistemológica são aqueles dos quais não se pode, nem se deve escapar, pelo próprio fato de seu papel constitutivo no conhecimento visado. Eles podem ser encontrados na história dos próprios

⁵² i) Un obstacle sera une connaissance, une conception, pas une difficulté ou un manque de connaissance. ii) Cette connaissance produit des réponses adaptées dans un certain contexte, fréquemment rencontré iii) Mais elle engendre des réponses fausses hors de ce contexte. Une réponse correcte et universelle exige un point de vue notablement différent. iv) De plus cette connaissance résiste aux contradictions auxquelles elle est confrontée et à l'établissement d'une connaissance meilleure. Il ne suffit pas de posséder une meilleure connaissance pour que la précédente disparaisse [...]. Il est donc indispensable de l'identifier et d'incorporer son rejet dans le nouveau savoir v) Après la prise de conscience de son inexactitude, elle continue à se manifester de façon intempestive et opiniâtre. (DUROUX, 1982 apud BROUSSEAU, 1989, p. 43).

conceitos. Isso não significa que devemos amplificar seu efeito ou que devemos reproduzir no ambiente escolar as condições históricas em que foram superadas. (BROUSSEAU, 1976, p. 108, tradução nossa).⁵³

Nesta pesquisa, os obstáculos a serem superados pelos atores dos processos de ensino e aprendizagem foram predominantemente de origem didática (ou pedagógica). Sobre esse tipo de obstáculo, Almouloud (2007) observa:

Eles nascem da escolha de estratégias de ensino que permitem a construção, no momento da aprendizagem, de conhecimentos cujo domínio de validade é questionável ou incompletos que, mais tarde, revelar-se-ão como obstáculos ao desenvolvimento da conceituação. Os obstáculos desse tipo são, em sua maior parte, inevitáveis e inerentes à necessidade da transposição didática, embora seu reconhecimento permita ao professor rever a introdução escolhida para um determinado conceito para explicitar a dificuldade vivida pelo aluno. (ALMOULOUD, 2007, pp. 141-142).

Isso posto, teceremos agora algumas considerações sobre os gráficos produzidos e apresentados pelos estudantes nas seções 4 e 5 do plano do processo de ensino. E, de antemão, assumimos o compromisso de manter em sigilo a identidade dos atores do estudo e da instituição de ensino onde o estudo foi realizado, mesmo com o seu consentimento registrado.

Nas atividades de produção de dados, os estudantes identificaram muitas categorias e muitos valores de variáveis. Assim surgiu um primeiro problema: a limitação dos gráficos de mostrar muitas categorias e muitos valores de variáveis. Para resolvê-lo, alguns estudantes reorganizaram as categorias por itens similares. Mas, a maioria dos estudantes optou por mostrar todas as categorias em um único gráfico.

A professora regente informou aos estudantes que muitas categorias em um único gráfico tornam difíceis a leitura e a interpretação, principalmente, em gráficos circulares. E lembrou-os ainda que um gráfico deve ser simples, claro e verdadeiro.

Esse obstáculo poderia ter sido superado por meio de instruções formais a respeito de um importante aspecto da transnumeração: a perda de informação decorrente da construção de qualquer tipo de gráfico.

Nesse sentido, Batanero (2001, p. 79-80, tradução nossa) elucidou-nos: “preparar uma tabela de frequência ou um gráfico supõe uma primeira redução estatística, pois os valores

⁵³ Les obstacles d'origine ontogénique sont ceux qui surviennent du fait des limitations (neurophysiologiques entre autres) du sujet à un moment de son développement. [...] Les obstacles d'origine didactique sont ceux qui semblent ne dépendre que d'un choix ou d'un projet de système éducatif. [...] Les obstacles d'origine proprement épistémologique sont ceux auxquels on ne peut, ni ne doit échapper, du fait même de leur rôle constitutif dans la connaissance visée. On peut les retrouver dans l'histoire des concepts eux-mêmes. Cela ne veut pas dire qu'on doit amplifier leur effet ni qu'on doit reproduire en milieu scolaire les conditions historiques où on les a vaincus. (BROUSSEAU, 1976, p. 108).

originais de cada um dos dados individuais se perdem, passando para a distribuição de frequência”⁵⁴. A autora chama a atenção para a complexidade desse conceito, pois embora os estudantes compreendam bem as propriedades referentes aos indivíduos, é mais difícil para eles a compreensão da distribuição de frequência.

Do mesmo modo, esse obstáculo também poderia ter sido superado por meio de instruções formais a respeito de um segundo aspecto da transnumeração: a perda de informação é pequena frente à sintetização dos dados por meio da representação tabular e à facilidade de interpretação oferecida pela representação gráfica. Em outras palavras, há um ganho auferido com a construção de tabelas e gráficos.

Com relação à escolha do tipo de gráfico, os estudantes optaram majoritariamente, e de modo bem apropriado, pelo gráfico de barras verticais (ou gráfico de colunas) e pelo gráfico circular. Todavia, um estudante utilizou inadequadamente um gráfico de linhas para plotagem de dados discretos. Segundo Van de Walle (2009, p. 496), os estudantes “têm uma tendência a plotar dados discretos usando gráficos de dados contínuos como o gráfico de linha”.

Esse obstáculo poderia ter sido superado por meio de instruções formais a respeito da relação entre os tipos de gráficos e o objetivo da representação ou a natureza e características dos dados. Nesse sentido, Friel, Curcio e Brighth (2001) entendem que os estudantes do 6º ao 9º ano já se encontram em um estágio cognitivo avançado e consistente e, portanto, são considerados aptos ao aprendizado de todos os tipos de gráficos.

Os estudantes também apresentaram fragilidades no emprego das técnicas de construção e formatação dos elementos que integram o gráfico, desde os mais simples aos mais complexos.

Como exemplos dessas fragilidades, foi possível observar: títulos de gráfico demasiadamente genéricos e incompletos, ou até mesmo inexistentes; títulos ou designações dos eixos de valores e de categorias inexistentes; escalas de valores com intervalos irregulares e desproporcionais e sem especificação de unidade métrica; textos escritos com palavras inclinadas a 45 graus ou com letras colocadas uma abaixo da outra; legendas desnecessárias e posicionadas inadequadamente; linhas auxiliares colocadas em intervalos irregulares e não traçadas o mais finas possível; eixo de categorias sem destaque em relação às linhas auxiliares por meio de cor diferente ou espessura maior; valores numéricos incluídos na área de

⁵⁴ Sin embargo, elaborar una tabla de frecuencias o un gráfico supone una primera reducción estadística, pues se pierden los valores originales de cada uno de los datos individuales pasando se a la distribución de frecuencias.(BATANERO, 2001, p. 79-80).

plotagem de modo a sobrecarregar o gráfico; uso de gráficos tridimensionais de modo a tornar o gráfico complexo e confundir o leitor; uso de cores e imagens alegóricas sem moderação e fontes de dados não indicadas.

No próximo capítulo, apresentaremos os gráficos construídos pelos estudantes ao tempo que discutiremos as vulnerabilidades ora identificadas, de modo mais específico, com o propósito de orientação e esclarecimento sobre como superá-las.

Os apontamentos ora elencados reportam ao conhecimento empírico dos estudantes e poderiam, à primeira vista, invalidar a hipótese aventada no contexto desta pesquisa. Todavia, como bem observa Bachelard (1996):

O conhecimento do real é luz que sempre projeta algumas sombras. Nunca é imediato e pleno. As revelações do real são recorrentes. O real nunca é “o que se poderia achar” mas é sempre o que se deveria ter pensado. O pensamento empírico torna-se claro *depois*, quando o conjunto de argumentos fica estabelecido. Ao retomar um passado cheio de erros, encontra-se a verdade num autêntico arrependimento intelectual. No fundo, o ato de conhecer dá-se *contra* um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização. (BACHELARD, 1996, p. 17, *grifos do autor*).

No mesmo sentido, Pais (2011) defende que:

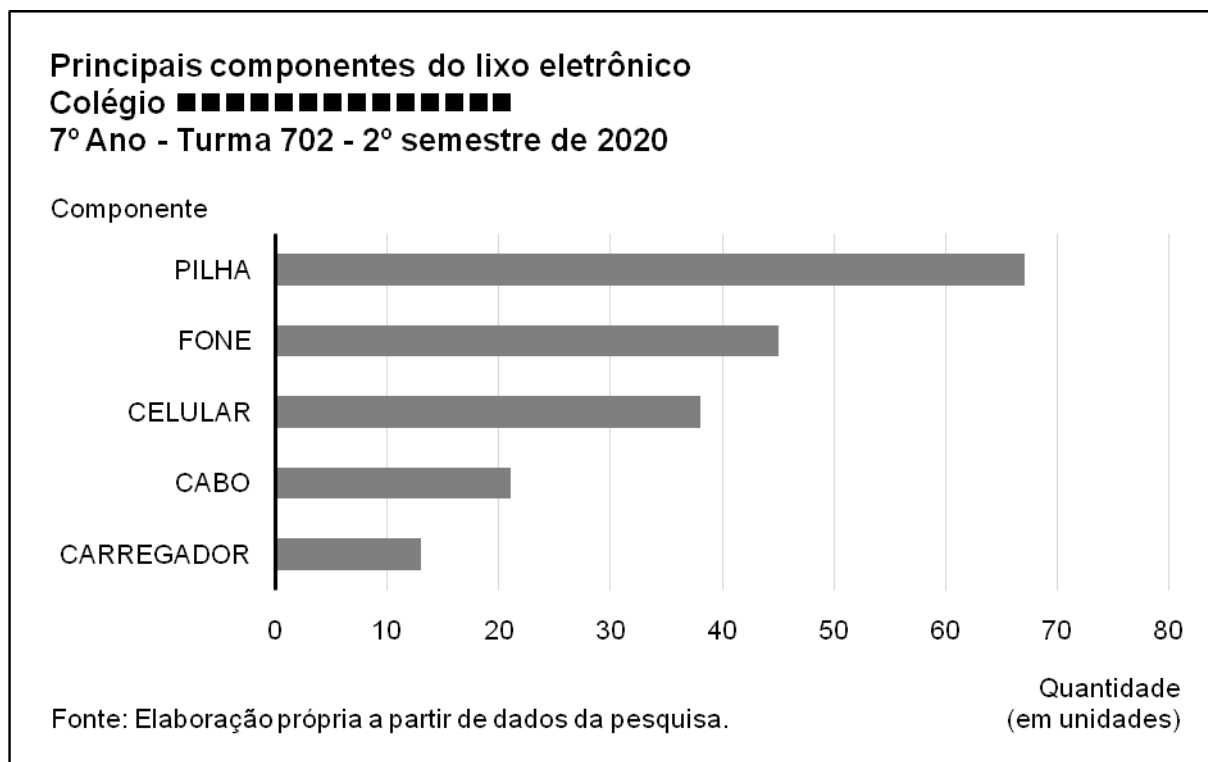
A educação escolar deve se iniciar pela vivência do aluno, mas isso não significa que ela deva ser reduzida ao saber cotidiano. [...] O desafio didático consiste em estruturar condições para que ocorra uma evolução desta situação inicial rumo aos conceitos previstos. [...] O saber escolar serve, em particular, para modificar o estatuto dos saberes que o aluno já aprendeu nas situações do mundo-da-vida. (PAIS, 2011, p. 28).

Sob essa perspectiva, a seção 6 do plano do processo de ensino procurou superar as fragilidades identificadas por meio do confronto entre o saber empírico dos estudantes e o saber científico.

Com esse intuito, foi elaborado pelo professor colaborador um gráfico (Figura 10) fiel aos princípios científicos defendidos por Wallgren e outros (1996) e Silva (2006).

Ao apresentar o gráfico aos estudantes, o professor colaborador apresentou aspectos importantes da transnumeração, tais como a redução estatística e o forte apelo visual dos métodos gráficos, reconheceu as características dos dados e a natureza das variáveis, esclareceu o objetivo da representação, justificou a escolha do tipo de gráfico e, por fim, explicou, pormenorizadamente, a construção e a formatação dos elementos que integram o gráfico.

Figura 10 - Gráfico elaborado pelo professor colaborador para a seção 6 do plano do processo de ensino.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Antes de tratarmos da validação da hipótese e sublinharmos algumas ponderações quanto à reprodutibilidade e obsolescência da engenharia, pedimos ao leitor que nos permita fazer um pequeno e pertinente esclarecimento.

Para a formatação dos elementos textuais do gráfico, foi utilizada a fonte Helvética, conforme orientação de Wallgren e outros (1996). O alinhamento do título à esquerda também é recomendação dos autores. O formato horizontal do gráfico e as dimensões de 16 centímetros de base e 10 centímetros de altura – aproximação de um retângulo áureo⁵⁵ – também foram estabelecidos de acordo com a orientação desses autores.

De acordo com Artigue (1996, p. 197), na Engenharia Didática a “validação é essencialmente interna, fundada no confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*”. Assim, validamos ou refutamos a hipótese a partir da reflexão sobre a experimentação de sala de aula.

Nesta pesquisa, aventamos como hipótese investigativa a potencialização do

⁵⁵ Retângulo áureo é aquele cuja razão entre o lado maior e o lado menor equivale ao número irracional 1,6180339... ($\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$), denominado “número de ouro” ou “razão áurea” e representado pela letra grega φ (phi). O número áureo é considerado um símbolo de beleza, harmonia, equilíbrio e perfeição. Retângulos áureos são largamente utilizados nas Artes e na Arquitetura devido ao seu valor estético.

desenvolvimento do pensamento estatístico e, mais especificamente, da transnumeração, em estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental, por meio de atividades de construção de gráficos estatísticos, com o uso de papel e lápis e o uso de tecnologias digitais, propostas em um ambiente de aprendizagem via projeto.

Sendo assim, a avaliação dos resultados obtidos com o plano do processo de ensino permitiu-nos admitir como válida a hipótese proferida e, por conseguinte, a engenharia.

Os estudantes discutiram o papel do conhecimento estatístico para o estudo das ciências, o exercício da cidadania e a compreensão do mundo e seus fenômenos. O uso de recursos tecnológicos, como computadores e *softwares*, e o uso de papel e lápis para a construção de gráficos esteve ao alcance de todos. Os estudantes apresentaram familiaridade com a manipulação desses recursos. E, por fim, o conjunto de ações do plano do processo de ensino contribuiu para o desenvolvimento do pensamento estatístico e, mais especificamente, da transnumeração. Ademais, os obstáculos de aprendizagem identificados ao longo da experimentação foram abordados e superados.

Com relação à reprodutibilidade e obsolescência da engenharia, Artigue (1996), influenciada pelo pensamento de Brousseau, destaca duas hipóteses de reprodução do mesmo plano do processo de ensino: primeiro, a de um melhoramento ao menos local; e segundo, a de uma obsolescência das situações didáticas.

Tendo em vista a reprodutibilidade da engenharia, sugerimos como aperfeiçoamento a inclusão de alguma atividade no plano do processo de ensino cuja proposta aos estudantes seja a busca de gráficos divulgados na mídia que contenham algum problema de construção, por exemplo, a supressão de algum elemento essencial.

Nessa mesma linha, outra sugestão é a procura por infográficos, também veiculados na mídia, no intuito de propiciar aos estudantes o entendimento de como a combinação de texto (informação verbal) e imagens (informação gráfica) é utilizada para narrar e ilustrar algum fenômeno.

No próximo capítulo, analisaremos os resultados de nosso estudo a partir dos gráficos construídos pelos estudantes e dos obstáculos enfrentados por eles para a produção das representações.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Este capítulo é dedicado à análise e discussão dos resultados obtidos com o presente estudo, a partir dos gráficos construídos pelos estudantes e dos obstáculos por eles enfrentados no processo de construção.

Inicialmente, nossa análise incidirá sobre os aspectos técnicos que envolvem a construção, principalmente a apresentação e a formatação dos elementos essenciais que integram o gráfico. Em seguida, analisaremos os aspectos decisórios, sobretudo a escolha do tipo de gráfico. Por fim, trataremos dos aspectos analíticos relativos ao estudo da natureza e características dos dados.

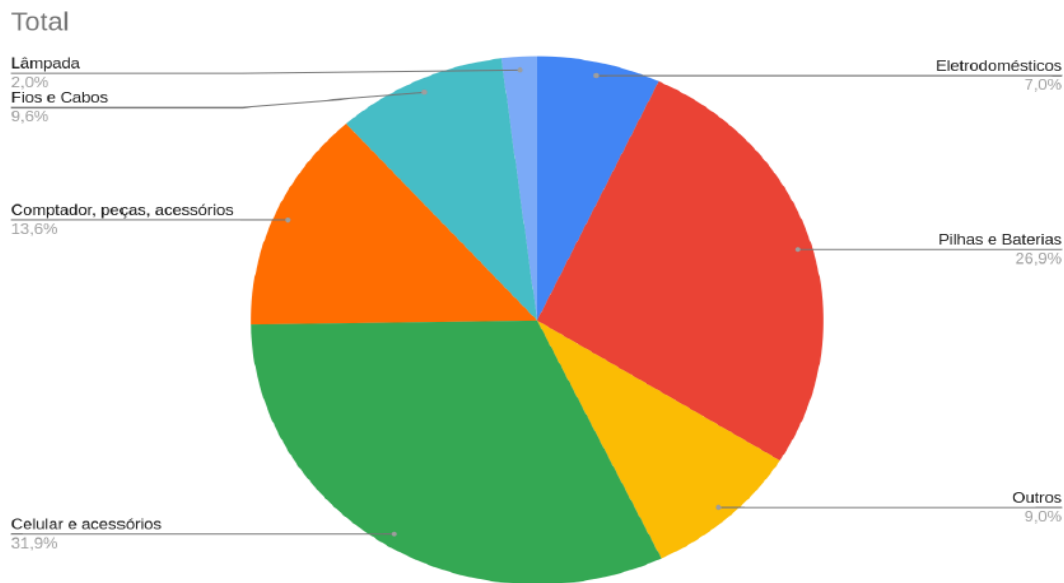
De antemão, informamos que os 17 estudantes participantes do estudo foram identificados de forma codificada, doravante designados por E1, E2, E3, ..., E17 com o propósito de preservar-lhes o anonimato; e, por fim, optamos pela apresentação dos gráficos de forma parcial e pontual, no sentido de destacar os exemplos mais relevantes e apropriados.

