PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA E SISTEMAS LINEARES PARA OS ENSINOS SUPERIOR E MÉDIO

Walter Sérvulo Araújo Rangel
Universidade Federal de Ouro Preto
wsarangel@yahoo.com.br

Prof. Dr. Frederico da Silva Reis - Orientador
Universidade Federal de Ouro Preto
fredsilvareis@yahoo.com.br

Ao Professor de Matemática dos Ensinos Superior e/ou Médio

Professor, este material apresenta uma proposta de ensino de Sistemas Lineares a partir de Projetos de Modelagem Matemática para disciplinas de Álgebra Linear em cursos de Licenciatura em Matemática (ou outros cursos da área de Ciências Exatas) e também para a disciplina de Matemática no 2º ano do Ensino Médio.

A proposta inclui Projetos de Modelagem Matemática relacionados a diversos temas do dia a dia que abordam / exploram Sistemas Lineares. Os temas abordados nesses projetos são:

Tema 1) Nutrição Balanceada: Alimentação diária equilibrada;

Tema 2) Condicionamento Físico: Academias de ginástica;

Tema 3) Circuitos Elétricos: Correntes e redes elétricas.

Os projetos aqui apresentados foram desenvolvidos com alunos de uma turma da disciplina "Matemática Básica III" do curso de Licenciatura em Matemática, na qual se retomavam / aprofundavam alguns conceitos básicos da Álgebra Linear como Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares. Daí a possibilidade de desenvolvimento desses projetos tanto no Ensino Superior quanto no Ensino Médio (com exceção do Tema 3).

Também cabe ressaltar que o presente Produto Educacional é fruto da nossa Dissertação defendida junto ao Mestrado Profissional em Educação Matemática do programa de pós-graduação da Universidade Federal de Ouro Preto, intitulada "Projetos de Modelagem Matemática e Sistemas Lineares: Contribuições para a Formação de Professores de Matemática".

Esperamos que esse material contribua para a sua prática pedagógica e para um repensar sobre o ensino de Sistemas Lineares

1. Um pouco sobre Modelagem Matemática

> "Quando tentamos descrever algum aspecto do mundo real, percebemos que ele oferece mais do que a nossa pobre e finita mente consegue alcançar."
>
> Rosenblom

A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática é uma realidade que tem crescido a cada ano, no Brasil, deste a década de 1970, com os primeiros trabalhos orientados pelo Professor Aristides Camargos Barreto, da PUC – Rio de Janeiro. A sua inserção e discussão na Educação Matemática vêm colaborando para um repensar do ensino da Matemática purista e para um ensino direcionado à sua aplicação. Inicialmente, a proposta de Barreto "implicava apresentar uma situação problema capaz de motivar os estudantes a aprender a teoria matemática; ensinar a teoria e então retornar à situação problema para matematizá-la (modelar) e respondê-la" (BIEMBENGUT, 2009, p. 11).

Ao pesquisarmos a palavra "modelar" no dicionário Aurélio (FERREIRA, 2008), encontramos o significado de "fazer o modelo ou o molde de uma peça". Entretanto, no ensino, estamos tratando do processo da elaboração e criação do modelo matemático relacionado à representação de um objeto ou fato concreto da realidade, de acordo com Bassanezi (2009).

A Modelagem Matemática, enquanto processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de um modelo, é uma metodologia cujo propósito é estudar uma situação-problema da realidade, conduzindo o pesquisador a abstrair e generalizá-la, possibilitando fazer estudos dessa situação. Como resultado dessa generalização, obtém-se uma representação escrita em códigos e símbolos matemáticos caracterizando assim o modelo matemático.

Assim, nas perspectivas de vários pesquisadores e educadores matemáticos, encontramos concepções diferenciadas de Modelagem Matemática. Após analisá-las, podemos direcionar a nossa prática pedagógica a uma tendência educacional voltada para o ambiente de sala de aula, com destaque às aplicações da Matemática.

Julgamos importante conhecer algumas dessas concepções. Aqui, destacamos duas delas aplicadas ao ensino e aprendizagem de Matemática. Uma primeira concepção apresenta a Modelagem Matemática como um processo metodológico caracterizado por reconhecer a situação-problema, matematizá-la e, a seguir, obter um modelo matemático e validá-lo (BASSANEZI, 2009; BIEMBENGUT e HEIN, 2009); uma segunda concepção concebe a modelagem como um ambiente de aprendizagem e destaca o processo de modelagem como mais importante do que o próprio modelo obtido, tendo seus pressupostos fundamentados nos aspectos filosóficos e epistemológicos da Modelagem Matemática (BURAK, 1987; BARBOSA, 2001).

Nesse contexto, citamos alguns pesquisadores que têm investigado sobre Modelagem Matemática e, consequentemente, têm trazidos colaborações efetivas a esse campo de pesquisa da Educação Matemática.

Para Bassanezi (2009, p. 24), a "Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências".

O pesquisador entende por processo, as fases de elaboração do modelo matemático que delineia a sua concepção: "A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (BASSANEZI, 2009, p. 16).

Para Biembengut e Hein (2009, p. 12-13), "Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo [...] sendo uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias".

Na visão de Biembengut e Hein, a elaboração do modelo matemático depende do conhecimento matemático que o modelador possui. Assim, de acordo com os pesquisadores, o conhecimento matemático está diretamente ligado a elaboração "sofisticada" do modelo. Contudo, o valor do modelo nos meios educacionais não está restrito à sofisticação matemática utilizada, mas na criatividade e a abstração para interpretar o contexto onde será aplicada a Modelagem.

Burak (1987, p. 21) defende que a Modelagem Matemática "constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões".

Já Barbosa (2001, p. 31) entende a Modelagem Matemática como "um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade".

Ainda para Barbosa (2001, p. 32), "indagar significa assumir um incômodo com algo, procurar enunciá-lo e buscar uma compreensão ou explicação" e a investigação "trata-se da busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas [...] É como se procurassem peças para ajudar a formar o cenário daquilo que incomoda".

Assim, entenderemos a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem, na perspectiva de Reis (2008), permitindo que os alunos investiguem e transformem problemas da realidade ou situações-problema em expressões matemáticas (por meio de modelos matemáticos), motivando-os a buscar respostas, exploradas através de uma linguagem matemática simbólica e conduzindo-os a interpretar os dados obtidos usando a linguagem usual.

Como qualquer processo de pesquisa científica segue uma metodologia ou procedimento preestabelecido para nortear o seu desenvolvimento, encontramos em Bassanezi (2009, p. 27-29) uma sequência de etapas para a Modelagem Matemática que permite de forma sistemática elaborar e construir um modelo matemático. Bassanezi (2009, p. 26) chama tais etapas de "atividades intelectuais da Modelagem Matemática".

Essas atividades intelectuais, aplicadas a uma situação de pesquisa, estão divididas em:

1. Experimentação: É uma atividade laboratorial onde se processa a obtenção de dados, ou seja, é o momento de se tomar conhecimento do tema realizando um levantamento dos dados da situação pesquisada. Os métodos experimentais quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objetivo da pesquisa;

2. Abstração: É o procedimento que conduz à formulação dos modelos matemáticos. Nesta fase, procura-se estabelecer: a "seleção das variáveis" (que devem ser claramente definidas), a "problematização" (formulação de problemas com enunciados claros, compreensíveis e operacionais, indicando exatamente o que se pretende resolver), a "formulação de hipóteses" (através de observação de fatos, comparação com outros estudos, dedução lógica, experiência pessoal, observação de casos singulares da própria teoria, analogia de sistemas, etc.) e a "simplificação" (muitas vezes, o modelo dá origem a um problema matemático muito complexo; então é necessário voltar ao problema original e restringir algumas informações a fim de se conseguir um problema mais simples, que possa ser resolvido);

3. Resolução: Nesta etapa obtém-se o modelo matemático, substituindo a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente (equações, fórmulas, gráficos, tabelas, etc). Muitas vezes, o modelo só poderá ser resolvido com a ajuda de métodos computacionais. “A resolução de um modelo é uma atividade própria do matemático, podendo ser completamente desvinculada da realidade modelada” (BASSANEZI, 2009, p. 30);

4. Validação: É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. As hipóteses e os modelos devem ser testados, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real. “O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para sua validação” (BASSANEZI, 2009, p. 30). A interpretação dos resultados pode ser feita com o auxílio de gráficos para facilitar as avaliações e sugerir aperfeiçoamentos dos modelos;

5. Modificação: Alguns fatores ligados ao problema original podem rejeitar ou aceitar os modelos matemáticos. A modificação ocorre quando na verificação dos dados não se obtém resultados satisfatórios. O aprofundamento da pesquisa implica na sua reformulação. “Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado” (BASSANEZI, 2009, p. 31). Poderíamos dizer que um “bom modelo” é aquele que propicia a formulação de novos modelos.

A reformulação de modelos é uma das partes fundamentais do processo de modelagem e isto pode ser evidenciado se considerarmos que:

- Os fatos conduzem constantemente a novas situações;
- Qualquer teoria é passível de modificações;
- As observações são acumuladas gradualmente de modo que novos fatos suscitam novos questionamentos;
- A própria evolução da Matemática fornece novas ferramentas para traduzir a realidade (Teoria do Caos, Teoria Fuzzy, etc.), (BASSANEZI, 2009, p. 31).

Dos procedimentos expostos acima, podemos classificar a atividade de Modelagem Matemática como uma tarefa comum para o matemático aplicado, que visa de forma sistemática construir e analisar modelo matemático. No processo de ensino e aprendizagem, esses procedimentos podem colaborar para a implementação da Modelagem Matemática como método de ensino, oferecendo ao professor um direcionamento das atividades em sala de aula.

