Tarefas sobre Área e Perímetro de Figuras Geométricas Planas para o 4º Ciclo do Ensino Fundamental

Marcílio Dias Henriques
Amarildo Melchiades da Silva

Juiz de Fora (MG)
Setembro, 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Marcílio Dias Henriques
Amarildo Melchiades da Silva

Tarefas sobre Área e Perímetro de Figuras Geométricas Planas para o 4º Ciclo do Ensino Fundamental

Orientador: Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva

Produto Educacional elaborado a partir da dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)
Setembro, 2011

Marcílio Dias Henriques
Amarildo Melchiades da Silva

Tarefas sobre Área e Perímetro de Figuras Geométricas Planas para o 4º Ciclo do Ensino Fundamental

Produto Educacional elaborado a partir da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva
UFJF – Orientador

Profª. Drª. Janete Bolite Frant
UNIBAN

Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni
UFJF

Juiz de Fora, 10 de Setembro de 2011.

Sumário

Apresentação

Esse produto educacional é fruto de nossa pesquisa de mestrado[1] e sua finalidade é dar suporte ao trabalho docente no 4º ciclo do Ensino Fundamental, envolvendo os objetos *área* e *perímetro* de figuras geométricas planas, permitindo ao professor identificar dificuldades de seus alunos, quando estes produzem significado para tais objetos. Para isso, elaboramos oito tarefas que foram aplicadas a estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Esta aplicação, que envolveu a resolução deste conjunto de tarefas pelos alunos, foi registrada e posteriormente analisada no trabalho que desenvolvemos no curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, programa vinculado ao Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Juiz de Fora.

De posse destas tarefas (que trazemos nos anexos do presente trabalho), o professor poderá aplicá-las do modo em que são apresentadas, poderá modificá-las, para que melhor satisfaçam a seus objetivos, e poderá, ainda, elaborar suas próprias tarefas, apoiando-se nas análises e discussões fizemos em nossa dissertação de mestrado.

Inicialmente, faremos um breve estudo sobre as pesquisas em Educação Matemática, que tratam de dificuldades de aprendizagem de perímetro e área, e sintetizaremos nossa experiência com a aplicação das daquelas tarefas, o que nos permitiu observar algumas destas dificuldades (relatadas nas pesquisas) e ainda outras envolvendo área e perímetro, através da produção de significados dos alunos que foram os sujeitos de nossa pesquisa.

Por fim, exibiremos algumas sugestões de como aplicar as tarefas que elaboramos, deixando também nossas considerações sobre as possíveis consequências de uma abordagem como a nossa para a *educação geométrica* no Ensino Fundamental, com base nos pressupostos do referencial teórico que adotamos e que apresentaremos ao longo do texto: o Modelo dos Campos Semânticos.

[1] Henriques (2011); pesquisa desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, da Universidade Federal de Juiz de Fora.

1 - Aprendizagem de Área e Perímetro e Dificuldades Discentes

Nas seguintes seções, apresentaremos algumas pesquisas e documentos de orientação curricular que trazem diferentes perspectivas acerca do trabalho com alguns temas geométricos em sala de aula e também ao processo de aprendizagem de tais temas. Além disso, levantaremos um quadro de investigações que discutem as dificuldades discentes envolvendo esse processo, para as quais apresentaremos uma abordagem que nos permite identificar tais dificuldades, mediante a aplicação de um conjunto de tarefas para os estudantes, que produzem significados para área e perímetro, durante a resolução das tarefas.

1.1 - Algumas Perspectivas sobre a Aprendizagem de Área e Perímetro

Segundo os estudos da Comissão internacional de Instrução Matemática[2], houve, no passado, e ainda há, na atualidade, fortes desacordos sobre objetivos, conteúdos e métodos para o ensino de geometria, em diferentes níveis. Esta constatação é corroborada por recentes pesquisas[3].

Muito do desenvolvimento da geometria durante o século XX foi inspirado na obra de Felix Klein (1849-1925), que propôs que a Geometria deve ser vista como *o estudo das propriedades de um espaço que são invariantes sob um determinado grupo de transformações*. Esta forma de ver a geometria estimulou a demarcação de *outras geometrias*[4], como a hiperbólica e a fractal. Neste aspecto, vemos o desenvolvimento da Geometria sob a perspectiva dos matemáticos, e não sob uma outra perspectiva qualquer[5].

Segundo alguns pesquisadores[6], este desenvolvimento contemporâneo da Matemática (campo científico), predominantemente geométrico, teve implicações também na reestruturação dos currículos adotados em nossos dias e nas pesquisas de grupos internacionais sobre currículos da geometria escolar, bem como em documentos governamentais norteadores da prática educacional de professores de Matemática.

---

[2] *International Commission on Mathematical Instruction* (1994, p.345).
[3] Ver, por exemplo, Jones (2010), de Alsina (2010) e de Hoyles, Foxman e Küchemann (2002).
[4] Sobre estes fatos históricos, ver Jones (2000).
[5] Esta diferenciação, que entendemos ser necessária, está calcada na distinção entre a matemática do matemático e a matemática escolar, concebida por Lins (2004).
[6] Por exemplo, os trabalhos de Kaleff e Nascimento (2004).

Um importante estudo comparativo de currículos, desenvolvido por Hoyles e colaboradores[7], encontrou uma considerável variação nas abordagens atuais para a geometria escolar, em diferentes países.

Por um lado, vemos que não existe uma concordância no que se deva ensinar e aprender na escola, quando o tema é a geometria. Mas, por outro, a possibilidade de eleger este ou aquele assunto a ser tratado em determinada aula ou em certo programa de geometria soa-nos como algo no mínimo interessante e legítimo, pois dá ao professor a liberdade para desenvolver tarefas que criem para os alunos uma *demanda de conhecimento* de temas geométricos, ou seja, tarefas que lhes apresentem situações-problema e lhe permitam produzir novos significados para tais temas. Essa liberdade, que entendemos desejável, talvez seja a razão mesma da falta de consenso sobre o currículo de geometria da escola básica. Afinal, como asseveraram Mammana e Villani[8], "é imprópria a alegação de que é possível elaborar um currículo de geometria que tenha validade universal".

E tratando mais especificamente da aprendizagem de área e perímetro, vemos uma grande diversidade de abordagens e opções metodológicas, além das orientações curriculares, sobretudo quanto à escolha dos conteúdos de Geometria a serem ensinados e aprendidos no Ensino Fundamental. Vejamos, a seguir, alguns exemplos dessa diversidade.

Segundo Chappell e Thompson[9], os estudantes precisam de tarefas nas quais possam analisar o perímetro e a área ao mesmo tempo para distinguirem claramente os dois objetos. Estes pesquisadores afirmam, ainda, que os alunos precisam construir representações visuais de figuras com determinadas áreas e perímetros, criar problemas relacionados com estas palavras e justificar as propriedades figurais observadas.

Clements e Stefhan[10] investigaram quais atividades contribuem para que os alunos aprendam a noção de área, e concluíram: em primeiro lugar os alunos devem experimentar cobrir várias superfícies planas com uma unidade de medidas, percebendo que as regiões devem ser cobertas sem sobreposição das unidades entre si e sem lacunas entre elas; em segundo lugar, devem aprender a estrutura de malhas (matrizes), o que demonstrou ser um processo que demanda muito tempo,

[7] Hoyles, Foxman, e Küchemann (2002).
[8] Mammana e Villani (1998).
[9] Chappell e Thompson (1999).
[10] Clements e Stefhan (2004).

mas com resultados muito significativos; terceiro, os alunos devem aprender que o comprimento dos lados de um retângulo pode ser determinado pelo número de unidades em cada linha e o número de linhas na matriz; em quarto lugar, as crianças podem aprender a multiplicar as duas dimensões como um *atalho* para a determinação do número total de quadrados.

Já segundo Jones e Mooney[11], o trabalho com medidas na escola básica, embora muitas vezes seja iniciado através de atividades em contextos espaciais, frequentemente é abandonado com muita rapidez, e é provavelmente vivido pelas crianças como *mais uma forma de fazer cálculos*. Para evitar esta situação, afirmam estes pesquisadores, as primeiras experiências (escolares) dos alunos com a geometria deveriam enfatizar o estudo informal das formas físicas e suas propriedades, com o objetivo principal de desenvolver a *intuição geométrica* e o *conhecimento dos estudantes* sobre o seu ambiente espacial.

Destacamos, também, o trabalho de Alsina i Pasttels[12]. Nele são sugeridas interessantes tarefas manipulativas no *Geoplano*, através das quais estudantes de 6 a 9 anos de idade poderiam desenvolver habilidades que vão desde a percepção de propriedades de figuras geométricas planas (como polígonos), até a distinção entre a medida do perímetro e a medida da superfície destas mesmas figuras.

Tanto em sugestões práticas (como esta, de Alsina i Pasttels) quanto em estudos como o Jones e Mooney (acima), há um grande número de aspectos teóricos e epistemológicos a serem considerados, na análise do processo de aprendizagem de tópicos de geometria escolar, possivelmente também ligados ao seu ensino e às concepções docentes sobre ambos os processos e sobre a própria natureza da geometria que se pretende ensinar.