6.1 Análise dos Aspectos Técnicos Relativos à Construção de Gráficos

De modo sucinto, os aspectos técnicos que envolvem a construção de um gráfico consistem na apresentação e formatação de elementos essenciais tais como o título, as identificações dos dados, a legenda, os eixos de valores e de categorias e as linhas auxiliares. Embora pareça simples a estruturação desses elementos, os estudantes apresentaram fragilidades, tanto em relação às técnicas de construção, quanto ao conhecimento teórico e conceitual.

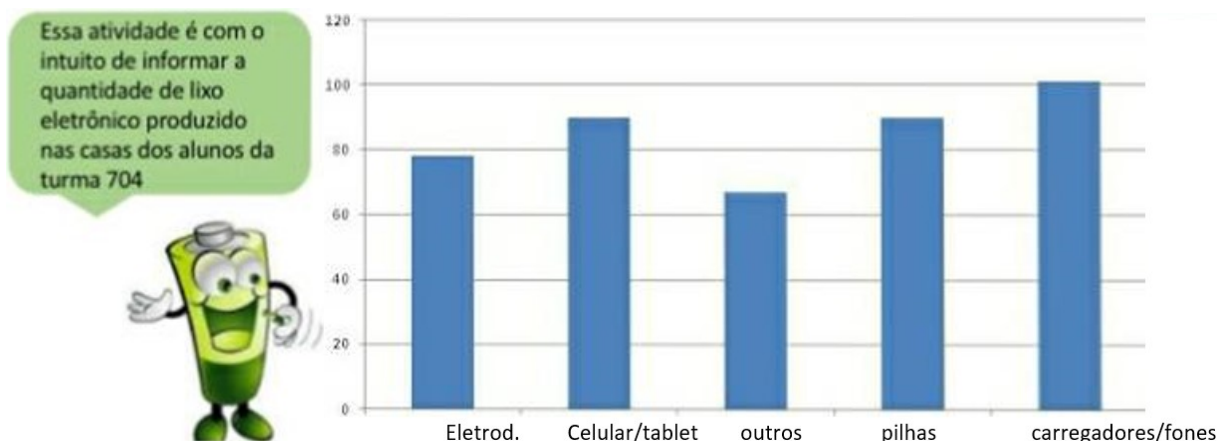
Foram construídos gráficos com títulos demasiadamente genéricos (Figura 11) e até mesmo com títulos inexistentes (Figura 12).

Figura 11 - Gráfico elaborado pelo estudante E7 com o título genérico “Total” e sem qualquer destaque.



Fonte: Acervo próprio.

Figura 12 - Gráfico elaborado pelo estudante E16 com título inexistente.



Fonte: Acervo próprio.

Segundo Silva (2006), o título de um gráfico deve ser redigido de modo a responder a três perguntas: O quê? Onde? Quando? Dessa forma, o título cumpre o seu papel de orientar o leitor na sua interpretação e, por isso, podemos entender a atribuição de título como um exercício de criatividade e concisão. Nenhum estudante atribuiu um título que respondesse, simultaneamente, àquelas três perguntas.

Cabe ressaltar ainda que, de acordo com Wallgren e outros (1996, p. 19, tradução nossa), “os gráficos devem ser autocontidos, ou seja, todas as informações necessárias para entender o gráfico devem estar contidas na área do gráfico”⁵⁶.

⁵⁶ Charts should be self-contained, i.e. all of the information necessary to understand the chart should be contained within the chart area. (WALLGREN *et al.*, 1996, p. 19).

Do mesmo modo, também foram construídos gráficos em que se verificou a ausência de títulos para os eixos de valores e de categorias (Figura 13).

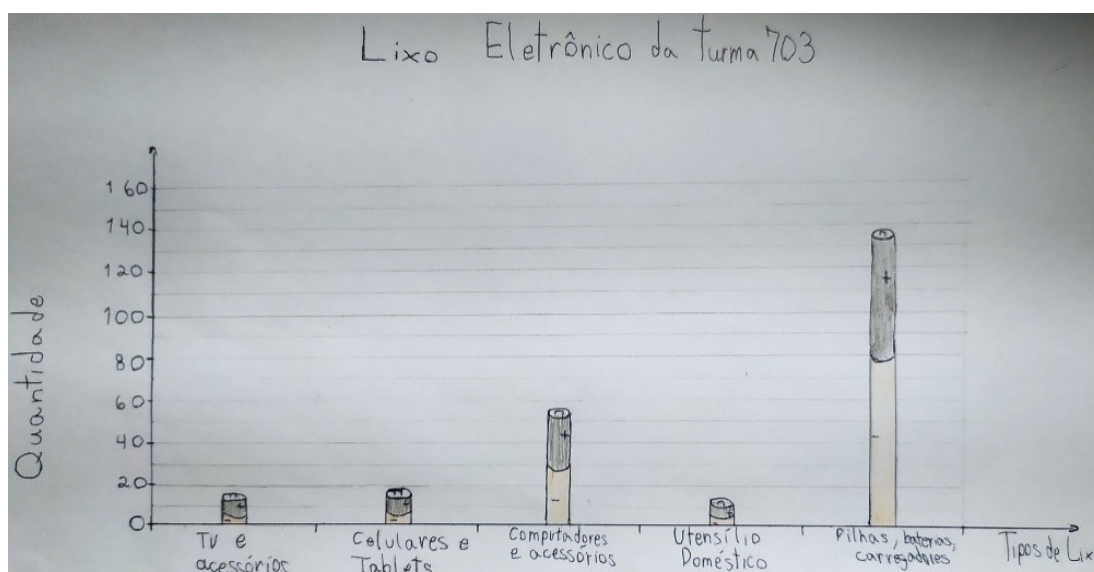
Figura 13 - Gráfico elaborado pelo estudante E9 com títulos inexistentes para os eixos de valores e de categorias.



Fonte: Acervo próprio.

De acordo com Wallgren e outros (1996), os eixos dos gráficos estatísticos são representados por linhas retas sem necessidade do uso de setas. Os títulos dos eixos são melhores colocados no topo do eixo *y* e à direita, abaixo do eixo *x*. Nos gráficos de séries temporais, não é preciso expor títulos óbvios como "Anos". Poucos estudantes atribuíram títulos aos eixos; e nenhum posicionou ambos os títulos adequadamente (Figura 14).

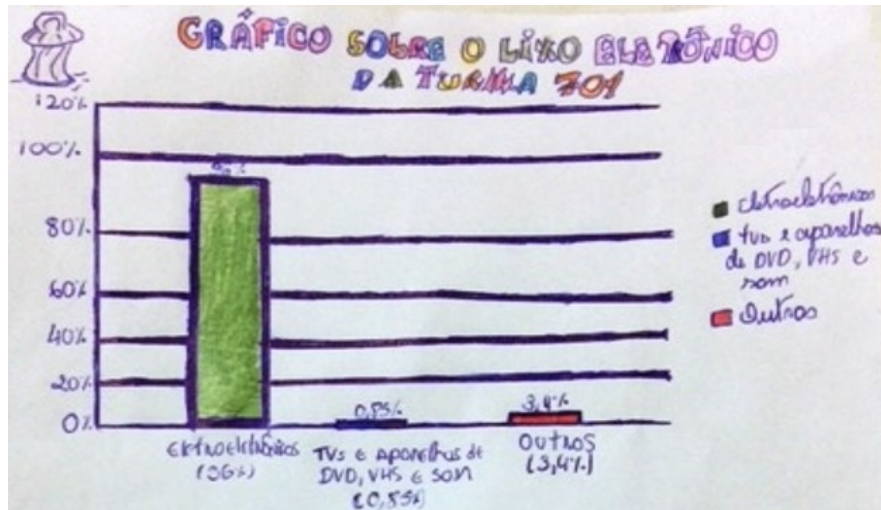
Figura 14 - Gráfico elaborado pelo estudante E17 com títulos para os eixos de valores e de categorias.



Fonte: Acervo próprio.

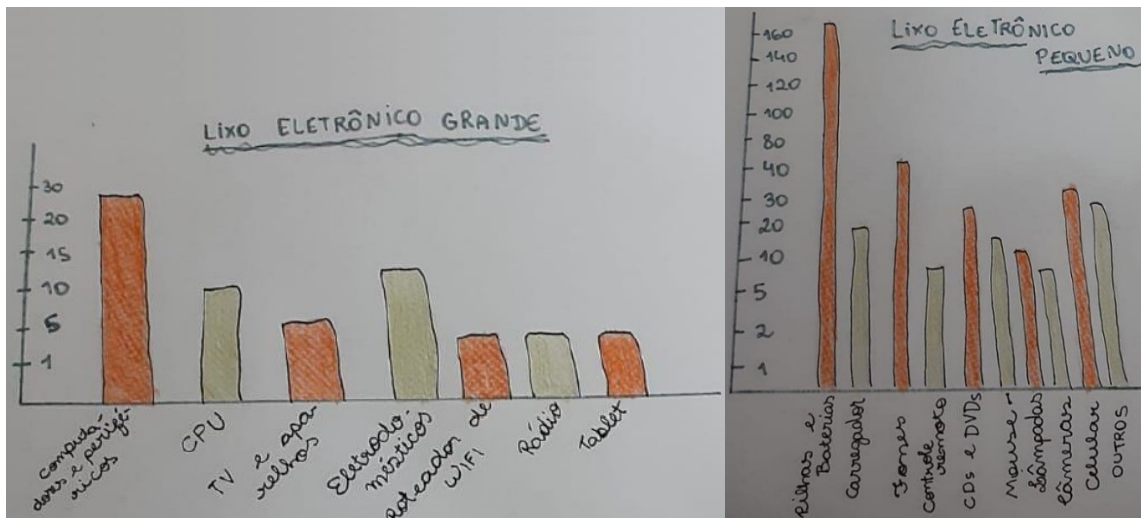
Em referência específica ao eixo de valores, foram construídos gráficos que apresentaram escalas de valores com intervalos irregulares e desproporcionais e sem especificação de unidade métrica (Figuras 15 e 16).

Figura 15 - Gráfico elaborado pelo estudante E14 com intervalos desproporcionais entre os valores da escala.



Fonte: Acervo próprio.

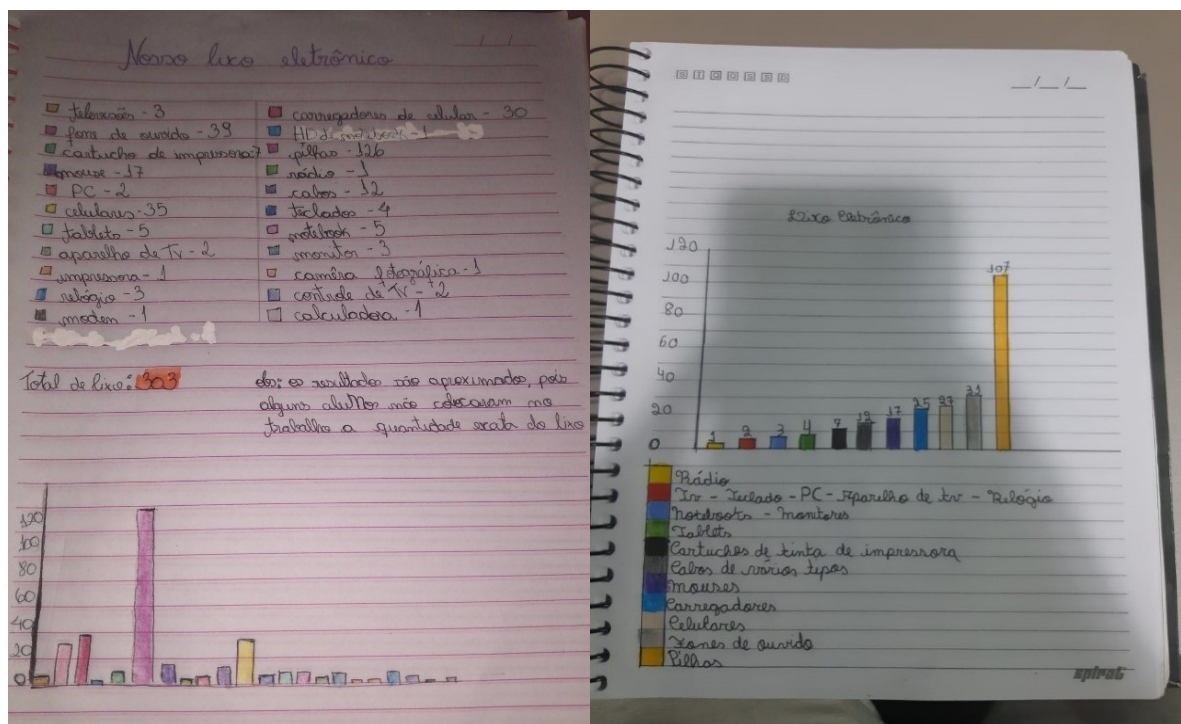
Figura 16 - Gráficos elaborados pelo estudante E15 com intervalos desproporcionais entre os valores da escala e sem especificação de unidade métrica.



Fonte: Acervo próprio.

Wallgren e outros (1996) nos orientam a colocar pequenas marcas tracejadas em intervalos regulares ao longo dos eixos e fornecer os valores correspondentes da escala de modo que se refiram a um sistema numérico “natural”. A prática padrão é basear-se em valores arredondados múltiplos de 1, 2 e 5. Alguns estudantes não colocaram as marcas tracejadas ao longo do eixo de valores (Figura 17). Nenhum especificou a unidade métrica.

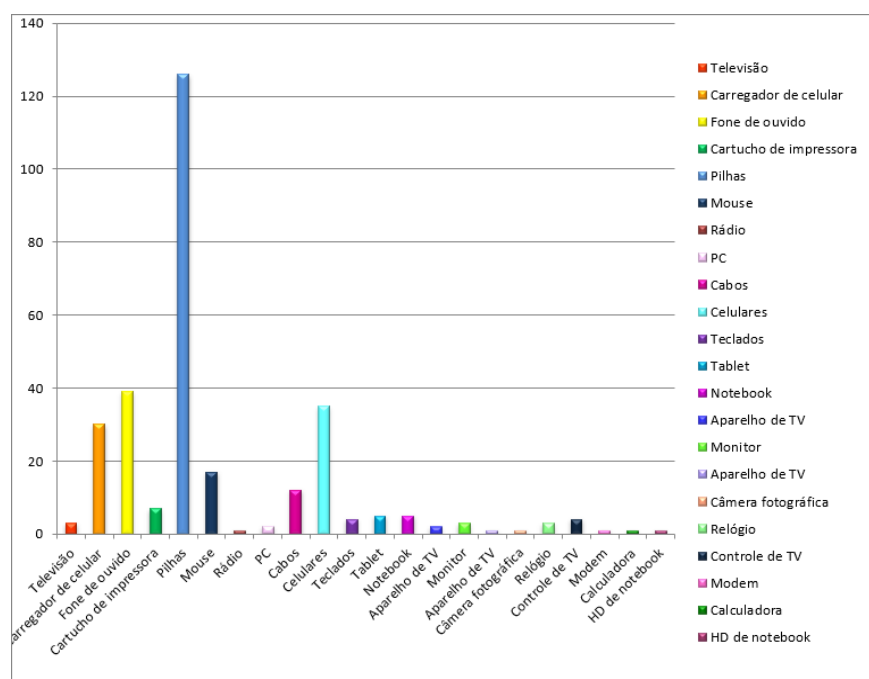
Figura 17 - Gráficos elaborados pelos estudantes E1 (à esquerda) e E2 (à direita) sem marcas tracejadas ao longo do eixo de valores.



Fonte: Acervo próprio.

Em referência específica ao eixo de categorias, foram construídos gráficos que apresentaram palavras inclinadas a 45 graus (Figura 18).

Figura 18 - Gráfico elaborado pelo estudante E1 com palavras inclinadas a 45 graus no eixo de categorias.



Fonte: Acervo próprio.

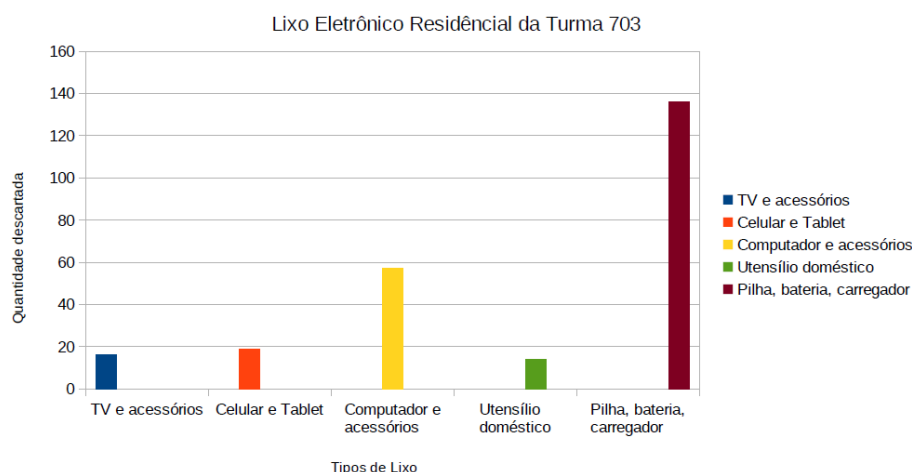
Segundo Silva (2006, p. 80), “a orientação das palavras deve ser preferencialmente horizontal para estar em consonância com o sentido da leitura”.

Entretanto, Wallgren e outros (1996, p. 19, tradução nossa) são enfáticos em afirmar que “todo o texto em gráficos deve ser escrito horizontalmente! Estamos acostumados a ler o texto da esquerda para a direita. O texto em um gráfico não deve ser uma exceção a essa regra”⁵⁷. Em seguida, de forma bem humorada, Wallgren e outros (1996, p. 19, tradução nossa) justificam: “Uma pessoa tentando ler um gráfico não deve ser forçada a rolar a cabeça como uma coruja!”⁵⁸. Nesse sentido, concordamos com os autores quando afirmam que gráficos com palavras onde as letras são colocadas uma abaixo da outra ou com palavras inclinadas a 45 graus causam desconforto ao leitor.

