

# UM BREVE ESTUDO DA INTRODUÇÃO DAS MATRIZES NO ENSINO SECUNDÁRIO A PARTIR DA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E DOS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS 1940 ATÉ 1970

Marcelo dos Reis Lopes

matemacelo@yahoo.com.br

Wagner Rodrigues Valente (UNIFESP)

wagner.valente@pq.cnpq.br

**RESUMO:** Este texto se insere no âmbito da pesquisa em história da educação matemática e apresenta uma investigação preliminar que procura saber de que maneira e sob quais condições, foi introduzido o conteúdo *matrizes* no ensino secundário brasileiro no período de 1940 até 1980<sup>1</sup>. Ao realizar uma breve análise de alguns livros didáticos de diferentes épocas e do contexto educacional do período em que tais obras estão inseridas, são apresentados alguns elementos que respondem à questão levantada neste artigo.

**PALAVRAS-CHAVE:** matrizes, livro didático, história da educação matemática.

**ABSTRACT:** This text is inserted in the scope of the research in history of mathematics education and presents a preliminary inquiry that it looks to know how and under which conditions, the content *matrix* was introduced in brazilian secondary education in the period of 1940 up to 1980. When carrying through one brief analysis of some textbooks of different times and the educational context of the period where such textbooks are inserted, is presented some elements that answer to the question raised in this article.

**KEY WORDS:** matrix, textbooks, history of mathematics education.

## CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O trabalho a ser realizado no campo da história da educação matemática diz respeito à produção de fatos históricos relacionados ao ensino de matemática, viabilizando uma ampliação do entendimento do processo de escolarização da matemática. Neste sentido, há possibilidade de ser escolhida, como fonte de pesquisa, uma série de documentos. Dentre eles é possível citar: diários de classe, exames, provas, livros de atas, fichas de alunos, livros didáticos, documentos oficiais que estabelecem regras para o funcionamento do ensino, decretos etc.

Para investigar de que maneira o conteúdo *matrizes* foi introduzido na matemática escolar, apontando as diversas razões que contribuíram para a ocorrência de tal fato, utilizaremos como fontes principais de pesquisa, os livros didáticos. Além disso, faremos

---

<sup>1</sup> O texto constitui produção parcial de pesquisa de mestrado, que está sendo realizada no âmbito de projeto maior, que investiga a história de conteúdos da matemática escolar no Brasil.

uma breve exposição das transformações ocorridas nos livros didáticos de matemática no Brasil a partir da análise do contexto educacional em que estavam inseridos.

Os livros didáticos de diferentes épocas se constituem em fontes importantes na compreensão da constituição da disciplina Matemática, principalmente se nos referenciarmos nas questões teórico-metodológicas introduzidas pelo historiador André Chervel (1990). Seguindo o direcionamento apresentado nesta teoria, iremos organizar um conjunto de obras didáticas que conduzirão a uma investigação da trajetória da abordagem do conteúdo *matrizes* a partir do final dos anos 30 até o final da década de 70.

Desta maneira, tentaremos responder à questão: como é possível historicamente explicar como se deu o processo de introdução do conteúdo *matrizes* na matemática dos anos finais do ensino secundário a partir da análise de documentos históricos, dentre eles, os livros didáticos?

## A MATEMÁTICA ESCOLAR E OS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS 40

Os Cursos Clássico e Científico<sup>2</sup> foram criados na década de 40 pela Reforma Gustavo Capanema reorganizando o ensino secundário brasileiro. Além de estabelecer o aumento de 2 para 3 anos para o segundo ciclo do ensino secundário, a reforma deixou de lado o caráter preparatório dos Cursos complementares<sup>3</sup> ao atribuir um sentido mais amplo na formação do aluno. No que diz respeito ao ensino da matemática, algumas transformações na organização dos conteúdos foram observadas:

Ocorreu um processo de agrupamento, seriação e criação de “unidades didáticas” interligadas, dentro dos ramos matemáticos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria. Temas de maior aprofundamento de álgebra foram retirados, assim como o Cálculo Vetorial, considerado como matéria do ensino superior; apenas permanecendo a idéia de vetor no início da “Trigonometria (VALENTE, 2010, p. 6).

---

<sup>2</sup> Na Reforma Capanema, o primeiro ciclo do ensino secundário passou de 5 anos para 4 anos e denominou-se Ginásio ou Curso Ginásial. O segundo ciclo - que na Reforma Campos era composto pelos Cursos Complementares com duração de dois anos - passou a se chamar Curso Colegial, onde eram oferecidas duas opções: o curso Clássico e o curso Científico, ambos com duração de 3 anos.

