

**APRESENTANDO UM PRODUTO EDUCACIONAL
PARA O ENSINO DE FUNDAMENTOS DE ANÁLISE REAL
EM CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Alexandre Botelho Brito
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais
alexandre.brito@ifnmg.edu.br
Prof. Dr. Frederico da Silva Reis - Orientador
Universidade Federal de Ouro Preto
fredsilvareis@yahoo.com.br

Resumo: Este trabalho apresenta um Produto Educacional para o ensino de Conjuntos Numéricos em disciplinas de Fundamentos de Análise Real, oferecidas em cursos de Licenciatura em Matemática. Ele é fruto de uma pesquisa realizada em nossa dissertação defendida no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto. A proposta contém 5 (cinco) atividades didáticas relacionadas aos conjuntos dos Números Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais e Reais. Concluímos discutindo algumas de suas potencialidades de utilização no processo de ensino e aprendizagem de Fundamentos de Análise Real, na Educação Superior.

Abstract: This paper presents an Educational Product for teaching courses in Numerical Sets Fundamentals of Real Analysis, offered courses in Mathematics. It is the result of research done in our dissertation on the Professional Masters in Mathematics Education, Federal University of Ouro Preto. The proposal includes five (5) teaching activities related to the sets of Natural Numbers, Integers, Rational, Irrational and Real. We conclude by discussing some of its potential for use in teaching and learning of Fundamentals of Real Analysis in Higher Education.

Palavras-Chave: Produto Educacional. Ensino de Análise. Educação Matemática.

1. SOBRE A PESQUISA QUE DEU ORIGEM AO PRODUTO

O produto aqui descrito brevemente é fruto da nossa Dissertação do Mestrado Profissional em Educação Matemática intitulada “Questionando o Ensino de Conjuntos Numéricos em disciplinas de Fundamentos de Análise Real: Da abordagem dos livros didáticos para a sala de aula em cursos de Licenciatura em Matemática” (BRITO, 2010b), defendida no programa de pós-graduação da Universidade Federal de Ouro Preto.

Em nosso referencial teórico-bibliográfico, exploramos diversos trabalhos relacionados à Educação Matemática no Ensino Superior, destacadamente pesquisas

sobre o Pensamento Matemático Avançado (TALL, 1991, 1992) e sobre a relação entre rigor e intuição no ensino de Análise Real (REIS, 2001, 2009).

Com base em nossos questionamentos e leituras, elaboramos a seguinte questão passível de investigação: Como os Conjuntos Numéricos são apresentados / abordados em livros didáticos de Análise Real utilizados em cursos de Licenciatura em Matemática e de que forma eles podem ser problematizados / explorados na perspectiva de em ensino que aborde dialeticamente seus aspectos intuitivos e rigorosos?

A Metodologia de Pesquisa compreendeu:

- Pesquisa documental, a partir da análise da apresentação e da abordagem dos conceitos de Conjuntos Numéricos, em livros didáticos de Análise Real utilizados em cursos de Licenciatura em Matemática;
- Pesquisa de campo com alunos do curso de Licenciatura em Matemática do ISEIB – Instituto Superior de Educação Ibituruna, em Montes Claros – MG, a partir do planejamento, implementação e avaliação de atividades didáticas sobre Conjuntos Numéricos.

Nossa pesquisa mostrou que os livros didáticos analisados não se balizam, de uma maneira geral, por trabalhar “linearmente” todos os Conjuntos Numéricos. Isto talvez se explique pelo fato de que a própria história dos números revela uma construção “não-linear”.

Além disso, consideramos fundamental o papel do professor como mediador na busca do equilíbrio entre rigor e intuição na prática pedagógica. Logo, acreditamos também na influência da forma de se expressar do professor, que deve buscar usar uma linguagem mais próxima do aluno, tanto no que se refere aos aspectos intuitivos, quanto no que se refere aos aspectos rigorosos.

Estes foram alguns dos aspectos que nortearam a elaboração do nosso Produto Educacional (BRITO, 2010a).

2. SOBRE AS CARACTERÍSTICAS DO PRODUTO

O produto apresenta uma proposta de ensino de Conjuntos Numéricos para disciplinas de Fundamentos de Análise Real (em algumas universidades chamadas de Análise Real, Análise na Reta ou Análise I), em cursos de Licenciatura em Matemática.