Para Biembengut e Hein (2009), quando a Modelagem Matemática é implementada em cursos regulares em qualquer nível escolar, das séries iniciais a um curso de pós-graduação, com o propósito de desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático, a sua denominação é “Modelação Matemática”.

Essa perspectiva, apesar de ser interessante, dependeria adequar todo o currículo escolar de uma série para adaptar-se ao tema ou modelo escolhido para estudo.

Os objetivos da Modelação Matemática, de acordo com Biembengut e Hein (2009, p.18-19), apontam para as aplicações da Matemática e para os reflexos na sala de aula, podendo ser assim enunciados:

1. Aproximar outras áreas do conhecimento da Matemática;
2. Enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno;
3. Despertar o interesse pela Matemática ante a sua aplicabilidade;
4. Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
5. Desenvolver a habilidade para resolver problemas;
6. Estimular a criatividade.

2. A abordagem de Sistemas Lineares em livros didáticos de Álgebra Linear

Como detalharemos a seguir, nossos Projetos de Modelagem Matemática focam o ensino de Sistemas Lineares. Então, neste momento, procuraremos apresentar, brevemente, como alguns livros didáticos de Álgebra Linear abordam tal assunto.

A escolha dos livros foi feita com base em algumas obras que são tradicionalmente utilizadas em cursos de Licenciatura em Matemática de universidades mineiras (UFOP, UFMG, UFV, UFJF, PUC-MG, dentre outras), conforme busca virtual. Valemo-nos aqui, também, de nossa experiência docente de Álgebra Linear nos últimos 7 (sete) anos.

O foco de nossa análise de livros didáticos foi a investigação da existência e da natureza de atividades propostas relacionadas a aplicações de Sistemas Lineares, que podem ser utilizadas em Projetos de Modelagem Matemática. Os livros escolhidos são:

1) **Um curso de Geometria Analítica e Álgebra Linear**. Reginaldo J. Santos. Belo Horizonte: UFMG, 2009.
2) **Álgebra Linear**. Alfredo Steinbruch e Paulo Winterle. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1987.

3) **Álgebra Linear**. José Luiz Boldrini, Sueli I. Rodrigues Costa, Vera Lúcia Figueiredo e Henry G. Wetzler. São Paulo: UNICAMP, 1986.

4) **Introdução à Algebra Linear com Aplicações**. Bernard Kolman. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

5) **Álgebra Linear com Aplicações**. Howard Anton e Chris Rorres. Porto Alegre: Bookman, 2001.

Passaremos, a seguir, para a análise de cada um desses livros que será concluída por uma breve apreciação do conjunto.

2.1. Um curso de Geometria Analítica e Álgebra Linear (Santos)

Santos (2009) apresenta os Sistemas Lineares logo no 1º capítulo, após uma abordagem inicial de matrizes.

Para exemplificar, inicialmente, o Método de Gauss-Jordan, o autor apresenta um problema relacionado a uma indústria que produz três produtos, envolvendo insumos utilizados na manufatura dos produtos e seus preços de venda. Os demais exemplos são todos numéricos.

Na seção chamada “Exercícios Numéricos”, novamente o autor propõe um problema “prático” parecido com o problema exemplificado no escopo do texto e 2 (dois) outros exercícios relacionando aplicações de sistemas em outras áreas da Matemática (Funções Polinomiais e Geometria Analítica).

Cabe destacar ainda, a existência de uma seção de "Exercícios usando o MatLab", na qual são explorados alguns comandos do MatLab[1] e do pacote GAAL[2]. Segue-se, então, uma seção de "Exercícios Teóricos", incluindo demonstrações de propriedades que já haviam sido exploradas ao longo do capítulo.

2.2. Álgebra Linear (Steinbruch e Winterle)

Steinbruch e Winterle (1987) apresentam os Sistemas Lineares no final do livro, como um apêndice denominado "Matrizes, Determinantes e Sistemas de Equações Lineares". Os autores consideram que estes assuntos constituem os únicos pré-requisitos de um curso de Álgebra Linear e que podem ser ministrados, a título de revisão, em poucas aulas (STEINBRUCH e WINTERLE, 1987, prefácio).

O estudo de Sistemas Lineares inicia-se com a conceituação de Equação Linear e sua solução para, na sequência, introduzir os conceitos de Sistemas de Equações Lineares e suas soluções.

Os autores definem os vários tipos de soluções de um sistema discutindo "exaustivamente" a forma de identificar estas soluções através da quantidade de variáveis e equações, sempre abordando exemplos numéricos, em cada caso.

Essa abordagem de conceitos a partir de exemplos numéricos é verificada em todo o capítulo, o qual não apresenta nenhuma situação-problema ou qualquer exemplo de aplicação.

No final da parte teórica, encontramos 2 (duas) seções finais: a primeira, denominada de "Problemas Resolvidos", na qual são apresentados 11 (onze) exercícios de classificação e resolução de sistemas e a segunda, denominada de "Problemas Propostos", com 33 (trinta e três) exercícios de classificação e resolução de sistemas.

2.3. Álgebra Linear (Boldrini e outros)

Boldrini e outros (1986) apresentam os Sistemas Lineares no Capítulo 2, após o Capítulo de Matrizes e antes do Capítulo de Determinantes e Matriz Inversa.

---

[1][1]MatLab é um acrônimo de **MAT**rix **LAB**oraty. *Software* Matemático desenvolvido para oferecer um ambiente computacional para manipulação de matrizes. Atualmente é definido como um sistema interativo possuindo uma linguagem de programação para computação técnica e cientifica integrando a capacidade para fazer cálculos, visualização gráfica e programação de funções matemáticas (TONINI, 2009, p. 3). Maiores informações em http://www.mathworks.com.

[2][2]GAAL – Geometria Analítica e Algebra Linear – Disponivel em: http://www.mat.ufmg.br/~regi/

Estes autores recomendam uma atenção especial para o estudo destes capítulos iniciais, principalmente Sistemas Lineares, pois de acordo com eles, estes estudos fornecem a base técnica indispensável para a boa compreensão dos demais capítulos, além de conterem métodos fundamentais aplicáveis a muitas situações (BOLDRINI e OUTROS, 1986, prefácio).

Ao introduzirem o assunto Sistemas de Equações Lineares, os autores apresentam uma situação-problema das transformações químicas dos elementos da natureza.

Para exemplificar essa transformação, é apresentada uma reação do hidrogênio (H_2) com o oxigênio (O_2) para produzir água (H_2O). Eles utilizam este exemplo para elaborar a seguinte questão: "Quanto de hidrogênio e de oxigênio precisamos?" (BOLDRINI e OUTROS, 1986, p. 29) e criar, esquematicamente, a representação dessa reação.

Os autores problematizam essa reação com outra questão "O que permanece constante nessa mudança?" e propõem um Sistema Linear de 2 (duas) equações e 3 (três) variáveis distintas, onde cada variável representa a quantidade de moléculas antes e após a reação.

Boldrini e outros (1986, p. 30) consideram que "se conseguirmos descobrir quais são os números x, y, z que satisfazem simultaneamente estas relações, teremos aprendido um pouco mais sobre como se comporta a natureza".

A seguir, é realizada uma discussão dos conceitos de Sistemas Equivalentes e a aplicação das operações elementares em matrizes, perpassando pela resolução de sistemas e discussão de suas soluções, sem nenhuma abordagem prática com situações-problema.

Na seção "Soluções de um Sistema de Equações Lineares", os autores utilizam 3 (três) exemplos de sistemas de 2 (duas) equações e 2 (duas) incógnitas, discutindo geometricamente as suas soluções e somente depois, fazem uma retomada do exemplo proposto no início do capítulo para aplicar todos os conceitos estudados até então, discutindo os significados da sua solução e respondendo às questões propostas inicialmente.

Na seção de "Exercícios", os autores propõem 21 (vinte e um) exercícios numéricos e conceituais e 7 (sete) exercícios relacionando as aplicações de sistemas em outras áreas das ciências (Biologia, Física e Química).

2.4. Introdução à Álgebra Linear com Aplicações (Kolman)

Kolman (1999) apresenta os Sistemas Lineares logo no Capítulo 1, intitulado "Equações Lineares e Matrizes", antes mesmo de discutir matrizes e determinantes. O capítulo é iniciado com as discussões dos conceitos de sistemas lineares e a utilização do

Método de Eliminação para obter a solução do sistema e sua classificação, utilizando as representações geométricas.

Para exemplificar inicialmente o Método de Eliminação e a discussão do sistema, o autor apresenta um problema relacionado ao “Planejamento de Produção”, onde é descrito o tempo utilizado por duas máquinas, em uma indústria química, para produzir 3 (três) tipos diferentes de produtos (KOLMAN, 1999, p. 7).

A seguir, é descrito a seção de “Exercícios” contendo 20 (vinte) exercícios numéricos, seguidos de 4 (quatro) exercícios relacionando as aplicações de sistemas, semelhantes ao exemplo dado, envolvendo planejamento de produção industrial e planejamento alimentar e, finalmente, 4 (quatro) exercícios teóricos de demonstrações de propriedades que já haviam sido exploradas ao longo do capítulo na seção de “Exercícios Teóricos”.

A seguir, o autor introduz o estudo de Matrizes, só retomando o assunto de Sistemas Lineares na seção “Soluções de Sistemas de Equações Lineares”, abordando vários exemplos numéricos. Apesar de não se verificar nenhuma atividade de aplicação, encontramos um resumo histórico dos matemáticos Carl Friedrich Gauss e Wilhelm Jordan, criadores do método de redução de Gauss-Jordan.