<sup>3</sup> Nos anos 30, os Cursos Complementares compunham os dois últimos anos do ensino secundário e eram ministrados em locais anexos às faculdades que eram designadas, com o objetivo de preparar os alunos para os cursos superiores. Desta maneira, os manuais didáticos possuíam características que eram consoantes aos objetivos do ensino deste período, apresentando certa similaridade com apostilas preparatórias que se caracterizavam pela abordagem de temas específicos de matemática, tais como Geometria Analítica, Cálculo Vetorial, Números Complexos, Trigonometria etc. Outras obras deste mesmo período apresentavam em seu conteúdo diversos temas matemáticos separados em capítulos.

A partir destas profundas transformações implementadas na organização curricular, se fez necessária a produção de novas obras didáticas direcionadas às três séries dos Cursos Clássico e Científico, seguindo as orientações curriculares e metodológicas da reforma, que apontavam para uma padronização dos conteúdos e suas inter-relações, gerando unidades didáticas.

Ao atender as especificações dadas pelos programas oficiais, os autores dos livros didáticos apresentaram inovações na apresentação dos conteúdos propostos para estes cursos. A organização dos conteúdos era feita de forma integrada e obedecia a uma ordem didática ao dividir os conteúdos em séries. Esta nova organização foi intitulada de *Matemática*, e Euclides Roxo<sup>4</sup> é considerado um dos autores que se destacaram na elaboração dos livros didáticos neste período.

O livro dos quatro autores – (Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e Dacorso Neto) – intitulado *Matemática. 2º ciclo. Cursos Clássico e Científico*, tinha uma proposta diferenciada para o ensino, ao apresentar os conceitos de forma simples sem perder o rigor matemático, além de possuir exercícios resolvidos e propostos. Devido à grande aceitação nos meios escolares, esta coleção influenciou de forma efetiva a organização de outros livros didáticos e contribuiu na formação da disciplina Matemática. De acordo com o pesquisador Wagner Valente:

A coleção teve vida longa, atravessou a década de 40, tendo impressões readaptadas até o início dos anos 1960, em mais de uma dezena de edições. Editada pela casa Francisco Alves, a coleção constituiu herança dos tempos em que o Colégio Pedro II, modelo para ensino secundário brasileiro, referenciava toda a produção didática para o ensino secundário brasileiro (VALENTE, 2010, p. 7).

O conteúdo *matrizes* é mencionado em livros de 2ª série para o Curso Científico ao tratar da *teoria dos determinantes* e da *resolução de sistemas de equações lineares*<sup>5</sup>. Assim, analisando o livro dos quatro autores, observamos nas páginas iniciais da obra, onde são apresentados os conteúdos da segunda série, que o tema “matrizes” não aparece em nenhum dos tópicos. Entretanto, a primeira definição apresentada no estudo dos determinantes (unidade III) é a de matriz: “o conjunto de m.n números, dispostos em m

---

<sup>4</sup> Euclides Roxo foi professor e diretor do Colégio Pedro II. Colaborou de maneira ativa na elaboração de propostas curriculares de Matemática nas Reformas Francisco Campos e Gustavo Capanema.

<sup>5</sup> Os programas de matemática do Curso Científico apresentavam tópicos adicionais comparado aos que eram estabelecidos para o Curso Clássico. Entre alguns temas que não se apresentavam no Curso Clássico, podemos citar *teoria dos determinantes* e *resolução de sistemas de equações lineares*.

linhas horizontais e  $n$  linhas verticais, constitui um símbolo denominado matriz retangular de  $m$  linhas e  $n$  colunas” (ROXO, 1949, p.117). Além disso, a representação dos elementos com dois índices também é mencionada.

Após encerrar a breve introdução do conceito de matriz, o autor ressalta que serão estudadas em particular “as matrizes quadradas e os polinômios chamados determinantes que dessas matrizes se derivam segundo normas a estabelecer” (ROXO, 1949, p.117). Outros conceitos como diagonal principal, diagonal secundária, termo principal e termo secundário são colocados posteriormente no tópico *Determinante*.

No subitem *Generalidades* do tópico *Aplicação aos sistemas de equações lineares; Regras de Cramer; Teorema de Rouché*, são introduzidos os conceitos de *matriz incompleta* e de *matriz completa* de um sistema de  $m$  equações e  $n$  incógnitas.