Alguns desses aspectos parecem condicionar o surgimento de dificuldades dos estudantes, quando estes aprendem geometria – e notadamente quando se trata dos temas área e perímetro. É isto o que vamos discutir agora, a partir de algumas pesquisas. Ao final desta discussão, vamos apresentar a nossa visão sobre tais dificuldades e sobre alguns procedimentos e posicionamentos docentes que entendemos desejáveis para que elas sejam superadas, pelos estudantes.

---

[11] Jones e Mooney (2003).
[12] Alsina i Pasttels (2009).

1.2 - Algumas Perspectivas para a Aprendizagem de Área e Perímetro

Uma das dificuldades dos estudantes, que com muita frequência temos observado em nossas salas de aula do ensino fundamental e do ensino médio, é a confusão entre as ideias de área e de perímetro, quando eles resolvem problemas usuais de Geometria Euclidiana Plana. E parece que não estamos sozinhos nesta constatação, pois algumas investigações também identificaram esta dificuldade, como veremos a seguir.

Malloy[13] afirmou que, embora uma considerável parcela dos alunos dos anos finais do ensino fundamental possa resolver problemas de deduzir e aplicar fórmulas de *área* e de *perímetro* de algumas figuras geométricas (como retângulos, quadrados e triângulos), eles não têm conseguido conceituar os significados de ambos os termos, e acabam por fazer confusão entre tais fórmulas, encontrando a área de uma figura quando se pede o seu perímetro, e vice-versa.

Segundo Leung[14], muitos educadores frequentemente afirmam que os estudantes apresentam dificuldades na aprendizagem destes temas, as quais poderiam ser atribuídas às concepções errôneas[15], à confusão entre área e perímetro ou a um total desconhecimento destes temas geométricos.

Yeo[16] levanta um interessante quadro de pesquisas acerca da confusão entre as noções de área e perímetro de figuras planas, na análise do qual destacou a necessidade de se focar na aprendizagem das relações entre os dois temas; e ressaltou, ainda, o fato de os próprios professores confundirem os conceitos de perímetro e área.

Além da confusão entre perímetro e área, outras dificuldades são relatadas por diversas pesquisas e documentos oficiais. Vejamos alguns exemplos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN[17] – de Matemática para os 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental asseveram que a mudança da dimensão de grandezas gera dificuldades na aprendizagem de área de figuras planas, notadamente quando se trabalha com produto de medidas, como no caso de

---

[13] Malloy (1999).
[14] Leung (2001).
[15] O termo “concepções errôneas” é uma tradução nossa para a palavra *misconceptions*, do original em inglês. No entanto, com base no Modelo dos Campos Semânticos, não fazemos qualquer juízo de valor dos significados produzidos pelos alunos, isto é, todo significado é legítimo para quem o produz, não podendo, assim, ser considerado um erro, em circunstância alguma.
[16] Yeo (2008).
[17] Brasil (1998).

problemas envolvendo o cálculo da área (grandeza bidimensional) de um retângulo, a partir de medidas lineares (unidimensionais).

Baltar[18], ao estudar a aquisição de conhecimento acerca da relação entre comprimento e área na escola, relata as dificuldades que estudantes dos anos finais da educação básica encontram, em primeiro lugar, em reconhecer *medidas* de uma figura como um de seus elementos constituintes e, em segundo, em distinguir as medidas de área e de perímetro.

Já para French[19], a dificuldade de dissociar área e perímetro pode surgir de uma simples confusão de palavras ou mesmo originar-se de conceitos errôneos, que fazem os estudantes pensarem que perímetro e área estão ligados de um modo tão elementar, que o aumento de uma dessas grandezas conduz necessariamente ao aumento da outra. Embora aceitemos a existência de desta dificuldade, não concordamos com a perspectiva de avaliar *pelo erro* ou *pela falta*[20].

Os *Princípios e Normas*[21], apontam dificuldades que muitos alunos do ensino fundamental apresentam na compreensão das idéias de perímetro e de área, fato que alguns pesquisadores[22] entendem ser decorrente da utilização, pelos alunos, de fórmulas como $\mathrm{P} = 2c + 2\ell$ ou $\mathrm{A} = c \times \ell$, sem que estes tenham compreendido de que modo tais fórmulas se relacionam com a grandeza a ser medida ou com a unidade de medida utilizada.

De fato, em uma de nossas investigações anteriores[23], pudemos verificar que muitos estudantes dos anos finais do ensino médio utilizam sempre o mesmo procedimento de cálculo ou a mesma fórmula para calcular a área de *qualquer* figura geométrica plana, poligonal ou não poligonal. Estas experiências nos chamaram a atenção para a necessidade de se estudar as origens destas dificuldades. Por sua vez, semelhante estudo demandaria uma forma de "ler" os processos cognitivos dos alunos, quando eles produzem significados para perímetro e área de algumas figuras geométricas. O referencial teórico que adotamos nos oferece um método

---

[18] Baltar (1996).
[19] French (2004).
[20] Ao discutir processo comunicativo e criticar os pressupostos da postura educacional sustentada pelo projeto piagetiano, Lins (1999, p. 84) afirma que "(...) não admitir o *não dizer* como alternativa tanto a uma proposição quanto à sua negação, é praticar a política da caracterização do outro pela falta: se você não diz o (que eu já sei que é) correto, é porque *ainda* não é capaz de entender (seja porque falta conteúdo, seja porque falta desenvolvimento intelectual)".
[21] NCTM (2007).
[22] Lindquist e Kouba (1989).
[23] Henriques e Silva (2009).

para leitura de tais processos, o qual descreveremos abaixo, após apresentarmos nossos pressupostos e a nossa perspectiva para o trabalho docente que nos permita identificar as dificuldades que acabamos de discutir e ainda outras que surjam na resolução de algumas tarefas, pelos estudantes.

1.3 - Nossas Concepções e Perspectiva

Ao pensar na questão do currículo, que envolve o tema deste trabalho, assumimos o pressuposto de que objetivos (curriculares e político-pedagógicos) orientam conteúdos e métodos. Tal afirmação equivale a dizer que não colocamos o foco de nossas atenções nos conteúdos curriculares, mas sim nos objetivos que norteiam a nossa prática de professores da educação básica, embasados em nossos pressupostos teóricos.

Além de influenciar o modo como operamos ao *ensinar* geometria e como enxergamos o *aprender* dos alunos, a existência de clareza de objetivos e pressupostos nos propicia ainda a possibilidade de criarmos um currículo dinâmico, adaptável às necessidades discentes e pedagógicas, sem nos engessarmos a um programa inflexível, centrado em conteúdos e em cronogramas pré-estabelecidos por outrem, quando não impostos por um sistema ou uma instituição de ensino.

E mesmo quando se tem a clareza de que conteúdo se deve ensinar, advêm outras questões, não menos relevantes, como os alunos aprendem certo conteúdo e quais estratégias seriam facilitadores deste aprendizado. Ainda assim, não estaríamos munidos de um suporte suficiente para que pudéssemos ler os processos de produção de significados e, então, intervir na dinâmica de tal processo; porquanto concordamos com o professor Romulo Campos Lins , quando analisa a questão dos conteúdos de ensino, afirmando:

> O que nós e este pequeno mas crescente número de pesquisadores procura, é caracterizar o que seja “Matemática” quando nos referimos à atividade profissional do professor de “Matemática”. Não é apenas o conteúdo da Matemática “do matemático”, mas não é também — cada vez entendemos melhor — a Matemática “do matemático” mais uma compreensão do que seu ensino possa envolver — seja em termos de estágios de desenvolvimento intelectual, seja em termos de estratégias de ensino. Mais do que uma taxonomia — não importa quão ampla ela seja — precisamos de categorias básicas que nos permitam ver esta Matemática da sala de aula acontecendo enquanto ela acontece, isto porque, como já apontaram diversos pesquisadores, os fenômenos da educação são complexos demais para serem cristalizados . (LINS, 2002, p.23)

A diferença fundamental que se estabelece entre a nossa perspectiva e as perspectivas outras citadas acima – dos trabalhos que investigam um caminho para a solução da reconhecida confusão entre as noções de perímetro e área – está no fato de que o nosso referencial teórico nos permite um olhar diferente das teorias piagetianas e do modelo de Van Hiele, que analisam os processos cognitivos pela falta[24], mas também diferente dos trabalhos baseados no arcabouço da Didática Francesa, na qual as caracterizações epistemológicas são distintas daquelas do modelo teórico que adotamos. Este nos possibilita, ainda, identificar que significado cada sujeito produz, no interior de uma certa atividade, para um determinado objeto que está sendo constituído por este sujeito.

Outra diferença importante está no fato de valorizarmos os significados não matemáticos produzidos pelos alunos, na escola ou fora dela. Acerca disto trataremos na próxima seção.

Nossa perspectiva não quer privilegiar, em momento algum, esse ou aquele modo de produção de significados, mas objetiva expandir sempre as possibilidades de surgimento de distintos conhecimentos sobre um mesmo tema, e do desenvolvimento de modos de leitura destes conhecimentos dos sujeitos pelos professores, no momento em que as produções ocorrem, permitindo intervenções didáticas *ao vivo*, ou seja, quando surjam as dificuldades que demandam tais intervenções.