Na seção “Primeiros Contatos”, o autor apresenta 4 (quatro) problemas de aplicação dos conteúdos estudados cujos temas são: Programação Linear, Circuitos Elétricos, Cadeias de Markov e Interpolação Polinomial. Nos 3 (três) primeiros temas, o autor apresenta um problema não-matemático com seu respectivo modelo matemático e propõe a sua resolução em capítulos posteriores. Já no último tema, Interpolação Polinomial, o autor aborda um problema matemático com seu modelo matemático e a seguir, um exemplo prático.

Na seção de “Exercícios”, encontramos 28 (vinte e oito) exercícios numéricos e 6 (seis) aplicações dos conteúdos, sendo 4 (quatro) envolvendo situações matemáticas e 2 (dois), situações não matemáticas. Seguem-se 13 (treze) “Exercícios Teóricos” e 13 (treze) exercícios numéricos utilizando o MatLab.

A seguir, é feita a discussão de Matrizes Inversas e a resolução de Sistemas Lineares utilizando este método. Para exemplificar, Kolman (1999, p. 65) discute a aplicação de Matriz Inversa em Sistemas Lineares com “problemas” da área industrial.

Na seção “Primeiros Contatos”, o autor apresenta 2 (dois) problemas de aplicação dos conteúdos estudados cujos temas são Mínimos Quadráticos e Modelos Econômicos Lineares, seguindo com “Exercícios Numéricos”, “Exercícios Teóricos” e “Exercícios com o MatLab”.

Finalmente, nas últimas seções, o autor faz uma revisão do 1º capítulo e propõe “Exercícios Suplementares” e “Testes do Capítulo”.

2.5. Álgebra Linear com Aplicações (Anton e Rorres)

Anton e Rorres (2001) apresentam os Sistemas Lineares logo no 1º capítulo, intitulado "Sistemas de Equações Lineares e Matrizes", antes da discussão de Determinantes.

O capítulo é iniciado com as discussões dos conceitos de Sistemas Lineares e discussão de suas soluções e classificações, utilizando as representações geométricas. Após apresentar as "Operações Elementares sobre Linhas", é proposta uma seção, "Conjunto de Exercícios", com 9 (nove) exercícios numéricos seguidos de 4 (quatro) exercícios de "Discussão e Descoberta" (ANTON e RORRES, 2001, p. 30).

Na seção "Eliminação Gaussiana", eles apresentam os procedimentos sistemáticos para resolver Sistemas de Equações Lineares fazendo sempre uma abordagem numérica com exemplos no final da seção, acompanhados de um "Conjunto de Exercícios", composto por 28 (vinte e oito) numéricos e 4 (quatro) de "Discussão e Descoberta".

Na sequência, Anton e Rorres (2001, p. 41) introduzem o estudo de "Matrizes e Operações Matriciais" retomando o conteúdo de Sistemas Lineares com "Sistemas de Equações e Invertilidade". Nessa seção, os autores discutem o método, sempre utilizando exemplos de exercícios numéricos e propõem em "Conjunto de Exercícios", 26 (vinte e seis) exercícios numéricos e 4 (quatro) exercícios de "Discussão e Descoberta". A seguir, eles complementam o assunto de Matrizes para, na sequência, propor 29 (vinte e nove) "Exercícios Suplementares do Capítulo 1".

Cabe destacar ainda, a existência de uma seção de "Exercícios Computacionais do Capítulo 1" podendo ser usado, na sua execução, os *softwares* matemáticos MatLab, Mathematica, Maple, Derive, Mathcad[3] ou outro tipo de *software* de Álgebra Linear ou então, uma calculadora científica com esta funcionalidade (ANTON e RORRES, 2001, p. 73).

Embora nesse capítulo não encontremos nenhum problema de aplicação relacionado a uma situação do cotidiano, podemos verificar no Capítulo 11 (último capítulo do livro), 21 (vinte e uma) seções independentes de aplicações da Álgebra Linear.

Em cada seção, é apresentado um breve comentário da atividade, uma lista dos pré-requisitos, uma parte teórica da atividade, alguns exemplos de aplicação e finalmente, os

[33]Mathematica - Disponível em : http://www.wolfram.com/mathematica/. Acessado em 29/11/2010
Maple - Disponível em: http://www.maplesoft.com/. Acessado em 29/11/2010
Derive - Disponível em: http://www.chartwellyorke.com/derive.html. 19/11/2010
MathCad - Disponível em: http://www.ptc.com/products/mathcad/. Acessado em 19/11/2010

exercícios de aplicações dentro do contexto da seção, problemas matemáticos e problemas não matemáticos.

Dentre estes últimos, podemos citar aqueles que envolvem Sistemas Lineares, tais como: Construindo Curvas e Superfícies por Pontos Especificados, Redes Elétricas, Programação Linear, Interpolação Spline Cúbica, Cadeias de Markov, Modelos Econômicos de Leontief, Distribuições de Temperatura de Equilíbrio e Tomografia Computadorizada.

Anton e Rorres (2001, prefácio) fazem uma classificação subjetiva das aplicações, considerando o nível de complexidade de cada aplicação em fácil, moderado e mais difícil, ficando a cargo do professor de selecioná-las.

2.6. Uma breve análise do conjunto de livros

Os livros didáticos brevemente analisados acima, com exceção de Steinbruch e Winterle (2009) que propõe exercícios estritamente numéricos, de um modo geral, abordam o estudo de Sistemas Lineares, iniciando com os conceitos teóricos para em seguida, propor exercícios que envolvem atividades numéricas e atividades relacionadas a situações do cotidiano.

Podemos considerar que em 2 (dois) livros analisados, Santos (2009) e Boldrini e outros (1986), existem poucos exercícios relacionados a situações do cotidiano "misturados" com os muitos exercícios de aplicação numérica para os quais não se verifica nenhuma metodologia para o desenvolvimento das atividades de aplicação. Já nos outros 2 (dois) livros analisados, Kolman (1999) e Anton e Rorres (2001), observa-se uma preocupação com as aplicações dos conceitos teóricos envolvendo atividades práticas de situações do cotidiano.

Kolman (1999) fragmenta a teoria, incluindo entre ela exercícios numéricos seguidos de exercícios de aplicação. Ainda, na seção chamada de "Primeiros Contatos", apresenta-se um tema matemático, por exemplo, Programação Linear, acompanhado de uma situação do cotidiano e do seu modelo matemático. Entretanto, os dados do modelo são hipotéticos e não é apresentada nenhuma metodologia para a elaboração do mesmo. A resolução do modelo é feito em capítulos posteriores.

Anton e Rorres (2001) também fragmentam a teoria, incluindo entre ela seções de exercícios numéricos. As aplicações estão concentradas no último capítulo do livro, onde são realizadas suas discussões com exemplos, acompanhados de exercícios semelhantes para serem desenvolvidos. Não se verifica nesse capítulo, nenhuma metodologia para o desenvolvimento do modelo matemático.

Embora tenhamos encontrado em alguns livros analisados aplicações de Sistemas Lineares em situações do cotidiano, as atividades apresentadas não abordam o ensino de Sistemas Lineares com Projetos de Modelagem Matemática. A preocupação dos autores parece estar na apresentação do modelo matemático, ou seja, o foco está no "produto" e não no "processo".

Diante dos expostos acima, pretendemos contribuir para a discussão sobre o ensino de Sistemas Lineares buscando apresentar Projetos de Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para professores em formação, em um curso de Licenciatura em Matemática.

3. Etapas do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática

Os Projetos de Modelagem Matemática são uma alternativa pedagógica para a prática do ensino e aprendizagem da Matemática a partir de temas da realidade cujos interesses são evidentemente propostos pelo aluno ou professor / aluno através de uma relação dialógica.

As informações necessárias para se construir um Projeto de Modelagem Matemática dependem do interesse dos alunos em discutir, pesquisar e saber sobre um determinado tema. O seu envolvimento no planejamento das atividades de pesquisas, coleta de dados, elaboração e execução dos projetos é o ponto culminante desta prática pedagógica. Estaremos a seguir, discutindo as principais etapas para a elaboração de Projetos de Modelagem Matemática.

3.1. A escolha do tema

O início de qualquer Projeto de Modelagem Matemática deve partir de um tema, pois este é elemento motivador para a definição de uma pesquisa. De acordo Hernández e Ventura (1998), a definição do tema pode ser originada do currículo escolar oficial, ou de um fato da atualidade, ou de uma problematização proposta pelo professor, ou então emergir de uma questão que ficou pendente de outro projeto.

Já na teoria da Modelagem Matemática, Bassanezi (2009) orienta que se deve fazer um levantamento de possíveis situações de estudo onde seja possível fazer questionamentos em várias direções.

Malheiros (2008) salienta também que, independente da idade e série dos alunos, a participação deles é importante e são eles que deverão apresentar questões, de acordo com seus interesses, no cenário do tema que será investigado, sempre com o auxílio do professor.

A convergência destas duas teorias aponta para a definição do tema antes de qualquer outra atividade. Vimos que é desejável a definição do tema por parte dos alunos, contudo, caso isto não ocorra, o professor passa exercer a função mediadora nessa definição por meio de uma relação de diálogo.

Já para Hernández e Ventura (1998, p. 67), "a escolha de um tema por parte do aluno ou do professor, deve ser argumentada em termos de relevância e de contribuições".

Por fim, apresentamos a visão de Andrade (2003, p. 75) que destaca o fato de que, na aprendizagem por projetos "o tema pode estar inserido no currículo, na disciplina, ser proposto pelo professor ou até pela escola por se tratar de um tema emergente (como foi "Brasil 500 Anos" no ano 2000), mas pelo menos o problema deve ser do aluno."

Sendo assim, sugerimos que sejam problematizados assuntos de interesse comum e também que sejam sugeridos alguns temas relacionados a Sistemas Lineares para que, a partir das discussões com os alunos, sejam definidos os diversos problemas a serem explorados / trabalhados nos Projetos de Modelagem Matemática.

