

APLICAÇÕES DAS DERIVADAS NO CÁLCULO I: UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA APLICADA À ENGENHARIA DE PRODUÇÃO UTILIZANDO O GEOGEBRA

Daniele Cristina Gonçalves
Universidade Federal de Ouro Preto
niellegoncalves@yahoo.com.br

Prof. Dr. Frederico da Silva Reis – Orientador
Universidade Federal de Ouro Preto
fredsilvareis@yahoo.com.br

Resumo: Este artigo apresenta uma atividade investigativa relacionada a Aplicações das Derivadas utilizando o *software* GeoGebra. A partir de uma pesquisa teórico-bibliográfica, elaboramos a atividade que foi desenvolvida com alunos de Cálculo I do curso de Engenharia de Produção de uma Instituição de Ensino Superior particular de Minas Gerais. Por fim, apresentamos algumas considerações parciais, uma vez que o presente trabalho faz parte da pesquisa de nossa dissertação que está sendo desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

Abstract: This article presents a research activity related to Applications of Derivatives using the software GeoGebra. From a theoretical and research literature, we elaborated the activity that was developed with students in Calculus I course in Production Engineering from an Institution of Higher Education particularly in Minas Gerais. Finally, some partial considerations, since the present work is part of our dissertation research that is being developed in the Professional Masters in Mathematics Education at the Federal University of Ouro Preto.

Palavras-Chave: Tecnologias da Informação e Comunicação. Ensino de Cálculo. Educação Matemática.

1. UMA BREVE REVISÃO TEÓRICO-BIBLIOGRÁFICA

O Cálculo Diferencial e Integral é considerado uma das mais importantes disciplinas de conteúdo matemático, devido à sua aplicabilidade. São diversos os cursos universitários que têm as disciplinas do Cálculo em seus currículos. Muitas vezes, essa disciplina é ensinada aos alunos com uma sequência de regras e passos a serem seguidos, sem a compreensão dos conceitos, formando estudantes que possuem dificuldades em utilizar a Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do mundo real.

O ensino de Cálculo é um tema muito discutido entre os pesquisadores de Educação Matemática, preocupados com o alto índice de reprovação e desistência nessa disciplina,

conforme estatísticas de reprovação em diversas universidades. Os alunos apresentam muitas dificuldades em Cálculo, muitas vezes relacionadas à falta de conhecimentos de Matemática básica.

Algumas pesquisas, como a de Rezende (2003), tratam do “fracasso” no ensino de Cálculo, elencam algumas respostas a questionamentos referentes ao motivo de tantas reprovações. Os resultados de sua pesquisa apontam que “as raízes do problema estão além dos métodos e das técnicas, sendo inclusive anteriores ao próprio espaço-tempo local do ensino de Cálculo” (REZENDE, 2003, p. 4).

Outro fator muito discutido que pode influenciar a aprendizagem dos alunos que estudam Cálculo está relacionado à forma como esses conteúdos são trabalhados em diferentes cursos universitários. Reis (2009) destaca a importância por parte do professor, de uma reflexão sobre o papel do Cálculo na formação do estudante, levando em consideração o curso em que esse aluno está inserido. Destaca que uma mesma disciplina deve ser trabalhada de maneira diferente, levando em consideração as especificidades de cada curso e a importância dos conceitos do Cálculo para esse estudante. Assim, no ensino de Cálculo devem ser utilizadas metodologias diferenciadas para cada curso de graduação, “de modo a garantir que a produção de significado das ideias do Cálculo esteja em estreita relação com o contexto profissional do curso” (REIS, 2009, p. 81).

A pesquisa de Nasser (2009) trata dos fatores que impossibilitam um bom desempenho dos alunos e sugere maneiras de superá-los, destacando as dificuldades dos estudantes da disciplina de Cálculo em construir gráficos de funções. Segundo a pesquisadora, os alunos chegam à universidade sem competências básicas necessárias, pois não estão acostumados a pensar. Esse fato é consequência do tipo de Matemática escolar que esse aluno vivenciou, onde não foi explorado o seu pensamento matemático. Assim, o aluno não desenvolveu a aptidão necessária para justificar suas ideias e argumentar.