Para sintetizar nosso posicionamento sobre pontos-chave de alguns trabalhos que levantamos acima, organizamos os seguintes tópicos:

- avaliamos que a principal dificuldade observada no processo de aprendizagem de área e de perímetro é a confusão entre estas grandezas geométricas, o que inclui a não dissociação entre suas medidas;

- aceitamos que o trabalho simultâneo com área e perímetro favorece a aprendizagem destas noções;

- assumimos o fato um sujeito saber calcular a área de um retângulo não garante que ele tenha aprendido a calcular a área de uma outra figura qualquer;

- concordamos com a afirmação (já muito bem endossada pelas pesquisas) de que mudança de dimensão gera dificuldades na medição de certas grandezas, como comprimento e área de figuras planas;

[24] Por exemplo, o modelo dos Campos Conceituais de G. Vergnaud, como ressalta Lins (2008, p.534).

- assumimos com válida a ideia de comparação entre objetos (figuras) mensuráveis para a aprendizagem de área e perímetro;

- atentamos para o fato de que a noção de área de uma figura não é sempre reconhecida como uma de suas características (isto nos ajuda a pensar na gênese das possíveis dificuldades no processo cognitivo dos alunos que aprendem sobre perímetro e área);

- consideramos relevante o fato de muitos estudantes avaliarem que o aumento do perímetro de uma figura implica necessariamente em um aumento de sua área, e vice-versa;

- entendemos ser razoável considerar a estrutura de malhas (quadriculadas, triangulares, etc.) favorável à aprendizagem da noção multiplicativa de área, mas potencialmente geradora de dificuldades de aprendizagem das noções de área e de perímetro;

- damos foco para o caráter aditivo de área, a expressar-se na utilização de diferentes unidades de área e na decomposição e composição de figuras;

- não aceitamos as noções de concepções errôneas, de conhecimento *a priori* e de níveis de desenvolvimento do pensamento por faixa etária;

- não assumimos a necessidade de uma variedade de representações para o aprendizado de área e perímetro, mas sim de uma diversidade de experiências e de tarefas – que favoreçam a desejável multiplicidade de significados produzidos pelos alunos –, e ainda de intervenções docentes que objetivem a negociação destes significados.

Além destes posicionamentos, assumiremos também outros pressupostos, ligados ao nosso referencial teórico. É o que passaremos a discutir agora.

2 - Um Método de Leitura da Produção de Significados

Como dissemos acima o nosso referencial teórico é o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), que foi proposto pelo professor Romulo Campos Lins[25].

As primeiras idéias do MCS começam a surgir em sua tese de doutorado intitulada "*A framework for understanding what algebraic thinking is*" (Um quadro de referência para entender-se o que é pensamento algébrico), desenvolvida no Shell Centre of Mathematical Education de Nottingham, Inglaterra, de 1988 a 1992. Neste trabalho, Lins[26] realizou um estudo histórico e um estudo experimental, nos quais surgiu a necessidade de responder às seguintes perguntas: *(i)* o que é conhecimento?; *(ii)* como é que o conhecimento é produzido?; e, *(iii)* como é que conhecemos os que conhecemos? Ele então propôs a seguinte caracterização para a noção de conhecimento:

> Conhecimento é entendido como uma **crença** – algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza, portanto, como uma **afirmação** – junto com o que o sujeito considera ser uma **justificação** para a sua **crença-afirmação**. (LINS, 1993, p. 88, grifos do autor)

Esta concepção epistemológica é um dos elementos principais do MCS, pois que a torna diversa de todas as outras teorias epistemológicas vigentes. A ela está fortemente ligada a idéia de que conhecimento é algo do domínio da enunciação, entendendo-se que não há conhecimento nos livros, mas ali há apenas enunciados, como já citamos anteriormente.

Segundo Lins[27], dar legitimidade a uma enunciação é um dos papeis da justificação, no estabelecimento do conhecimento (de um sujeito do conhecimento). No entanto, a justificação não tem a função de explicar a crença-afirmação do sujeito. O outro papel da justificação é integrar o processo de constituir objetos[28], ou seja, produzir conhecimento. E como concluiu Silva[29], estudando o MCS, "produzir conhecimento é produzir justificações no processo de enunciação das crenças afirmações".

---

[25] Lins (1999, 2001, 2004).
[26] Lins (1992).
[27] Lins (1995).
[28] Para Lins (2004, p. 114), objeto é *algo a respeito de que se diz algo*. Ele afirma ainda (1999, p. 86) que "os objetos são constituídos enquanto tal precisamente pela produção de significados para eles".
[29] Silva (2003, p. 19).

Da caracterização de conhecimento citada acima, decorre a noção de que diferentes justificações para uma mesma crença-afirmação constituem conhecimentos diferentes[30]. Por exemplo, consideremos que uma criança observa dois desenhos feitos num quadro. Ela acredita e afirma que são dois triângulos "iguais". E justifica sua crença afirmando que as figuras são muito parecidas. Uma outra pessoa, ao se deparar com os desenhos, também acredita e afirma o mesmo, ou seja, que são dois triângulos "congruentes", mas justifica de outra forma: mede os lados e os ângulos das figuras, com certa precisão; e então admite que elas são congruentes. Embora ambos os sujeitos compartilhem a mesma crença-afirmação, a justificações da criança e da outra pessoa são distintas. Portanto, de acordo com a formulação de conhecimento que apresentamos, elas produziram conhecimentos distintos. Isto equivale a dizer que produziram diferentes significados para as mesmas figuras desenhadas no quadro; ou, ainda, que constituíram objetos geométricos distintos.

De acordo com o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), não é possível transmitir conhecimento, nem "comunicar" significados. Pois a noção de *processo comunicativo* deste modelo teórico, formulada por Lins[31], a partir de três elementos – autor, texto e leitor –, é expressa da seguinte maneira:

> O autor é aquele que, no processo, produz a enunciação: um professor em uma aula expositivo-explicativa, um artista plástico expondo seus trabalhos, um escritor apresentando sua obra. O leitor é aquele que, no processo, se propõe a produzir significados para o resíduo das enunciações como, por exemplo, o aluno que, assistindo à aula, busca entender o que o professor diz, o crítico de arte ou o leitor de um livro. Já texto é entendido como qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado. (SILVA, 2003, p.62)

Assim, autor é aquele que enuncia algo para alguém, e este alguém não é um indivíduo ou uma coletividade, embora o autor possa se encontrar em uma atividade que envolva pessoas, como orientar um filho ou fazer um palestra. Toda enunciação é dirigida a um alguém, dito *interlocutor*, que é um ser cognitivo (e não "rostos" com quem falamos), ou seja, é *uma direção* na qual o autor fala[32].

Outra noção importante oferecida pelo MCS é a de legitimidade. Via de regra, os pesquisadores se referem a *significados matemáticos*, e não a outro tipo de

---

[30] Lins (1994, p. 29).
[31] Lins (1999).
[32] Neste ponto, a palavra "fala" é representativa da categoria de qualquer expressão enunciativa, como a escrita, os desenhos, os diagramas, os gestos e a própria articulação fonética.

significados produzidos pelos estudantes. Como exemplo disto, vejamos os trabalhos de Godino e colaboradores[33] e de Cobb e Bauersfeld[34]. Já na perspectiva do MCS, outros significados, ditos não-matemáticos, são também considerados possíveis e legítimos, mesmo em se tratando de significados produzidos por alunos nas aulas de matemática. Esta é a diferença fundamental do MCS para as duas abordagens supracitadas, muito embora as três perspectivas tenham como referencial comum os trabalhos de Vygotsky. E esta diferença capital parece ter maior relevo, quando explicitadas as possíveis conseqüências da legitimação (ou não) dos significados não matemáticos na escola, nas seguintes considerações:

> É preciso que a escola tenha a dignidade de admitir que significados matemáticos são *mais um* modo de produzir significados, e não o único, e mais, que os significados matemáticos e os não-matemáticos são diferentes. Apenas assim, permitindo a legitimidade dos significados não-matemáticos na escola, poderemos aspirar à legitimidade dos significados matemáticos fora da escola. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 165)

O processo no qual o leitor *lê* algo[35] é semelhante, mas não idêntico ao processo anterior, do autor e sua enunciação. O leitor constitui sempre *um autor* (ser cognitivo e não biológico), e em relação ao que este um autor diria é que o leitor produz significado para o *resíduo de enunciação*, o qual se transforma em *texto* apenas no instante em que este leitor produz significados para ele – segundo Lins[36].

A partir das noções acima apresentadas, podemos entender o *ensinar* como um processo docente sustentado em uma *leitura positiva*[37], uma leitura do outro através de suas legitimidades, e não uma *leitura pela falta*, como acontece nas teorias piagetianas e no *ensino tradicional vigente*[38]. Na função de ensinar, o professor deveria, então, ter consciência de um objetivo fundamental a ser por ele atingido: criar e compartilhar espaços comunicativos, começando por dar legitimidade aos significados produzidos por seus alunos. Mas entendemos também como característica do ensinar, o ter como foco principal a *aprendizagem* dos estudantes. Assim, surge a necessidade de se compreender os processos cognitivos subjacentes à aprendizagem.

---

33 Godino *et al* (2008).
34 Cobb e Bauersfeld (1995).
35 Este “algo” pode ser, por exemplo, a fala de alguém ou um texto escrito, entendidos por Lins (2001, p.59) como um *resíduo de enunciação*.
36 Lins (1999).
37 O termo *leitura positiva*, de Silva (2003, p.66), foi substituído por *leitura plausível* para se evitar que seja confundido com noções da escola filosófica de Comte.
38 Para este termo, tomamos o sentido dado por Baldino (1998, p. 64).