Os autores sugerem o uso de um gráfico de barras horizontal como alternativa para evitar textos inclinados e criar espaço para textos explicativos longos. Apenas três estudantes usaram gráficos de barras horizontais e, dessa forma, evitaram esse problema.

A legenda é um elemento controverso na construção de gráficos. Algumas vezes, sua presença é obrigatória. Outras vezes, é dispensável. Com efeito, legendas desnecessárias ou posicionadas inadequadamente são bem comuns em gráficos estatísticos (Figura 19).

Figura 19 - Gráfico elaborado pelo estudante E17 com legenda desnecessária.



Fonte: Acervo próprio.

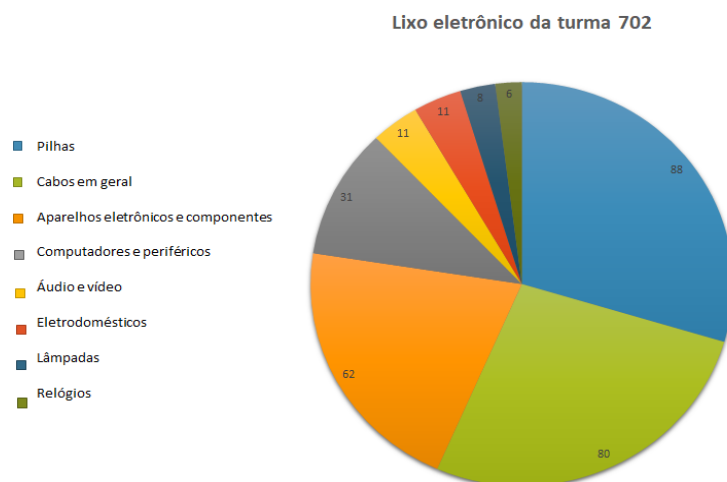
Conforme orientação de Silva (2006), devemos omitir a legenda, sempre que possível, e posicionar as designações próximo de suas respectivas categorias, principalmente em gráficos circulares e de linhas. O intuito é evitar que o leitor, na busca de informações, alterne

⁵⁷ All text in charts should be written horizontally! We are used to reading text from left to right. The text in a chart should not be an exception to this rule. (WALLGREN *et al.*, 1996, p. 19).

⁵⁸ A person trying to read a chart should not be forced to roll his or her head like an owl! (WALLGREN *et al.*, 1996, p. 19).

sua visão entre o gráfico e a legenda autônoma, o que dificulta a leitura e interpretação imediatas. A moldura sobrecarrega visualmente a legenda e pode ser removida. A maioria dos estudantes não omitiu a legenda, principalmente nos gráficos circulares (Figura 20).

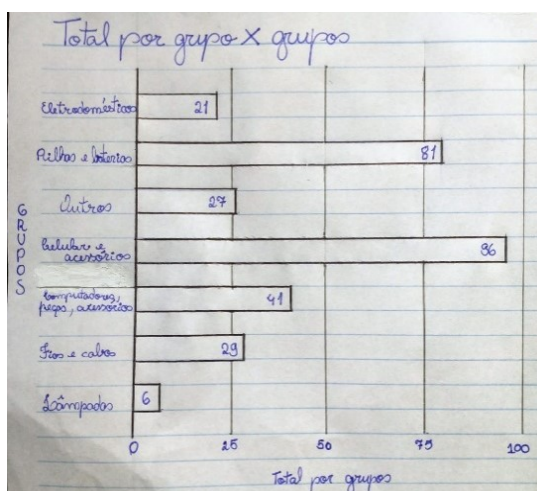
Figura 20 - Gráfico elaborado pelo estudante E10 com legenda desnecessária.



Fonte: Acervo próprio.

As linhas auxiliares são outro elemento controverso na construção de gráficos. Em excesso, exercem um efeito perturbador sobre o leitor, dificultam a leitura e, dessa forma, não cumprem seu papel. Wallgren e outros (1996) orientam que sejam discretas e feitas o mais finas possível para não desviar a atenção dos dados. Silva (2006) orienta ainda que o eixo de categorias deve ser destacado em relação às linhas auxiliares por meio de cor diferente e espessura maior. A maioria dos estudantes usou as linhas auxiliares apropriadamente, mas apenas um destacou o eixo de categorias em relação a essas linhas (Figura 21).

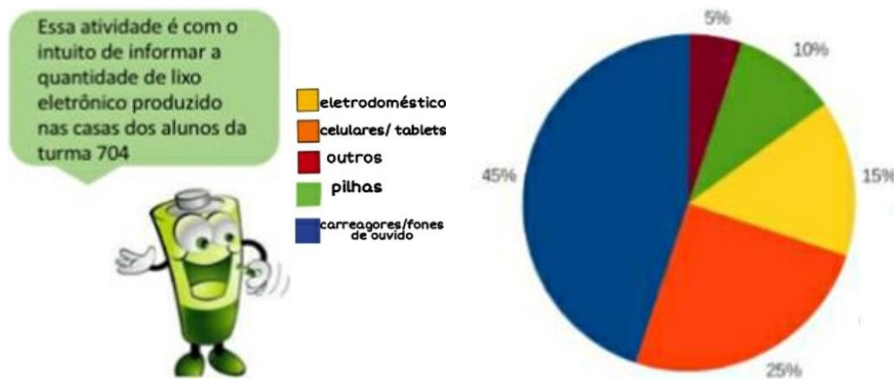
Figura 21 - Gráfico elaborado pelo estudante E7 com o eixo de categorias destacado.



Fonte: Acervo próprio.

Valores numéricos incluídos na área de plotagem também são motivo de controvérsia. Para Wallgren e outros (1996), a inclusão de valores numéricos sobrecarrega o gráfico. Por isso, os autores recomendam não fornecer valores numéricos na área de plotagem, mas em uma tabela separada, exceto para os gráficos de setores circulares que constituem exceção à regra. Alguns estudantes incluíram esses valores numéricos nos gráficos (Figura 22).

Figura 22 - Gráfico elaborado pelo estudante E16 com os valores numéricos incluídos na área de plotagem.

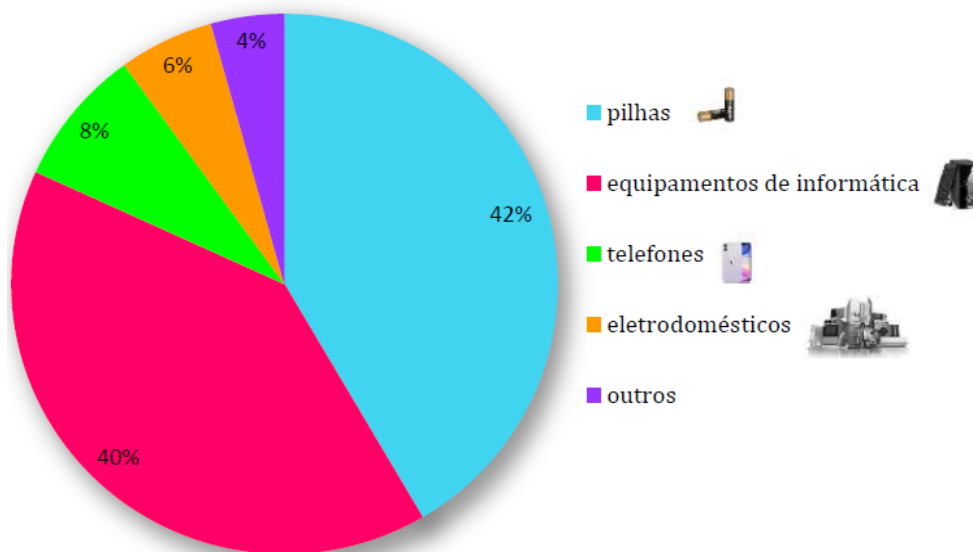


Fonte: Acervo próprio.

Uma característica recorrente nos gráficos produzidos pelos estudantes é o emprego de múltiplas cores e desenhos alegóricos (Figura 23 e Figura 24).

Figura 23 - Gráfico elaborado pelo estudante E9 com a presença de desenhos alegóricos.

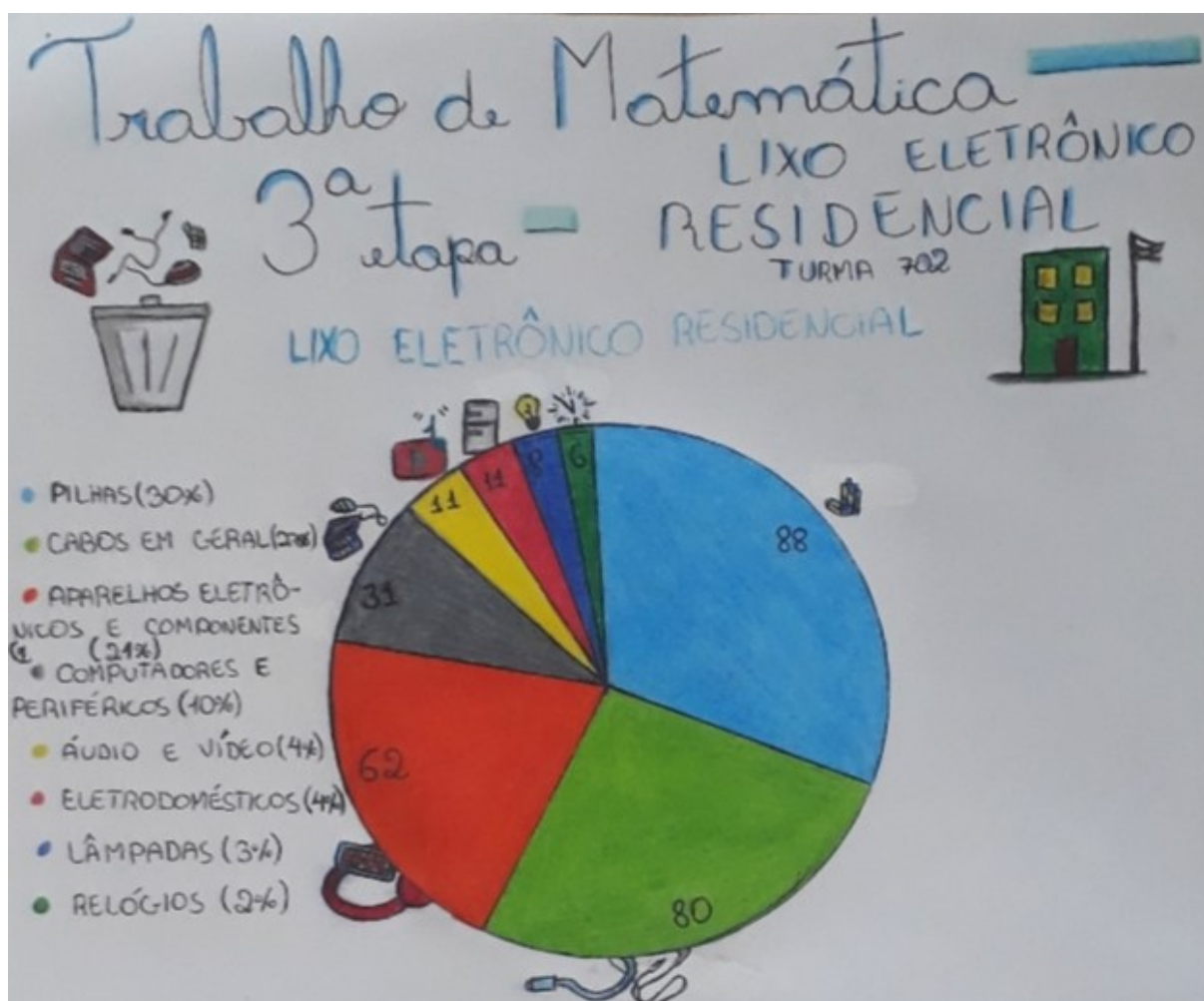
Lixo eletrônico na turma 703*



*Em alguns trabalhos não foi possível o entendimento de certos requisitos da pesquisa, por tais motivos, os dados do gráfico possuem apenas os trabalhos corretamente interpretados.

Fonte: Acervo próprio.

Figura 24 - Gráfico elaborado pelo estudante E10 com a presença de desenhos alegóricos.



Fonte: Acervo próprio.

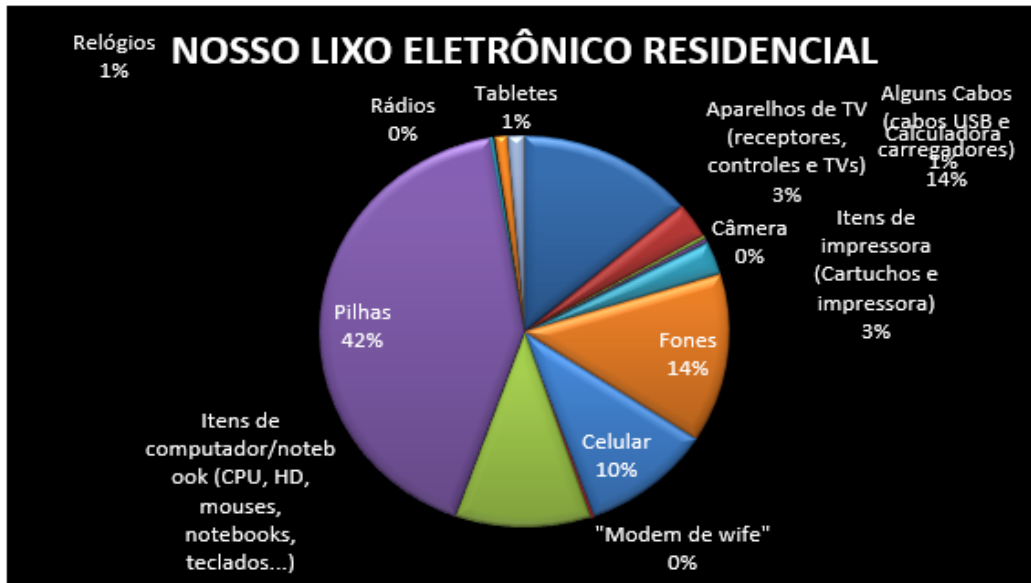
Wallgren e outros (1996) recomendam a escolha de cores discretas, por exemplo, azul ou verde; o uso de sombras relativamente claras; e o teste de como diferentes alternativas de cores, padrões e sombreamentos ficam impressas em papel de modo a verificar se produzem boas distinções.

Ademais, gráficos multicoloridos elevam os custos de impressão. Em muitas ocasiões, o uso de uma única cor pode ser bem eficaz.

A escolha de elementos escuros (áreas, linhas e textos) contra um fundo claro, ou o inverso, estabelece um contraste que ajuda na legibilidade do gráfico.

Os autores ressaltam ainda que áreas na cor preta devem ser evitadas porque são dominantes demais e frequentemente ficam manchadas quando impressas (Figura 25). Por outro lado, a cor branca pode ser usada, por exemplo, para mostrar categorias como “outros” ou “sem resposta”. As cores vermelha, amarela, verde e azul, usadas simultaneamente, tendem a obliterar a mensagem do gráfico.

Figura 25 - Gráfico elaborado pelo estudante E13 com fundo na cor preta.

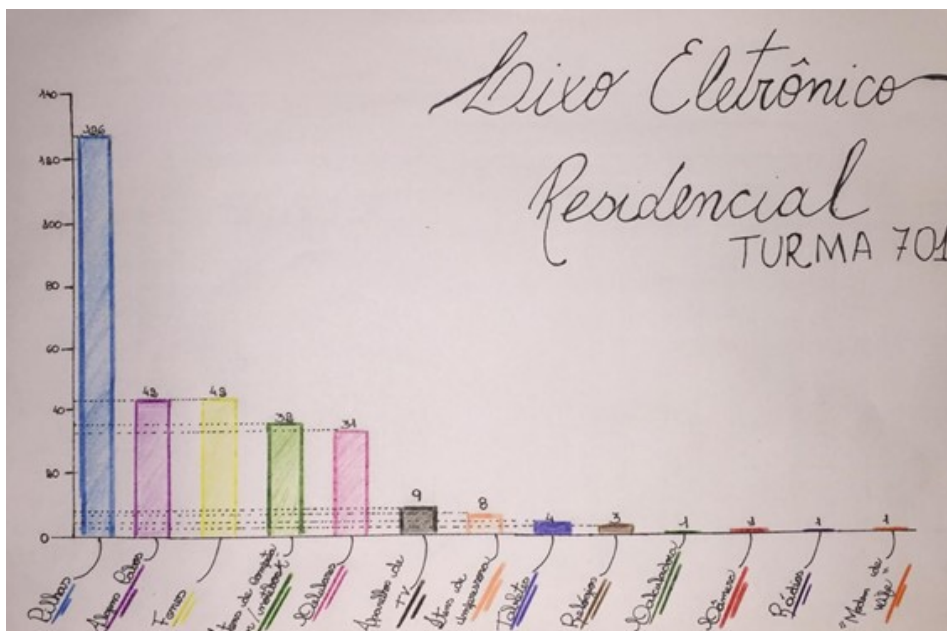


Fonte: Acervo próprio.

A maioria dos estudantes não utilizou cores, padrões e sombreamentos com moderação, certamente influenciados pelos gráficos multicoloridos frequentemente veiculados na mídia. Todavia, os gráficos construídos, de modo geral, apresentaram bom contraste de cores.

O emprego de cores diferentes para o mesmo dado é considerado desnecessário (Figura 26).

Figura 26 - Gráfico elaborado pelo estudante E13 com o emprego de cores distintas para um mesmo dado.



Fonte: Acervo próprio.

Com relação à indicação da origem das informações, nenhum estudante explicitou no gráfico a fonte dos dados.

As observações realizadas nesta análise dos aspectos técnicos relativos à construção de gráficos mostraram-nos que os estudantes necessitam, em momentos específicos e pontuais, de orientação individual e aconselhamento a respeito dos diferentes componentes que integram os gráficos estatísticos, seja do ponto de vista conceitual e funcional desses elementos, seja do ponto de vista técnico e operacional para elaborá-los.