A pesquisadora relata as dificuldades dos alunos no traçado de gráficos de funções básicas: “Os alunos chegam à Universidade com muitas dificuldades, provenientes da falta de experiências prévias com o traçado e análise de gráficos nos ensinamentos fundamental e médio” (NASSER, 2009, p. 46). Esse é outro fator que dificulta o aprendizado dos estudantes de Cálculo, que necessitam de bom conhecimento e interpretação gráfica, pois muitos conceitos são explorados tanto algebricamente quanto geometricamente. Nasser (2009, p. 49) observa em sua pesquisa que “o traçado de gráficos constituía um obstáculo para o progresso desses alunos na aprendizagem de Cálculo”.

A nossa experiência na docência dessa disciplina mostra que muitos alunos, após cursarem uma disciplina de Cálculo, são capazes de, por exemplo, encontrar a derivada de uma função, mas quando questionados sobre o significado de tal resolução, são incapazes de responder. Nota-se que a aprendizagem ocorre de modo mecânico, através de regras e passos a serem seguidos, sem a compreensão dos conceitos, como critica Frota (2001):

Parece haver um consenso que o ensino da Matemática precisa libertar-se das amarras de um ensino passo a passo, que conduz à aprendizagem de procedimentos e não incentiva ao conhecimento matemático relacional que leva o indivíduo a estabelecer, sempre mais, novas conexões entre os vários conceitos estudados.

(FROTA, 2001, p. 91)

Segundo Frota (2006, p. 5), “talvez um dos grandes problemas do ensino de Cálculo tenha suas raízes no tipo de aula de Matemática e no tipo de Matemática que o aluno vivencia na escola básica”. A questão pode ser estendida ao Ensino Superior, onde os conteúdos do Cálculo muitas vezes são apresentados aos alunos de maneira isolada, limitados à repetição de exercícios, de modo que os estudantes memorizam técnicas de resolução sem significação do conceito e utilização dessas técnicas. Assim, o aluno desconhece o Cálculo no contexto da realidade com seus problemas fundamentais.

Em uma aula de Matemática, o professor pode levar o aluno a ter um papel ativo no seu aprendizado, uma vez que é preciso formar no estudante, senso crítico para que ele possa desenvolver a capacidade de questionar, relacionar ideias e investigar. Nessa perspectiva, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 13) conceituam que “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”. O conhecimento matemático não deve ser visto e trabalhado em sala de aula pelo professor como algo pronto e acabado. Aprender Matemática significa mais do que se apropriar do conhecimento desenvolvido ao longo dos séculos, mas ser capaz de fazer descobertas que possibilitem a construção do seu próprio conhecimento matemático.

Uma atividade investigativa pode ser realizada em dupla ou em grupo, quando é possível compartilhar opiniões, além do trabalho conjunto permitir a interação com os colegas empenhados na mesma questão, na busca de soluções. A partir do momento em que o próprio aluno faz descobertas diante de suas observações, levanta conjecturas e tenta generalizá-las, ele está desenvolvendo seu pensamento matemático, pois “o conhecimento

é construído a partir de percepções e ações do sujeito [...] e a partir de muita investigação e exploração” (GRAVINA e SANTAROSA, 1998, p. 1-2).

Ambientes informatizados são propícios para a realização de uma atividade investigativa, pois permitem ao aluno analisar uma situação e observar regularidades, estabelecer hipóteses e testá-las. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 25) destacam que “as investigações matemáticas são um tipo de atividade que todos os alunos devem experimentar”.

Segundo Gravina e Santarosa (1998), um ambiente educacional informatizado possibilita ao aluno a construção do seu conhecimento, pois com auxílio de um recurso computacional o estudante pode modelar problemas e fazer simulações, além de visualizar uma situação que muitas vezes não seria possível sem essa ferramenta. Ambientes informatizados proporcionam um conhecimento matemático dinâmico, contribuindo para a apreensão do significado dos conteúdos; permitem maior interação do aluno com o conhecimento que está sendo construído e favorecem a simulação, permitindo ao educando criar seus próprios modelos para expressar seus pensamentos e ideias.

A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação – TICE’s tem sido muito recomendada por pesquisadores em Educação Matemática, por permitir ao professor explorar diversos conceitos matemáticos e diversas representações de maneira rápida e articulada (MARIN, 2009). Com a utilização de *softwares*, os conteúdos matemáticos podem ser trabalhados estimulando a percepção visual do aluno; partindo de uma imagem, pode-se explorar o conceito envolvido em uma situação problema:

As atividades, além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação. As novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia e de física.