No processo de análise dos dados de nossa pesquisa de campo[39], quando elaboramos e aplicamos as tarefas envolvendo *área* e *perímetro*, utilizamos algumas caracterizações, como as de conhecimento e de significado, discutidas acima, que nos ajudam a ler os processos cognitivos dos alunos.

Quando descrevemos uma série de elementos constituintes do MCS, não queremos com isso dizer outra coisa senão que é o conjunto destes elementos que estaremos considerando, ao fazer a nossa leitura dos processos de produção de significados que surjam durante as sessões de aplicação das tarefas.

Então, resumimos assim os elementos envolvidos no processo de produção de significados (ver Henriques, 2011):

i) A constituição de objetos – coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos – que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos;

ii) A formação de um núcleo: as estipulações locais, as operações e sua lógica;

iii) A produção de conhecimento;

iv) Os interlocutores – item que apresentamos ao discutimos o processo comunicativo.

v) As legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade[40].

O método que apresentamos acima, descrito e denominado por Silva[41] como *Método de Leitura Positiva (ou Leitura Plausível)*, permite-nos identificar os significados que são produzidos por sujeitos humanos, a partir da análise dos resíduos de suas ações enunciativas. A importância desse método reside no fato de nos possibilitar a interação com os sujeitos, de modo que consigamos intervir intencionalmente em sua produção de significados. Nisto consiste o processo de negociação de significados.

[39] Henriques (2011).
[40] Para o termo atividade, tomamos a acepção de Leontiev (2006).
[41] Silva (2003).

3 - As Tarefas Propostas

Todas as seis tarefas, os objetivos, as considerações e citações a seguir foram retiradas de nossa investigação de mestrado[42], os sujeitos de pesquisa foram alunos do 9º ano de duas escolas públicas da cidade de Juiz de Fora, Minas Gerais. Dentre estes, destacamos duas alunas cursam o 9º ano pela primeira vez e foram escolhidas por sua disponibilidade.

Para preservar suas identidades utilizamos pseudônimos, escolhidos por elas próprias, Ortência e Marte.

Para a coleta de dados utilizamos a videografia e coletamos o registro escrito das alunas em fichas que continham as tarefas.

Em algumas tarefas, oferecemos aos sujeitos de pesquisa alguns materiais, como réguas, esquadros, etc. Estes materiais poderiam ser usados nas tarefas.

A seguir, apresentaremos as tarefas que elaboramos, seus objetivos específicos e alguns dos significados produzidos pelas alunas para os objetos que elas constituíram, ao resolverem cada tarefa[43], algumas vezes interagindo entre si, outras sob intervenções nossas.

3.1 – Tarefa 1

Os dois retângulos abaixo são iguais. Observe.

FIGURA 1

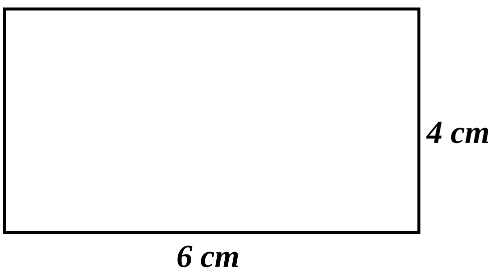
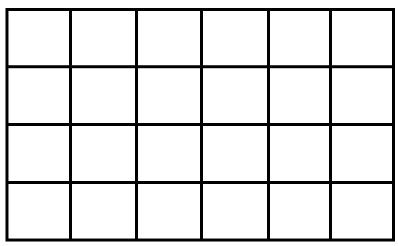


FIGURA 2



Considerando as Figuras 1 e 2, responda às seguintes perguntas:

a) Qual é a medida da área do retângulo?

b) Qual é a medida do perímetro do retângulo?

---

[42] Henriques (2011).

[43] As análises completas encontram-se na dissertação de mestrado intitulada "Um Estudo sobre a Produção de Significados de Estudantes do Ensino Fundamental para Área e Perímetro", disponível em: www.ufjf.br/mestradoedumat/dissertacoes-defendidas

Objetivos específicos da Tarefa 1: obter dois modos de apresentar o retângulo para gerar possíveis dualidades ou para permitir enunciações dos alunos que exibam diferentes modos de *operar* com área e com perímetro (por exemplo, com a multiplicação de grandezas lineares ou com a contagem de unidades de área); vislumbramos a perspectiva de, através de uma intervenção orientada, fazer com que os sujeitos pensem e falem a partir das duas figuras, caso não o façam espontaneamente.

3.2 – Uma Produção de Significados para a Tarefa 1

Deixo a sala de entrevistas e a câmera registra as primeiras reações dos sujeitos (alunas), nas transcrições. Logo elas começam a discutir acerca da identidade das duas figuras dadas analisando se as figuras são iguais ou não e estranham uma estar quadriculada. Acham a tarefa bastante fácil e questionam se “é só isso” ou se tem alguma “pegadinha”. Embora concordem em alguns pontos, elas operam com significados diferentes. Para o objeto *medida de área*, Ortência produz significado no sentido de *produto dos lados da figura*, operando com a noção de ladrilhamento com unidades de área. Para o mesmo *objeto*, Marte produz o significado de *quantidade de quadradinhos cabem na figura*, ou seja, opera com a noção de multiplicação de medidas.

As alunas sentem falta dos materiais comumente utilizados nas aulas de Desenho Geométrico (disciplina que faz parte da grade escolar desde a época em que elas cursavam o 6º ano do Ensino Fundamental) e apresentam dificuldades em estimar valores. Marte fala em *estimar* valores pensando em quantidades de área, isto é, parece operar com apenas uma grandeza, a área. Já Ortência, ao falar em *certeza*, demonstra preocupação com as medidas dos lados das figuras: como ela própria afirmou, não se arriscaria a fazer “um cálculo sem saber com certeza” quais são as medidas dos lados. Ortência parece operar com três grandezas: comprimento e largura do retângulo, e a medida da área do retângulo. Apesar de fazermos algumas intervenções, Marte permanece com a ideia de *unidades de área*, e Ortência, com a ideia de *medidas de comprimento*. Ortência não opera com a estrutura de malhas para medir a área do retângulo e mantém-se impermeável[44] a essa possibilidade, corrigindo ainda os cálculos de Marte.

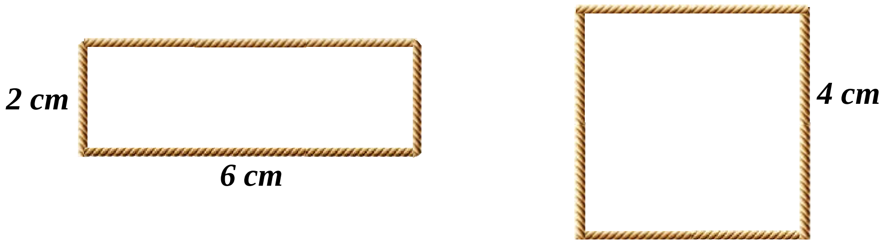
Marte calcula o perímetro somando os dois lados do retângulo, cuja medida foi dada; ela parece operar, como já dissemos, com a ideia de uma única grandeza, a área. Assim, embora Marte produza significados em outra direção, em suas anotações ela utiliza o mesmo modo de Ortência para calcular área e perímetro.

As discussões empreendidas pelos alunos, ao resolverem a Tarefa 1, demonstraram que tal tarefa pode, de fato, ser um bom instrumento inicial para se trazer à tona possíveis dificuldades na aprendizagem das noções de área e de perímetro.

3.3 – Tarefa 2

Você possui uma corda com a medida de 16 centímetros, quando está totalmente esticada, como mostra a figura abaixo.

Com esta corda, você construiu um retângulo e depois um quadrado, conforme o que podemos observar nas seguintes figuras. Veja.



a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas?

b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros?

Objetivos específicos da Tarefa 2: buscar uma aproximação da relação área-perímetro, segundo possíveis significados produzidos pelos sujeitos; vislumbramos a ideia de fixar o perímetro (com um exemplo que tenda ao físico, como uma corda, embora desenhada), com a intenção de gerar nos sujeitos o desconforto de obter medidas diferentes de área para uma mesma medida de perímetro.

[44] A noção de impermeabilização que concebemos está relacionada à postura do sujeito de não compartilhar novos interlocutores, diferentes daqueles para o qual ele estava voltado, de não se propor a produzir significados numa outra direção. (Silva, 2033, p. 141)

3.4 – Uma Produção de Significados para a Tarefa 2

Na análise dessa tarefa, encontramos diversas produções de significados, novamente a presença da confusão entre área e perímetro e, ainda, um espontâneo debate sobre a importância do Desenho Geométrico para a aprendizagem de Geometria. Neste debate, Ortência defende a posição de que a aulas de Desenho Geométrico podem ser de grande valor para o desenvolvimento e a aprendizagem dos alunos, sobre os temas geométricos.

A confusão entre perímetro e área aparece, reincidentemente, na produção de significados de Marte. Enquanto esta aluna parece considerar que as figuras foram feitas com a mesma corda – o que a levou a associar, imediatamente, que as figuras teriam a mesma área –, Ortência opera com a noção multiplicativa de área, discordando de Marte quanto à semelhança das áreas.