3.2. O papel do professor no desenvolvimento do projeto

A participação do professor aparece tanto no desenvolvimento do projeto quanto no desenvolvimento da Modelagem Matemática, como o mediador do processo, ou seja, aquele que irá fazer as intervenções através de questionamentos para alavancar ideias produzidas pelo aluno ou o grupo de alunos.

Para Barbosa (2001, p. 49), "cabe ao professor problematizar com os alunos os campos da Matemática em si, da Modelagem e do conhecimento reflexivo". Embora, a voz do aluno deva ser considerada constantemente no desenvolvimento do projeto, em muitos casos, a falta de iniciativa por parte dos mesmos, é uma barreira no desempenho do projeto.

Em Malheiros (2008, p. 62), encontramos algumas atribuições do professor frente ao andamento dos trabalhos. Para a pesquisadora, o professor, em conjunto com os alunos, poderá especificar um fio condutor do projeto e partir de busca de materiais, informações, dados, dentre outros.

Assim, fica evidente a mediação realizada pelo professor, visto que o seu conhecimento sobre o tema escolhido, ainda que não seja completo, é mais abrangente. Desta forma, ele pode questionar junto aos alunos, produzindo novos conhecimentos.

Além disto, de acordo com Malheiros (2008), o professor deve observar o envolvimento de cada participante, procurando integrar aqueles que estão dispersos, identificando a importância de cada um nos trabalhos.

O Projeto de Modelagem Matemática não deve ser “fatiado” entre os alunos, todos deverão estar envolvidos em todas as fases. O acompanhamento do projeto e os critérios de sua avaliação também são atribuições do professor, podendo ser construídos junto com os alunos.

Concordamos com os pesquisadores acima citados, reconhecendo que o bom andamento dos trabalhos inicia-se com a mediação do professor e a sua colaboração no direcionamento das atividades.

Sugerimos uma participação mediadora, que vai desde a construção do planejamento, passando pela integração do grupo através do diálogo constante, até chegar à etapa da construção do conhecimento, tanto da Matemática como do tema do projeto a ser desenvolvido.

3.3. O papel do aluno no desenvolvimento do projeto

É imprescindível que os alunos saibam com muita clareza, qual é o seu papel no desenvolvimento do projeto, visto que todo o desenrolar dependerá das suas escolhas e preferências.

Na perspectiva da Modelagem Matemática, Biembengut e Hein (2009, p. 24-25) descrevem uma metodologia para o envolvimento e a interação dos alunos com o tema, que tem início com pesquisas realizadas por eles a fim de se familiarizarem com o assunto. Nesse instante, os alunos estarão levantando dados para a elaboração de questões sobre o tema.

De acordo com os pesquisadores, o grupo deverá criar um texto de síntese das pesquisas realizadas e, juntamente com as questões, deverão apresentá-lo ao professor. Neste momento, a socialização e o debate do tema serão oportunos para identificar outras questões e, a partir daí, desenrolar os trabalhos.

Após esta etapa, é desejável que o grupo entreviste um especialista da área com o propósito de esclarecimento de qualquer dúvida especifica, podendo até elaborar novas questões.

A metodologia citada anteriormente na Modelagem Matemática está bem próxima daquilo que Hernández e Ventura (1998, p. 72-73) descrevem para o desenvolvimento de um projeto, como visto no quadro abaixo:

Quadro 2: **Atividades dos alunos durante a realização do projeto**

1. Escolha do tema	Aborda critérios e argumentos
	Elabora um índice individual
2. Planeja o desenvolvimento do tema	Colabora no roteiro inicial da classe
3. Participa na busca de informação	Contato com diferentes fontes
	A informação:
4. Realiza o tratamento da informação	Interpreta a realidade
	Ordena-a e apresenta-a
	Propõe novas perguntas
5. Analisa os capítulos do índice	Individual ou em grupo
6. Realiza um *dossiê* de sínteses	Realiza o índice final de ordenação
	Incorpora novos capítulos
	Considera-o como um objeto visual
7. Realiza a avaliação	Aplicando, em situações simuladas, os conteúdos estudados
8. Novas perspectivas	Propõe novas perguntas para outros temas

Fonte: Hernández e Ventura (1998, p. 69)

Embora a metodologia aponte o que fazer em cada tempo, estas tarefas não são as únicas que os alunos realizam e nem são realizadas da mesma maneira. Eles podem apresentar recursos diferenciados tanto para captação de informações como para o seu tratamento, fazendo uso ou não de tecnologias de informação e comunicação, conforme afirmam Hernández e Ventura (1998, p. 72):

> [...] o efeito inovador sobre a aprendizagem dos Projetos ficaria limitado, já que não levariam em conta que a forma de abordar cada tema deve apresentar variações, que proponham aos alunos problemas novos e lhes ensinem procedimentos diferentes.

Sugerimos que o planejamento da atividade dos alunos / grupo seja realizado a partir de diálogos entre professor e alunos, tendo como referência, as recomendações dos pesquisadores citados anteriormente.

3.4. Fontes de informações para a interação com o tema

Até aqui, enfatizamos o papel do professor e do aluno durante a elaboração dos Projetos de Modelagem Matemática e, sendo assim, a busca de informações caracteriza a participação direta do aluno no desenvolvimento do projeto, onde ele pode colocar em prática suas iniciativas na busca de informações.

Esse envolvimento caracteriza a autonomia do aluno na organização das pesquisas necessárias ao conhecimento, ou seja, o aluno é livre, de acordo com suas necessidades de conhecimento sobre o tema, para buscar dados, conceitos, realizar pesquisas e ou entrevistas com profissionais da área relativa ao tema. Para Hernández e Ventura (1998), a escola não é o único lugar onde se busca a aprendizagem, mas, o aprender é um ato comunicativo da interação com outros elementos e recursos fora do ambiente escolar, sabendo que estes elementos e recursos possuem informações complementares necessárias para o desenvolvimento da aprendizagem.

Em Malheiros (2008, p. 46), encontramos uma discussão sobre a qualidade da aprendizagem referenciada por Alro e Skovsmose (2006), onde a pesquisadora salienta que os fatores cruciais na facilitação da aprendizagem estão nas relações entre as pessoas; embora o aprender seja um ato pessoal, a aprendizagem é moldada em um contexto das relações interpessoais e o diálogo, como meio de interação, possibilita o enriquecimento mútuo entre as pessoas.

Para Bassanezi (2009, p. 46) e Biembengut e Hein (2009, p. 24-25), a busca de informações relacionadas ao tema escolhido deve acontecer através de levantamentos de dados qualitativos ou numéricos, o que pode ser efetuado através de entrevistas, pesquisas bibliográficas e experiências programadas pelos próprios alunos. Os dados obtidos podem, por exemplo, ser organizados em tabelas para permitir uma melhor análise do tema estudado tendo como suporte a geração de gráficos.

Concordamos com os autores acima, pois sendo os alunos os mais interessados em adquirir conhecimentos, é natural que estejam empenhados na busca e evolução destes conhecimentos. Então, em um Projeto de Modelagem Matemática, podemos partir do princípio de que o aluno deve ter uma interação com o ambiente de sua pesquisa, buscando extrair, de acordo com os questionamentos levantados, informações para análise.

Barbosa (2001) deixa claro que essa interação com o ambiente de aprendizagem, no âmbito da modelagem, é o espaço que os alunos têm para indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações da realidade.

Sugerimos que os grupos de alunos tenham a oportunidade de se utilizar de qualquer recurso que esteja ao seu alcance, tais como: internet, entrevista com

profissionais das áreas relacionadas ao tema do projeto, revistas, jornais, livros, visitas a ambiente que retratem o seu tema, dentre outros, para se aprofundarem no tema investigado. A partir desse ponto então, eles poderão iniciar o levantamento de dados, organizando-os de uma forma sistemática, visando à identificação de variáveis e a elaboração de modelos.

3.5. Desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática

No desenvolvimento de um Projeto de Modelagem Matemática, encontramos na construção do modelo matemático a representação simplificada do tema estudado. Para Bassanezi (2009, p. 29), "o modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente". Desta maneira, os alunos têm oportunidade de retratar os conhecimentos adquiridos e dar significados, no contexto social, das pesquisas realizadas.

No entanto, para o desenvolvimento de um Projeto de Trabalho, o resultado do modelo, por vezes, não é tão relevante assim, pois o foco está na execução do processo. Às vezes, não se concebe um modelo eficiente para representar certo fenômeno de estudo o que, de certa forma, vai ao encontro de uma das características do trabalho com Projetos na educação: a não valorização excessiva dos fins a serem atingidos.

Na Modelagem Matemática, com o enfoque pedagógico, este fato também é uma realidade. De acordo com Bassanezi (2009, p. 38), o fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria Matemática.

Para o pesquisador, o processo utilizado para a Modelagem Matemática é mais importante que o modelo obtido, possibilitando uma análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural.

É neste ponto que se encontram a teoria e a prática, como discutimos no capítulo anterior. Os alunos experimentam uma dimensão vivencial e têm a oportunidade de, a partir de uma situação real, dar sentido à sua aprendizagem.

Como descreveu Andrade (2003, p. 79), quando discriminou na etapa de formalização do projeto, a construção lógica do conhecimento é a "etapa de apresentação final do projeto e seus resultados".

Sugerimos, ainda, que um projeto não pode nem deve ser engavetado. Então, devemos pensar na forma de divulgação dos trabalhos aos colegas de classe e/ou à comunidade escolar, para que o "engavetamento" não aconteça.