O livro não faz menção a matrizes no que diz respeito às operações, propriedades e a seus vários tipos, antecipando ao estudo de determinantes, como é comum nos livros atuais.

## OS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS 50

As portarias ministeriais nº 966 e nº 1054 de 1951 instituíram os *programas Mínimos* definidos a partir de deliberações elaboradas pela Congregação do Colégio Pedro II para as disciplinas escolares, no intuito de “(...) estabelecer um limite inferior aos quais todas as instituições escolares estariam sujeitas e em condições de executá-lo.” (MARQUES, 2005, p. 53). No entanto, esta proposta não está veiculada somente à idéia de redução de conteúdos, mas também à flexibilização na elaboração de programas que cada região do país pode propor a partir dos *programas mínimos*, levando em conta suas especificidades.

No que tange ao currículo de Matemática, foi observada a unificação dos programas destinados aos Cursos Clássico e Científico, além de adotar modificações na apresentação dos conteúdos comparados com o que eram estabelecidos nos anos 40.

As duas primeiras obras selecionadas para análise são direcionadas aos alunos do 2º ano do 2º ciclo e suas edições datam de 1952 e 1962. Tanto o primeiro livro didático *Matemática para os cursos clássico e científico – 2º ano*, da autoria de Thales Mello Carvalho, professor do Instituto de Educação, quanto o segundo livro *Matemática segundo ano colegial*, do autor Ary Quintella, professor do Colégio Militar do Rio de Janeiro,

possuem na contracapa a informação da conformidade com os programas em vigor, conforme portarias nº 966, de 2/ 10/ 51 e 1045, de 14 /12/ 51.

Estas duas obras seguem uma estrutura semelhante na abordagem do conteúdo *matrizes* ao que é observado no *livro dos quatro autores* anteriormente mencionado. No entanto, ao analisar a terceira obra, da autoria do professor José Abdelhay da Universidade do Brasil, que se destina especificamente aos candidatos aos cursos superiores, observamos um dado novo em seu conteúdo no que diz respeito às matrizes, comparado às obras anteriores. No capítulo II intitulado de *Determinantes*, na seção *Exercícios*, o primeiro exercício define *Matrizes equivalentes*:

Diz-se que uma matriz  $M'$  é equivalente a uma matriz  $M$  se  $M'$  puder ser obtida de  $M$  por uma ou mais das seguintes operações: (i) troca de horizontais (respec., verticais) de  $M$ ; (ii) multiplicação por números não-nulos dos elementos de uma ou mais horizontais (respec., verticais) de  $M$ ; (iii) soma de elementos correspondentes de duas ou mais horizontais (respec., verticais) distintas de  $M$  (ABDELHAY, 1956, p. 41).

Entretanto, o conceito de matriz equivalente não é utilizado posteriormente como forma alternativa para a resolução de sistemas lineares, conhecido hoje por *método do escalonamento de matrizes*.

## A ABORDAGEM DO TEMA “MATRIZES” EM TEMPOS DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

A partir do final dos anos 50, os programas e as metodologias no ensino de Matemática passariam a ser transformados consideravelmente devido às propostas de mudança no ensino apresentadas no livro *L'enseignement des mathématiques* – lançado em 1955 pelo CIEAEM (*Comission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques*) – ganharem força em nível internacional. Sobre este livro, o pesquisador Wagner Rodrigues Valente afirma que:

(...) reúne as preocupações de matemáticos com a aproximação, que julgam imperativas, da matemática elementar com a superior. Essa questão didático-epistemológica ganha cientificidade por meio dos estudos de Jean Piaget e o paralelismo das estruturas cognitivas com as estruturas matemáticas. É possível afirmar que a publicação da obra cria bases para novas discussões em direção a propostas de um currículo moderno para o ensino de matemática (VALENTE, 2008, p. 590).

Quatro anos após o lançamento do livro *L'enseignement des mathématiques*, a Organização Europeia de Cooperação Econômica (OECE) realizou investigações sobre a condição do ensino de matemática nos países membros, promovendo em seguida ações amparadas nestas investigações, intencionando uma reformulação profunda no ensino de matemática.