Ortência calculou as áreas dos dois retângulos para compará-las, mas depois da interação com Marte, passou a pensar na relação da área com o perímetro, que não é uma relação linear, fato que, ao ser por ela percebido, causou-lhe estranhamento, como podemos verificar através da expressão da aluna: “É estranho pensar que a corda é do mesmo tamanho e a área é diferente”.

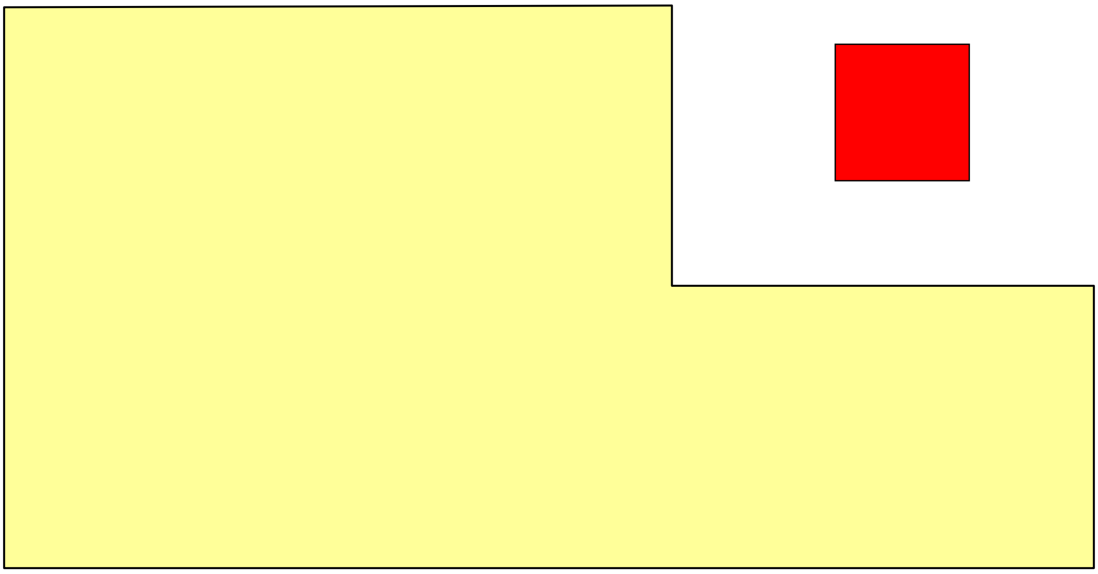
Em suas justificações sobre as áreas iguais, Marte envolve outros elementos, como figuras de “formas equiláteras”, a associação entre estas figuras e a possibilidade de terem a mesma área. Isto é o que pudemos entender, inicialmente, a partir da afirmação de Marte: “só se for uma forma equilátera, que vai ser da mesma área, porque é multiplicação”. Marte produz significados para “formas equiláteras” no sentido de serem *figuras geométricas que têm a mesma área e todos os lados iguais*.

As produções de significado das alunas são diversas, embora em seus registros para o cálculo das áreas tenham sido realizados de modo análogo.

Entendemos, então, que esta tarefa fez as alunas pensarem nas relações entre área e perímetro, às quais, segundo afirmaram e justificaram elas, não foram apresentadas durante toda a sua escolaridade.

3.5 – Tarefa 3

Da forma que você achar melhor, utilize o quadrado vermelho para responder à pergunta abaixo, envolvendo a figura a seguir.



Quantos quadrados vermelhos iguais a este cabem na figura acima?

Objetivos específicos das Tarefas 3: obter um modo de explicitar as possíveis dificuldades dos sujeitos operarem com a ideia da contagem das unidades de área para obter a área de uma figura, o que possivelmente estaria relacionado à confusão entre área e perímetro; ainda, buscar uma aproximação da relação área-perímetro, com a utilização de sobreposição e ladrilhamento (estrutura de malha), ou medição de dimensões das figuras dadas com suporte das tarefas. O quadrado vermelho não foi apresentado aos sujeitos de pesquisa como a figura acima, ou seja, impresso na ficha da tarefa. Ele foi apresentado junto à ficha, mas como um recorte em cartolina, de modo que as alunas pudessem sobrepô-lo à figura da tarefa. Ainda, outros três quadrados[45], idênticos ao primeiro, foram deixados ao alcance dos sujeitos, junto de réguas e esquadros, como sugestão de modelo de unidades de área quadradas, possível instrumento mediador para que os sujeitos operem com o ladrilhamento. As réguas e os esquadros oferecidos podem sugerir medições e desenhos, ou serem utilizados como possíveis instrumentos para que os sujeitos operem com fórmulas ou com o desenho geométrico. Para esta tarefa, vislumbramos a ideia de sobreposição de elementos físicos de unidade de área, com o cuidado de serem

[45] Os quadradinhos foram moldados como recortes da figura dada na tarefa, de tal modo que um número inteiro deles preenche toda a figura.

figuras planas regulares cuja medida de área é um divisor inteiro da medida da figura da tarefa, de tal modo, ainda, que seja possível encaixa-las, sem sobreposição das unidades de área uma em relação a outra, e sem sobrar lacunas entre elas, quando na provável atividade de ladrilhamento.

3.6 – Uma Produção de Significados para a Tarefa 3

Logo no início, as alunas demonstraram preocupação com a precisão da resposta. Marte preocupa-se em identificar quantas unidades do quadradinho vermelho cabem na figura amarela. Sobrepondo os quadrados vermelhos à figura da tarefa, a aluna preocupa-se com “quantos quadrados inteiros (e não suas frações) cabem na figura”.

Já Ortência, ao calcular a área da figura desta tarefa, utiliza a medida do lado do quadrado, a qual obteve com ajuda de uma régua. A aluna divide a figura em duas outras, às quais chamou de *a* e *b,* e planeja “fazer arredondando”. Diferentemente de Marte, tal expressão tem, para Ortência, o significado de *calcular quantos quadrados e suas frações cabem dentro da figura*.

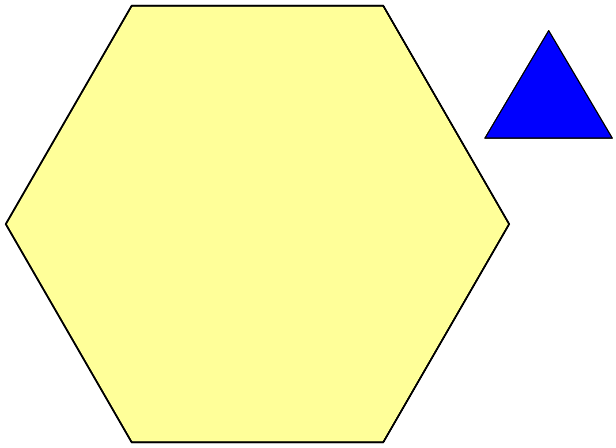
A confusão entre área e perímetro surge novamente quando Marte pergunta se quando se deseja saber “quantas coisas cabem dentro de uma outra coisa, eu tenho que saber a coisa dessa coisa em área ou perímetro?” Neste trecho da transcrição, Marte expressa suas dúvidas quanto tais grandezas e suas unidades.

Mais adiante, Ortência muda sua forma de operar e passa a utilizar a ideia de pavimentação, sobrepondo os quadrados à figura, justapostos e sem sobreposição entre eles, e depois os contando um a um.

Observe, professor ou professora, que esta tarefa atingiu alguns objetivos para os quais foi elaborada e selecionada para a pesquisa de campo: a confusão entre área e perímetro foi explicitada na utilização de centímetros quadrados como unidade de medida de área e de perímetro; a dificuldade de medir o perímetro através de uma unidade de área (neste caso, o quadrado vermelho) foi observada através da produção de significados de Ortência; a insistência em utilizar a régua para obter os lados e utilizar a noção multiplicativa para obter área, embora tenha sido dado outro instrumento de medida, e ainda solicitada, no enunciado da tarefa, a utilização deste instrumento (o quadradinho).

3.7 – Tarefa 4

Da forma que você achar melhor, utilize o triângulo azul para responder à pergunta abaixo, envolvendo a figura amarela a seguir.



Quantos triângulos azuis, como este, cabem na figura amarela acima?

Os objetivos da Tarefa 4 são os mesmos da Tarefa 3. A diferença está no tipo de figura e nas possíveis composições e decomposições com as quais os alunos operem, pois na Tarefa 4, a unidade de área sugerida é o triângulo, enquanto que na Tarefa 3, é o quadrado.

3.8 – Uma Produção de Significados para a Tarefa 4

Professor ou professora, foi apresentado, junto à ficha da Tarefa 4, um triângulo equilátero azul, como um recorte em cartolina, de modo que as alunas pudessem sobrepô-lo à figura da tarefa, e outros três triângulos idênticos ao primeiro, além de réguas e esquadros que foram deixados à disposição dos sujeitos de pesquisa nessa tarefa.

Nessa tarefa, ambas as alunas se envolveram unicamente com a atividade de *montar* a figura com os triângulos dados, a princípio sem preocupação com medidas, abandonando as réguas.

Ainda na aplicação da Tarefa 4, pedimos aos sujeitos que, além de responder à questão, encontrassem também a área e o perímetro da figura.

Novamente aparece a preocupação com a precisão.