Neste trabalho de pesquisa, as intervenções e orientações do professor ocorreram imediatamente depois da apresentação dos gráficos realizada pelos estudantes e, posteriormente, foram reforçadas por ocasião da apresentação do gráfico produzido pelo professor.

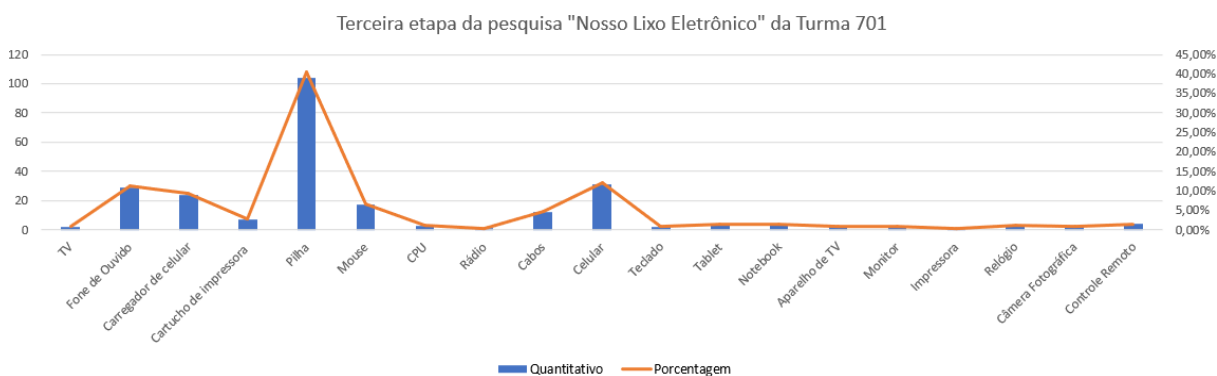
6.2 Análise dos Aspectos Decisórios Relativos à Construção de Gráficos

Os aspectos decisórios que envolvem a construção de um gráfico consistem basicamente na escolha do tipo de gráfico mais adequado aos dados e ao objetivo da representação.

A maioria dos estudantes optou, e de modo bem apropriado, pelo gráfico de barras verticais (ou gráfico de colunas) e pelo gráfico circular.

Entretanto, algumas escolhas merecem análise e consideração mais pormenorizada tendo em vista a incompatibilidade dos dados com o tipo de gráfico empregado para representá-los. Por exemplo, o uso de gráfico de linhas para plotagem de dados discretos (Figura 27).

Figura 27 - Gráfico de linhas elaborado pelo estudante E13 para plotagem de dados discretos.



Fonte: Acervo próprio.

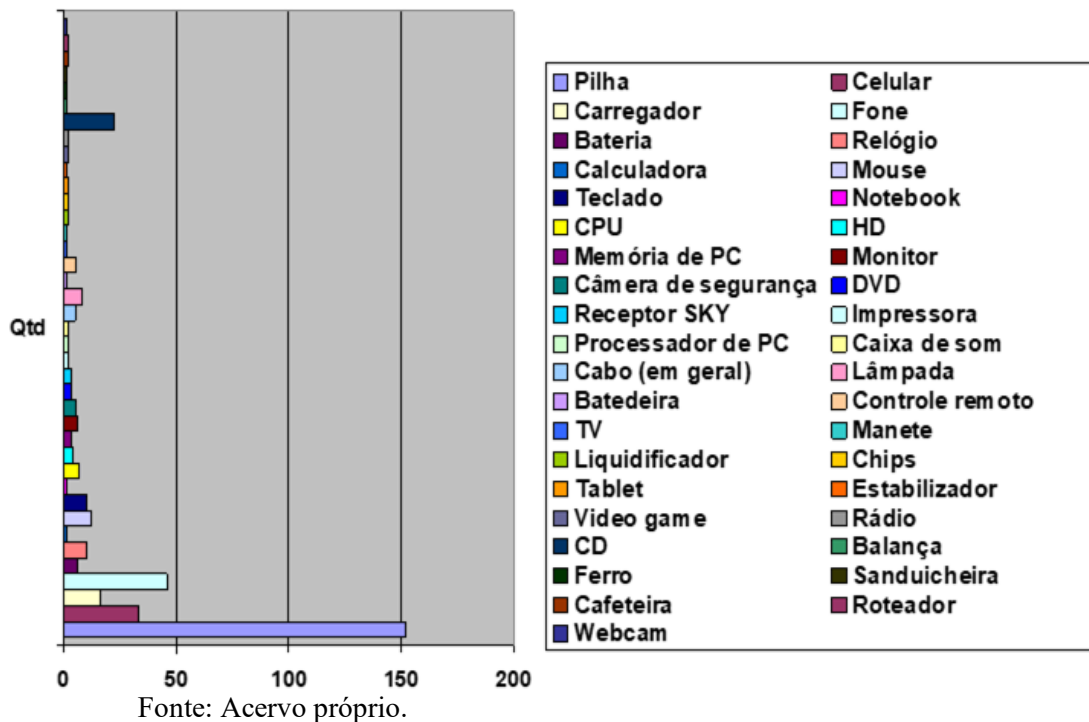
De acordo com Silva (2006, p. 117), “o gráfico de linhas é indicado para mostrar tendências e evoluções de uma variável contínua em relação a outra variável do mesmo tipo. O gráfico de linhas representando séries temporais é o mais comum”.

Segundo Van de Walle (2009, p. 496), os estudantes “têm uma tendência a plotar dados discretos usando gráficos de dados contínuos como o gráfico de linha”.

O uso de gráfico de linhas para a plotagem de dados discretos é inadequado por um duplo motivo: primeiro, porque viola a regra de que todo ponto da linha deve ter um valor; e segundo, porque geralmente não há um ordenamento natural dos dados discretos, uma vez que não existem valores entre eles. Assim, o gráfico de linhas, como já foi dito anteriormente, é adequado para dados contínuos, principalmente as séries de dados temporais. Com efeito, a linha do gráfico evoca a ideia de continuidade dos dados.

Outro exemplo foi a união das barras em um gráfico de barras horizontais de forma a assemelhar-se a um histograma (Figura 28).

Figura 28 - Gráfico elaborado pelo estudante E3 com barras horizontais contíguas e sem espaço entre si.



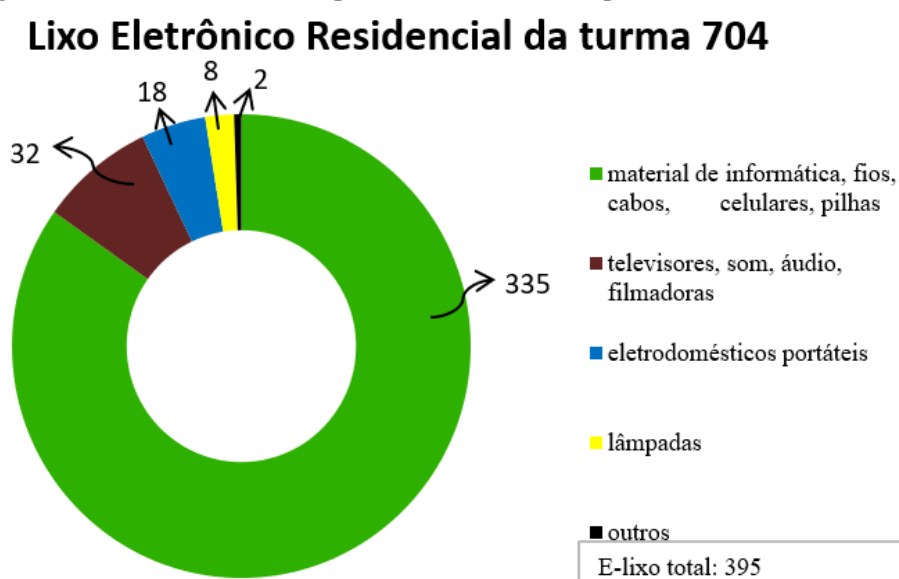
O histograma (ou diagrama de áreas) exibe a distribuição de frequências de uma variável contínua por meio de “um gráfico de barras contíguas, com as bases proporcionais aos intervalos das classes e a área de cada retângulo proporcional à respectiva frequência” (BUSSAB; MORETTIN, 2010, p. 18). De acordo com Wallgren e outros (1996), tanto os gráficos de barras como os histogramas são usados para exibir quantidades e proporções. No

entanto, esse último substitui as barras independentes por áreas adjacentes e sem espaço entre si com o fim específico de ilustrar variáveis contínuas.

O uso de histograma para a plotagem de dados discretos é inadequado por um duplo motivo: primeiro, porque a ausência de espaço entre as barras do histograma evoca a ideia de continuidade dos dados; e segundo, porque o eixo de categorias de um histograma apresenta os valores de dados contínuos em intervalos de classe sucessivos e dispostos ao longo de uma escala numérica. Nos gráficos de barras horizontais e verticais, o espaço entre as barras indica que os dados são discretos.

Um terceiro exemplo, também digno de destaque, foi o emprego dos gráficos circulares em forma de roda (Figura 29), tidos como uma distorção dos gráficos circulares e desvantajosos por restringirem a leitura à estimação dos arcos e não facilitarem a avaliação quantitativa das áreas ou dos ângulos, conforme entendimento de Silva (2006).

Figura 29 - Gráfico elaborado pelo estudante E4 do tipo circular em forma de roda.



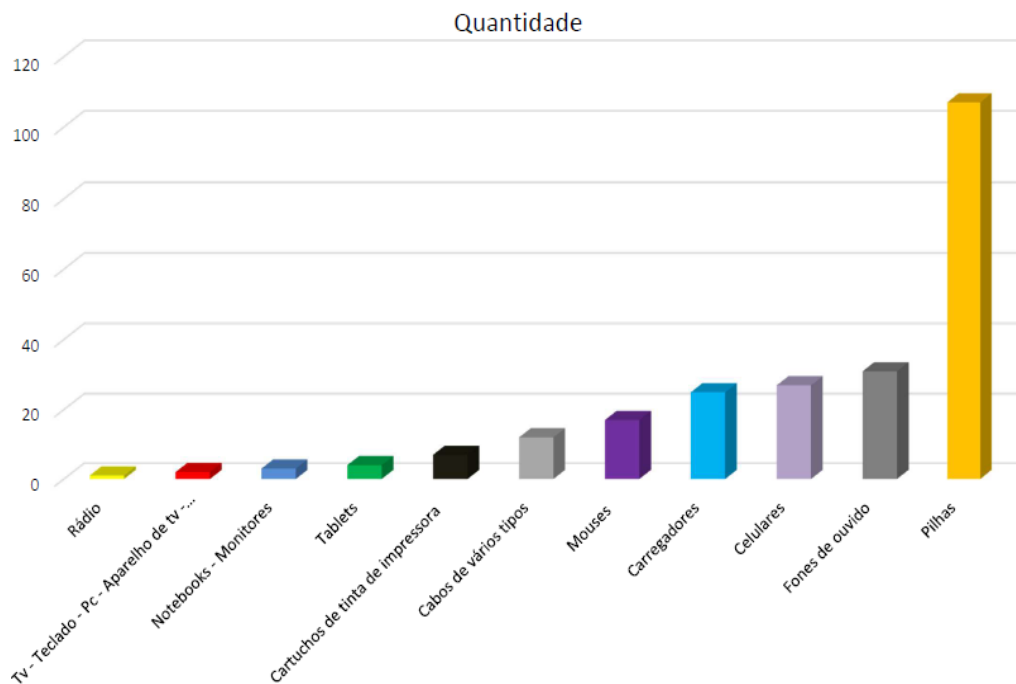
Fonte: Acervo próprio.

Nessa direção, também pontuamos o emprego de gráficos em três dimensões, muito comum nos textos editoriais, publicitários e jornalísticos.

Não obstante o amplo uso dessas representações, cumpre-nos salientar que o benefício da visualização das informações estatísticas em gráficos a três dimensões é discutível e incerto. Silva (2006, p. 70) argumenta que os gráficos tridimensionais nada mais são do que “uma forma diferente de apresentar dados que poderiam ser representados a duas dimensões. [...] não há qualquer vantagem em optar por este tipo de gráfico quando a terceira dimensão não descreve qualquer variável”.

Um problema considerável advindo da opção pelos gráficos tridimensionais é o possível obscurecimento da clareza dos dados, devido principalmente às distorções de ilusão ótica, quase sempre inevitáveis. No gráfico abaixo (Figura 30), observe como é difícil, por exemplo, estimar o valor correspondente ao item “Rádio”, sem o auxílio de rótulos de dados.

Figura 30 - Gráfico elaborado pelo estudante E2 em três dimensões.



Fonte: Acervo próprio.

Com relação aos gráficos de setores, entendimento semelhante é expresso por Rumsey (2019, p. 85) ao fazer a seguinte advertência: “Evite gráficos de pizza tridimensionais: eles não mostram as fatias na proporção correta. As fatias da frente parecem maiores do que deveriam” (Figura 31).

Figura 31 - Gráfico elaborado pelo estudante E11 em três dimensões.

LIXO ELETRÔNICO 702



Fonte: Acervo próprio.

Segundo Wallgren e outros (1996), nos gráficos de barras, a terceira dimensão assume função meramente decorativa uma vez que não é usada para representar nenhuma característica estatística. Essa tridimensionalidade falsa oferece comparações enganosas e dificulta a leitura da altura ou do comprimento das barras, fato que frequentemente acarreta a necessidade de inclusão de valores numéricos que tornam o gráfico ainda mais sobrecarregado. Poucos alunos optaram por gráficos tridimensionais.

As observações realizadas nesta análise dos aspectos decisórios relativos à construção de gráficos mostraram-nos que os estudantes optaram pelos tipos de gráficos mais correntes.

Assim, ficou evidente a necessidade do fornecimento prévio aos estudantes de instruções formais sobre a relação entre os tipos de gráficos e o objetivo da representação (comparação, evolução, composição, distribuição e correlação) ou a natureza e características dos dados. Nesse sentido, lembramos que, para Friel, Curcio e Brighth (2001), os estudantes do 6º ao 9º ano já se encontram em um estágio cognitivo avançado e consistente e, portanto, são considerados aptos ao aprendizado de todos os tipos de gráficos.

6.3 Análise dos Aspectos Analíticos Relativos à Construção de Gráficos

Os aspectos analíticos que envolvem a construção de um gráfico englobam a análise da natureza e das características dos dados (estrutura dos dados, tipos de variáveis e níveis de mensuração) e as limitações por elas apresentadas.

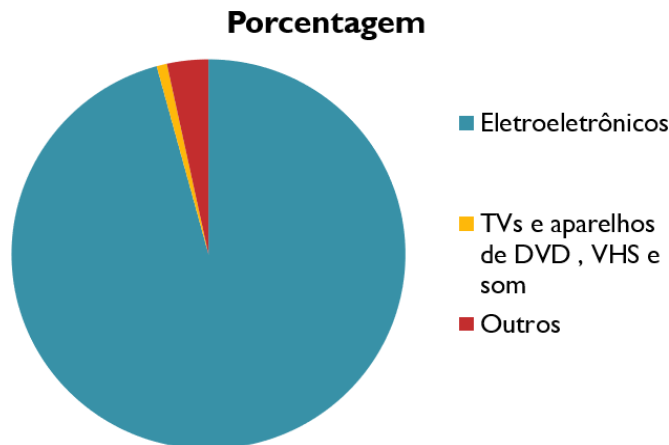
Antes de iniciar a construção de um gráfico, Wallgren e outros (1996) nos orientam a formular algumas reflexões e considerações preliminares: utilização de gráfico, tabela ou texto descritivo; utilização de gráfico único ou vários gráficos; público-alvo; papel do gráfico; tipo de gráfico; apresentação do gráfico; tamanho do gráfico e tecnologia.

Do mesmo modo, depois de terminar a construção de um gráfico, os mesmos autores nos orientam a formular algumas reflexões e considerações finais: facilidade de leitura do gráfico; possibilidade do gráfico ser mal interpretado; exatidão do tamanho, forma e lugar do gráfico; benefício das cores do gráfico e experimentação do gráfico por alguém do público-alvo.

Logo, a análise do gráfico ocorre em dois momentos fundamentais: a fase preparatória, marcada notadamente pela análise dos dados e objetivo da representação, e a fase de encerramento, marcada notadamente pela análise da legibilidade e pertinência do gráfico.

Foram construídos gráficos desnecessários uma vez que representavam poucos valores sendo um deles bastante preponderante em relação aos demais (Figura 32). Nesse caso, um breve texto descritivo ou uma tabela seriam suficientes para a apresentação dos dados.

Figura 32 - Gráfico elaborado pelo estudante E14 com apenas três valores sendo um deles preponderante.

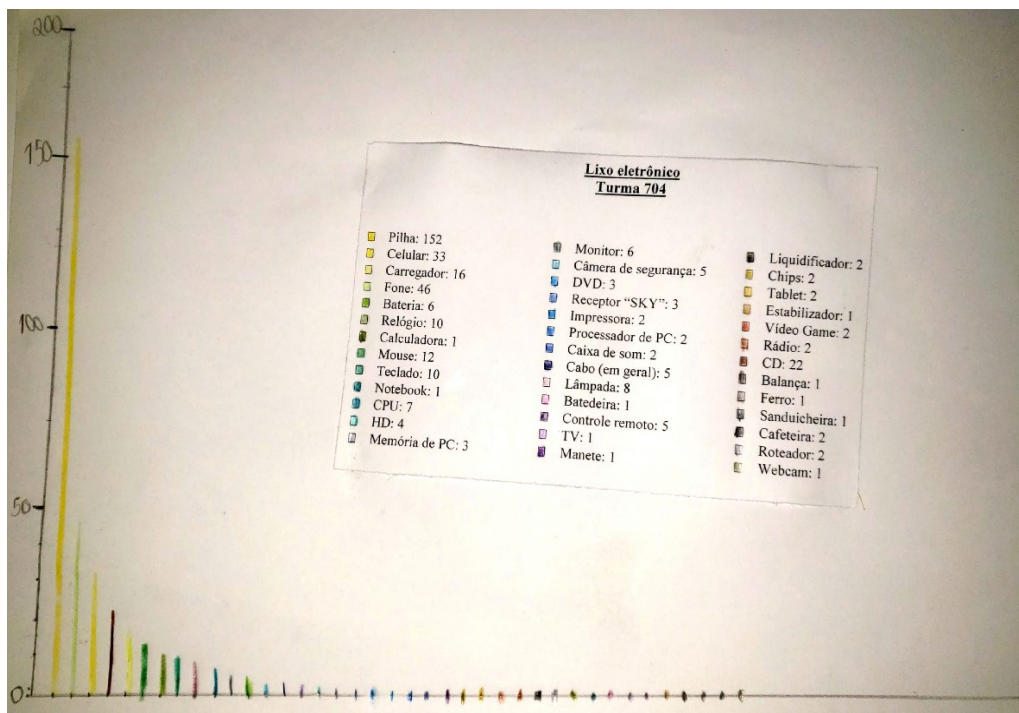


Fonte: Acervo próprio.