3.6. Validação do Modelo Matemático

Bassanezi (2009, p. 30) define a validação como "o processo de aceitação ou não" do modelo proposto. Deve-se aqui, testar os dados levantados na etapa de coleta de dados e verificar os questionamentos norteadores do Projeto de Modelagem Matemática com o modelo construído previamente. Bassanezi (2009, p. 30) considera que um bom modelo matemático:

> [...] é aquele que o usuário, especialista na área onde se executou a modelagem, o considera como tal, tendo as qualidades de ser suficientemente simples e representar razoavelmente a situação analisada.

Sugerimos que se instigue os alunos a buscar a validação dos modelos obtidos no processo, confrontando-os com as interpretações derivadas do modelo e também com a literatura relacionada ao tema de cada projeto.

3.7. Avaliação do Projeto de Modelagem Matemática

Com a implementação de um Projeto de Modelagem Matemática, a avaliação assume uma função diferenciada em relação ao modelo tradicionalmente praticado na escola. Não basta apenas pontuar os erros evidenciados no desenvolvimento do projeto. Andrade (2003, p. 80) descreve a avaliação como um processo contínuo no desenvolvimento do projeto e que deve ter uma característica formativa sendo, em algum momento, também somativa, apresentando os resultados alcançados para os alunos, para professor e para a escola. A característica formativa possibilita a interlocução entre professor e alunos visando o refinamento do projeto e até mesmo, a introdução de um novo problema.

Para Hernández e Ventura (1998, p. 90), "a avaliação com um sentido significativo não é só a avaliação dos alunos. É, sobretudo, a confrontação das intenções do professor com sua prática"; deve ter como finalidades a orientação do trabalho e a autonomia do aluno com relação ao seu processo de aprendizagem.

Parece-nos natural, também, a realização por parte dos alunos de uma auto-avaliação da aprendizagem adquirida, do envolvimento e da integração do grupo. Alguns instrumentos de avaliação podem ser enumerados, tais como a socialização dos resultados e geração de um dossiê do projeto.

Na socialização, através da oralidade, cada aluno participante do projeto tem a oportunidade de relatar as experiências e aprendizagens vivenciadas. Já com o dossiê, um dos componentes para avaliação, cada grupo tem um instrumento de organização, ordenação e apresentação de todos os materiais reunidos ao longo de um projeto.

Biembengut e Hein (2009, p. 27) sugerem que seja adotada uma teoria de avaliação considerando dois aspectos principais: avaliação como fator de redirecionamento do trabalho do professor; avaliação para verificar o grau de aprendizado do aluno. Neste último caso, os pesquisadores apontam para uma avaliação subjetiva (a observação do professor) e uma avaliação objetiva (provas, exercícios, trabalhos realizados).

Sugerimos que a questão da avaliação não signifique simplesmente medir a aprendizagem do aluno através de uma nota; mas sim, avaliar a aprendizagem e a produção a partir dos registros, do posicionamento dos alunos, de suas observações e dos seus discursos na análise e interpretação do Projeto de Modelagem Matemática desenvolvido.

4. O Projeto de MM "Nutrição Balanceada: Alimentação diária equilibrada"

O grupo realizou pesquisas na internet, em livros de nutrição e participou de uma palestra com uma nutricionista. Ao longo da pesquisa, o grupo identificou em um programa de alimentação, "o café da manhã" como a principal refeição do dia, conforme uma pesquisa feita na Universidade de Minnesota – USA, concluindo que aqueles que consumiam o café da manhã costumavam manter uma dieta saudável ao longo do dia e eram mais ativos fisicamente em relação aos que "pulavam" essa refeição. Nessa pesquisa, 5 (cinco) anos após o início do estudo, os que tomavam café da manhã diariamente ganharam menos peso e tinham o IMC (Índice de Massa Corpórea) menor do que os que não tomavam. Assim, deve ser dada uma atenção especial ao café da manhã, pois uma boa refeição matinal pode garantir a energia necessária para todo o dia de trabalho.

A partir dessas informações, o grupo decidiu realizar uma simplificação da pesquisa, tendo como foco "o café da manhã", relacionando vários cardápios nos quais a quantidade de calorias adquiridas está em torno de 200 kcal (kilocalorias).

4.1. O que comer no café da manhã?

Seguem algumas combinações para um café da manhã equilibrado. A combinação ideal é sempre carboidrato, proteína e fruta. Eis algumas opções:

Cardápio 1) 204 Kcal

- 2 fatias de pão de forma light;
- 1 colher de sopa de queijo cottage;
- 1 xícara de chá de camomila ou café com adoçante;
- 2 fatias de abacaxi;
- 1 copo de iogurte light.

Cardápio 2) 200 Kcal

- 1 fatia de queijo minas frescal;
- 1 xícara de chá ou café com adoçante;
- 1 pão francês sem miolo;
- 1 fatia de mamão.

Cardápio 3) 205 Kcal

- Vitamina: 1 colher de sopa de mistura de aveia e linhaça;
- 1 copo de leite desnatado;
- 1 banana picada;
- 1 fatia de queijo minas frescal;
- 1 xícara de chá ou café com adoçante.

Cardápio 4) 179 Kcal

- 1 ovo mexido;
- 1 fatia de pão light torrado;
- 2 fatias de mussarela light;
- 1 xícara de chá ou café com adoçante;
- 1 copo de água de coco.

Cardápio 5) 202 Kcal

- 2 fatias de pão integral light;
- 2 fatias de mussarela light;
- 1 colher de sopa de geléia diet;
- 1 xícara de chá ou café com adoçante;
- 1 fatia de mamão;
- 1 copo de suco de soja light.

O grupo apresentou, ainda, um cardápio especial ao qual remeteu o sugestivo título de "Aprimorando o tradicional café da manhã":

Cardápio Especial) 240 Kcal
- ½ pão francês integral sem miolo;
- 2 pontas de faca de manteiga ou margarina light (observando o colesterol);
- 1 xícara de café com adoçante;
- 1 xícara de leite desnatado;
- ½ mamão papaia.

Para o desenvolvimento do modelo matemático, o grupo escolheu alguns nutrientes necessários para uma boa alimentação que são os carboidratos, as proteínas e os lipídios, encontrados em alguns alimentos que compõem o cardápio do café da manhã proposto por eles. Esses nutrientes, de acordo com a pesquisa realizada, são responsáveis pelo fornecimento de calorias. Foi feito um levantamento de dados e, a seguir, foi formulada a seguinte problematização:

Para uma pessoa pesando 50 kg e que necessita de 2410 kcal por dia, as quantidades necessárias de carboidratos, proteínas e lipídios[4] são:

Carboidratos: 57% de 2410 = 1374 kcal → ÷ 4 kcal por grama (1374 ÷ 4) = 343 gramas

Lipídios: 30% de 2410 = 723 kcal → ÷ 9 kcal por grama (723 ÷ 9) = 80 gramas

Proteínas: 13% de 2410 = 313 kcal → ÷ 4 kcal por grama (313 ÷ 4) = 78 gramas

4.2. Elaborando uma questão de investigação

[4]Fonte: OMS – Organização Mundial de Saúde em http://www.fazfacil.com.br/saude/calorias.html. Acesso em 20/10/2010.

Para o trabalho com a modelagem dos dados, o grupo problematizou o tema, a fim de nortear o desenvolvimento e a elaboração do modelo matemático, com a seguinte questão de investigação:

Qual é a quantidade de carboidratos, lipídios e proteínas que uma pessoa sedentária necessita, no café da manhã, considerando que ela se alimentará de café com leite, pão com manteiga e mamão papaia?

4.3. Modelando os dados

Considerando os dados apresentados e levando-se em consideração que o ideal é que se faça 6 (seis) refeições por dia, foi realizada uma divisão por 6 (seis) da quantidade diária, em gramas, de carboidratos, lipídios e proteínas. Isso foi necessário porque o grupo delimitou a pesquisa apenas ao "café da manhã", encontrando aproximadamente 58 g de carboidratos, 14 g de lipídios e 12 g de proteínas.

<u>Cardápio Tradicional para o café da manhã:</u>

O grupo decidiu fazer um "recorte" em todas as possibilidades de alimentos para compor um cardápio tradicional composto por mamão papaia, pão com manteiga e leite com café.

Foi elaborada uma tabela com as quantidades, em gramas, de nutrientes presentes em uma porção de mamão papaia (porção de 100 g), de pão com manteiga (porção de 50 g) e de café com leite (porção de 200 ml):

Tabela 1: Nutrientes (g) x Alimentos (porção)

Nutrientes	Mamão papaia	Pão com manteiga	Leite com café
Carboidrato (g)	6	32	4
Lipídio (g)	0	6	4

Proteína (g)	0	0	6

Definição das incógnitas:

$x \rightarrow$ Mamão papaia (porção de 100 g)
$y \rightarrow$ Pão com manteiga (porção de 50 g)
$z \rightarrow$ Leite com café (porção de 200 ml)

Elaboração e resolução do Sistema Linear:

Considerando a tabela proposta, o grupo elaborou e resolveu um Sistema Linear 3x3 para se calcular, especificamente, a quantidade de cada porção dos alimentos desse café da manhã, descrito assim:

$$\begin{cases} 6x & +32y & +4z & =58 \\ 0x & +6y & +4z & =14 \\ 0x & +0y & +6z & =12 \end{cases}$$

Foram obtidos os seguintes resultados: $x = 3$ porções de mamão papaia, $y = 1$ porção de pão com manteiga e $z = 2$ porções de leite com café.

Considerando os dados apresentados acima, o modelo refletiu, então, a quantidade necessária de carboidratos, lipídios e proteínas para uma pessoa que pesa 50 kg, que deve consumir 2410 kcal por dia. Obviamente, para pessoas com pesos diferentes, outros valores serão obtidos dentro desse mesmo modelo.

5. O projeto de MM “Condicionamento Físico: Academias de ginástica”

Para a interação com o tema, o grupo realizou, além das pesquisas na internet, uma entrevista com um professor de Educação Física, que atua em uma academia de ginástica na cidade de Ipatinga – MG, trazendo o resultado dessas interações para discussões em sala de aula.