Quanto à segunda parte da tarefa, que foi “calcular a área e o perímetro da figura”, Ortência se lembra da fórmula utilizada nas aulas de Geometria, mas considera a altura (h) como tendo a mesma medida que o lado do triângulo. Multiplicando esta área pelo número de triângulos que encontrou, a estudante calcula a área da figura. Para calcular o perímetro, ela conta de um em um os lados do triângulo que formam o contorno da figura e encontra 24 centímetros. Já Marte opera com a noção de área de retângulo para calcular a área do triângulo.

Ambas calculam o perímetro da mesma forma. Marte já não mais confundiu perímetro com área, o que nos leva a suspeitar que as experiências das tarefas anteriores, nas quais a aluna interagiu com a colega e o pesquisador, influenciaram esta possível mudança.

3.9 – Tarefa 5

> Um *outdoor* de uma propaganda publicitária foi construído com a forma de um retângulo com área de 104 m^2 e com um dos lados sendo 5 metros maior do que o outro. A agência de publicidade responsável pela propaganda decidiu colocar um revestimento de alumínio para contornar todo *outdoor*, o que lhe dá um melhor acabamento. Imagine que você trabalhe nesta agência e precisa calcular quantos metros de alumínio serão necessários para cobrir toda a borda do *outdoor*. Então, faça agora este cálculo.

Objetivos específicos da Tarefa 5: buscar uma aproximação da relação área-perímetro, com a utilização elementos algébricos, com a expectativa de que os alunos partissem para uma solução que ligasse álgebra e geometria[46]; obter um modo de explicitar as possíveis dificuldades relacionadas à mudança de grandezas, talvez geradora da confusão entre perímetro e área; vislumbramos um exemplo algo usual (na escola, nos livros didáticos) que proporcionasse uma sensação imediata de solução rápida, seja por fórmulas ou por outra estratégia, mas que apresentasse uma dificuldade intrínseca à possível solução geométrica do problema da tarefa.

3.10 – Uma Produção de Significados para a Tarefa 5

Professora ou professor, no enunciado da Tarefa 5, contemplamos elementos que nos ajudassem a diagnosticar dificuldades possivelmente relacionadas à mudança de grandezas, como a não dissociação entre área e perímetro, a confusão entre estes temas e o estabelecimento de ligações entre álgebra e geometria, dentre

[46] Uma discussão sobre esse tipo de ligação é feita em Jones (2010).

outras dificuldades identificáveis quando os estudantes produzem significados para tais objetos.

Para esta tarefa, adotamos os seguintes procedimentos: não demos nenhuma orientação aos sujeitos de pesquisa, apenas entregamos a eles as fichas da tarefa e disponibilizamos réguas, esquadros e lápis; ausentamo-nos da sala por todo o período (previsto e efetivado) de aplicação da tarefa, sendo que, quando retornamos, os sujeitos já haviam terminado há 5 minutos, aproximadamente; então, não fizemos nenhuma pergunta ou intervenção depois deste tempo.

Ao nos ausentarmos da sala, esperávamos testar o quanto a interação entre os sujeitos, sem a intervenção orientada do pesquisador, pode gerar novas produções de significados. Com efeito, esta interação aconteceu mais intensamente do que nas outras tarefas, gerando uma diversidade de enunciações acerca dos temas da tarefa, mas também sobre diversos outros temas, como *contar nos dedos*, *decorar tabuada*, a relação do *contexto da tarefa* com a sua vida cotidiana, etc.

Ortência matematiza o problema, chega a uma equação do segundo grau e cogita a necessidade de utilizar a fórmula de Bhaskara. E de fato a utiliza.

Diferentemente de Ortência, Marte encontra uma outra saída, embora também algébrica, nomeando os lados do retângulo por *b* e *b+5*, mas parte da noção de que a área de um retângulo é obtida pela soma dessas duas medidas. Na tarefa 1, a aluna calculou o perímetro da mesma maneira com que calculou a área na tarefa 5. Ela também não parece se importar com que grandeza está calculando, mas apenas com o resultado quantitativo do que se pede no enunciado.

Ortência não consegue resolver a equação de segundo grau e atribui isto à maneira como pensou a partir do enunciado, relacionando as incógnitas que criou para as medidas dos lados do *outdoor*. Embora para um matemático não haja diferença alguma entre uma e outra maneira de pensar (pois o fato de um lado ser maior que o outro, garante que este seja menor que aquele), para a aluna os significados de um e de outro modo parecem ser diferentes o suficiente para gerarem interpretações algébricas também diferentes. Essas diferentes interpretações gerariam, por sua vez, diferentes resultados para o problema apresentado.

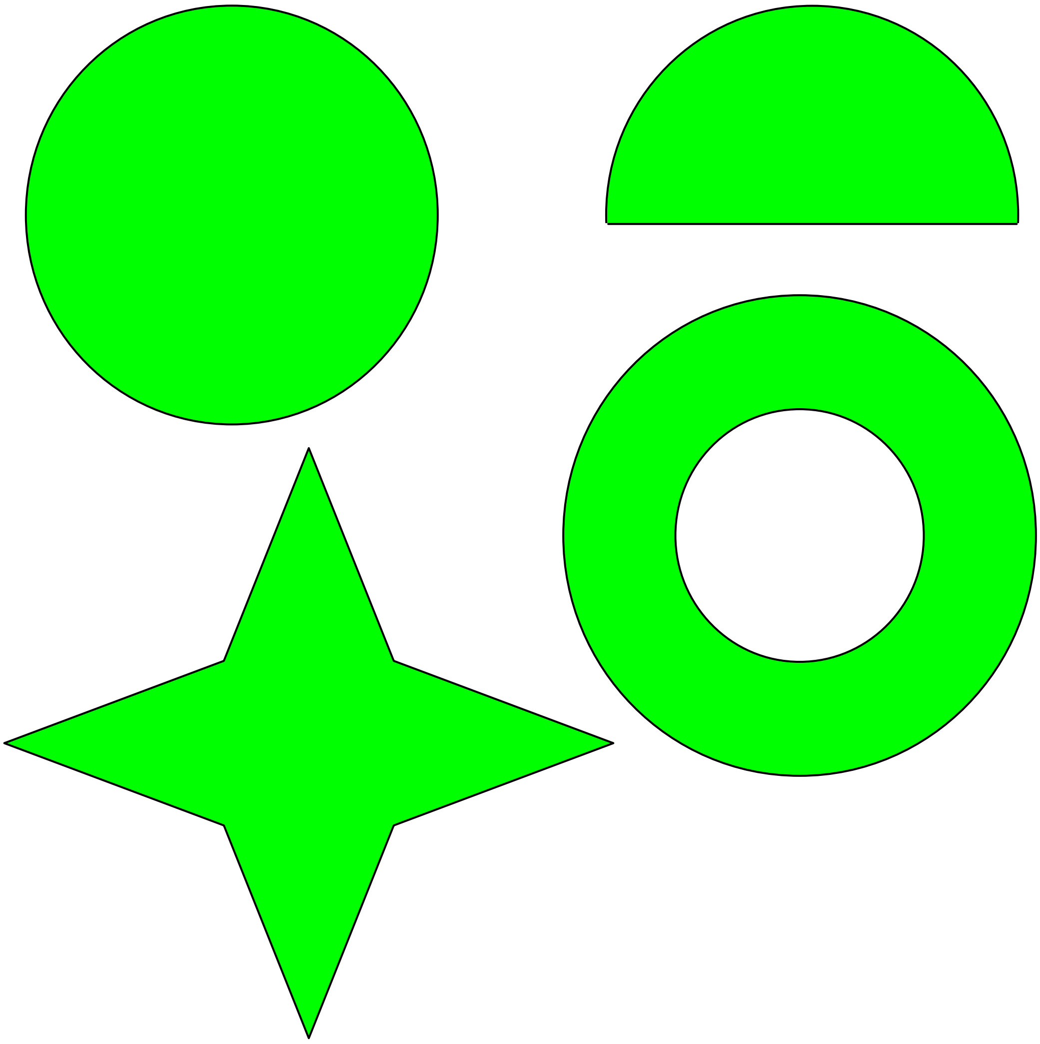
Um tempo depois, Ortência deixa a tentativa de resolver o problema através de equações, e passa a testar valores para os lados da figura (*outdoor*), ainda considerando a diferença de medida entre seus lados. Ao testar alguns valores, Ortência não fica convencida de que estes valores são os corretos, e tenta, em um primeiro momento, dividir a área do retângulo e depois encontrar a raiz quadrada da área e diferencia “usar raciocínio” de “usar conta”.

A confusão entre área e perímetro reaparece nas falas de Marte. Ortência encontra, por tentativas, os valores dos lados.

Ao final da tarefa, acontece uma última discussão que nos revelou a permanência da dificuldade de Marte de não dissociar área de perímetro.

3.11 – Tarefa 6

Calcule a ***área*** e o ***perímetro*** das figuras abaixo.



Objetivos específicos da Tarefa 6: buscar uma forma de fazer com que os sujeitos se deparem com situações nada usuais envolvendo medidas de área e de perímetro, e com a necessidade de comparar suas variações e estabelecer relações entre suas medidas, seja através da tarefa ou de perguntas que o pesquisador faça durante a resolução das tarefas pelos sujeitos; vislumbramos exemplos usuais e outros não-usuais de figuras planas, mas que trouxessem, em suas estrutura, *elementos dificultadores* às soluções das questões apresentadas, como a relação entre perímetros do círculo e do semi-círculo e o volume da coroa circular, dependendo dos significados produzidos pelos sujeitos, o que é, aliás, condição à qual estão submetidas todas as outras descrições de objetivos e de saídas para as elaborações acima, com base nas premissas do Modelo dos Campos Semânticos, que já apresentamos anteriormente.