Um produto da atuação da OECE é o livro *Um programa moderno de Matemática para o ensino secundário*, cuja origem foi possível devido a dois encontros ocorridos em Royaumont e em Dubrovnik. Esta obra contém um programa que sugere “a valorização da Álgebra e da Geometria vetorial, com a correspondente desvalorização da Geometria de Euclides, na orientação axiomática dada ao estudo da Matemática, e numa valorização da linguagem e simbologia matemáticas” (GUIMARÃES apud VALENTE, 2008, p. 591). Além disso, as propostas de reformulação do ensino de matemática sugeridas a partir dos dois encontros estão de acordo com as concepções bourbakistas e as de Jean Piaget, apresentadas no livro *L'enseignement des mathématiques*.

Assim, estas novas referências no ensino da matemática que trataram tanto de uma reorganização curricular quanto da atualização dos temas matemáticos ensinados, indicam o surgimento do Movimento da Matemática Moderna (MMM) que teve abrangência mundial.

No Brasil, o primeiro indício de discussão das idéias contidas no livro *L'enseignement des mathématiques* ocorreu em 1957, no II Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática, a partir da leitura e impressões pessoais da obra realizadas por Ubiratan D'Ambrosio, Osvaldo Sangiorgi e do Major Professor Jorge Emanuel Ferreira Barbosa. Entretanto, os debates sobre as idéias modernizadoras para o ensino não apresentou grande penetração nos participantes:

Os Anais revelam que em boa medida as discussões sobre a modernização do ensino de matemática são motivadas pela apropriação que alguns participantes fizeram da obra *L'enseignement des mathématiques*. No entanto, não há aprofundamento dos debates e tudo indica que, na época, o texto apenas constitui um modo, uma referência para autorizar a discussão sobre mudanças. Quais são elas? Como elaborar um programa moderno para o ensino da Matemática? Tais questões não são levadas adiante. O II Congresso acaba por constituir-se num local de troca de experiências didáticas e propostas de programas de ensino baseadas no fazer cotidiano dos mestres em suas escolas (VALENTE, 2008, p. 595).

O II Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática confirmou os Programas de Matemática aprovados no congresso anterior - realizado em 1955 - para o Curso Colegial: 1ª. Série: Álgebra e Trigonometria; 2ª. Série: Álgebra e Geometria no Espaço; 3ª. Série: Álgebra e Análise Matemática (início) e Geometria Analítica (início). Desta maneira, o ensino de matrizes no colégio não sofreu transformações face às mudanças previstas pelo movimento internacional de reformulação no ensino da matemática escolar.

No III Congresso Nacional de Ensino de Matemática, realizado no Rio de Janeiro em 1959, poucos progressos em direção à modernização do currículo foram observados. No entanto, foi aprovada uma recomendação aos professores sugerindo aos mesmos que realizem experiências no curso secundário relativa à introdução de noções da Matemática Moderna, levando os resultados obtidos ao IV Congresso.

Anteriormente ao IV Congresso, foi criado em 1961, o GEEM (Grupo de Estudos do Ensino de Matemática) fruto da iniciativa do professor Osvaldo Sangiorgi, no intuito de debater e difundir as idéias modernizadoras para o ensino de matemática apreendidas por ele em um curso nos Estados Unidos. Neste estágio de quatro meses ocorrido na Universidade de Kansas, Sangiorgi teve contato com as publicações elaboradas por grupos de estudos norte-americanos, como o SMSG (School Mathematics Study Group).

Algumas das publicações do SMSG foram traduzidas para o Português através do convênio MEC-USAID (United States Agency for International Development). Entre estas obras, destacamos *Matemática – Curso colegial – volume III*, traduzida por Lydia C. Lamparelli. No prefácio da edição brasileira, é exaltada a relevância do ensino de matrizes para o nível secundário:

Com este volume encerramos a série de textos para o Curso Colegial. Grande parte dele é dedicado ao estudo das matrizes e suas aplicações. A importância das matrizes nos diversos campos da Matemática estava a exigir a sua introdução no curso secundário. As vantagens decorrentes daí são óbvias (SMSG, 1966, prefácio).

Uma das aplicações da teoria das matrizes que o livro menciona, diz respeito à resolução de alguns sistemas lineares. Este fato corrobora com o que já era sugerido pelo professor Leônidas Hegenberg<sup>6</sup>, ao elaborar, em 1960, o artigo intitulado *Sistemas de equações lineares* para a revista *Escola Secundária*:

---

<sup>6</sup> Professor de matemática do ITA, escreveu o artigo “Sistemas de equações lineares” referenciado pelo capítulo IV do livro “*L’enseignement des mathématiques*” escrito por Andre Lichnerowicz. (VALENTE, 2010)

De fato, os teoremas de Rouché e de Cauchy envolvem minúcias desagradáveis para o estudante que as vê pela primeira vez e que nem sempre são assimiladas com proveito. No que segue, tentamos sugerir nova maneira de abordar a delicada questão. Insistiremos no emprego das matrizes. Isso pode parecer, à primeira vista, algo excessivo, algo acima da compreensão do jovem colegial. Não concordamos com essa opinião e, ao contrário, defendemos a tese de que alguns comentários a respeito de matrizes são não apenas oportunos no nível secundário como ainda necessários já porque preparam terreno para a modernização do currículo, já porque simplificam sobremaneira o tratamento hoje comum dos sistemas (HEGENBERG apud VALENTE, 2010, p. 13).