A proposta inclui atividades didáticas relacionadas à **“História e Desenvolvimento dos Conjuntos Numéricos: Das noções intuitivas para as definições rigorosas”**. Os temas abordados nestas atividades são:

- 1) Números Naturais:** Do problema do princípio da contagem para os Axiomas de Peano;
- 2) Números Inteiros:** Do problema da comparação de medidas para as estruturas de Anel e Domínio de Integridade;
- 3) Números Racionais:** Do problema da razão de grandezas para a estrutura de Corpo;
- 4) Números Irracionais:** Do problema da incomensurabilidade de segmentos para a Teoria das Proporções de Eudoxo;
- 5) Números Reais:** Do problema da representação da reta numérica para os Cortes de Dedekind.

Procuramos elaborar nossa proposta, tentando apresentar um pouco da história do desenvolvimento dos conceitos como elemento importante na sua própria construção, buscando uma identificação dos conjuntos com suas estruturas algébricas correspondentes e, por fim, primando por uma abordagem que caminhe da intuição para o rigor de uma maneira suave e contínua.

3. SOBRE AS POTENCIALIDADES DO PRODUTO NA PRÁTICA EDUCACIONAL NA EDUCAÇÃO SUPERIOR

Pinto (2009) ressalta o aspecto “impactante” para os alunos de um primeiro curso de Análise Real, no qual os alunos de Licenciatura em Matemática se iniciam na cultura do matemático profissional. Sendo assim, achamos prudente fazer um estudo gradativo dos Conjuntos Numéricos, buscando referenciá-los historicamente,

destacando conexões com os aspectos algébricos e, principalmente, considerando os níveis de rigor.

Logo, buscamos iniciar as atividades fazendo uma abordagem histórica e intuitiva, objetivando contribuir para uma reelaboração da imagem conceitual dos alunos; a partir daí, iniciamos um trabalho que pode ser considerado “mais rigoroso”, tentando contribuir para uma composição da sua definição conceitual. Entretanto, essa diferenciação não coincide, necessariamente, com a transição “Da intuição... para o rigor!” feita em nossas atividades. Isto porque acreditamos que tal transição deve ser um processo contínuo e dialeticamente construído na prática, pelo professor.

Ao submetermos a nossa proposta didática a alunos de Licenciatura em Matemática, percebemos uma boa evolução no “pensar matematicamente” e no “descrever o pensamento matemático” de vários alunos participantes de nossa pesquisa.

Esperamos, portanto, que esse material contribua para a prática pedagógica do professor de disciplinas de Fundamentos de Análise Real e para um repensar sobre o próprio ensino de Análise Real.

Referências

BRITO, A. B. **História e Desenvolvimento dos Conjuntos Numéricos: Das noções intuitivas para as definições rigorosas**. Produto Educacional. Mestrado Profissional em Educação Matemática – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2010a. Disponível em: <www.ppgedmat.ufop.br>. Acesso em: 02/05/2011.

BRITO, A. B. **Questionando o ensino de Conjuntos Numéricos em disciplinas de Fundamentos de Análise Real: Da abordagem dos livros didáticos para a sala de aula em cursos de Licenciatura em Matemática**. Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Educação Matemática – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2010b. Disponível em: <www.ppgedmat.ufop.br>. Acesso em: 02/05/2011.

PINTO, M. M. F. **Re-visitando uma teoria: O desenvolvimento matemático de estudantes em um primeiro curso de Análise Real**. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.) Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, p. 27-42, 2009.

REIS, F. S. **A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2001.

REIS, F. S. **Rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise**. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.) Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, p. 81-97, 2009.

TALL, D. O. **The Psichology of Advanced Mathematical Thinking.** In: TALL, D.O. (Ed.) **Advanced Mathematical Thinking.** Londres: Kluwer Academic Publisher, p. 3-21, 1991.

TAAL, D. O. **The transition to the Advanced Mathematical Thinking: Functions, limits, infinity and proof.** In: GROWS, D. A. (Ed.) **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.** New York: Macmillan, p. 495-511, 1992.