Para se orientar melhor, o grupo decidiu seguir os passos / procedimentos propostos sob a forma de um Projeto de Modelagem Matemática, que foi apresentado pelo grupo em seu relatório entregue ao professor / pesquisador o qual, nesse momento, passamos a descrever.

5.1. Problematizando o tema a ser desenvolvido

O grupo escolheu a seguinte problematização para trabalhar com o tema do condicionamento físico: **"Perda de peso (calorias) em academias de ginástica".**

A partir daí, o grupo decidiu investigar o "famoso" IMC, tão associado à questão do peso.

<u>O que é o Índice de Massa Corporal?</u>

O índice de Massa Corporal (IMC) é uma fórmula que indica se um adulto está acima do peso, se está obeso ou se está abaixo do peso ideal, considerado saudável. A fórmula para calcular o índice de massa corporal é **IMC = peso (em kg) ÷ altura^2 (em m)**.

A Organização Mundial de Saúde usa um critério simples para estabelecer a condição de uma pessoa a partir do seu IMC:

Tabela 2: IMC em adultos

IMC	Condição
Abaixo de 18,5	Abaixo do peso
Entre 18,5 e 25	Peso normal
Entre 25 e 30	Acima do peso (sobrepeso)
Acima de 30	Obeso

5.2. Apresentando a entrevista com um profissional da área

Como forma de interação, o grupo entrevistou um profissional da área de condicionamento físico, formado em Educação Física e que trabalha em uma academia de ginástica da cidade de Ipatinga – MG.

As perguntas elaboradas e as respostas fornecidas pelo professor estão descritas a seguir.

P1) Existe uma fórmula adequada que é utilizada para calcular a perda de peso para cada pessoa?

R: A fórmula mais precisa para se calcular a perda de peso é sabendo exatamente quantas calorias são ingeridas e quantas calorias são gastas durantes o dia, que seria (calorias gastas menos calorias ingeridas que é igual a calorias perdidas no dia). 1 kg de gordura tem 7700 calorias. Dependendo do resultado da fórmula anterior, é possível saber quantos dias são necessários para que uma pessoa perca 1 kg de gordura.

P2) Quais são os dados específicos e necessários para formular o cálculo?

R: Calorias ingeridas, calorias gastas e quantidade de calorias.

P3) Qual é o aparelho mais adequado para a perda de peso?

R: Existem vários. Todo aparelho capaz de elevar e manter a frequência cardíaca por um período mínimo de 30 minutos é excelente opção, tais como: esteira, bicicleta, aulas de aeróbica, corrida e etc.

P4) Qual é o tempo médio, por dia, que deve-se praticar exercícios físicos?

R: 30 minutos seria o mínimo.

P5) Quais são benefícios que os exercícios físicos podem nos proporcionar?

R: Aumento da resistência física (volume de oxigênio máximo), diminuição da porcentagem de gordura corporal, melhora da vasculação, entre outros.

P6) No caso da esteira elétrica, qual velocidade é a melhor para se exercitar?

R: Isso vai depender de cada indivíduo. O importante não é a velocidade e sim a frequência cardíaca alcançada, que deve ser em média, 70% da sua frequência cardíaca máxima. Cada pessoa necessita de uma velocidade diferente para alcançar esta frequência cardíaca; alguns andando outros correndo.

P7) Quanto tempo é necessário para que uma pessoa comece a perder peso?
R: Cada organismo reage de maneira diferente ao estímulo dos exercícios, mas a média de um resultado começa a ser visível a partir de 3 meses.

P8) Qual é a reação do metabolismo com esses exercícios?
R: Com a elevação da frequência cardíaca e o gasto calórico que os músculos proporcionam, o metabolismo acelera ocasionando mais fome para suprir uma necessidade nutricional que a atividade física necessita.

5.3. Elaborando uma questão de investigação

A partir da entrevista realizada, o grupo procurou responder à seguinte questão:

Qual é a quantidade de calorias que uma pessoa perde em um programa de ginástica considerando as modalidades: caminhar, correr e andar de bicicleta?

5.4. Formulando uma situação-problema

Inicialmente, o grupo elaborou 2 (duas) tabelas: uma, de calorias queimadas por hora e outra, de horas por dia para cada atividade.

Tabela 3 – Calorias queimadas por hora

Peso (kg)	**Atividade Esportiva**		
	Caminhar a 3 km/h	Correr a 9 km/h	Andar de bicicleta a 9 km/h
69	213	650	304
73	225	688	321
77	237	726	338

Tabela 4 – Horas por dia para cada atividade

Dia da semana	**Caminhar (horas/dia)**	**Correr (horas/dia)**	**Andar de bicicleta (horas/dia)**
Segunda-feira	1	2	0,5

Quarta-feira	1,5	1	0,5
Sexta-feira	1	1	1

A seguir, o grupo elaborou uma situação-problema, na qual 3 (três) pessoas de pesos diferentes devem montar um programa de exercícios com base nas tabelas descritas anteriormente, ou seja, levando-se em consideração que elas irão se freqüentar uma academia de ginástica 3 (três) vezes por semana.

Apesar das pessoas serem "fictícias", os pesos associados a elas foram considerados com base em pessoas "normais", incluindo algumas do grupo.

Situação-problema

Ester, Ruthy e Laura são amigas que querem emagrecer por meio de um programa de exercícios físicos. Sendo o peso de Ester igual a 69 kg, o de Ruthy igual a 73 kg e o de Laura 77 kg e utilizando-se da Tabela de Calorias queimadas por hora**,** elas montaram um programa de exercícios a partir da Tabela de Horas por dia para cada atividade.

5.5. Selecionando as variáveis envolvidas e elaborando uma hipótese

Variáveis envolvidas:

Peso (massa), tempo de cada atividade, quantidade de calorias perdidas e modalidade de atividade física.

Hipótese:

Considerando o cronograma do tempo das atividades físicas propostas, é possível calcular quantas calorias a pessoa irá perder e, através da proporção, podemos definir, em quilogramas, quantos quilos a pessoa irá perder. Considera-se que 7700 calorias equivalem a 1 kg de gordura.

A partir dessa hipótese, pode-se obter a perda total de calorias para cada uma das amigas.

5.6. Modelando os dados

Chamando de A, a matriz 3x3 que representa a Tabela 4 e de X, a matriz 3x1 que representa cada linha da Tabela 3, pode-se desenvolver o produto das matrizes A.X para cada uma das amigas. A primeira linha de A.X vai representar as calorias que cada uma irá queimar na segunda-feira; a segunda linha, na quarta-feira e a terceira linha, na sexta-feira, considerando todas as atividades esportivas.

Para Ester, temos que:

$$\underset{A}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0{,}5 \\ 1{,}5 & 1 & 0{,}5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} . \underset{X}{\begin{bmatrix} 213 \\ 650 \\ 304 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 1665 \\ 1121{,}5 \\ 1167 \end{bmatrix}$$

Total de calorias perdidas semanalmente: 3953,50 calorias.

Através de uma regra de três simples, é possivel determinar a quantidade de gorduras perdidas por semana com o programa proposto:

Calorias	Perda de Gorduras (kg)
7700,00	1
3953,50	x

x = 0,52 kg (aproximadamente)

Para Ruthy, temos que:

$$\underset{A}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0{,}5 \\ 1{,}5 & 1 & 0{,}5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} . \underset{X}{\begin{bmatrix} 225 \\ 688 \\ 321 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 1761{,}5 \\ 1186 \\ 1234 \end{bmatrix}$$

Total de calorias perdidas semanalmente: 4181,50 calorias.

Calorias	Perda de Gorduras (kg)
7700,00	1
4181,50	x

x = 0,54 kg (aproximadamente)

Para Laura, temos que:

$$\overset{A}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0,5 \\ 1,5 & 1 & 0,5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} . \overset{X}{\begin{bmatrix} 237 \\ 726 \\ 338 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 1858 \\ 1250,5 \\ 1301 \end{bmatrix}$$

Total de calorias perdidas semanalmente: 4409,50 calorias.

Calorias	Perda de Gorduras (kg)
7700,00	1
4409,50	x

x = 0,57 kg (aproximadamente)

<u>Elaboração e resolução do Sistema linear:</u>

Considerando os dados, por exemplo, da matriz de Ester, podemos fazer a sua representação em forma de um Sistema Linear, tomando como matriz das incógnitas, a quantidade de calorias eu deve se queimar por hora de cada modalidade (a partir do seu respectivo peso) e fixando a quantidade de calorias que se quer perder com cada atividade.

<u>Modalidade de atividade física:</u>

$x \rightarrow$ Quantidade de calorias que deve se queimar por hora ao Caminhar

$y \rightarrow$ Quantidade de calorias que deve se queimar por hora ao Correr;

$z \rightarrow$ Quantidade de calorias que deve se queimar por hora ao Andar de bicicleta.

<u>Representação matricial:</u>

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0,5 \\ 1,5 & 1 & 0,5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1665 \\ 1121,5 \\ 1167 \end{bmatrix}$$

<u>Representação do Sistema Linear:</u>

$$\begin{cases} x & +2y & +0,5z & = 1665,0 \\ 1,5x & +y & +0,5z & = 1121,5 \\ x & +y & +z & = 1167,0 \end{cases}$$

Tomando como solução o conjunto $S = \{(213, 650, 304)\}$, podemos concluir que Ester, com 69 kg, necessita perder 213 calorias por hora ao caminhar a 3 km/h, 650 calorias ao correr a 9 km por hora e 304 calorias por hora ao andar de bicicleta a 9 km/h.

