

# PITÁGORAS E TALES NA SALA DE AULA: ABORDAGEM HISTÓRICA DE TEOREMAS

Márcia Nunes dos Santos  
marcimatica@yahoo.com.br  
Marger da Conceição Ventura Viana  
margerv@terra.com.br

**Resumo:** Este artigo resulta de uma dissertação de mestrado, em andamento. O trabalho teve como objetivo desvendar as contribuições de uma proposta de ensino de Geometria numa abordagem histórica sobre os Teoremas de Tales e Pitágoras oferecida a alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental. Foi utilizado o problema da medida da altura da Pirâmide de Quéops por Tales e a (corda dos treze nós) uma corda com 13 nós igualmente espaçados, que a dividia em 12 comprimentos iguais, para a construção de triângulos retângulos, utilizada pelos egípcios. A população alvo foram duas turmas de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública que fizeram medições de sombras de postes, árvores e torres utilizando a idéia de Tales para determinar suas alturas. Os instrumentos de coleta de dados foram questionários respondidos pelos alunos, atividades escritas e caderno de campo. As contribuições dessa proposta ao processo de aprendizagem dos alunos se relacionam às habilidades de interpretar, empregar e solucionar problemas envolvendo os teoremas de Tales e Pitágoras. Isto sugeriu que utilizar a História da Matemática pode, de fato, auxiliar alunos a compreenderem a geometria.

**Palavras chave:** História da Matemática, Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras.

**Abstract:** This article is a result of work done towards a Masters degree. The goal of this work is related to the process of teaching and learning geometry by using the History of Mathematics and problem solving in the construction of geometrical concepts for the comprehension of the Thales and Pythagorean theorems. The research elaborated activities using squared pegboards and classic problems of measures of shades of poles, trees, and towers. The targeted population was composed by two groups of middle school students in a 9th grade public school classroom. The instruments used for data collection included student questionnaires, written activities, and a field notebook. The contributions of this proposal to the process of teaching and learning geometry were related to the students' abilities to interpret, employ, and solve problems involving the Thales and Pythagorean theorems, which indicates that the use of History of Mathematics motivates and provokes student mathematical comprehension.

**Keywords:** History of Mathematics, Thales Theorem, Pythagorean Theorem.

## INTRODUÇÃO

As leituras de autores da área possibilitaram reflexões sobre a utilização da História da Matemática como recurso pedagógico para a aprendizagem de Matemática. Dessa maneira, esse trabalho teve início com uma pesquisa bibliográfica, em

dissertações, teses, livros e artigos científicos relacionados à História da Matemática e à História da Educação Matemática.

Em um primeiro levantamento no banco de teses da CAPES (de 1991 a 2008), foram localizadas 14 pesquisas trazendo como tema central a utilização da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Isto indica que há relevância em estudar a História da Matemática como recurso pedagógico para a aprendizagem de Matemática.

Após a leitura mais aprofundada de textos específicos sobre a História da Matemática como recurso pedagógico foram definidos autores para fundamentarem a pesquisa. Dentre os consultados encontram-se Sérgio Nobre (1996), Carlos Roberto Vianna (1998), Maria Ângela Miorim (1998), Rosa Baroni (1999) e Antônio Miguel (1993, 1997, 2005). Decidiu-se elaborar o referencial teórico fundamentado nas ideias, considerações, e resultados de trabalhos de Miguel e Nobre, devido ao que se pretendeu e ao que se propôs desenvolver nesta pesquisa.

Assim, a partir de uma revisão da literatura quanto à utilização da História da Matemática como recurso pedagógico, partiu-se da hipótese de que tem sentido associar alguns conteúdos de programas escolares de matemática à sua história para o processo de aprendizagem do aluno.

Com isso, na perspectiva de trabalhar com conteúdos de geometria estudados no 9º Ano do Ensino Fundamental, foram selecionados os Teoremas de Tales e de Pitágoras para serem enfocados neste trabalho.