De acordo com Silva (2006, p. 146), a utilização dos gráficos de setores é “considerada positiva somente nos casos em que uma ou duas categorias dominam o total mas, se é importante conhecer exatamente o peso de cada setor, poder-se-á questionar se não será melhor recorrer a uma tabela”.

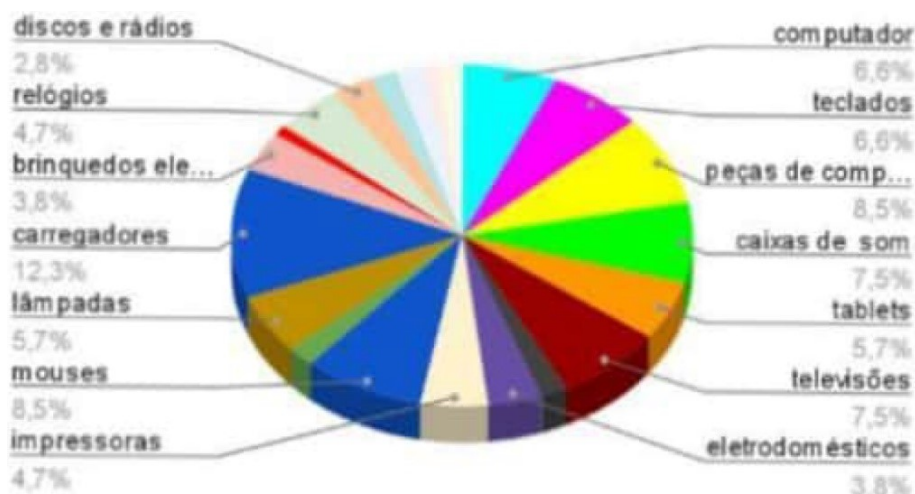
Um problema bastante comum, dada a quantidade de ocorrências verificadas, foi a construção de gráficos de colunas (Figura 33) e gráficos de setores (Figura 34) com categorias em excesso e, dessa forma, muito sobrecarregados.

Figura 33 - Gráfico elaborado pelo estudante E3 com categorias em excesso.



Fonte: Acervo próprio.

Figura 34 - Gráfico elaborado pelo estudante E11 com categorias em excesso.



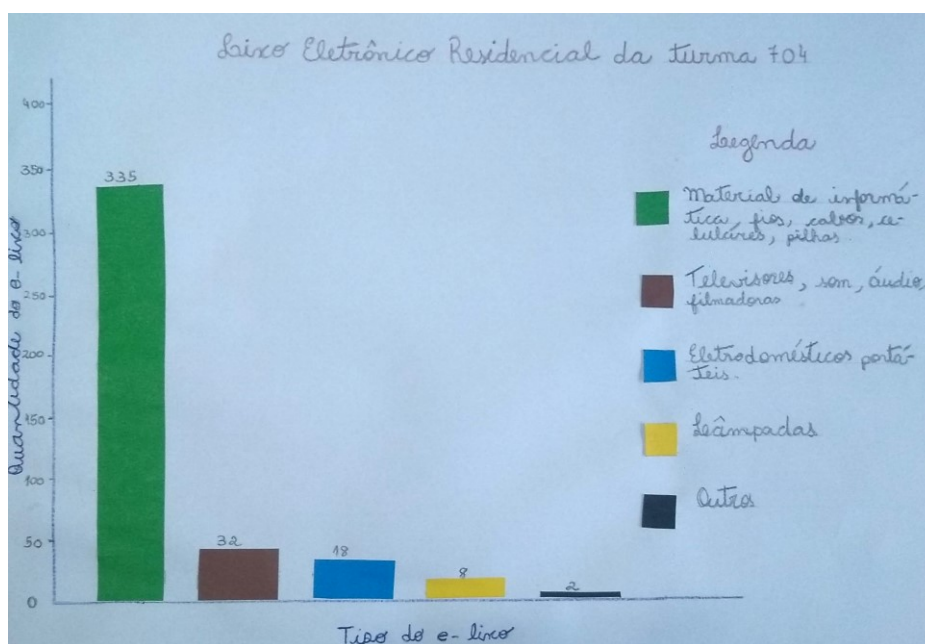
Fonte: Acervo próprio.

Salientamos que esse fato muito nos surpreendeu tendo em vista ser incomum a presença de gráficos com muitas categorias em textos didáticos, publicitários e jornalísticos.

No intuito de compreender melhor o fenômeno, cumpre-nos pontuar que, nas atividades de produção de dados, os estudantes se depararam com uma quantidade de dados relativamente grande, ou seja, muitas categorias e muitos valores de variáveis.

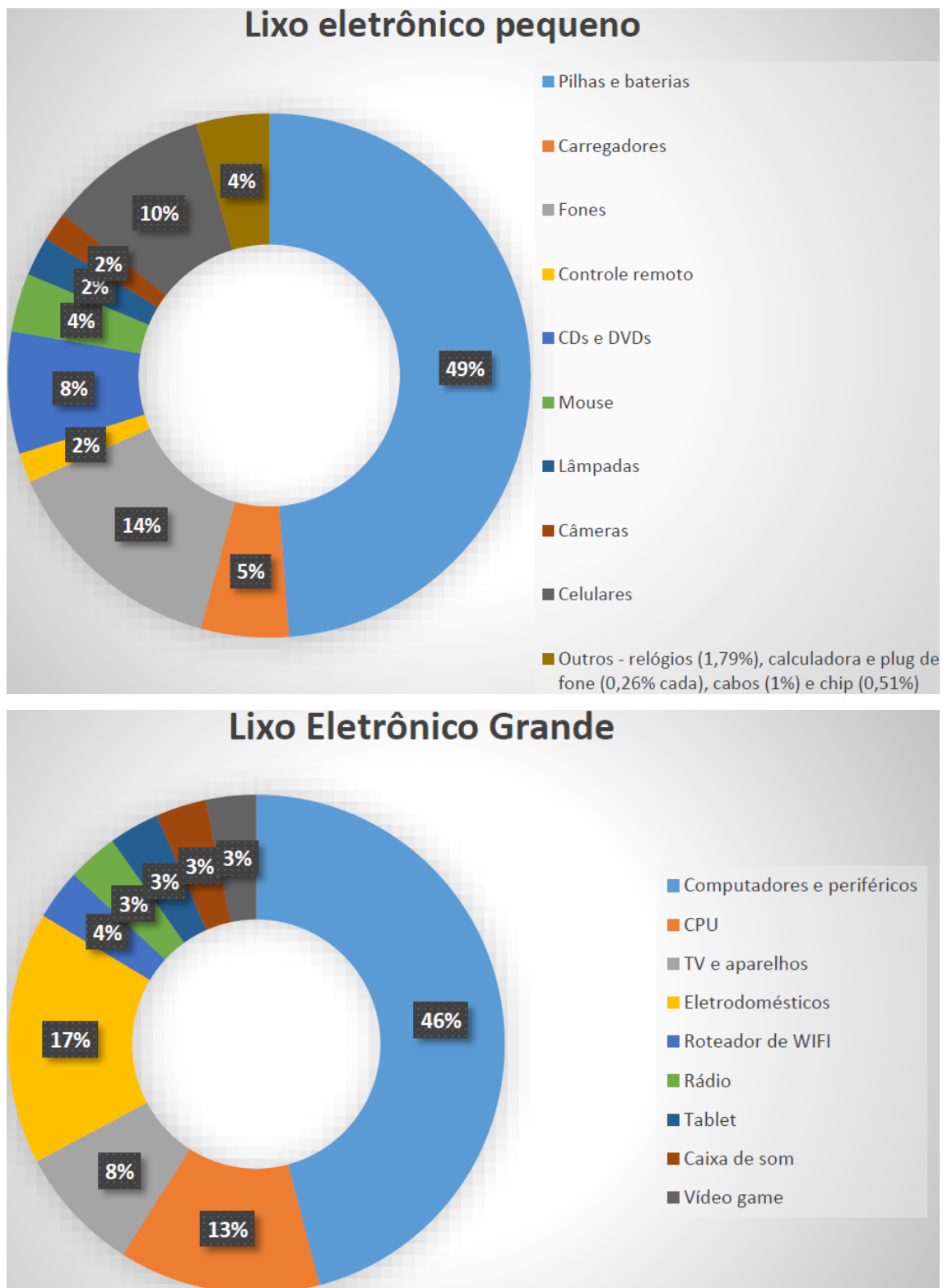
Assim, surgiu um primeiro impasse: a limitação dos gráficos de mostrar muitas categorias e muitos valores de variáveis. Para resolvê-lo, alguns estudantes reorganizaram os dados em categorias por itens similares (Figura 35) e por tamanho dos itens (Figura 36).

Figura 35 - Gráfico elaborado pelo estudante E4 com categorias por itens similares.



Fonte: Acervo próprio.

Figura 36 - Gráficos elaborados pelo estudante E15 com categorias por tamanho dos itens.

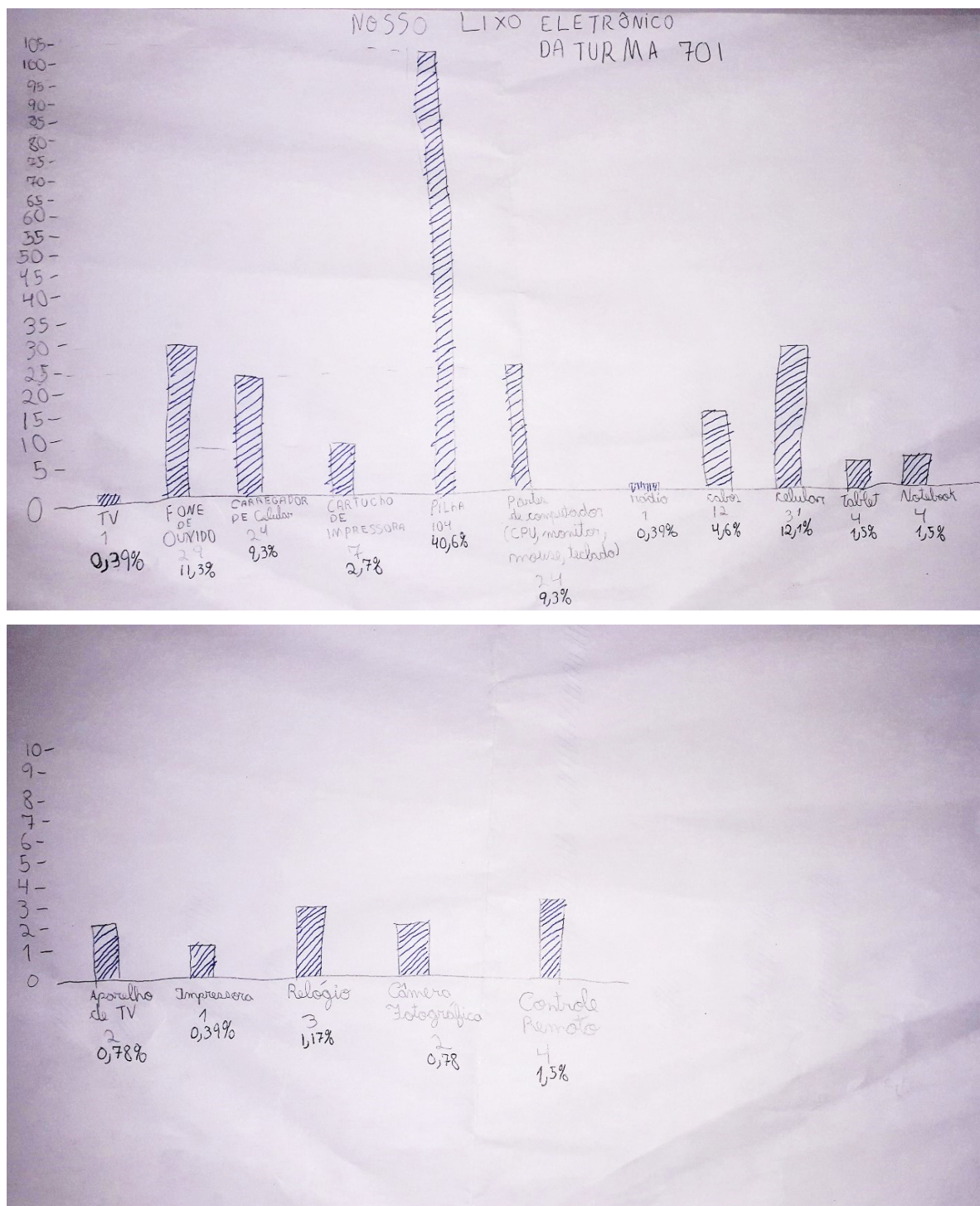


Fonte: Acervo próprio.

A opção por apresentar vários gráficos (Figura 36) ao invés de um gráfico único foi outra estratégia utilizada para superar o impasse causado pela limitação dos gráficos de mostrar muitas categorias e muitos valores de variáveis.

A falta de espaço suficiente para a construção do gráfico em uma única folha de papel fez com que um estudante apresentasse o gráfico dividido em duas partes (Figura 37).

Figura 37 - Gráfico elaborado pelo estudante E13 dividido em duas partes.



Fonte: Acervo próprio.

Entretanto, a maioria dos estudantes optou por mostrar todas as categorias em um único gráfico.

A plotagem de muitos dados em gráficos não é aconselhada (Figura 38). Segundo Silva (2006), muitos setores ou setores demasiado estreitos são difíceis de interpretar. De fato, Wallgren e outros (1996) afirmam que cinco ou seis é um limite superior razoável para um gráfico de setores lúcido. Para contornar este problema, os autores lembram que, como os gráficos circulares fornecem uma visão geral, é comum termos a última classe “Outros”.

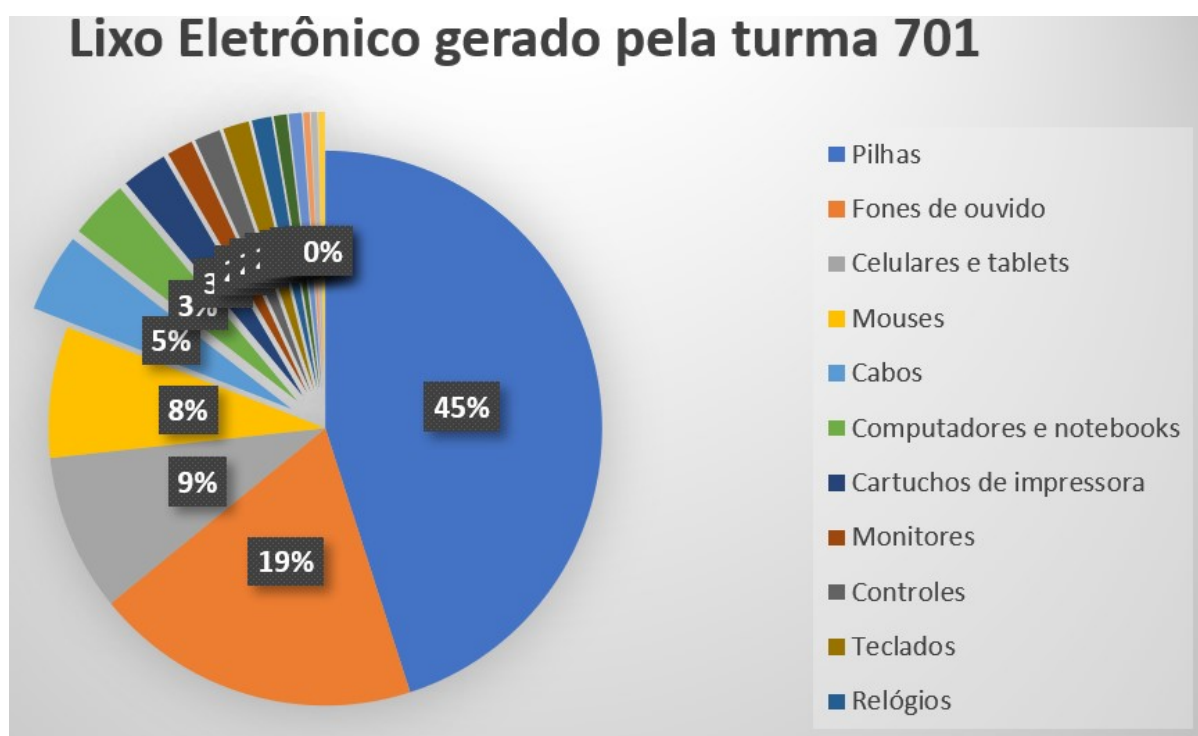
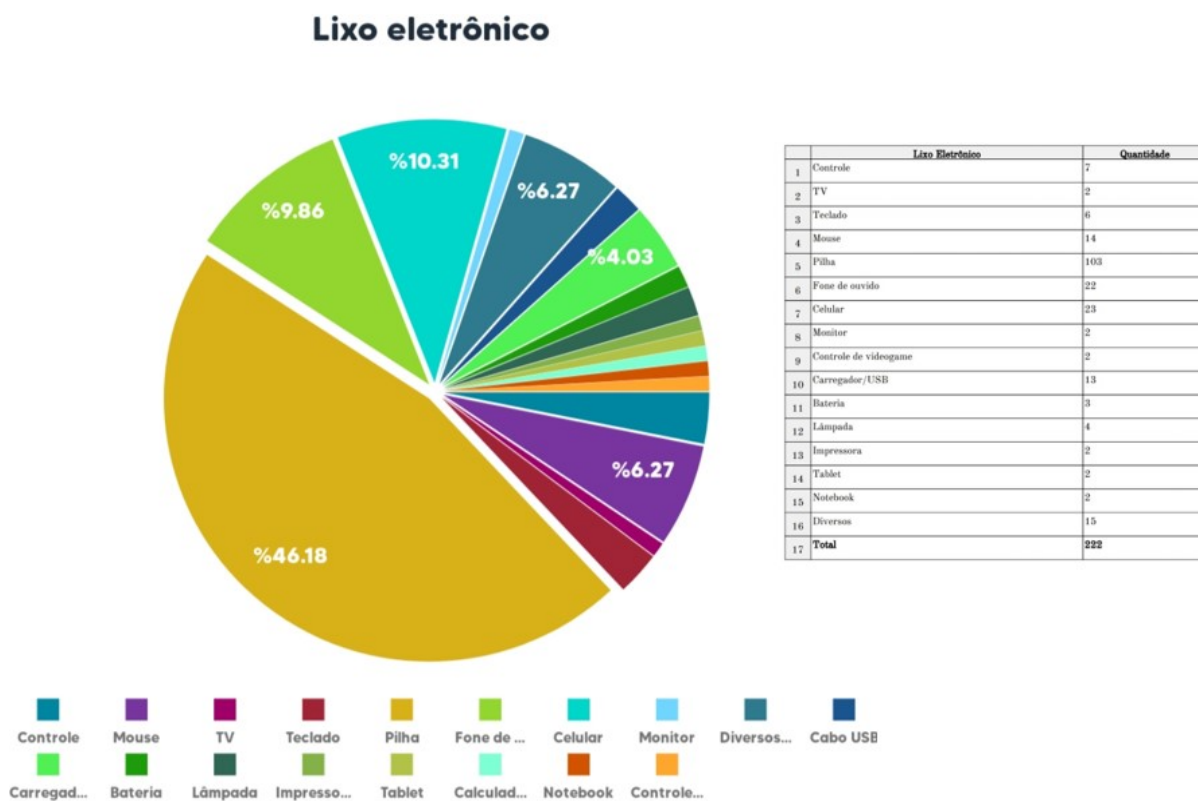
Figura 38 - Gráficos elaborados pelo estudante E5 com setores demasiado estreitos.