Este dado aponta para a introdução do conteúdo *matrizes* nos programas de matemática que pretendem seguir os modelos internacionais de modernização do currículo de matemática.

A divulgação dos ideais modernizadores do currículo para o ensino de matemática foi realizada de forma intensa pelo professor Sangiorgi em diversas ações. Dentre elas, destacamos a elaboração de materiais de apoio para professores pelo GEEM e da apresentação de teses e experiências relacionadas à aplicação dos conteúdos modernos de matemática no IV Congresso de Ensino de Matemática ocorrido em Belém (PA), no ano de 1962.

O IV Congresso se constitui em um lugar privilegiado de debates sobre o currículo escolar entre os profissionais de ensino de diversos estados, devido aos dispositivos da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, aprovada em 1961, de descentralização e criação dos Sistemas Estaduais. Neste sentido, para o GEEM, que objetiva estabelecer um programa de matemática que se apropriam dos ideais modernos, o encontro possui grande relevância.

Desta maneira, o GEEM apresenta no IV Congresso uma proposta que se intitula *Assuntos mínimos para um moderno programa de matemática*, produto de freqüentes reuniões do grupo:

O programa proposto foi o primeiro a incorporar matemática moderna no currículo. (...) Para o secundário, a sugestão foi que os tópicos se aproximassem da teoria dos conjuntos e das estruturas algébricas. Maior ênfase foi dada ao estudo das propriedades das operações, o estudo de diferentes sistemas numéricos foi recomendado, assim como o estudo das funções (D'AMBROSIO apud SILVA, p.56).



Para as três séries do colegial, são listados dezoito itens de conteúdos de ensino, seguidos de sugestões para apresentação dos mesmos. No 14º item, consta “Sistema de equações lineares. Noção de matrizes: aplicações” (VALENTE, 2008, p. 602).

A sugestão para o ensino destes conteúdos indica que “O estudo pode ser feito através da teoria dos determinantes ou preferivelmente, pelas matrizes. Ressaltar as estruturas algébricas das operações com matrizes (anel e espaço vetorial).” (VALENTE, 2008, p. 602)

Em parceria com o IBECC <sup>7</sup> (Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura), o GEEM produz o livro *Matemática Moderna para o ensino secundário* em 1962, que foi direcionado à atualização dos professores de matemática. Nesta obra, configura a proposta dos assuntos mínimos citados anteriormente, bem como orientações metodológicas de como tratar os conteúdos sob o novo olhar moderno da matemática. Na 2ª edição, que data de 1965, um dos capítulos se intitula *Introdução elementar de matrizes no curso colegial* elaborado por Ruy Madsen Barbosa. O capítulo seguinte, elaborado por Carlos Alberto Callioli, trata da *Resolução de sistemas de equações lineares por matrizes*.

Assim, a partir dos conteúdos propostos contidos no material produzido pelo GEEM, direcionados à formação do professor, são fornecidas novas perspectivas para o ensino de determinantes e sistemas lineares no ensino secundário. Neste sentido, o pesquisador Wagner Valente cita a importância da inserção do conteúdo matrizes no ensino secundário em artigo que investiga, de forma preliminar, de que maneira o *cálculo de determinantes* foi abordado nos livros didáticos nos tempos pré-modernos:

A introdução de Matrizes constituiu exemplo do que poderíamos denominar novos conteúdos acrescidos à matemática escolar do colégio. A presença desse conteúdo parece ter representado uma das principais iniciativas para a escolarização da Álgebra Moderna no ensino elementar. Com a sua introdução, uma nova dimensão didático-pedagógica, e mesmo epistemológica, foi dada ao papel dos *Determinantes* (VALENTE, 2010, p. 3).