Assim, formulou-se o seguinte problema de investigação: Que contribuições uma proposta de ensino de Geometria numa abordagem histórica sobre os Teoremas de Tales e Pitágoras pode oferecer a alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental?

Consequentemente, o objeto (de estudo) da pesquisa são as contribuições que uma proposta de ensino de Geometria numa abordagem histórica sobre os Teoremas de Tales e Pitágoras pode oferecer a alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental.

Do exposto, o objetivo é desvendar as contribuições que uma proposta de ensino de Geometria numa abordagem histórica sobre os Teoremas de Tales e Pitágoras pode oferecer a alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental.

Para alcançar o objetivo proposto, uma das tarefas científicas foi a elaboração, implementação e análise dos resultados de uma proposta de ensino de Geometria Plana para alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental baseada na História da Matemática. Para isso foram elaboradas atividades envolvendo o problema da medida da altura da

Pirâmide de Quéops por Tales: os alunos mediram sombras de postes, árvores e torres, com o objetivo de encontrar suas alturas. Com relação ao Teorema de Pitágoras, baseado em Paulo Roberto Martins Contador, foi utilizada uma corda (usada pelos egípcios) com 13 nós igualmente espaçados, que a dividia em 12 comprimentos iguais, para a construção de triângulos retângulos (CONTADOR, 2006).

Os resultados preliminares deste estudo foram a motivação para o estudo e a resolução de situações-problema nas quais estavam envolvidas conceitos geométricos relativos aos teoremas de Tales e de Pitágoras.

## ALGUMAS LEITURAS

Segundo Baroni e Nobre (1999), na década de 1980 se concentraram as discussões históricas relativas à Matemática, ao seu ensino e à sua aprendizagem. A partir de algumas questões voltadas para o processo de ensino e aprendizagem, a História da Matemática passou a receber uma maior atenção enquanto área do conhecimento, isto no cenário internacional.

Isto pode ser confirmado pelas discussões históricas relativas à Matemática que tiveram expressivo destaque em um Workshop sobre a História da Educação Matemática, em Toronto, no Canadá, no ano de 1983. Nessa ocasião ocorreu a criação do Internacional Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM), grupo afiliado à Comissão Internacional de Ensino da Matemática (ICMI).

No cenário nacional, a partir da década de noventa do século XX, as pesquisas sobre o referido tema se ampliaram expressivamente envolvendo elementos históricos, não apenas em propostas curriculares, mas também em coleções de livros didáticos e paradidáticos. Os trabalhos desenvolvidos em História da Matemática e História da Educação Matemática adquiriram destaque principalmente a partir da criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) em 30 de Março de 1999, no III Seminário Nacional de História da Matemática, realizado em Vitória, no Espírito Santo.

Pode-se afirmar que uma das ações da SBHMat tem sido contribuir na divulgação da importância da utilização da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, lançando coleções de pequenos livros-textos dirigidos ao uso da História da Matemática na sala de aula. Tais coleções são divulgadas em cada um dos Seminários Nacionais realizados por essa sociedade.

No que se refere à História da Matemática como área do conhecimento, Baroni e Nobre (1999) alertam para o seguinte:

apesar da História da Matemática estar ganhando destaque no meio acadêmico-educacional e se destacando como instrumento para propostas didático-pedagógicas, bem como a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, a Informática, entre outras, não se deve esquecer que antes de tudo a História da Matemática é uma área do conhecimento matemático, um campo de investigação e, portanto, não pode ser analisada simplesmente como um instrumento metodológico (BARONI, NOBRE, 1999, p.129).