3.12 – Uma Produção de Significados para a Tarefa 6

Nenhuma orientação foi dada aos sujeitos de pesquisa, sobre esta tarefa. Apenas lhes oferecemos lápis, borracha, réguas, esquadros e algumas figuras recortadas em cartolina, as mesmas das tarefas 3 e 4 (quatro triângulos equiláteros cujos lados tem a medida aproximada do raio do círculo da tarefa 6, e quatro quadrados cujos lados têm medida aproximada da metade do raio desta tarefa). A tarefa (Figura 35) foi divida em duas fichas: a primeira contendo o círculo e o semicírculo; a segunda, a coroa circular e a estrela.

A partir de falas iniciais, pudemos entender que ambas as alunas não sabiam calcular a área de figuras planas diferentes de polígonos. Assim, avaliamos que elas estejam diante de uma dificuldade, pois podem produzir significados para *medida de área de não-polígonos*, mas não o fazem. Mas esta dificuldade parece ser vencida, quando o surgem novos elementos, na interação entre as alunas.

No momento do diálogo inicial, dada a tarefa, as alunas discutem a possibilidade de circunscrevem um quadrado ou um triângulo à primeira figura, o círculo. E parecem acreditar que a área do quadrado circunscrito e a área do triângulo circunscrito teriam um valor aproximado do valor da área do círculo dado. Em seguida, Marte e Ortência discutem qual das figuras tem área mais aproximada da área do círculo. Neste momento, ambas já consideram a possibilidade de calcular a área do círculo, ao menos de maneira *aproximada*. Isto indica que as alunas estão superando sua dificuldade inicial. Em outras palavras, estão aprendendo um modo de calcular a área de um círculo e este aprendizado está acontecendo sem a intervenção do pesquisador.

Ortência e Marte demonstram dificuldades ao chegar a valores iguais para área e perímetro, suspeitando que isso fosse improvável ou impossível. Percebemos, portanto, que embora as discussões travadas na aplicação da Tarefa 2 tenham levado às alunas a aceitarem esta mesma possibilidade (a de uma figura plana ter área e perímetro idênticos), isto parece não ter sido o suficiente para que elas tenham internalizado este modo de produzir significado para tal relação entre as duas grandezas geométricas. E entendemos que o aprendizado de determinadas relações entre área e perímetro, como a conservação da área quando o perímetro varia, são importantes para que os estudantes possam produzir significados para tais objetos.

Ortência se depara com outra dificuldade, ao não produzir significado para o perímetro do círculo, quando tenta, por várias formas, encontrar uma solução parecida com a que criou para calcular a área do círculo, mas não se convence de que uma delas pode estar correta. No entanto, a aluna calcula o perímetro para as duas figuras, sendo que para o perímetro do círculo, ela toma os quatro lados do quadrado circunscrito diminuídos de dois lados do quadrado cujo lado mede 1 cm. Assim, soma os lados dois a dois, fazendo, por fim, *8+8=16 cm*. Procedimento semelhante a aluna usa para calcular a área do semi-círculo, que considera (corretamente, pensamos) o seu diâmetro medindo *6 cm*, marcando este valor como a medida do segmento de reta que forma a figura.

Para Marte, a área do círculo tem valor aproximado da área do quadrado mensurada como *6x6=36* centímetros quadrados; e o perímetro do círculo terá, então, o perímetro do quadrado, aproximadamente. Marte utilizou o mesmo modo de calcular a área do círculo, para encontrar a área do semicírculo, que inscreveu em um retângulo de lados *3* e *6* (centímetros).

Vejamos, professor ou professora, que ambas as alunas se utilizaram da circunscrição de figuras, calcularam a área das figuras de modos diferentes. Com a intenção de oferecer novos elementos ao processo de produção de significado das alunas, o pesquisador coloca no quadro (lousa) as fórmulas da área e do perímetro do círculo. As alunas, então, retornam às suas fichas, medem os raios usando réguas e, então, comparam suas medidas e seus cálculos.

Ortência termina seus cálculos e expressa, pela primeira vez nesta pesquisa, a sua preocupação com a unidade de medida a ser utilizada, questionando se deveria marcar em centímetros ou em centímetros quadrados. As alunas referiam-se sempre à unidade de medida de **área**, e não chegaram a uma conclusão sobre qual unidade deveriam utilizar.

Ortência parece ter conseguido superar as dificuldades apresentados ainda no início desta tarefa, produzindo significado para área e perímetro das figuras circulares, operando com a noção de aproximação com figuras poligonais conhecidas. No entanto, a aluna não produziu significados para a *unidade de medida de área*, após calcular a área das figuras usando a fórmula. Parece-nos que uma nova dificuldade foi criada, pois Ortência passa a registrar suas respostas para área em centímetros, e não em centímetro quadrado, como fez até então, em todas as tarefas. A opção final de Ortência pela medida em *centímetros* é justificada por sua fala ("não é um lado vezes o outro, não é uma medida vezes a outra. É uma medida só.") e por seus gestos (faz um movimento circular com o lápis, no ar). Através destas expressões ou ações enunciativas da aluna, afirmamos que ela parece operar da seguinte maneira: quando calculamos a área de uma figura, a partir da multiplicação de duas medidas desta figura, obtemos uma quantidade de área em *unidades quadradas;* quando há duas medidas para serem multiplicadas (como é o caso do círculo), então obtemos um valor de área em unidades simples. A fórmula e os seus elementos (o raio, o número *pi* e o número *2*) não são citados pelas alunas na transcrição.

Marte também optou por utilizar centímetros (unidade simples) para os valores calculados, tanto de área quanto de perímetro.

Ao finalizarem a primeira parte da Tarefa 6, as alunas passam a comparar seus novos resultados (depois das fórmulas dadas) com os resultados anteriores, e Ortência se surpreende com uma grande diferença de valores. Nesse momento, o pesquisador inicia uma negociação de significados, sugerindo mais um modo de operar, produzindo significados geométricos para as figuras.

3.13 – Sobre a Elaboração das Tarefas e Outros Exemplos

As tarefas que apresentaremos a seguir (de números 7 e 8), como exemplos extras, embora tenham sido testadas apenas uma vez, em nossa pesquisa[47], foram por nós elaborada de acordo com os objetivos gerais, comuns às tarefas apresentadas anteriormente, que são os seguintes:

[47] Henrqiues (2011).

i) Que estimulem a produção de significados dos alunos;

ii) Que ampliem as possibilidades de estratégias de resolução das mesmas pelos alunos;

iii) Que possibilitem que diversos elementos do *pensar matematicamente* estejam em discussão, como a análise da razoabilidade dos resultados, a busca de padrões nas resoluções, o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas, etc.

Consideramos, ainda, que cada tarefa proposta, com seu enunciado e seus possíveis suportes[48], deva possuir duas características indispensáveis para lograrmos os objetivos que assumimos: *i)* a tarefa deve ser *familiar* e, *ii)* deve ser, ao mesmo tempo, *não-usual*. Uma tarefa ser familiar significa, para nós, possibilitar que os alunos consigam falar algo a partir de seu enunciado, produzindo significados para elementos constituintes de tal tarefa. Para o termo não-usual, tomamos a seguinte acepção:

> Familiar, no sentido de permitir que as pessoas falem a partir daquele texto e, não-usual, no sentido de que a pessoa tenha que desprender um certo esforço cognitivo na direção de resolvê-lo. O fato de a tarefa ser não-usual tem como objetivo nos permitir – enquanto professores ou pesquisadores - observar até onde a pessoa pode ir falando. (...) É importante ressaltar que a crença de que uma tarefa seja familiar e não-usual está presente apenas nas expectativas do pesquisador através do seu entendimento dos sujeitos envolvidos e do contexto onde o problema será aplicado, pois, não há nada que garanta tal crença. (SILVA, 2003, p.53)

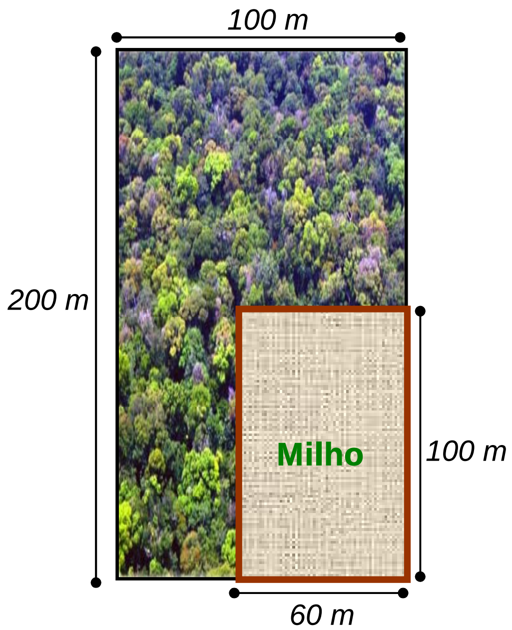
Pelo fato de as tarefas extras que seguem (Tarefas 7 e 8) apresentarem um número maior de elementos (informações diversas) envolvidos, através do seu enunciado, talvez suas soluções sejam também mais *problemáticas ou problematizantes* que as anteriores. Desta forma, sugerimos que essas duas tarefas extras sejam aplicadas na sequência das demais, ou seja, na ordenação numérica com que foram apresentadas. Naturalmente, a análise de sua aplicação a turmas distintas e em diferentes épocas pode sugerir a alteração desta ordem, ou mesmo a mudança dos elementos textuais e gráficos das tarefas. Estas decisões ficam a critério de cada professor, já que, se objetivos orientam conteúdos e métodos, como acreditamos, cada educador, junto a seus alunos (seres cognitivos únicos, diferentes dos demais), terá seus próprios objetivos a orientarem seu trabalho em sala de aula.