## MATRIZES NOS LIVROS DIDÁTICOS EM TEMPOS DO MMM

Através da análise dos conteúdos dos livros didáticos a ser realizada a seguir, podem ser fornecidos elementos para saber em que medida o impacto das novas propostas para o ensino de matemática, acompanhadas da atuação marcante do GEEM em nível

---

<sup>7</sup> O IBECC foi criado em 1946 e é um órgão ligado à UNESCO.

nacional na disseminação dos ideais do MMM, se constituiu numa influência significativa numa abordagem diferenciada do tópico *matrizes*.

O primeiro livro didático analisado é CASTRUCCI, B. et al. *Somatórios, Produtórios, Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares*. 3. ed. São Paulo: Livraria Nobel S.A, 1976.

Ao contrário das publicações até aqui observadas, nesta obra há um capítulo (capítulo II) exclusivo para o tema *matrizes*. Este capítulo apresenta os seguintes tópicos: introdução; igualdade de matrizes; adição de matrizes; multiplicação de um número real por uma matriz; multiplicação de matrizes; transformações elementares e matrizes equivalentes; matriz inversa.

Na introdução, trabalha-se inicialmente com a noção de matriz, fornecendo um exemplo de tabela que, segundo o autor, aparece freqüentemente nas páginas de esporte: os times de futebol nas linhas e nas colunas a indicação do número de jogos, de vitórias, empates, derrotas, pontos ganhos, e pontos perdidos. Com este exemplo e outro logo a seguir, é colocada a idéia de localização de um elemento da matriz.

Depois de estabelecidas as noções, a introdução é dividida em subitens, tais como: definição (de matriz), definição de matriz nula, definição de matriz identidade de ordem  $n$ , e exercícios.

O tópico *igualdade de matrizes* apresenta os seguintes subitens: definição, exercícios. Já em *adição de matrizes*, observamos os subitens: definição, definição de matriz oposta, propriedades da adição.

Em *multiplicação de um número real por uma matriz*, temos a seguinte divisão: definição, propriedades da multiplicação de um número real por uma matriz, exercícios resolvidos.

O 5º tópico *multiplicação de matrizes* possui os subitens: definição, propriedades, matriz diagonal, matriz escalar, matriz transposta, propriedades da transposição de matrizes, matriz simétrica, matriz anti-simétrica, exercícios resolvidos.

No tópico *transformações elementares e matrizes equivalentes*, os dois subitens mostram como obter uma matriz B equivalente a uma matriz A dada, através de operações entre as linhas e colunas da matriz A.

O último tópico do capítulo II, intitulado de *matriz inversa*, apresenta os subitens: definição de matriz singular, definição de matriz não singular, definição (matriz quadrada), métodos de determinação de matriz inversa, e definição de matriz adjunta.

No prefácio, o autor menciona que “Os sistemas lineares foram estudados pelas matrizes como é usual atualmente e, também, de modo clássico, pelos determinantes” (CASTRUCCI, 1976, prefácio). Esta *nova maneira* de resolução de sistemas se encontra no capítulo IV *Sistemas de equações lineares*, que possui como subitens: Sistemas equivalentes, Resolução de um sistema pelas matrizes e “Método geral de resolução.

A segunda obra didática analisada é BOULOS, P.; WATANABE, R. *Matemática - 2 ° Grau*. v. 2, 1976.

Esta obra apresenta o estudo das matrizes no primeiro capítulo e, na introdução, é destacado o caráter moderno do conteúdo:

“Até que enfim você vai aprender algo que se pode chamar “moderno”: as matrizes surgiram pela primeira vez por volta de 1850 nos trabalhos de Cayley e Silvéster (palavras de Cayley: “...também numa teoria matemática, beleza pode ser percebida mas não explicada”). Somente no início deste século é que as matrizes começaram a invadir vários ramos do conhecimento humano e se constituíram numa ferramenta indispensável para a resolução de problemas quer práticos quer teóricos, tanto pelo homem como pelo computador.” (BOULOS, 1976, p. 1)

Em seguida, são abordados seis tópicos: definição de matriz; igualdade de matrizes, adição de matrizes; multiplicação de uma matriz por um número real; multiplicação de matrizes; e *Matrizes – parte final* que expõe alguns tipos de matrizes, tais como, diagonal, transposta e simétrica.