Contudo, relacionar a História da Matemática com o ensino de Matemática não é uma proposta recente. Miguel (1993) se referiu a esse fato quando expôs sua preocupação quanto à importância da história na Educação Matemática e ainda conseguiu apontar a necessidade de resgatar a Educação Matemática na história, recorrendo à Filosofia da Matemática “(...) não se pode compreender suficientemente bem ou pelo menos não se pode avaliar de forma consequente a importância da história na Educação Matemática sem que se resgate, de algum modo, a Educação Matemática na história” (MIGUEL, 1993, p. 18). Essa questão colocada é importante pelo motivo de buscar compreender a inserção da própria Educação Matemática na história e, consequentemente, a sua contribuição para o ensino da Matemática.

Nesse contexto, um dos propósitos desse trabalho é avaliar atividades que se fundamentam e se apóiam na história para ensinar Matemática na sala de aula.

No entanto, o que se propõe com essa pesquisa vai além da abordagem de uma história apenas motivadora, não que a motivação seja desnecessária, pelo contrário, isso é o que todo educador procura em suas aulas. Mas nesse trabalho, buscou-se a utilização da História da Matemática como apoio à construção de conhecimentos matemáticos.

Enfatizou-se a utilização da história da resolução de problemas que geraram teorias, porque faz sentido que o estudante veja na história alguns porquês de se criar determinada Matemática. Mas é necessário cautela na escolha dos problemas, afinal o objetivo não é, necessariamente, apresentar aos alunos problemas discutidos há séculos e até incorrer no risco de que os mesmos não mais façam sentido para eles.

Nobre (1996) discute a importância de se fomentar um pensamento questionador nos alunos durante as aulas de Matemática, a fim de que os mesmos percebam o desenvolvimento dessa ciência, através dos “porquês” do surgimento de um assunto, ou do surgimento de determinados teoremas em certa época na sociedade. Dessa maneira,

“em vez de se ensinar a praticidade dos conteúdos escolares, investe-se na fundamentação deles. Em vez de ensinar o para quê, ensina-se o porquê das coisas” (NOBRE, 1996, p. 31).

Portanto, a idéia fundamental é fazer da história uma potencialidade no processo de ensino e aprendizagem. Partiu-se do propósito de combinar alguns argumentos citados por Miguel (1997) que reforçam as potencialidades pedagógicas da História da Matemática: a história como uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos e informativos a serem incorporados nas aulas de Matemática; um instrumento de formalização de conceitos matemáticos; e um instrumento que pode promover a aprendizagem da Matemática plena de significados e, portanto compreensiva para o aluno.

Deste modo, acredita-se em uma contribuição significativa da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem, pois “se ela é, por um lado, instrumento de compreensão e avaliação acreditamos também que ela possa ser instrumento de superação e re-orientação das formas de ação, isto é, de transformação” (MIGUEL, 1993, p. 32).

## A PESQUISA

A partir do objetivo de verificar quais são as contribuições de uma abordagem histórica para a aprendizagem dos teoremas de Tales e de Pitágoras, após a elaboração da proposta, ela foi implementada em duas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada em um distrito de Ouro Preto, Minas Gerais. Os sujeitos da pesquisa foram os próprios alunos da pesquisadora.

Os nomes dos participantes foram codificados para evitar identificação e constrangimento de qualquer natureza. A codificação adotada foi P1 para se referir ao participante 1, P2, P3 e assim por diante até o último participante de uma turma, isto é, P29. Na outra turma a codificação continuou de P30 a P55. Como não havia intenção de comparação de gênero, estes não foram considerados na codificação.

As atividades foram elaboradas pela pesquisadora em conjunto com a orientadora da pesquisa. Os sujeitos da pesquisa trabalharam em duplas, trios e individualmente, dentro e fora da sala de aula (área de recreação da escola) conforme o tipo de atividade desenvolvida.

Os instrumentos de coleta de dados foram os registros escritos dos alunos e os relatos orais anotados pela pesquisadora em seu caderno de campo.

Os dados serão analisados à luz do referencial teórico construído; serão categorizados e analisados qualitativamente, embora possa ser feita quantificação do que for plausível o que não imprimirá à pesquisa cunho quantitativo.