<u>Conclusão:</u>

No caso de Ester, por exemplo, cujo programa de treinamento previa uma perda de 3953,50 calorias, o que corresponde a 0,52 kg de gorduras a cada ciclo semanal (composto por 3 dias de academia), caso se queira aumentar essa perda, obviamente ela necessitará aumentar o tempo de treinamento, ou então, fazer um programa para toda a semana.

Provavelmente, a "exigência" desses números justifica o fato de que todo programa de emagrecimento, em geral, é composto por uma sequência de condicionamento físico associada a uma dieta alimentar.

6. O Projeto de MM "Circuitos Elétricos: Correntes e redes elétricas"

O grupo tomou como referência para o trabalho de Modelagem Matemática um circuito elétrico simples, constituído por 3 (três) resistências e 2 (dois) geradores. Para tanto, o grupo foi buscar informações nos livros específicos de Física e na internet, tendo inclusive conversado com um estudante do curso de Engenharia Elétrica que cursava o 8º período de uma universidade da região de Ipatinga – MG.

A partir dessas interações e dos conhecimentos adquiridos, o grupo decidiu modelar um circuito elétrico simples, por causa da complexidade do tema, uma vez que existem circuitos muito complexos, para os quais eles necessitariam de uma disciplina específica de Eletricidade e Eletromagnetismo.

Após as pesquisas realizadas, o grupo identificou e utilizou para a modelagem dos dados, alguns conceitos envolvidos em um circuito elétrico, tais como: nós, malhas, fluxo de correntes elétricas e as leis da Física contidas no processo, como a Lei de Ohm e as Leis de Kirchhoff.

Foi realizada uma discussão da função dos componentes do circuito elétrico e, assim, os trabalhos foram delimitados em torno das Leis identificadas nas pesquisas, descritas sucintamente a seguir:

L1) Lei de Ohm:

A diferença de potencial através de um resistor é o produto da corrente que passa por ele e a resistência; ou seja, E = I.R.

L2) Lei da Corrente de Kirchhoff:

A soma algébrica das correntes fluindo para dentro de qualquer ponto de um circuito elétrico é igual à soma algébrica das correntes fluindo para fora do ponto.

L3) Lei da Voltagem de Kirchhoff;

Em torno de qualquer circuito fechado (também chamado de malha), a soma algébrica das diferenças de potencial é zero.

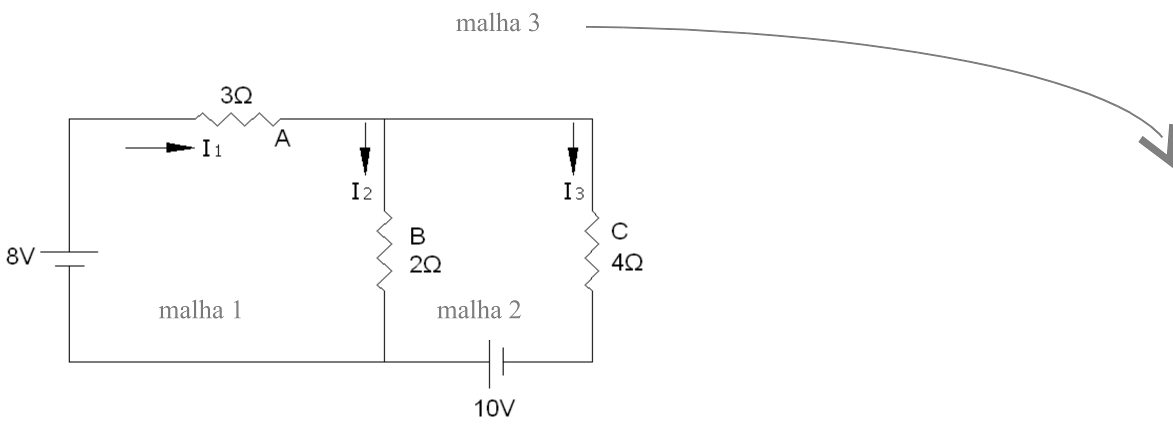
6.1. Elaborando uma questão de investigação

Após pesquisas realizadas em relação o tema, o grupo prosseguiu com o projeto elaborando a seguinte questão de investigação:

Como calcular as correntes elétricas que percorrem um circuito elétrico?

6.2. Modelando os dados

A partir da representação do circuito elétrico, o grupo pode aplicar as três leis acima descritas e modelar, através de um Sistema Linear, a sua representação matemática.



A primeira equação do modelo consiste em igualar a soma das correntes que entram e que saem de um nó, de acordo com a Lei da Corrente de Kirchhoff:

$A = B + C$, que pode ser reescrita como $A - B - C = 0$ (1)

A segunda e terceira equações do modelo consistem em determinar, dentro de uma mesma malha, a soma da ddp (diferença de potencial elétrico) em cada resistor (Lei de Ohm), igualando-a a zero (Lei da Voltagem de Kirchhoff). Como o modelo é constituído de 3 (três) malhas, teremos então 3 (três) equações lineares.

Para a malha 1, temos que:

$8 - 3A - 2B = 0$, ou seja, $3A + 2B + 0C = 8$ (2)

Para a malha 2, temos que:

$10 + 2B - 4C = 0$, ou seja, $0A - 2B + 4C = 10$ (3)

Para a malha 3 (malha externa), temos que:

$8-3A-4C+10=0$, ou seja, $3A+0B+4C=18$ (4)

Observamos que a equação da malha externa do circuito elétrico (malha 3) é resultante da soma das equações algébricas das malhas 1 e 2. Esse acontecimento é identificado como uma combinação linear (na linguagem da Álgebra Linear) e, portanto, não será necessário incluir a equação 4 no Sistema Linear (pois, obviamente, a solução encontrada para as outras duas equações será também solução da mesma).

Após a criação dos modelos de cada malha, a partir das equações 1, 2 e 3, chegou-se no seguinte Sistema Linear:

$$\begin{cases} A & -B & -C & =0 \\ 3A & +2B & +0C & =8 \\ 0A & -2B & +4C & =10 \end{cases}$$

Aplicando o método de resolução de Sistemas Lineares por escalonamento, discutido em sala de aula, na resolução desse modelo, obteve-se como solução:

$S=\left\{\left(\frac{34}{13},\frac{1}{13},\frac{33}{13}\right)\right\}$ (as unidades das correntes são dadas em Ampères)

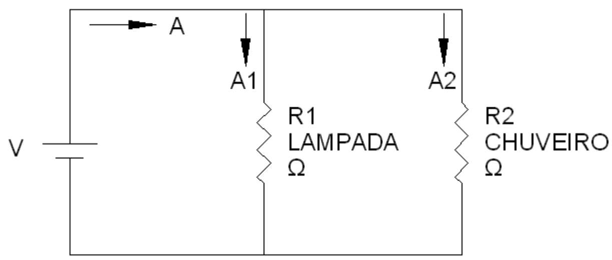
O grupo concluiu que, apesar desse modelo possuir valores definidos, é possível modificar os valores constantes do modelo, obtendo assim novos valores para as correntes elétricas.

Outra pesquisa envolvendo circuitos elétricos

Além do trabalho acima citado, o grupo elaborou outro projeto, decorrente do tema escolhido, que focaliza um circuito elétrico de um "banheiro popular". Eles consideraram banheiro popular aquele que é constituído por um chuveiro e uma lâmpada.

Após pesquisarem sobre a padronização mais usada para os banheiros das residências brasileiras, o grupo problematizou a seguinte questão para investigação: **Qual o valor a ser pago por um banho, em minutos, considerando um circuito elétrico constituído por uma lâmpada e um chuveiro?**

Os componentes do circuito do banheiro são constituídos por uma fonte (entrada de tensão) e duas resistências (uma lâmpada e um chuveiro) cujo modelo é:



O grupo pesquisou sobre as características dos chuveiros e das lâmpadas usadas no banheiro e constatou que a maioria da população brasileira usa chuveiro com potência de 4400 W na temperatura quente e 3100 W na temperatura morna, e que muitas pessoas ainda usam lâmpadas incandescentes de 40 W, 60 W e 100 W, embora elas não sejam as mais indicadas.

Encontraram-se também chuveiros que esquentam mais, por exemplo, os de 5500 W, mas que não são o padrão.

Equipamentos do circuito de um banheiro popular:

Lâmpada	Chuveiro
40 W	3100 W
60 W	4400 W
100 W	5500 W

Conversão em Ohms:

Lâmpada	Chuveiro
40 W = 400 Ohms	3100 W = 5,20 Ohms
60 W = 269 Ohms	4400 W = 3,66 Ohms
100 W = 161 Ohms	5500 W = 2,93 Ohms

Variáveis e equações relacionadas ao circuito:

$P = V.I$; $R = \dfrac{V}{I}$; $P = V^2$; K (constante); T (Tempo); PB.

onde: P significa a potência em Watts;

R significa a resistência em Ohms;

I significa a corrente em Ampères;

K indica o preço do Kilowatts cobrado por hora;

T significa o tempo em minutos;

PB significa o preço do banho.

A variável K, preço de consumo em KW/h, é estabelecida pela concessionária fornecedora de energia (no caso de MG, chamada CEMIG) e varia de acordo com a classificação do consumidor (residencial, comercial, industrial, descontos especiais, isenção de ICMS, etc). Porém, foi constatado que a grande maioria dos banhos são tomados com energia residencial, sem descontos ou qualquer outra isenção, daí tem-se que: K = R$ 0,59.

Para o desenvolvimento dos cálculos, foi considerada uma tensão constante de 127 Volts e as transformações de unidades: potência, de Watts para Kilowatts (divisão por mil); tempo, de minutos para hora (divisão por 60).