No segundo tópico do segundo capítulo, que trata dos *sistemas lineares*, é ressaltado que a resolução de um sistema linear será trabalhada com a idéia de *matriz completa do sistema*:

Olhe novamente para o sistema acima e agora diga qual é a solução dos sistemas:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2u - v = 5 \\ u + 3v = 6 \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2t - s = 5 \\ t + 3s = 6 \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 - x_2 = 5 \\ x_1 + 3x_2 = 6 \end{array} \right.$$

A resposta é (3,1), pois pouco importa o nome que se dá às incógnitas. A solução é realmente determinada pelos números 2 -1 5 da primeira equação, e 1 3 6 da segunda equação.

É por isso que, ao resolver um sistema, vamos trabalhar com o que se chama *matriz completa do sistema*

No nosso exemplo, a matriz completa do sistema é a matriz

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

(BOULOS, 1976, p. 21).

Na introdução do terceiro capítulo intitulado de *Determinantes*, os autores destacam que a ordem didática *matrizes – sistemas lineares – determinantes* se diferencia da histórica *sistemas lineares – determinantes – matrizes*, além de afirmar sobre os Determinantes que “(...) apesar de não serem práticos, hoje em dia, para resolver sistemas (...), têm outras aplicações interessantes.” (BOULOS, 1976, p. 39)

A última obra observada é CAROLI A. J. D.; CALLIOLI C. A., FEITOSA M. O. *Matrizes e Sistemas Lineares*. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1971.

No prefácio desta publicação voltada para o ensino secundário, os autores afirmam que, apesar de ser usual nos cursos colegiais a utilização da teoria dos determinantes para a resolução de sistemas lineares, “(...) as circunstâncias atuais mostram que o estudo das MATRIZES (grifo dos autores) tem muito maior importância que o dos determinantes e não apresenta maiores dificuldades do ponto de vista didático”<sup>8</sup>, acrescentando ainda que “No presente texto, apresentamos um desenvolvimento elementar do estudo das MATRIZES e suas aplicações à resolução dos sistemas de equações lineares, dispensando a teoria dos determinantes.”<sup>9</sup>

Todo o conteúdo de *matrizes* é abordado no primeiro e segundo capítulos possuindo os seguintes tópicos: Noção de matriz; Adição de matrizes; produto de um número real por uma matriz; Somatórias; Produto de matrizes; Matriz transposta; Matrizes simétricas e anti-simétricas; Matrizes invertíveis.

No terceiro capítulo que tratar da resolução de sistemas lineares através das matrizes, é necessária a definição de matrizes equivalentes, para que, em seguida, seja apresentada a resolução pelo método que conhecemos hoje por *escalonamento*.

---

<sup>8</sup> CAROLI A. J. D.; CALLIOLI C. A., FEITOSA M., 1971, prefácio.

<sup>9</sup> Id ibid.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A abordagem do tema *matrizes* nos livros didáticos de matemática sofreu algumas alterações significativas nesta breve análise histórica dos três períodos aqui mencionados: os anos 40, marcada pela Reforma Capanema; o início dos anos 50 com a implementação dos *Programas Mínimos*; e o final da década de 50 com a introdução dos ideais do Movimento da Matemática Moderna.

Nos dois primeiros períodos mencionados, o desenvolvimento do assunto *matrizes* observado nos livros didáticos selecionados - que estavam de acordo com as Reformas implementadas à época de sua publicação -, era realizado de forma semelhante: algum dos conceitos que envolviam matrizes, tais como *matriz quadrada*, *matriz qualquer*, *matriz de um sistema linear* etc, eram mencionados ou no capítulo que tratava dos Determinantes ou da Resolução de Sistemas lineares. Assim, de acordo com as idéias do historiador das disciplinas Andre Chervel, esta maneira similar de tratar o assunto “matrizes” nos diferentes períodos educacionais nestes períodos marcados por Reformas no ensino, caracterizou o fenômeno da *vulgata* indicando um momento de estabilização da disciplina *Matemática*.

A partir da publicação da obra *L'enseignement des mathématiques*, em 1955, com a colaboração de vários autores, surgia uma nova perspectiva que transformou internacionalmente o ensino de matemática em vários aspectos, dentre eles, a inserção de novos conteúdos na matemática escolar.

Assim, através dos ideais do Movimento da Matemática Moderna que foram disseminados no Brasil por meio do Professor Osvaldo Sangiorgi e pelo GEEM, foi atribuído ao conteúdo *matrizes* uma relevância até aquele momento não observada nos livros didáticos: caráter de conteúdo “moderno”<sup>10</sup>, com “aplicações à resolução de sistemas lineares”<sup>11</sup>, além de se constituir numa “ferramenta indispensável para resolução de problemas quer práticos quer teóricos, pelo homem ou pelo computador”. (BOULOS, 1976, p.1).