(BORBA e PENTEADO, 2001, p. 34)

Costa (2002, p. 262) apresenta definições de diversos autores sobre “visualização”, também definida como “pensamento visual”, destacando que há um consenso em que a “visualização se foca na percepção e na manipulação de imagens visuais”. Sendo assim, a Matemática adquire um caráter exploratório, sendo possível analisar, interpretar, descobrir variantes e compreender o conteúdo matemático, suas características e propriedades, estimulando a descoberta.

Couy (2008, p. 47) apresenta uma proposta de utilização “de uma abordagem visual dos conceitos, numa interlocução com as demais formas de representação em matemática”, destacando que a visualização é atualmente considerada um processo importante na aprendizagem matemática, mas ainda pouco utilizada em sala de aula nos diversos níveis de ensino.

A utilização de *softwares* no ensino de matemática possibilita uma relação de troca entre o aluno e a Matemática. Ao se deparar com uma situação-problema, se o aluno dispõe de alguma ferramenta computacional, seu trabalho pode ficar mais agradável e interativo:

Ferramentas tecnológicas, se utilizadas de forma adequada, podem potencializar o uso dos recursos gráficos no ensino de Cálculo, estimulando a observação, a busca de regularidades e padrões e possibilitando, através da comparação com as outras formas de se representar uma função, o entendimento das ligações entre elas. O trabalho desenvolvido com a utilização desses recursos também pode contribuir para que os alunos apurem a percepção e, por consequência, desenvolvam habilidades que facilitem a construção gráfica por meio dos instrumentos tradicionais: lápis, papel e régua.

(COUY, 2008, p. 47)

A presença das ferramentas computacionais nas aulas de Matemática não implica no abandono de outros instrumentos educacionais. A informática é um recurso auxiliar que possibilita o alcance dos resultados na aprendizagem por meio do seu uso adequado e conciliando as diversas formas de se ensinar e aprender, com professor e aluno desempenhando seu papel e mantendo uma postura adequada diante da atividade educacional, pois a ferramenta computacional sozinha não produz conhecimento.

Utilizando-se de uma ferramenta computacional, os conceitos da disciplina podem ser explorados de forma a facilitar a compreensão dos mesmos, como aborda Villarreal (1999, p. 28): “A presença do computador oferece a possibilidade de observar processos de construção de conhecimento matemático que não apareceriam em outros ambientes e que vão além do simples uso do computador para resolver um determinado problema matemático”.

A utilização de recursos computacionais na sala de aula pode contribuir não só para a abordagem conceitual na disciplina de Cálculo, mas também, segundo Marin (2009), disponibiliza maior tempo para exploração e investigação, uma vez que a ferramenta computacional dispensa a realização de cálculos trabalhosos. O pesquisador também

ressalta que a tecnologia “permite realizar atividades que seriam impossíveis de serem feitas somente com o uso de lápis e de papel, proporcionando a organização de situações pedagógicas com maior potencial para aprendizagem (MARIN, 2009, p. 136)”.

Ainda segundo o pesquisador, com o uso da informática os alunos se preocupam menos com as operações e a parte técnica, possibilitando ao professor uma exploração diferenciada do conteúdo, privilegiando a compreensão e interpretação. Assim, os alunos “são levados de uma maneira rápida a tentar coisas diferentes, a buscar novas descobertas, a observar propriedades, a testar parâmetros, a investigar de maneira diferente da qual estão habituados” (MARIN, 2009, p. 138).

2. QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO

A partir das discussões travadas até aqui, podemos elaborar a seguinte questão a ser investigada no presente trabalho: Como o desenvolvimento de uma atividade investigativa relacionada a Aplicações das Derivadas utilizando TICE's pode contribuir para o ensino de Cálculo I num curso de Engenharia de Produção?

Tal questão se enquadra nas linhas de pesquisa de Ensino de Cálculo e Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática, desenvolvidas na Linha de Pesquisa: Educação Matemática Superior, Informática Educacional e Modelagem Matemática do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, no qual estamos desenvolvendo nossa pesquisa de dissertação.

3. OBJETIVOS

- Apresentar e discutir algumas pesquisas relacionadas a Ensino de Cálculo, TICE's e Atividades Investigativas na perspectiva da Educação Matemática;
- Elaborar, implementar e avaliar uma atividade investigativa utilizando o GeoGebra, relacionada a Aplicações das Derivadas trabalhadas em Cálculo I.