Serão relatadas algumas das atividades realizadas.

No início da pesquisa os alunos preencheram um questionário com a finalidade de verificar quais conhecimentos prévios possuíam para a realização das atividades relativas aos teoremas de Tales e de Pitágoras. Também serviu para conhecer o grau de interesse deles pela Geometria e se tinham algum conhecimento da História da Matemática. Finalmente, este instrumento serviu de base para a elaboração da proposta de ensino.

As atividades tiveram início, num dia ensolarado, com a pesquisadora relatando o fato de Tales haver medido a pirâmide de Quéops, no Egito, utilizando somente a medida de uma estaca e as medidas das sombras da estaca e da pirâmide.

Em seguida os alunos foram questionados como poderiam medir a altura do poste que fica na área de recreação da escola, próximo ao portão. Um aluno respondeu que subiria no poste, mas os outros alunos até se assustaram com tal resposta, riram e indagaram se deveriam fazer como Tales, utilizando medidas de sombras.

A pesquisadora afirmou positivamente e a turma ficou interessada em fazer esse experimento. Nesse momento, os alunos perceberam que seria possível adaptar um processo histórico para o cálculo de alturas de edificações aparentemente inacessíveis.

Assim, os alunos realizaram prazerosamente as atividades, inclusive cálculos (que geralmente não lhes agradam) sem reclamações, exceto aqueles alunos que em geral não se interessam por nada.

Após o cálculo da altura de postes e de árvores, realizado com a ajuda das projeções das respectivas sombras, a professora levantou a seguinte questão: seria possível determinar, por exemplo, a altura de um poste em um dia nublado?

O participante P42 respondeu na mesma hora que não seria possível, pois não visualizariam as sombras necessárias. Essa pergunta ficou sem solução, sendo necessário que a pesquisadora sugerisse uma.

O método sugerido pela pesquisadora envolvia um grupo de três alunos. Em primeiro lugar, escolhe-se o objeto para se estimar a altura, por exemplo, uma árvore. O primeiro aluno utilizando uma caneta, toma uma distância, estica o braço e fechando um olho mira a ponta da caneta na ponta superior da árvore, deixando a ponta do polegar na base da árvore. Em seguida, esse aluno, ainda com a mão esticada, gira a caneta e o

segundo aluno vai para o local onde a ponta da caneta indicou. Então o terceiro componente do grupo mede a distância entre o tronco da árvore e o local onde o segundo aluno parou. Essa situação está representada na figura 1 a seguir:

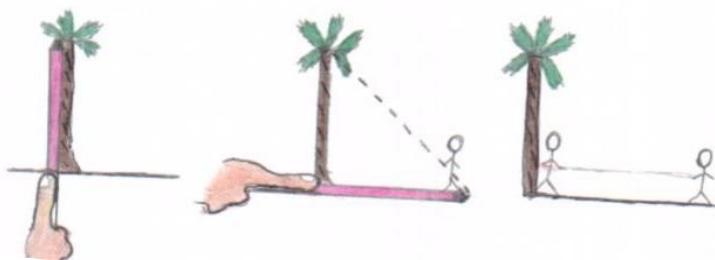


Figura 1 - Cálculo da altura da árvore sem ocorrência de sombra

Em ambas as turmas, essa atividade foi realizada num dia nublado, por sorte, que se seguiu à realização da primeira atividade. A proximidade dos resultados obtidos nos dois métodos de cálculo deixou os alunos admirados.

Em sala de aula foi realizada uma discussão sobre os dois procedimentos usados no cálculo da altura da árvore. Estes fatos foram responsáveis por indicarem que a História da Matemática proporcionou motivação para a aprendizagem dos conceitos requeridos. De fato, as atividades propostas instigaram a aprendizagem dos estudantes. Com isso, foi possível realizar a formalização dos conceitos matemáticos necessários.