<u>Considerando uma lâmpada e um chuveiro ligados:</u>

$$PB = \left(\frac{V^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_2}\right)\left(\frac{K}{1000}\right).\left(\frac{T}{60}\right)$$

$$PB = V^2\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1.R_2}\right)\left(\frac{K}{1000}\right).\left(\frac{T}{60}\right)$$

Substituindo $V = 127$ V e realizando as operações, temos finalmente o modelo para o cálculo do preço do banho, PB, descrito como:

$$PB = 0,269.K.\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1.R_2}\right).T$$, onde: R_1 e R_2 em Watts e T em minutos.

<u>Considerando somente um chuveiro ligado:</u>

$$PB = \left(\frac{0,269.K.T}{R} \right)$$, onde: R em Watts e T em minutos.

Experimentação:

Consideremos uma pessoa que irá tomar um banho em um banheiro popular que contém uma lâmpada de 60 W (269 Ohms) e um chuveiro de 4400 W (3,66 Ohms), durante 15 minutos. Considera-se que: K = R$ 0,59.

Vamos calcular o preço do banho dessa pessoa, nas duas situações previstas nos modelos anteriores.

A lâmpada e o chuveiro ligados:

$$PB = 0,269.0,59.\left(\frac{269 + 3,66}{269.3,66} \right).15$$

$$PB = R\$\ 0,6593$$

Somente o chuveiro ligado:

$$PB = \left(\frac{0,269.0,59.15}{3,66} \right)$$

$$PB = R\$\ 0,6505$$

Conclusão:

No contexto apresentado, a economia para um banho de 15 minutos, somente com o chuveiro ligado, é, praticamente, desprezível para um ambiente doméstico, já que é de $R\$\ 0,0088$. Entretanto, considerando a população de Minas Gerais, que é de aproximadamente 19,2 milhões de habitantes (segundo o IBGE, em 2010), podemos dizer que a economia será de aproximadamente $R\$\ 170.000,00$.

REFERÊNCIAS

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ANDRADE, P. F. **Aprender por Projetos, Formar Educadores.** In: VALENTE, J. A. (Org.). Formação de educadores para o uso da informática na escola. Campinas: UNICAMP/NIED, p. 58-83, 2003.

ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra Linear com Aplicações**. Porto Alegre: Bookman, 2001.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores.** Tese de Doutorado. UNESP - Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais.** In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n.2, p. 7-32, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2009.

BOLDRINI, J. L.; Costa, S. I. R.; Figueiredo, V. L.; Wetzler, H. G. **Álgebra Linear**. São Paulo: Harbra. UNICAMP-SP, 1986.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: Uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática na 5ª série.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. UNESP – Rio Claro, 1987.

FERREIRA, A. B. H. **Novo Dicionário da Língua Portuguesa.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986. 1838 p.

HERNÁNDEZ, F.; VENTURA, M. **A Organização do Currículo por Projetos de Trabalho**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

KOLMAN, B. **Introdução à Álgebra Linear com Aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação Matemática online: A elaboração de projetos de Modelagem.** Tese de Doutorado em Educação Matemática. UNESP – Rio Claro, 2008.

REIS, F. S. **A Modelagem Matemática na Educação Matemática: Algumas considerações e perspectivas.** In: Encontro Regional de Educação Matemática, I, Ipatinga, 2008. Anais... Belo Horizonte: SBEM, p. 1-6, 2008.

SANTOS, R. J. **Um curso de Geometria Analítica e Álgebra Linear**. Belo Horizonte: UFMG, 2009.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Álgebra Linear.** São Paulo: Mcgraw-Hill, 1987.

TONINI, A. M. **A utilização de software no ensino de Matemática na percepção dos alunos de Engenharia**. In: Encontro Mineiro de Educação Matemática, V, Lavras, 2009. Anais... Belo Horizonte: SBEM, p. 1-10, 2009.

APÊNDICE A - Modelo de Palestra / Resumo sobre "Projetos de Modelagem Matemática"

Alguns Referenciais Teóricos

> Os professores universitários, formados sob uma perspectiva técnico-formal, enfatizam / priorizam o conhecimento específico do conteúdo em sua ação enquanto formadores de professores e estes, os últimos na hierarquia docente encabeçada por seus formadores, tendem a reproduzir em sala de aula no ensino fundamental e médio uma adaptação do *show* de conhecimentos específicos dado por seus formadores, mestres e doutores de inquestionável conhecimento matemático.

Reis (2003, p. 16)

> [...] argumentamos que é muito importante que professores de Cálculo, Álgebra, Análise, etc., percebam que não ensinam apenas conceitos e procedimentos matemáticos, mas que também influenciam as relações que os alunos, futuros professores, estabelecem com a matemática, com a forma de ensiná-la, aprendê-la e avaliar a sua aprendizagem, não atribuindo essa função apenas às disciplinas didático-pedagógicas do curso.

Almeida e Dias (2007, p. 257)

> No processo evolutivo da Educação Matemática, a inclusão de aspectos de aplicações e mais recentemente, resolução de problemas e modelagem, tem sido defendida por várias pessoas com o ensino da Matemática. Isto significa, entre outras coisas, que a matéria deve ser ensinada de um modo significativo matematicamente, considerando as próprias realidades do sistema educacional.

Bassanezi (2009, p. 36)

> A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Bassanezi (2009, p.16)

Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo.

Biembengut e Hein (2009, p. 12)

Modelo matemático é qualquer representação matemática da situação em estudo.

Barbosa (2001, p.6)

A modelação matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem.

Biembengut e Hein (2009, p. 18)

Alguns objetivos da Modelagem Matemática

- ✓ Aproximar uma outra área do conhecimento da Matemática;
- ✓ Enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno;
- ✓ Despertar a importância da Matemática para a formação do aluno;
- ✓ Despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade;
- ✓ Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
- ✓ Desenvolver a habilidade para resolver problemas; e
- ✓ Estimular a criatividade.

Biembengut e Hein (2009, p. 18-19)

Projetos de Modelagem Matemática

A aquisição do saber escolar terá que ser tratada de forma interdisciplinar, não mais de forma fragmentada...

Andrade (2003, p.76)

A aprendizagem por projetos é o modo de educação por projetos que atribui aos seus autores (alunos) a competência e responsabilidade de propor e desenvolver os projetos para se apropriar de conhecimentos.

Andrade (2003, p.76)

<u>Quadro Comparativo: Modelagem x Projeto</u>

1. Experimentação ⇒ Obtenção dos dados ⇒ Estudo inicial do assunto que envolve o problema **2. Abstração** ⇒ Formulação dos modelos através da seleção de variáveis e de hipóteses ⇒ Seleção de variáveis de modo a melhorar o tratamento do problema **3. Resolução** ⇒ Obtenção do modelo com a tradução da linguagem natural das hipóteses para uma "linguagem matemática coerente **4. Validação** ⇒ Aceitação ou rejeição do modelo conforme o grau de aproximação que ele tem do objeto de estudo **5. Modificação** ⇒ Reelaboração ou melhoramento do modelo ⇒ Criação de novas hipóteses no intuito de aumentar o grau de aproximação, se preciso	**1. Inicialização** ⇒ Identificação e definição do problema ⇒ Definição do que o projeto vai realizar e sua abrangência **2. Planejamento** ⇒ Descrição das atividades e tarefas necessárias ao desenvolvimento do projeto ⇒ Refinamento e detalhamento criterioso do projeto **3. Execução** ⇒ Organização do trabalho em equipes ⇒ Resolução de conflitos e problemas ⇒ Garantia de acesso aos recursos **4. Controle** ⇒ Verificação das atividades para saber se ocorrem conforme o plano ⇒ Redistribuição de atividades e medidas de correção, caso haja necessidade **5. Encerramento** ⇒ Verificação e análise dos resultados ⇒ Divulgação dos resultados

Fonte: Ripardo e outros (2009, p.105)

Etapas para o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática

(Interação / Matematização / Modelação)

- ✓ A escolha do tema;
- ✓ A questão problematizadora;
- ✓ O papel do professor no desenvolvimento do projeto;
- ✓ O papel do aluno no desenvolvimento do projeto;
- ✓ Fontes de informações para a interação com o tema;
- ✓ Desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática;
- ✓ Validação do Modelo Matemático; e
- ✓ Avaliação do Projeto de Modelagem Matemática.

Considerações Finais

Consideramos que a prática de projetos pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem no meio educacional, cabendo a cada professor implementar em suas aulas o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática como uma atividade fundamental para a formação global dos seus alunos (REIS, 2005).

Assim, propomos nesta pesquisa caminhos para a elaboração e o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Matemática, dentro de uma metodologia de pesquisa que contemple todas as faces acima descritas de um projeto, fazendo assim convergências e tentando evidenciar algumas de suas contribuições para a formação de Professores de Matemática.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. **Modelagem Matemática em cursos de formação de professores.** Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisas e práticas educacionais. Biblioteca do Educador Matemático. Recife, v. 3, p. 253-268, 2007.

ANDRADE, P. F. **Aprender por Projetos, Formar Educadores.** In: VALENTE, J. A. (Org.). Formação de educadores para o uso da informática na escola. Campinas: UNICAMP/NIED, p. 58-83, 2003.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2009.

REIS, F. S. **A formação do Professor de Matemática do Ensino Superior**. In: Escritos sobre Educação, v. 2, n. 2, p. 15-22, 2003.

REIS, F.S.; CAMARGOS, C.B.R.; GARCIA, M.M.; MACHADO, C.M.; SANTOS, C.A.M. **Descobrindo a Modelagem Matemática: De professores em formação inicial a professores em formação continuada**. In: Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática, IV. Feira de Santana, 2005. Anais... Feira de Santana: UEFS, p. 1-5, 2005.

RIPARDO, R. B.; OLIVEIRA, M. S.; SILVA, F. H. **Modelagem Matemática e Pedagogia de Projetos: aspectos comuns.** In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 87-116, 2009.