Fonte: Acervo próprio.

Além dos problemas já mencionados, foram construídos gráficos circulares com setores afastados uns dos outros, o que também distorce o gráfico por assumir uma forma não circular (Figura 39).

Figura 39 - Gráficos elaborados pelos estudantes E5 e E6, respectivamente, com setores separados.



Fonte: Acervo próprio.

Silva (2006) diz que é prática comum a separação dos setores afastando-os uns dos outros por espaços desiguais entre eles. Entretanto, para manter os espaços iguais é preciso dispor os setores de forma não circular. Ambas as opções são incorretas. Todavia, é admissível “explodir” um único setor de modo a destacar certo fenômeno.

Como já foi dito, a plotagem de muitas categorias em um único gráfico foi prática bastante comum entre os estudantes. Sendo assim, foi necessário orientá-los de que o excesso de categorias dificulta a leitura e a interpretação, principalmente, em gráficos circulares. Do mesmo modo, foi necessário alertá-los de que um gráfico deve ser simples, claro e verdadeiro; e lembrá-los ainda de que as mídias impressas e eletrônicas não dispõem de espaço suficiente para a publicação de gráficos com elevado número de categorias.

A análise do fenômeno ora relatado levou-nos ao entendimento de que esse obstáculo de aprendizagem poderia ter sido superado por meio de esclarecimentos sobre um importante aspecto da transnumeração: a perda de informação decorrente da construção de qualquer tipo de gráfico.

Nesse sentido, Arteaga e outros (2009) elucidam-nos:

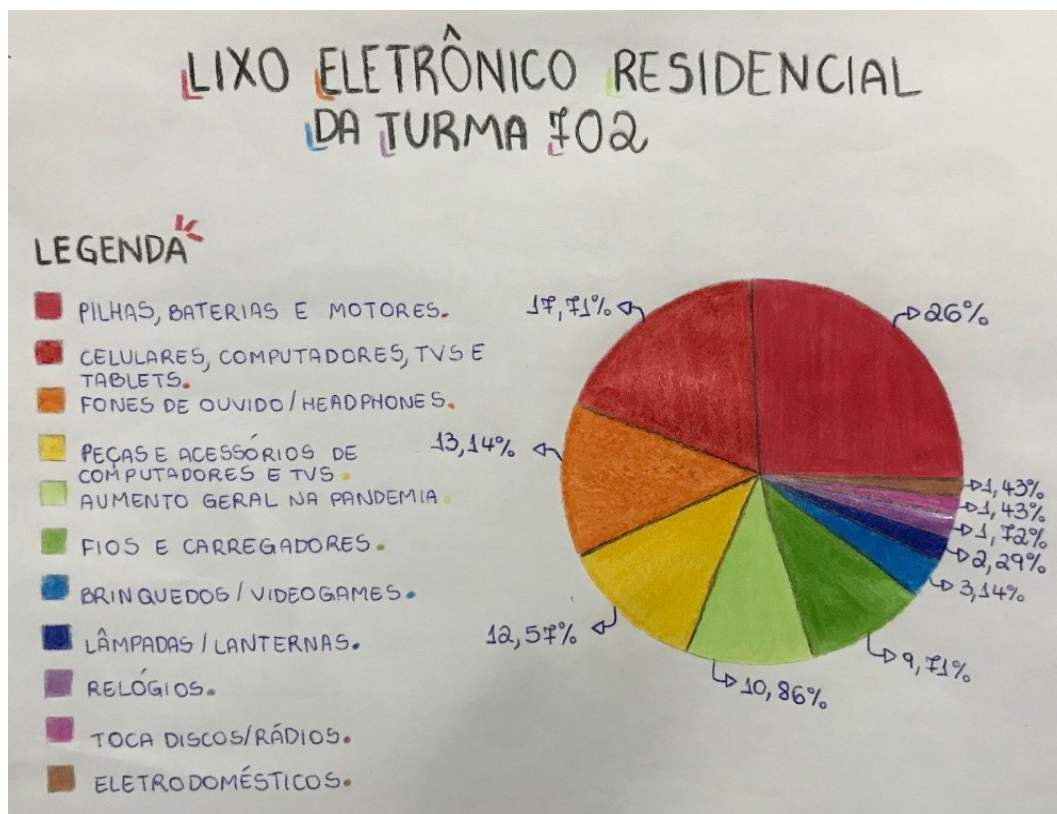
[...] a simplicidade da linguagem gráfica é aparente, pois mesmo o mais simples dos gráficos pode ser considerado um modelo matemático. Ao reduzir os dados, passando de casos individuais para os valores de uma variável e suas frequências, é introduzida a distribuição de frequência, um conceito complexo que se refere ao agregado (população ou amostra) e não a dados particulares. Por outro lado, o mesmo tipo de gráfico (por exemplo, um gráfico de barras simples) pode ser usado para representar diferentes objetos matemáticos, como frequências absolutas, frequências relativas, frequências percentuais e acumuladas, médias ou outros resumos estatísticos. (ARTEAGA *et al.*, 2009, p. 101, tradução nossa)⁵⁹.

Ademais, esse obstáculo também poderia ter sido superado por meio de esclarecimentos sobre um segundo aspecto da transnumeração: a perda de informação é pequena frente à sintetização dos dados por meio da representação tabular e à facilidade de interpretação oferecida pela representação gráfica. Em outras palavras, há um ganho auferido com a construção de tabelas e gráficos.

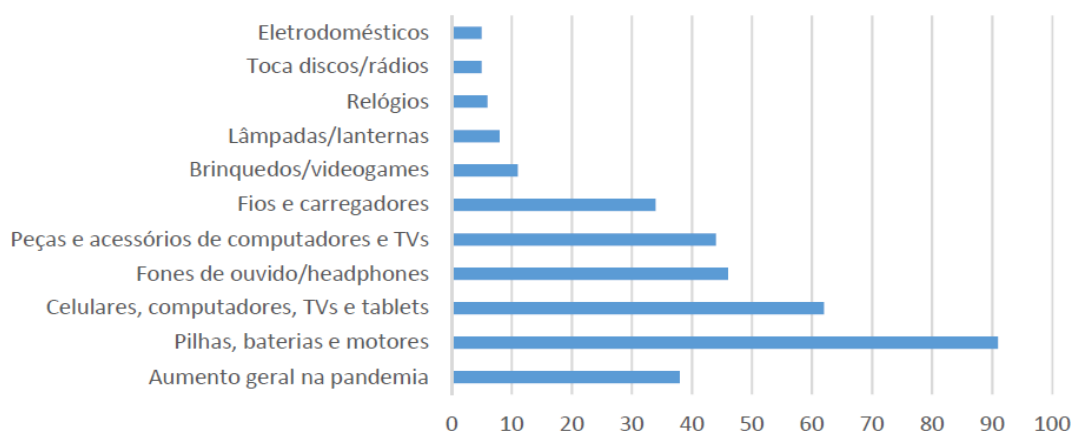
⁵⁹ [...] la simplicidad del lenguaje gráfico es aparente, pues incluso el más simple de los gráficos puede considerar se un modelo matemático. Al reducir los datos, pasando de casos individuales a los valores de una variable y sus frecuencias, se introduce la distribución de frecuencias, concepto complejo, que se refiere al agregado (población o muestra) y no a los datos particulares. Por otro lado, un mismo tipo de gráfico (por ejemplo, un gráfico simple de barras) se puede usar para representar diferentes objetos matemáticos, tales como frecuencias absolutas, relativas, porcentajes y frecuencias acumuladas, medias u otros resúmenes estadísticos (ARTEAGA *et al.*, 2009, p. 101).

Por fim, cumpre-nos apontar ainda a construção de um gráfico com uma categoria estranha e dissonante em relação às demais (Figura 40).

Figura 40 - Gráficos elaborados pelo estudante E12 com a categoria estranha “Aumento geral na pandemia”.



Lixo eletrônico residencial da turma 702



Fonte: Acervo próprio.

As atividades do projeto, realizadas no segundo semestre do ano de 2020, vieram a ser, entre outras, uma proposta de reflexão sobre o crescimento da produção de lixo eletrônico no contexto da pandemia da COVID-19. Todavia, o levantamento quantitativo desse crescimento não configura necessariamente uma categoria de dados a ser plotada no gráfico.

As observações realizadas nesta análise dos aspectos analíticos relativos à construção de gráficos mostraram-nos que os estudantes apresentaram a tendência de não promover uma redução de dados para superar a limitação dos gráficos de mostrar muitas categorias. Dessa forma, foram construídos gráficos sobrecarregados pela plotagem de categorias e valores de variáveis em excesso cuja leitura e interpretação ficaram prejudicadas.

Assim, ficou evidente a necessidade de conscientizar os estudantes sobre a limitação dos gráficos de mostrar muitas categorias e destacar a redução de dados como forma de superar o problema.

Do mesmo modo, também ficou evidente a necessidade de frisar a simplicidade, a clareza e a veracidade, como requisitos essenciais para a construção de gráficos e como forma de evitar gráficos grandes e sobrecarregados que dificultam a leitura e a interpretação.

6.4 Outras considerações

O lixo eletrônico apresenta peculiaridades que o tornam difícil de categorizar. Por um lado, temos a grande variedade de produtos e a variedade de modelos em cada linha de produto, ambas muito expressivas. Por outro lado, temos as inúmeras ramificações possíveis, visto que qualquer classificação é realizada a partir de um determinado aspecto (finalidade de uso e tamanho, por exemplo). No entanto, é preciso estabelecer algum critério de seleção.

Forti (2019) aponta uma classificação internacional disponível na Diretiva Europeia 2012/19/UE⁶⁰, de 4 de julho de 2012, relativa ao lixo eletrônico. Nessa diretiva, os equipamentos eletroeletrônicos foram reclassificados em seis categorias (Quadro 6).

Quadro 6 - Categorias do lixo eletrônico de acordo com a Diretiva Europeia 2012/19/UE.

Título	Descrição
Equipamento de troca de temperatura	Mais conhecido como equipamento de refrigeração e congelamento. O equipamento típico inclui geladeiras, <i>freezers</i> , condicionadores de ar e bombas de calor.
Telas	O equipamento típico inclui televisores, monitores, <i>laptops</i> , <i>notebooks</i> e <i>tablets</i> .
Lâmpadas	O equipamento típico inclui lâmpadas fluorescentes, lâmpadas de descarga de alta intensidade e lâmpadas LED.

⁶⁰ A diretiva estabelece medidas de proteção do ambiente e da saúde humana, prevenção e redução dos impactos decorrentes da geração e gestão do lixo eletrônico, diminuição dos impactos da utilização dos recursos e melhoria da eficiência dessa utilização. Dessa forma, procura contribuir para o desenvolvimento sustentável.

Equipamento de grande porte	O equipamento típico inclui máquinas de lavar roupas, secadoras de roupas, máquinas de lavar louça, fogões elétricos, grandes máquinas de impressão, copiadoras e painéis fotovoltaicos.
Equipamento de pequeno porte	O equipamento típico inclui aspiradores de pó, micro-ondas, torradeiras, barbeadores elétricos, calculadoras, aparelhos de rádio, câmeras de vídeo, brinquedos elétricos e eletrônicos, pequenas ferramentas elétricas e eletrônicas e pequenos dispositivos médicos.
Pequenos equipamentos de TI e de telecomunicações	O equipamento típico inclui telefones celulares, sistemas de posicionamento global (GPS), calculadoras de bolso, roteadores, computadores pessoais, impressoras e telefones.

Fonte: Forti (2019, p. 2).

A diretiva apresenta ainda, em seu anexo IV, uma lista exemplificativa e não exaustiva dos equipamentos eletroeletrônicos contemplados por essas seis categorias. Por fim, cabe ressaltar que a classificação estabelecida anteriormente abrangia um total de dez categorias.

Assim, como podemos ver na Tabela 2, a organização dos dados relativos ao levantamento do lixo eletrônico – atividade realizada pelos estudantes nesta pesquisa – pode ser bem complexa, dependendo da quantidade de dados disponíveis.

Logo, reconhecemos que o trabalho de classificação do lixo eletrônico se reveste de complexidade e, sendo assim, ajuda-nos a entender o fato de os estudantes construírem gráficos tão diferentes entre si em termos de organização e apresentação dos dados.

Os 17 estudantes participantes da pesquisa produziram a totalidade de 35 gráficos que constituíram o nosso *corpus* de análise.

A opção por tipos mais correntes e tradicionais (barras verticais e horizontais, setores e linhas) é uma constatação direta e imediata que resulta da observação dos gráficos produzidos (Tabela 3).

Tabela 3 - Quantidade e percentual de gráficos produzidos por tipo.

Tipo de Gráfico	Quantidade	Percentual
Barras verticais (colunas)	15	42,86%
Barras horizontais	3	8,57%
Setores circulares	16	45,71%
Combinação de colunas e linhas	1	2,86%
Total	35	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Todavia, merece menção especial o fato de o total de gráficos de setores circulares superar em uma unidade o total de gráficos de colunas, ou seja, o gráfico mais recorrente.

A partir da análise dos gráficos construídos pelos estudantes, os problemas gerais mais comumente identificados, independentemente do tipo de gráfico escolhido, foram a inexistência ou a incompletude do título e a ausência de indicação de fonte dos dados, segundo o exposto na Tabela 4.

Tabela 4 - Problemas identificados ao analisar a totalidade dos 35 gráficos construídos pelos estudantes.

Item	Descrição do problema	Total de ocorrências
Título	Título incompleto.	30
	Título inexistente.	5
Fonte	Ausência de indicação da origem dos dados.	35
Legenda	Legenda desnecessária para identificar um único grupo de dados.	20
Categorias	Plotagem de categorias em excesso, ou seja, superior a dez (exclusive).	16
	Plotagem de apenas duas ou três categorias (inclusive).	1
Tipo de Gráfico	Escolha de tipo de gráfico inadequado ou incompatível com os dados.	2
	Opção por gráficos cuja terceira dimensão não descreve qualquer variável.	3

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A elaboração e a apresentação do título, fonte e legenda prejudicadas são problemas comuns enfrentados pelos estudantes na construção de gráficos. Walichinski (2012) observou que na construção de gráficos de barras simples, poucos estudantes atribuíram título ao gráfico e indicaram a fonte. Observação semelhante foi feita por Fernandes (2014) ao constatar a dificuldade dos estudantes na percepção da importância de apresentar título, fonte e legenda dos gráficos.

A plotagem de categorias em excesso pode poluir o gráfico e confundir o leitor. Por outro lado, a plotagem de apenas duas ou três categorias pode tornar o gráfico “pobre” e até mesmo desnecessário. Um bom exemplo foi apresentado por Giordano (2016) ao citar a construção de um gráfico de composição de amostra por gênero pré-estabelecida em 50% masculina e 50% feminina. Em casos assim, é melhor recorrer ao uso de uma tabela ou de um breve texto.

Nesta pesquisa, assinalamos dois exemplos de incompatibilidade dos dados com o tipo de gráfico escolhido: primeiro, o uso de gráfico de linhas para a plotagem de dados discretos, ocorrência também registrada por Pagan (2009); e segundo, a união das barras em um gráfico de barras horizontais de forma a sugerir continuidade e assemelhar-se a um histograma, ocorrência também registrada por Pagan (2009) e Almeida (2014).

Uma vez apontados os problemas gerais encontrados na totalidade dos gráficos, trataremos agora de problemas específicos e identificados tão somente nos 15 gráficos de colunas (barras verticais) e nos 3 gráficos de barras horizontais produzidos pelos estudantes.

A análise conjunta desses 18 gráficos mostrou-nos que os problemas mais comumente identificados (Tabela 5) foram a ausência de títulos para nomear os eixos de categorias e de valores, a ausência de especificação de unidade métrica no eixo de valores e a ausência de uma linha com espessura maior ou cor diferente no eixo de categorias como forma de destacá-lo em relação às demais linhas auxiliares.

Tabela 5 - Problemas identificados ao analisar os 18 gráficos de barras (horizontais e verticais) construídos pelos estudantes.