Outro detalhe importante foi perceber que os alunos reconheceram a utilização dos conhecimentos anteriormente aprendidos, semelhança de triângulos e proporção. A afirmação de dois alunos da 2ª turma foi surpreendente:

Cara, professora então era para isso que estávamos estudando os casos dos triângulos? Então esse Tales era o cara mesmo, mas como pode? Ele só criou a história da semelhança de triângulos e a tal proporção para essas medições... Afinal ele foi o primeiro matemático grego, não é isso que a gente viu? Agora até entendo, esse povo não era só desocupado, era gênio, to de cara! (fala do participante P35)

Não apenas o depoimento do aluno P35 mostrou que ele percebeu uma sequência lógica na sistematização dos conhecimentos geométricos a partir dessa atividade, mas outros alunos também conseguiram. Isto possibilitou observar uma conexão entre idéias e conceitos matemáticos aparentemente distintos para os alunos.

Para o teorema de Pitágoras foi realizada uma atividade com uma corda de 13 nós. O objetivo era mostrar que nos tempos antigos, para medir as terras próximas ao rio Nilo, os egípcios já usavam o triângulo retângulo. Para obtenção de um ângulo reto, eles

usavam uma corda com 13 nós igualmente espaçados que a dividia em 12 comprimentos iguais. A corda está ilustrada na figura 3 a seguir:



Figura 3: Corda com 13 nós igualmente espaçados

A classe foi organizada em grupos de três componentes. A cada grupo foi entregue um pedaço de barbante e um pincel. Cada grupo escolheu uma unidade de medida e utilizou o pincel para demarcar os lugares dos nós no barbante ao invés de fazê-los de fato.

A professora solicitou que cada grupo formasse um triângulo retângulo com o pedaço do barbante a partir das marcações. Três grupos de uma turma e dois grupos da outra conseguiram realizar a atividade sem a intervenção da professora. Alguns não conseguiram intuir que ali estava a relação entre a hipotenusa e os catetos.

Essa atividade teve participação plena da turma. Nenhum aluno ficou de fora, pois, a atividade exigia a participação do grupo inteiro, isto é, dos três integrantes. Afinal, cada aluno representava um vértice do triângulo.

Antes de encerrar essa atividade, o participante P15 perguntou como era possível para os egípcios medirem as suas terras utilizando esse método, se Pitágoras é posterior a eles. Este momento foi importantíssimo, pois antecipou mais uma discussão sobre a História da Matemática. Contudo, houve um diferencial, foi um aluno que começou a discussão e não a professora o agente provocador.

A resposta foi que, mesmo não sabendo explicar porque esse fato ocorria, os egípcios usavam esse procedimento sempre que precisavam, isto é já conheciam o Teorema de Pitágoras. Foi dito pela pesquisadora que os hindus também utilizavam o mesmo procedimento para obter ângulos retos fazendo uso não só dos valores 3, 4 e 5, mas também de outros valores tais como: 12, 16 e 20; 15, 20 e 25, e outros múltiplos. E, somente muitos anos depois foi desenvolvida por Pitágoras a primeira explicação para essa relação. Por isso, esse teorema ficou conhecido como o Teorema de Pitágoras, e não como o Teorema dos Egípcios, como completou de maneira brincalhona o participante P15.

Para a demonstração do Teorema de Pitágoras optou-se pela utilização do Geoplano quadrado. Este foi escolhido por ser um recurso muito rico para o ensino da Matemática, pois seu uso permite a construção de conceitos e a resolução de problemas por meio da integração da geometria às grandezas e medidas, aos números e operações e



à álgebra. Auxilia no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, oferecendo um apoio à representação mental, etapa para o caminho da abstração (KNIJINIK; BASSO; KLÜSENER, 1996).