4. METODOLOGIA DE PESQUISA

Após uma pesquisa teórico-bibliográfica sobre Ensino de Cálculo, Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática e Investigações Matemáticas, que resultou em nossa breve revisão feita anteriormente, realizamos uma pesquisa de campo com alunos de Cálculo I do curso de Engenharia de Produção da Fundação Comunitária de Ensino Superior de Itabira – FUNCESI – Itabira – MG. A turma é formada somente por alunos repetentes, sendo a disciplina oferecida aos sábados e ministrada pela professora pesquisadora.

A pesquisa de campo foi realizada com 40 (quarenta) alunos, a partir da elaboração e desenvolvimento de uma atividade investigativa relacionada a Aplicações das Derivadas utilizando o GeoGebra. Essa atividade foi desenvolvida em um Laboratório de Informática da FUNCESI, no período de 13 às 15 horas, do dia 30 de abril de 2011.

A atividade foi realizada com os alunos trabalhando em duplas e ao final, foi aplicado um questionário de avaliação da mesma, respondido individualmente. A opção por agrupar os alunos foi feita com o intuito de propiciar um espaço para discussão das questões apresentadas. O questionário individual teve a finalidade de conhecer a avaliação de cada aluno quanto à contribuição da atividade no estudo das aplicações das Derivadas.

O roteiro da atividade foi entregue a cada dupla de forma impressa, com as orientações a serem seguidas e o mesmo foi recolhido ao final do horário com as resoluções e comentários dos alunos. Esse roteiro e as observações das discussões promovidas durante a realização da atividade compõem nossos dados para análise.

5. APRESENTANDO A ATIVIDADE INVESTIGATIVA “PROJETANDO UM TANQUE RETANGULAR” (THOMAS, 2009, p. 311)

Sua metalúrgica foi contratada por uma fábrica de papel para projetar e construir um tanque retangular de aço, com base quadrada, sem tampa e com 500 m^3 de capacidade. O tanque será construído soldando-se chapas de aço umas às outras ao longo das bordas. Sua tarefa, como Engenheiro de Produção, é determinar as dimensões para a base e para a altura que farão o tanque pesar o mínimo possível:

a) Descreva, sucintamente, como você irá levar o peso em consideração para resolver o problema;

- b) Escreva uma fórmula $S(x)$ para a área do tanque em função da medida x do lado da base;
- c) Construa o gráfico desta função no GeoGebra e determine, graficamente, o valor de x que torna a área mínima e o valor da área mínima;
- d) Verifique, utilizando derivadas, os valores de x e da área mínima obtidos no item anterior.

Passemos, então, à análise dos resultados, como forma de conclusão do trabalho.

6. CONSIDERAÇÕES PARCIAIS

Já haviam sido explorados em aulas anteriores, de forma algébrica e geométrica, os conceitos de máximo e mínimo, as relações entre a derivada primeira e derivada segunda de uma função e sua relação com o gráfico de uma função. Esperava-se que os alunos utilizassem estes conceitos para resolver a situação proposta e que o *software* GeoGebra contribuísse para o estabelecimento de conjecturas e verificação geométrica de sua veracidade, disparando assim o processo de exploração e investigação matemática.

Durante a realização da atividade, os alunos apresentaram dificuldades na interpretação das orientações contidas no enunciado e no registro de forma textual das observações e conclusões, que não foram feitos de maneira clara.

No item a, durante as discussões, diversas duplas ressaltaram que, para que o tanque a ser construído pesasse o mínimo possível, deveria ser utilizada a quantidade mínima de material; porém, essa informação não foi evidenciada na maior parte dos registros. Na maioria das respostas, constava que como o volume é constante e o material a ser utilizado estava pré-definido; assim, quaisquer que fossem as dimensões do tanque, na forma definida, o peso seria constante.

No item b, todas as duplas escreveram inicialmente a fórmula da área em função da medida x do lado da base e da altura h do tanque, mas algumas delas não conseguiram escrevê-la somente em função da medida x e não consideraram o volume definido para o tanque. Algumas duplas utilizaram a medida da altura como quatro vezes a medida do lado da base, não evidenciando em seus registros de que forma essa relação foi estabelecida. Nas atividades dessas duplas, foram identificadas falhas nas operações algébricas ao escrever uma fórmula para a área.