Item	Descrição do problema	Total de ocorrências
Eixo de categorias	Ausência de título, rótulo ou descrição.	14
	Palavras inclinadas a 45 graus ou com letras colocadas uma abaixo da outra.	9
	Linha do eixo de categorias sem destaque em relação às linhas auxiliares.	17
	Uso de seta na extremidade.	2
Eixo de valores	Ausência de título, rótulo ou descrição.	14
	Escala com valores com intervalos irregulares e desproporcionais.	5
	Ausência de especificação de unidade métrica.	18
	Uso de seta na extremidade.	2
Linhas auxiliares	Não feitas discretas e o mais finas possível.	1

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A ausência de título, rótulo ou descrição para nomear os eixos de categorias e de valores foi notória. Problema semelhante foi percebido por Walichinski (2012) e Fernandes (2014). Todavia, mais notória ainda, haja vista ter sido sentida em todos os gráficos, foi a ausência de especificação de unidade métrica no eixo de valores.

Outro problema grave e significativo na construção de gráficos de barras (verticais e horizontais) enfrentado pelos estudantes está relacionado ao uso da escala. Nesta pesquisa, assinalamos cinco exemplos de escala com valores irregulares e desproporcionais. Problemas com escala costumam ser bastante comuns e também foram verificados por Pagan (2009), Pereira (2013) e Souza (2020). Com efeito, a divisão proporcional dos valores da escala de um gráfico e o entendimento dos valores implícitos na escala são processos complexos para os estudantes, pois demandam, necessariamente, o desenvolvimento do raciocínio proporcional. Nesse sentido, cumpre-nos ressaltar que escalas mal elaboradas (não iniciadas no zero, por exemplo) são preocupantes, pois podem induzir o leitor a realizar uma interpretação equivocada dos dados.

Em uma observação detalhista, assinalamos 17 gráficos nos quais a linha do eixo de categorias não foi destacada por meio de cor diferente ou espessura maior em relação às linhas auxiliares. E, do mesmo modo, assinalamos dois gráficos cujos eixos de categorias e de valores foram construídos, equivocadamente, com setas nas extremidades. Sob essa perspectiva, lembramos que Vieira (2008) observou a tendência de os estudantes construírem gráficos de pontos provavelmente influenciados pelo ensino de função nas aulas de Matemática. Assim, podemos presumir que a tendência de não destacar o eixo de valores e de usar setas nas extremidades dos eixos dos gráficos estatísticos também seja influenciada pelo estudo do plano cartesiano ortogonal de coordenadas (x, y) nas aulas de Matemática.

Agora, trataremos dos problemas identificados tão somente nos 16 gráficos de setores circulares produzidos pelos estudantes.

A análise dos 16 gráficos de setores circulares mostrou-nos que os problemas mais comumente identificados (Tabela 6) foram a plotagem de categorias em excesso e a construção de gráficos distorcidos.

Tabela 6 - Problemas identificados ao analisar os 16 gráficos de setores circulares construídos pelos estudantes.

Item	Descrição do problema	Total de ocorrências
Categorias	Plotagem de categorias em excesso, ou seja, superior a cinco (exclusive).	11
Tipo de Gráfico	Distorção: Gráfico circular em forma de roda.	3
	Distorção: Gráfico circular em forma de elipse.	2
	Distorção: Gráfico circular com setores afastados uns dos outros.	2

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Os problemas mais frequentes observados em gráficos circulares são o excesso de setores e a presença de setores estreitos demais. Nesta pesquisa, assinalamos 11 gráficos com problemas desse tipo. Nesse sentido, lembramos que os gráficos circulares apresentam a limitação de serem efetivos apenas quando os setores são substancialmente consideráveis.

Outro problema digno de atenção e registro é a distorção dos gráficos circulares por meio da construção de gráficos em forma de elipse e roda bem como pelo afastamento de setores uns dos outros. A distorção ocorre porque o gráfico assume uma forma não circular.

Os gráficos circulares em forma de roda dificultam a avaliação quantitativa de áreas e ângulos e, dessa forma, restringem a leitura à estimação dos arcos. Os gráficos circulares em forma de elipse, por sua vez, são distorcidos pela perspectiva (altura e inclinação). Nesses gráficos, os setores da frente parecem ser maiores do que deveriam e, dessa forma, dificultam a compreensão do leitor.

Não obstante os problemas ora citados, a construção de gráficos de setores envolve o cálculo de ângulos e regras de três simples e o uso de compasso e transferidor. Quando os estudantes apresentam inexperiência e pouca familiaridade no manuseio desses instrumentos, o trabalho de construção pode tornar-se difícil, como bem observaram Walichinski (2012), Damin (2014) e Silva (2018).

Uma vez apresentados os problemas identificados nos gráficos de setores circulares, resta-nos registrar a construção de um gráfico no qual o estudante procurou combinar colunas e linhas para a plotagem da frequência absoluta e relativa dos dados, respectivamente, em um único e mesmo gráfico. Desse modo, assinalamos nesta pesquisa um exemplo de combinação de diferentes tipos de gráficos.

Entretanto, as linhas são utilizadas geralmente em gráficos de evolução como forma de mostrar variações ao longo do tempo. Sendo assim, entendemos que a apresentação de dois gráficos distintos teria sido mais apropriada: um gráfico de colunas para mostrar a frequência absoluta dos dados e um gráfico de setores circulares para mostrar a frequência relativa.

Por fim, precisamos comentar ainda sobre a presença maciça de uma série de elementos de uso bastante controverso na construção de gráficos: valores numéricos (ou rótulos de dados) incluídos na área de plotagem, imagens alegóricas e cores, padrões e sombreamentos. Contudo, não iremos tratá-los como um problema, pois, em alguns casos, a presença desses elementos chega a ser imprescindível.

Um bom exemplo são os rótulos de dados. Na maioria das vezes, esses elementos sobrecarregam o gráfico e, sendo assim, convém fornecê-los em uma tabela à parte. Diniz (2016) observou que a ausência de valores numéricos na área de plotagem pode dificultar a

apresentação oral do gráfico em ocasiões específicas. Vale lembrar que em gráficos de setores esses elementos são essenciais como forma de evitar que o leitor tenha que alternar a visão entre o gráfico e a legenda para a busca de informações. Nesta pesquisa assinalamos 18 gráficos com inclusão de rótulos na área de plotagem e 17 gráficos sem esses elementos.

Com relação ao emprego de cores, padrões e sombreamentos, assinalamos, nesta pesquisa, 32 gráficos coloridos e três gráficos monocromáticos. De modo geral, os estudantes não utilizaram as cores com moderação e refinamento, mas, ainda assim, conseguiram produzir bons contrastes e distinções.

Quanto ao uso de imagens alegóricas, assinalamos cinco gráficos com desenhos em alusão ao lixo eletrônico meramente ornamentais ou de algum modo dispensáveis.

Em síntese, apesar da necessidade dos ajustes que pontuamos neste capítulo, os estudantes produziram bons gráficos em termos de integridade e qualidade.

As observações realizadas permitiram-nos constatar que as principais fragilidades dos estudantes na construção de gráficos estão relacionadas à densidade gráfica e à decoração gráfica.

Sobre a densidade gráfica, destaca-se que:

[...] decidir que quantidade de informação deve ser apresentada num gráfico é um desafio que não se apresenta fácil: para pouca informação, pode ser preferível mostrar os dados através de tabelas ou ao longo do texto e, para um grande volume de informação, existe o risco de esta não ser inteligível. Em termos genéricos, quanto maior a densidade gráfica, maior a complexidade gráfica. (SILVA, 2006, pp. 48-49).

Com relação à decoração gráfica, a autora informa:

A decoração interior dos gráficos, como a utilização de imagens de fundo, o excesso de cores ou a utilização abusiva de elementos acessórios, gera muito ruído visual sem acrescentar nada de novo ao leitor, distraindo sua atenção para aspectos secundários. (SILVA, 2006, p. 48-49).

Por fim, vislumbramos como um ponto de funcionamento mais satisfatório do sistema didático⁶¹ o desenvolvimento de experiências de aprendizagem nas quais os estudantes estejam diretamente envolvidos com os dados e possam construir seus próprios gráficos.

Nessas experiências de aprendizagem, deve ser oportunizada a mobilização da

⁶¹ Segundo Artigue (1996, p. 199), na perspectiva da Engenharia Didática clássica: “considera-se um ponto do sistema didático, cujo funcionamento parece, por razões que podem ser de natureza diversa, pouco satisfatório. Analisa-se esse ponto do funcionamento e os constrangimentos que tendem a fazer dele um ponto de equilíbrio do sistema e depois, jogando com estes constrangimentos, procura-se determinar as condições de existência de um ponto de funcionamento mais satisfatório”.

transnumeração, desde a captura de medidas do mundo real, a reorganização e o cálculo com os dados e a comunicação dos dados por meio de gráficos.

Do mesmo modo, deve ser ressaltada a necessidade de análise da natureza e das características dos dados; da escolha do tipo de gráfico mais adequado aos dados e ao objetivo da representação; e do emprego correto das técnicas de construção e formatação dos elementos que integram o gráfico.

Ademais, nessas experiências de aprendizagem, os estudantes devem ser orientados quanto ao dever e à responsabilidade de primar pela simplicidade, clareza e veracidade ao construir um gráfico e, por conseguinte, evitar o excesso de informação ou “lixo gráfico” (em inglês, *chart junk*⁶²).

No próximo capítulo, dedicar-nos-emos à apresentação das considerações finais sobre a pesquisa e a prática pedagógica desenvolvidas no contexto deste Mestrado Profissional em Educação Matemática.

⁶² Termo criado por Edward Tufte para designar gráficos demasiadamente carregados de informações e ornamentos.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do objetivo geral de propor o desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, à luz dos pressupostos teóricos e metodológicos da Engenharia Didática, notamos que a construção é uma atividade nada trivial, pois depende de análises complexas, tanto da natureza e características dos dados como dos objetivos da representação, e de ações práticas que exigem técnica e arte.

Tendo em vista o objetivo traçado, recorreremos a outros estudos direcionados ao nosso tema no intuito de identificar procedimentos metodológicos e recursos didáticos diferenciados voltados à mobilização da transnumeração e ao desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos.

Assim, na revisão da literatura, os estudos voltados ao desenvolvimento da transnumeração e da habilidade de construção de gráficos apontaram, precisamente, para três propostas de trabalho em sala de aula: o ambiente papel e lápis para a construção manuscrita de gráficos, o ambiente computacional para a construção de gráficos com o auxílio de alguma tecnologia digital e o ambiente de aprendizagem via projetos investigativos e de modelagem matemática como contexto de pesquisa para a realização de atividades que demandam produção e tratamento de dados. Desse modo, alcançamos o nosso primeiro objetivo específico.

A partir desse momento, surgiu a necessidade de verificar a consistência e a viabilidade dessas propostas nos anos finais do Ensino Fundamental.

Por conseguinte, à luz do arcabouço teórico metodológico da Engenharia Didática, realizamos a presente investigação em quatro etapas: 1) análises prévias; 2) concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia; 3) experimentação; 4) análise *a posteriori* e validação.

Com a fase das análises prévias, confirmamos que os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental são capazes de aprender todos os tipos de gráficos. Porém, o processo de ensino e aprendizagem de gráficos se restringe aos gráficos mais correntes, ou seja, ao gráfico de barras, circular, de linhas e pictogramas. Ademais, a ênfase recai sobre a leitura e a interpretação e, desse modo, a construção ainda é pouco ou nada explorada.

A fase das análises prévias também permitiu-nos depreender que a construção de gráficos não é um processo intuitivo, direto e imediato como pode parecer. Pelo contrário, é reflexivo e metódico, pois exige a consideração de uma série de aspectos analíticos, decisórios

e técnicos. Quando não apropriados plenamente pelos estudantes, esses aspectos podem constituir obstáculos para a construção de gráficos adequados do ponto de vista científico.

Em seguida, com a fase da concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia, descrevemos e justificamos as variáveis de comando globais e locais, elaboramos o plano do processo de ensino e formulamos a hipótese relativa ao comportamento esperado dos estudantes.

Nesse sentido, concebemos uma situação de ensino que propôs a inserção de estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental em um ambiente de aprendizagem via projeto com o intuito de desenvolver a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico por meio de uma sequência de atividades que privilegiou o trabalho autônomo e cooperativo. A temática do projeto preocupou-se com a crescente geração de lixo eletrônico, resultante do acelerado avanço tecnológico, e a importância do descarte adequado desses resíduos para a preservação do meio ambiente.

Na fase da experimentação, articulamos as propostas de trabalho identificadas na revisão da literatura em um conjunto de atividades de produção e tratamento de dados. As atividades foram realizadas dentro de um ambiente de aprendizagem via projeto, que serviu de suporte para a mobilização da transnumeração e a construção de gráficos com o uso de papel e lápis e de tecnologias digitais. Dessa forma, alcançamos o nosso segundo objetivo específico.

O projeto foi apresentado pelo professor e, nessa ocasião, dois infográficos, ambos relativos ao tema do projeto, foram disponibilizados para observação e análise. Nas atividades posteriores, os estudantes procederam ao levantamento quantitativo dos produtos eletrônicos a serem descartados pela totalidade da turma, à organização e à compilação dos dados e, por fim, à representação gráfica dos dados com o uso de papel e lápis e com o uso de tecnologias digitais. Os gráficos construídos foram apresentados, individualmente, para toda a turma. Dessa forma, alcançamos o nosso terceiro objetivo específico.

Sobre essas situações de ensino, realçamos que o professor assume o papel de problematizador e mediador do processo de aprendizagem e, dessa forma, complementa e supera o papel convencional de mero transmissor de saberes. Ademais, o direcionamento do aprendizado para o trabalho investigativo implica não apenas na valorização do conhecimento prévio, mas também no incentivo ao protagonismo e à construção autônoma do conhecimento dos estudantes.

Na fase da análise *a posteriori* e validação, identificamos e analisamos uma série de obstáculos de aprendizagem, principalmente de natureza didática, apresentados por boa parte

dos estudantes. Dessa forma, alcançamos o nosso quarto objetivo específico.

Desses obstáculos, o mais notável é a compreensão da perda de informação decorrente da construção de qualquer tipo de gráfico. Com efeito, a construção de tabelas e gráficos promove uma redução estatística decorrente da passagem das observações individuais para a distribuição de frequência.

Essa redução é um conceito complexo para os estudantes. Prova disso foi a opção da maioria dos estudantes por mostrar todas as categorias em um único gráfico. Poucos estudantes reorganizaram as categorias por itens similares como estratégia para superar a limitação dos gráficos de mostrar muitas categorias e muitos valores de variáveis.

Do mesmo modo, também são dignas de atenção e registro as distorções relativas ao emprego das técnicas de construção e formatação dos elementos que integram o gráfico. Nessa perspectiva, observamos a manifestação da criatividade artística para adornar os gráficos construídos e, dessa forma, chamar a atenção das pessoas. Prova disso é a inserção de ilustrações e o emprego de múltiplas cores, o que evidencia uma preocupação excessiva dos estudantes com a apresentação estética dos gráficos.

Entretanto, esses obstáculos não invalidaram a hipótese aventada, uma vez que as fragilidades identificadas puderam ser discutidas em dois momentos do plano da sequência de ensino: primeiro, por meio dos comentários e questionamentos feitos pelo professor logo depois da apresentação individual dos gráficos construídos pelos estudantes; e segundo, por meio do confronto e da comparação entre os gráficos construídos pelos estudantes e o gráfico construído pelo professor.

Sendo assim, a avaliação dos resultados obtidos com a execução do plano do processo de ensino permite-nos validar satisfatoriamente a hipótese de que a construção de gráficos estatísticos, com o uso de papel e lápis e com o uso de tecnologias digitais, desenvolvida em um ambiente de aprendizagem via projeto, pode potencializar, em estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental, o desenvolvimento do pensamento estatístico e, mais especificamente, da transnumeração.

Além disso, destacamos a ênfase dada aos aspectos analíticos, decisórios e técnicos que envolvem a construção de gráficos por meio de instruções formais dadas pelo professor nos momentos oportunos de apresentação e discussão dos trabalhos.

Portanto, os resultados da investigação permitem-nos confirmar o alcance do nosso objetivo geral e, por conseguinte, a inferência da solução para a questão-problema.

Salientamos ainda que o plano do processo de ensino outrora proposto é meramente uma sugestão metodológica de práticas educativas e de orientação ao trabalho docente, sem

qualquer pretensão de ser apreciado como única alternativa ao aprendizado de gráficos. Sendo assim, poderá ser adaptado para outros níveis de ensino, sempre em busca de suscitar maior interesse pela representação gráfica dos dados estatísticos e de superar os obstáculos do processo de aprendizagem.

Por fim, uma constatação se impõe: a habilidade de construção de gráficos não é facilmente adquirida pela maioria dos estudantes. Diante desse fato, ressaltamos a necessidade de investigações futuras que ampliem o entendimento das dimensões que envolvem a mobilização da transnumeração e o processo de construção de gráficos.

Ressaltamos ainda que há divergência entre os autores com relação ao misto de objetividade e subjetividade presente no trabalho de construção de gráficos. Há aqueles que veem a construção de gráficos como um trabalho de arte e, dessa forma, nele identificam a existência de um certo grau de subjetividade. Por outro lado, outros reconhecem que os gráficos apresentam convenções de construção que devem ser cumpridas e de conhecimento de todos.

Essa dissonância nos leva à seguinte indagação: A adoção de um manual de normas de padronização contribui para um melhor desempenho na construção de gráficos? Essa questão poderia ser uma sugestão de pesquisa futura.

Tendo em vista que nesta pesquisa qualificamos a construção de gráficos como um trabalho metódico e reflexivo, mostra-nos ser bastante pertinente a discussão da adoção de um manual de normas enquanto possibilidade de padronização do trabalho de construção de gráficos. A existência de um conjunto de regras consensuais e estáveis sobre a construção de gráficos é um indício da exigência de um padrão de qualidade e uma sinalização de que a padronização é um passo importante.