A primeira atividade utilizando o geoplano teve por finalidade mostrar que a soma das áreas de dois quadrados é igual à área de um terceiro quadrado, e que correspondiam aos lados de um triângulo retângulo, conforme a Figura 2 a seguir.

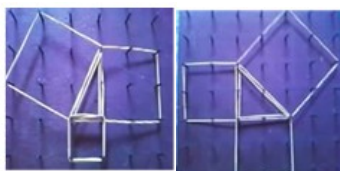


Figura 2: Atividade com o Geoplano sobre Teorema de Pitágoras.

Além disso, foram utilizadas a semelhança entre triângulos e a comparação entre as áreas para demonstrar o teorema. Essas duas demonstrações foram escolhidas pelo fato de não provocarem grandes dúvidas nos alunos e para não desviá-los do principal objetivo da atividade, isto é, a compreensão do Teorema de Pitágoras.

Após essas demonstrações, foram propostos exercícios de aplicação imediata do Teorema de Pitágoras, como, por exemplo, o cálculo da medida da hipotenusa ou de um dos catetos e alguns problemas relacionados.

Em resumo, pela compreensão dos conceitos apresentados e assimilados por meio das atividades realizadas, os alunos deduziram as fórmulas para o cálculo da diagonal de um quadrado e o cálculo da medida da altura de um triângulo equilátero.

## CONSIDERAÇÕES

Como o objetivo desta pesquisa foi desvendar as contribuições de uma proposta de ensino de Geometria numa abordagem histórica sobre os Teoremas de Tales e Pitágoras oferecidas a alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental, procurou-se resposta à pergunta de investigação.

Os resultados preliminares de uma primeira análise, por meio das observações da pesquisadora, apontam na direção de que as contribuições ocorreram e se referem às habilidades de descobrimento de algumas fórmulas de cálculo, o despertar do interesse em participação ativa nas atividades e aprendizagem do conteúdo programático.

Assim, após a realização das atividades está sendo feita a organização dos dados obtidos dos instrumentos de coleta, isto é, dos registros escritos dos alunos e do caderno

de campo da pesquisadora (observações e registros de algumas falas de alunos, pois não houve gravação de áudio).

Assim, procurou-se verificar as contribuições que o sistema proposto de atividades para o ensino e aprendizagem dos Teoremas de Tales e de Pitágoras promoveu.

O resultado preliminar da análise dos dados apresentou como contribuições os avanços na habilidade de interpretar e empregar os conteúdos aprendidos na resolução de situações problema, no caso, utilizar os teoremas de Pitágoras e Tales para solucionar problemas que envolviam seus conteúdos e a dedução de algumas fórmulas de cálculo de algumas medidas, como alturas, diagonais e outras.

## REFERÊNCIAS

BARONI, R. L. S. & Nobre, S. (1999). A Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A.(org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 129-136.

CONTADOR, P. R. M. *Matemática: uma breve história*. Vol I. 2 ed. São paulo: Editora da Física, 2006.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2007.

KNIJINIK, G., BASSO, M.V. & KLÜSENER R (1996). *Aprendendo e ensinando matemática com o geoplano*. UNIJUI Ed.

MIGUEL, A. (1993). *Três estudos sobre história e educação matemática*. Tese de doutorado. Faculdade de Educação - UNICAMP.

MIGUEL, A. (1997) As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. In: *ZETETIKÊ-CEMPEN-FE/UNICAMP*, - V. 5- N. 8-Ju.l/Dez. de 1997, p. 73-103.

MIGUEL, A. & MIORIM, M.A. (2005). *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica.

MIORIM, M. A. (1998). *Introdução à História da Educação Matemática*. São Paulo: Atual Editora.

NOBRE, S. (1996). Alguns “porquês”na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática. In: *Cadernos CEDES* 40. História e Educação Matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, 29-35.

VIANNA, C. R. (1998). *Usos didáticos para a História da Matemática*. In: Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática. (Ed.) Fernando R. Neto. Recife-PE, 65-79.