No item c, na construção dos gráficos, não foi identificada nenhuma dificuldade, tanto na operacionalização do *software* quanto na análise para identificar o valor de x que torna a área mínima e a respectiva área mínima. Esse fato mostra a contribuição do *software* na visualização do ponto de mínimo da função que representa a área do tanque.

No item d, nenhuma dupla conseguiu relacionar os conceitos de máximos e mínimos explorados anteriormente para verificar algebricamente as informações identificadas graficamente.

As dificuldades apresentadas pelos alunos nos remetem a Nasser (2009), que identificou em sua pesquisa que os estudantes geralmente utilizam resoluções mecânicas, de forma que a compreensão não é muitas vezes enfatizada nas resoluções:

As deficiências em geometria e na visualização espacial também estão presentes, e o que mais impressiona são a dificuldade de raciocínio e a ausência de justificativas para as respostas apresentadas. Parece que os alunos chegam à Universidade com preguiça de raciocinar e que foram acostumados apenas a aplicar algoritmos e fórmulas decoradas, sem saberem bem o que estão fazendo e por que adotam determinado procedimento.

(NASSER, 2009, p. 47)

A atividade aplicada foi importante para mostrar que os recursos computacionais e a investigação matemática são ferramentas fundamentais na construção do conhecimento matemático, uma vez que podem proporcionar um conhecimento dinâmico e interativo. Nessa tarefa, computador teve um papel importante, pois possibilitou a visualização e permitiu aos alunos fazerem simulações e testarem suas hipóteses.

Entretanto, talvez por se tratar de uma turma formada por alunos que não estão familiarizados com atividades investigativas nem com a utilização de *softwares* na sala de aula, essas seriam possíveis causas das dificuldades apresentadas. Nesse sentido, a ausência de aulas em que os alunos são responsáveis pela construção do conhecimento também é um fator que justifica as dificuldades identificadas em fazer observações, conjecturas e registros. Foi possível perceber que o estudante sozinho, muitas vezes, não é capaz de estabelecer a relação existente entre os conteúdos matemáticos sem o auxílio do professor.

Nos questionários respondidos, os alunos consideraram importante a utilização de *softwares* nas aulas de Cálculo, bem como perceber a aplicação da disciplina em situações reais. A atividade proporcionou maior interação entre os alunos e gerou um ambiente de

discussão do conhecimento matemático, o que muitas vezes não acontece no ambiente da sala de aula tradicional. Entretanto, ainda há muito o que se avançar nessa perspectiva!

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

COSTA, M. C. M. **Processos mentais associados ao pensamento matemático avançado: Visualização**. In: PONTE, J. P. (org.). *Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores*. Coimbra: Escola Superior de Educação de Coimbra, p. 257-273, 2002.

COUY, L. **Pensamento visual no estudo da variação de funções**. Dissertação de Mestrado. PUC – Minas. Belo Horizonte, 2008.

FROTA, M. C. R. **Duas abordagens distintas da estratégia de resolução de exercícios no estudo de Cálculo**. In: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. (orgs.). *Educação Matemática: a prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo*. Belo Horizonte: FUMARC, p. 89-122, 2001.

FROTA, M. C. R. **Investigações na sala de aula de Cálculo**. In: Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, X. Anais... ANPED: São Paulo, 2006.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. **A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados**. In: Congresso Ibero-Americano de Informática na Educação, IV. Anais... Brasília: RIBIE, p. 1-23, 1998.

MARIN, D. **Professores de Matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de São Paulo. Rio Claro, 2009.

NASSER, L. **Uma pesquisa sobre o desempenho de alunos de cálculo no traçado de gráficos**. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (orgs.). *Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates*. Recife: SBEM, p. 43-58, 2009.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

REIS, F. S. **Rigor e intuição no ensino de cálculo e análise**. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (orgs.). *Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates*. Recife: SBEM, p. 81-97, 2009.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. In: MACHADO, N.; CUNHA, M. (orgs.) *Linguagem, Conhecimento, Ação – ensaios de epistemologia e didática*. São Paulo: Escrituras, 2003.

THOMAS, G. B. **Cálculo I**. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

VILLAREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de São Paulo. Rio Claro, 1999.