Por fim, convidamos o leitor a conhecer o Produto Educacional desenvolvido a partir desta pesquisa no intuito de auxiliar o trabalho docente na mobilização da transnumeração e no desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos por estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Trata-se de um *e-book* composto por duas partes. Na primeira, apresentamos uma sequência didática que prevê a inserção dos estudantes em um ambiente de aprendizagem via projeto para a realização de uma série de atividades de produção e tratamento de dados relativos à crescente geração de lixo eletrônico. Na segunda parte, apresentamos uma História em Quadrinhos que retrata os procedimentos realizados pelos estudantes com ênfase nos aspectos analíticos, decisórios e técnicos que envolvem a construção de gráficos. Em seguida, propomos algumas questões sobre a representação gráfica, para reflexão e discussão em sala de aula, levantadas a partir dos quadrinhos.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. H. P. **Proposta de ensino de Estatística em uma turma do nono ano do ensino fundamental com o uso do programa R-Commander**. 2014. 105 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.
- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.
- ALVES, F. R. V. Didática de matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. **Interfaces da Educação**, [S. l.], v. 7, n. 21, p. 131–150, 2016. DOI: 10.26514/inter.v7i21.1259. Disponível em: <<<https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/1259>>>. Acesso em: 27 mar. 2022.
- ANSELMO, Z. A. **Histórias em quadrinhos**. Petrópolis: Vozes, 1975.
- ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; DÍAZ, C.; CONTRERAS, J. M. El lenguaje de los gráficos estadísticos. **UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 18, p. 93-104, jun. 2009. Disponível em: <<<http://funes.uniandes.edu.co/15045/1/Arteaga2009El.pdf>>>. Acesso em: 12 fev. 2022.
- ARTIGUE, M. Engenharia didáctica. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. 1996, p. 193-217.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BARQUERO, B.; BOSCH, M. Engenharia didáctica como metodologia de pesquisa: de situações fundamentais a percursos de estudos e pesquisas. In: ALMOULOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. (Orgs.). **A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos**. 1. ed. Curitiba, PR: CRV, 2018. p. 275-304.
- BARROS, D. M. V.; OKADA, A.; KENSKI, V. Coletividade aberta de pesquisa: os estilos de coaprendizagem no cenário online. **Educação, Formação & Tecnologias**. v. 5, n. 2, p. 11-24, dez. 2012.
- BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Grupo de Investigación em Educación Estadística, ISBN 84-699-4295-6, Universidad de Granada, Espanha, 2001.
- BATANERO, C. Sentido estadístico: componentes y desenvolvimiento. In: CONTRERAS, J. M.; CANÑADAS, G. R.; GEA, M. M.; ARTEAGA, P. (eds.). **Actas de las Jornadas Virtuales em Didáctica de La Estadística, Probabilidad y Combinatoria**. Granada: Universidad de Granada, 2013. p. 55-61.
- BIGODE, A. J. L. **Matemática do cotidiano: 9º ano**. 1 ed. São Paulo: Scipione, 2015.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto, 1994.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

_____. **Lei nº 11.274**, 6 de fevereiro de 2006. Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. Brasília, DF, 6 fev. 2006. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/lei/111274.htm>>. Acesso em: 13 dez. 2021.

_____. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

_____, CAPES. **Documento de Área – Ensino**. Brasília, 2019.

BRIGHT, G.; CURCIO, F.; FRIEL, S. Making sense of graphs: Critical factors than influence comprehension and instructional implications. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 32, n. 2, p. 124-158, 2001.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. In: VANHAMME, W; VANHAMME, J. La problématique et l'enseignement de la mathématique. **Annales... XXVIII** e rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, Louvain-la-Neuve, p. 101-117, 1976.

_____. Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In: BEDNARZ, N.; GARNIER, C. **Construction des savoirs Obstacles et Conflits**, CIRADE Les éditions Agence d'Arc inc., p.41-63, 1989. hal-00516581v1

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. 2v. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística básica**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

CAMPOS, C. R. **Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação**. 2007. 242 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

CASTRO, J. B.; CASTRO FILHO, J. A. Desenvolvimento do pensamento estatístico com suporte computacional. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.17, n.5, p. 870 -896, 2015.

CAZORLA, I. M. **Uma relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de parâmetros estatísticos na leitura de gráficos**. 2002. 315 f. Tese (Doutorado em Educação Estatística) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. Trajetória e Perspectivas da Educação Estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S. C.; ALMOULOUD, S. A. (Orgs.). **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2010. p. 19-44.

CHANCE, B. L. Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002. Disponível em: <<<https://amstat.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10691898.2002.11910677?scroll=top&needAccess=true#.Xm2KD6hKjIU>>>. Acesso em: 14 mar. 2020.

CHICK, H. Tools for Transnumeration: Early Stages in the Art of Data Representation. In: PUTT, I.; FARAGHER, R.; MCLEAN, M. (Eds.). *Mathematics Education for the Third Millennium, Towards 2010. Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, **Annals...** Sydney: MERGA, 2004. p. 167-174.

CRESPO, A. A. **Estatística Fácil**. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

D'AMORE, B. Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino. In: **Bolema**, v. 20, n. 28, 2007. Disponível em: <<<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1537>>>. Acesso em: 27 mar. 2022.

DAMIN, W. **Ensino de estatística para os anos finais do ensino fundamental**. 2014. 95 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2014.

DELMAS, R. C. Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: A Commentary. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002.

DINIZ, L. N. **Leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso de tecnologias de informação e comunicação**. 2016. Tese (Doutorado em Ciências da Educação) – Instituto de Educação, Universidade do Minho, 2016.

EISNER, W. **Quadrinhos e Arte Sequencial**. 3 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

FARIAS, A. A.; SOARES, J. F.; CÉSAR, C. C. **Introdução à Estatística**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

FERNANDES, R. J. G. **Estatística e probabilidade: uma proposta para os anos iniciais do ensino fundamental**. 2014. 191 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2014.

FERNANDES, R. J. G.; SANTOS JUNIOR, G.; PEREIRA, R. S. G. Ensino e Aprendizagem de Gráficos e Tabelas nos anos iniciais de Escolarização. **UNIÓN (SAN CRISTOBAL DE LA LAGUNA)**, v. 1, p. 41-61, 2017.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

FORTI, V. O crescimento do lixo eletrônico e suas implicações globais. **Panorama Setorial da Internet**, v. 11, n. 4, p. 1-20, dez. 2019.

GAL, I. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GARCIA, F. M. **A ideia de variabilidade abordada no 8º ano do ensino fundamental**. 2008. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

GARFIELD, J. The challenge of developing statistical reasoning. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002. Disponível em: <<<http://jse.amstat.org/v10n3/garfield.html>>>. Acesso em: 14 mar. 2020.

GIORDANO, C. C. **O desenvolvimento do letramento estatístico por meio de projetos**: um estudo com alunos do Ensino Médio. 2016. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JR., J. R. **A Conquista da Matemática**: 8. São Paulo: FTD, 1998.

GITIRANA, V.; ANJOS, D.; GUIMARÃES, G.; MARQUES, M. Média Aritmética no Ensino Fundamental. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S. C.; ALMOULOU, S. A. (Orgs.). **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2010. p. 105-131.

GROENSTEEN, T. **The system of comics**. Trad. do francês para o inglês de Bart Beaty e Nick Nguyen. Jackson: University of Mississippi Press, 2007.

GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Econometria básica**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

HUFF, D. **Como mentir com estatística**. 1. ed. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2016.

IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. M. **Fundamentos de matemática elementar**, 11: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

JORENTE, M. J. V.; NAKANO, N.; PADUA, M. C. **A emergência do Design da Informação na contemporaneidade da Ciência da Informação**. 2. ed. Marília: Oficina Universitária; Marília: Cultura Acadêmica, 2020.

KANNO, M. **Infografe**: Como e porque usar infográficos para criar visualizações e comunicar de forma imediata e eficiente. Versão eletrônica. Infolide.com, São Paulo, 2013.

KATAOKA, V. Y.; HERNANDEZ, H. Sequência de ensino 1: perfil da turma. In: CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Orgs.) **Do tratamento da informação ao letramento**

estatístico. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

LARSON, R.; FARBER, B. **Estatística aplicada**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

LEINHARDT, G.; ZASLAVSKY, O.; STEIN, M. K. Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. **Review of Educational Research**, v. 60, n. 1, p. 1-64, 1990.

LEITE, V. D.; RODRIGUES, C. K. Razão e proporção a partir de objetos do conhecimento estatístico: em busca de uma conscientização ecológica. XIV Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais... XIV Encontro Nacional de Educação Matemática**, Edição Virtual, 2022.

LOPES, C. E. Os Desafios para Educação Estatística no Currículo de Matemática. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S. C.; ALMOULOUD, S. A. (Orgs.). **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2010. p. 47-64.

LOPES, P. A. **Probabilidades e estatística**: conceitos, modelos e aplicações em Excel. Rio de Janeiro: Reichmann & Affonso Editores, 1999.

_____. Uma visão geral da Estatística. In: COUTINHO, C. Q. S. C. (Org). **Discussões sobre o Ensino e a Aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Escola Básica**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2013. p. 19-38.

MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. **Noções de Probabilidade e Estatística**. 6. ed. São Paulo: Edusp, 2004.

Mais de 40% do lixo coletado no país têm destino inadequado. **GloboNews**, 2019. Disponível em: <<[MALTEMPI, M.V. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. \(Orgs.\). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2012.](http://g1.globo.com/globo-news/videos/v/mais-de-40-do-lixo-coletado-no-pais-tem-destino-inadequado/8070879/>>. Acesso em: 02 ago. 2020.</p></div><div data-bbox=)

MALVEIRA, L. **Matemática fácil**: 8ª série. São Paulo: Ática, 1993.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MARTINS, G. A. **Estatística Geral e Aplicada**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MCCLOUD, S. **Desvendando os quadrinhos**. São Paulo: M.Books, 1995.

NORONHA, D. P.; FERREIRA, S. M. S. P. Revisões de literatura. In: CAMPELLO, B. S.; CENDÓN, B. V.; KREMER, J. M. (Orgs.). **Fontes de Informação para Pesquisadores e Profissionais**. Belo Horizonte: Ed. UFMG, 2000.

PAGAN, M. A. **A interdisciplinaridade como proposta pedagógica para o ensino de estatística na educação básica**. 2010. 244 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

- PAHO - Pan American Health Organization. Disponível em: <<<https://www.paho.org/pt/covid19>>>. Acesso em: 27 mar. 2022.
- PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- PAULA, S. C. R.; RODRIGUES, C. K.; SILVA, J. C. **Educação Matemática e Tecnologia**: articulando práticas geométrica. Curitiba: Appris, 2016.
- PEREIRA, L. B. **Ensino de estatística na escola do campo**: uma proposta para um 6º ano do ensino fundamental. 2013. 127 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2013.
- PERRENOUD, P. **10 novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- RAMOS, P. **A leitura dos quadrinhos**. São Paulo: Contexto, 2019.
- RODRIGUES, C. K. **O teorema central do limite**: um estudo ecológico do saber e do didático. 2009. 214 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.
- RUMSEY, D. J. Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002. Disponível em: <<<https://amstat.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/10691898.2002.11910678?needAccess=true>>>. Acesso em: 11 fev. 2020.
- RUMSEY, D. J. **Estatística para leigos**. Rio de Janeiro: Alta books, 2019.
- SCHMITZ, D. **O ensino de estatística**: competências a serem desenvolvidas. 2017. 87 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2017.
- SCHWANCK, D. I. **Pesquisa estatística na comunidade como elemento potencial para o desenvolvimento das competências estatísticas**. 2019. 79 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.
- SILVA, A. A. **Gráficos e mapas**: representação de informação estatística. Lisboa: Lidel, 2006.
- SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um Programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. XI Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais... XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, Curitiba, 2013.
- SILVA, W. C. C. **Contribuições para o desenvolvimento de competências estatísticas no ensino médio por meio dos registros de representação semiótica**. 2018. Dissertação (Mestrado em Projetos Educacionais de Ciências) – Escola de Engenharia de Lorena,

Universidade de São Paulo, Lorena, 2018.

SOARES, J. F.; FARIAS, A. A.; CÉSAR, C. C. **Introdução à Estatística**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

SOARES, M. **Letramento**: um tema em três gêneros. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SOUZA, L. M. **Educação estatística**: interpretando e construindo representações gráficas com alunos do 5º ano do ensino fundamental. 2020. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2020.

SOUZA, L. O.; MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. A ação pedagógica e o desenvolvimento profissional de professores em Educação Estocástica. In: COUTINHO, C. Q. S. C. (Org). **Discussões sobre o Ensino e a Aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Escola Básica**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2013. p. 121-142.

SPIEGEL, M. R.; **Estatística**. 3. ed. São Paulo: Makron Books, 1993. (Coleção Schaum)

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGUEIRO, W. Uso das HQs no ensino. In: RAMA, A.; VERGUEIRO, W. (Orgs.). **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2018a, p. 7-29.

_____. A linguagem dos quadrinhos: uma “alfabetização” necessária. In: RAMA, A.; VERGUEIRO, W. (Orgs.). **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2018b, p. 31-64.

VERGUEIRO, W.; RAMOS, P. Os quadrinhos (oficialmente) na escola: dos PCN ao PNBE. In: VERGUEIRO, W.; RAMOS, P. (Orgs.). **Quadrinhos na educação**: da rejeição à prática. São Paulo: Contexto, 2019, p. 9-42.

VIEIRA, M. **Análise exploratória de dados**: uma abordagem com alunos do ensino médio. 2008. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

WALICHINSKI, D. **Contextualização no ensino de estatística**: uma proposta para os anos finais do ensino fundamental. 2012. 150 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2012.

WALLGREN, A.; WALLGREN, B.; PERSSON, R.; JORNER, U.; HAALAND, J. **Graphing Statistics & Data**: Creating Better Charts. California: Sage Publications, 1996.

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, Auckland, v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.

WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. O Ensino de Estatística no contexto da

Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORVA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012. p. 253-271.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)



Você está sendo convidado para participar do Projeto de Pesquisa: **Lixo eletrônico: interrelacionando possíveis leituras**, que fará parte de minha dissertação de mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora.

O objetivo desta pesquisa é como mobilizar objetos do conhecimento estatístico com intuito de despertar a consciência ecológica durante as aulas de Matemática nas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental.

A sua participação nesta pesquisa é voluntária e consistirá em apresentar o desenvolvimento de um trabalho feito em etapas, com o tema Lixo Eletrônico, bem como responder questionário sobre a temática. A sua participação poderá lhe trazer benefícios no processo de aprendizagem.

As informações obtidas desta pesquisa serão confidenciais e asseguramos o sigilo sobre sua participação. Os dados não serão divulgados de forma a possibilitar sua identificação.

A sua participação é muito importante, porém, não é obrigatória. A qualquer momento você pode desistir de participar.

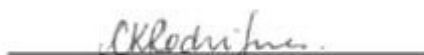
Uma cópia deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com o(a) responsável, podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento com os pesquisadores responsáveis Profa. Valquíria Dutra Leite, Profa. Dra Chang Kuo Rodrigues, no e-mail vdutraleite@yahoo.com.br ou no telefone (32) 988381760.

Desde então, agradecemos a sua participação

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



 Profa. Valquíria Dutra Leite



 Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

Juiz de Fora-MG, ____ de _____ de 2020.

 Sujeito da pesquisa

 Pai / Mãe ou Responsável Legal

ANEXOS

ANEXO A – Competências gerais da Educação Básica segundo a BNCC.**COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Fonte: BRASIL, 2017, p. 9-10.

ANEXO B – Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental segundo a BNCC.

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

ANEXO C – Correlação: Objetos de conhecimento e Habilidades relativas à construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos segundo a BNCC.

Unidade Temática: Probabilidade e Estatística	
Objetos de conhecimento	Habilidades
1º Ano	
Leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples	(EF01MA21) Ler dados expressos em tabelas e em gráficos de colunas simples.
Coleta e organização de informações Registros pessoais para comunicação de informações coletadas	(EF01MA22) Realizar pesquisa, envolvendo até duas variáveis categóricas de seu interesse e universo de até 30 elementos, e organizar dados por meio de representações pessoais.
2º Ano	
Coleta, classificação e representação de dados em tabelas simples e de dupla entrada e em gráficos de colunas	(EF02MA22) Comparar informações de pesquisas apresentadas por meio de tabelas de dupla entrada e em gráficos de colunas simples ou barras, para melhor compreender aspectos da realidade próxima. (EF02MA23) Realizar pesquisa em universo de até 30 elementos, escolhendo até três variáveis categóricas de seu interesse, organizando os dados coletados em listas, tabelas e gráficos de colunas simples.
3º Ano	
Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráficos de barras	(EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas. (EF03MA27) Ler, interpretar e comparar dados apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas, envolvendo resultados de pesquisas significativas, utilizando termos como maior e menor frequência, apropriando-se desse tipo de linguagem para compreender aspectos da realidade sociocultural significativos.
Coleta, classificação e representação de dados referentes a variáveis categóricas, por meio de tabelas e gráficos	(EF03MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas em um universo de até 50 elementos, organizar os dados coletados utilizando listas, tabelas simples ou de dupla entrada e representá-los em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais.

4º Ano	
Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e colunas e gráficos pictóricos	(EF04MA27) Analisar dados apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada e em gráficos de colunas ou pictóricos, com base em informações das diferentes áreas do conhecimento, e produzir texto com a síntese de sua análise.
Diferenciação entre variáveis categóricas e variáveis numéricas Coleta, classificação e representação de dados de pesquisa realizada	(EF04MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas e organizar dados coletados por meio de tabelas e gráficos de colunas simples ou agrupadas, com e sem uso de tecnologias digitais.
5º Ano	
Leitura, coleta, classificação interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas	(EF05MA24) Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos como objetivo de sintetizar conclusões. (EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.
6º Ano	
Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas	(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico. (EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
Coleta de dados, organização e registro Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações	(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.
Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas	(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

7º Ano	
<p>Pesquisa amostral e pesquisa censitária</p> <p>Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações</p>	(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.
Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados	(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.
8º Ano	
Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados	(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.
Planejamento e execução de pesquisa amostral	(EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.
9º Ano	
Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação	(EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos	(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório	(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.