Desta maneira, a partir dos finais dos anos 60, boa parte dos livros didáticos voltados aos alunos da 2ª série do 2º ciclo do ensino secundário, incluía as matrizes em um capítulo à parte, apresentando tópicos tais como: operações entre matrizes e suas propriedades, tipos de matrizes etc. Além disso, foi acrescentada uma nova metodologia de resolução de sistemas lineares por meio da utilização das idéias de matrizes dos

<sup>10</sup> BOULOS, P.; WATANABE, R., op cit, p.1.

<sup>11</sup> Id Ibid.

coeficientes de um sistema linear e de matrizes equivalentes. Portanto, a inclusão do assunto matrizes nos livros didáticos estabeleceu uma nova dimensão didática e epistemológica ao ensino de sistemas lineares.

Passado algum tempo após a implementação das propostas da matemática moderna nos programas escolares de vários países, algumas críticas foram direcionadas aos ideais do movimento, como a do matemático Choquet<sup>12</sup>:

Pois bem, em suma, os novos programas e as instruções correspondentes são mais satisfatórios que os antigos, em que pesem erros razoáveis; mas há toda uma atmosfera nociva, que tem acompanhado seu desenvolvimento. Em particular, um ataque contra a geometria e contra os recursos da intuição: foi dito aos professores que seria lastimável que eles estudassem triângulos e que a álgebra linear substituiria toda a velha geometria... o resultado é tal que, sem uma forte reação de base, eu penso que a geração atual de nossa escola receberá uma formação matemática que não a prepara nem para a pesquisa, nem para a utilização da Matemática em técnicas ou ciências experimentais (SOARES, *apud* SILVA, 2006, p. 59).

Nos dias atuais, o estudo de matrizes no ensino médio, como é apresentado nos livros didáticos, é alvo de questionamentos oriundos de vários segmentos educacionais, tanto de professores deste nível de escolaridade, quanto do meio acadêmico. No entanto, esta é uma reflexão que poderá ser desenvolvida em outro trabalho.

## BIBLIOGRAFIA

ABDELHAY, J. **Matemática para os candidatos às escolas superiores**. Rio de Janeiro: Editora Científica, 1956.

BOULOS, P.; WATANABE, R. **Matemática - 2º Grau - Vol. 2**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1976.

CAROLI A. J. D.; CALLIOLI C. A., FEITOSA M. O. **Matrizes e Sistemas Lineares**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1971.

CARVALHO, T.M. **Matemática para os cursos clássico e científico – 2º ano**. 5. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1952.

CASTRUCCI, B. *et al.* **Somatórios, Produtórios, Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares**. 3. ed. São Paulo: Livraria Nobel S.A., 1976.

---

<sup>12</sup> Gustave Choquet foi membro do CIAEM e um dos autores da obra “L’enseignement des mathématiques”.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa.** In: Teoria & Educação. Porto Alegre: Pannonica. 1990. n. 2, p. 117-229.

GRUPO DE ESTUDOS DO ENSINO DA MATEMÁTICA. **Matemática Moderna para o ensino secundário.** 2. ed. São Paulo: USP, 1965.

MARQUES, A. **Tempos pré-modernos: a matemática escolar dos anos 1950.** 161f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2005.

QUINTELLA, A. **Matemática segundo ano colegial.** 10.ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1962.

RIBEIRO, D. F. C. **Dos cursos complementares aos cursos clássico e científico: a mudança na organização dos ensinos de matemática.** 253f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2006.

ROXO, E. et. al. **Matemática – 2º. Ciclo – cursos científico e clássico – 2ª série.** Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1949.

SILVA, M.C.L. **Movimento da Matemática Moderna – possíveis leituras de uma cronologia.** Curitiba: Revista Diálogo Educacional, v. 6, n.18, p.49-63, maio./ago. 2006.

SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. **Matemática Curso Colegial.** Vol. 3. São Paulo: EDART – Livraria Editora Ltda, 1966.

VALENTE, W. R. **Osvaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil.** Curitiba: Revista Diálogo Educacional, v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008.

VALENTE, W. R. **Era uma vez o cálculo dos determinantes: tempos pré-modernos do ensino de matemática no colégio.** Caxambu, MG: Anais da 33ª. Reunião Anual da ANPED. 17 a 20 de outubro de 2010. Disponível em:  
<http://www.anped.org.br/33encontro/app/webroot/files/file/Trabalhos%20em%20PDF/GT19-6035--Int.pdf>.