[48] Termo bastante empregado pelos elaboradores de avaliações de larga escala, como o PISA e a Prova Brasil, quando querem se referir a desenhos, figuras, tabelas, gráficos ou algo parecido, que complementem ou reforcem as informações dadas nos enunciados das questões.

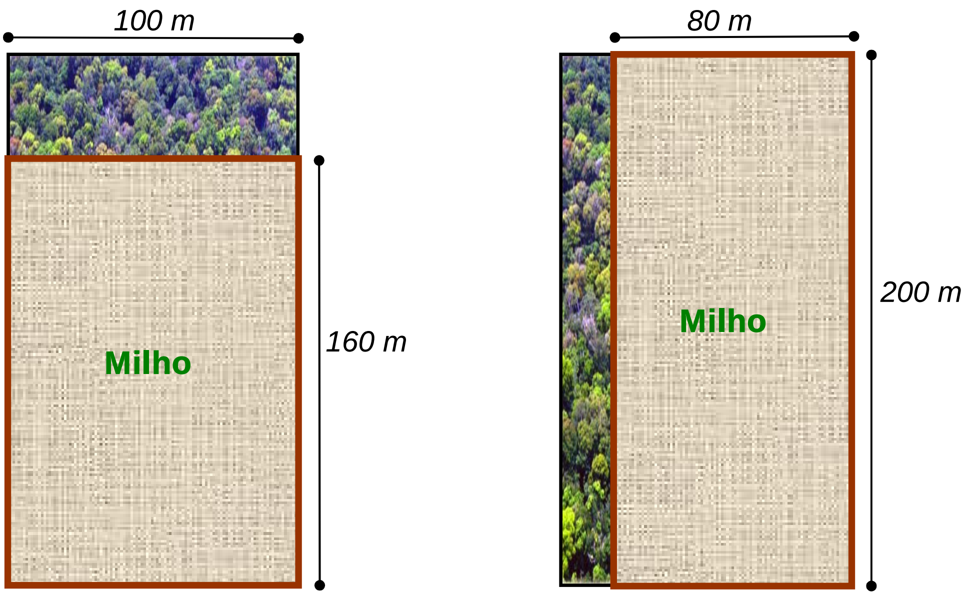
Tarefa 7

Alceu comprou uma fazenda na qual já existia uma parte destinada à plantação de milho, em meio à floresta nativa, que não pode ser totalmente desmatada em terrenos particulares, segundo uma lei ambiental brasileira. Alceu precisa aproveitar toda a terra que é permitida por lei para aumentar a área de plantio de milho.

Observe as medidas das áreas de plantio e de floresta da fazenda, antes de ser comprada por Alceu, na figura abaixo.



A plantação é limitada por uma cerca (em marrom). A área de preservação florestal deve ser de 20% do total da área da fazenda, que é de 20 000 m^2. Esta área poderia ser dividida de várias formas. No entanto, um engenheiro agrícola orientou Alceu a optar por uma das duas configurações abaixo para a fazenda, o que favoreceria o plantio, o cultivo, a colheita e o transporte do milho.



Configuração 1 *Configuração 2*

Tarefa 7 (continuação)

Baseado nos dados anteriores, responda às seguintes questões, fazendo as análises e os cálculos necessários.

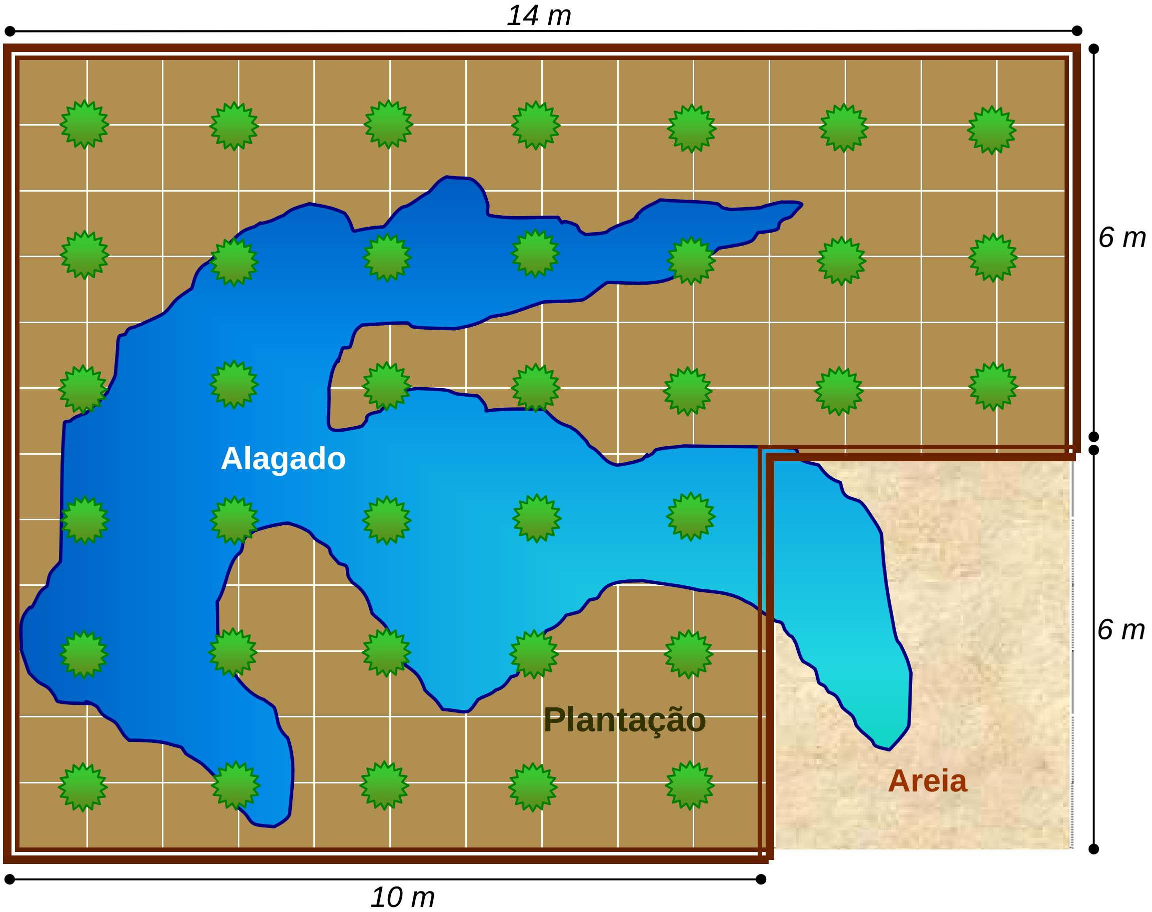
a) As sugestões dadas pelo agrônomo estão de acordo com o que a legislação permite?

b) Qual é será a medida da superfície da nova área de plantio, em metros quadrados?

c) Qual das duas opções de configuração acima é a mais econômica quanto ao gasto com a cerca da área de plantação?

Tarefa 8

Dedé, que mora na cidade cearense de Itapipoca, tem uma pequena plantação de carnaúba, conhecida como árvore da vida, pois dela tudo se aproveita, garantindo a sobrevivência de boa parte da população do sertão do estado do Ceará. A carnaúba (em verde) é normalmente plantada a 1 metro da cerca que limita a plantação (em marrom) e a 2 metros de outra carnaúba. Esta espécie de palmeira cresce também em áreas alagadas (em azul). A fazenda de Dedé tem forma retangular, representada no desenho abaixo.



A partir dos dados e da figura, responda:

a) Qual é a medida da superfície desta plantação de carnaúba, em m^2?

b) Dedé precisa aumentar a área da plantação, mas não pode gastar comprando mais material para cercar a plantação. É possível aumentar a plantação sem precisar comprar mais cerca? Como? Quantos metros tem a cerca original?

4 - Algumas propostas e esclarecimentos

Na pesquisa que deu origem ao presente produto educacional, nossa preocupação foi a de diagnosticar ou levantar as dificuldades dos alunos acerca das noções de área e perímetro. Para tanto, desenvolvemos um conjunto de oito tarefas que tinham por objetivo fazer com que os alunos falassem. Ouvir o que os alunos têm a dizer é um dos nossos grandes desafios, atuando como educadores matemáticos atuantes em sala de aula. Por isso, entendemos ser importante que controlemos, em nós, a vontade em explicar demasiadamente as tarefas, de *dar a coisa pronta*. As intervenções não devem ser utilizadas para responder a tarefa para o aluno ou mostrar como resolvê-las, mas devem ser realizadas para permitir novas produções de significado, ou quando o professor perceber que o aluno não consegue produzir nenhum significado para determinado objeto.

Nossa pesquisa, como já dissemos, foi realizada com uma dupla de meninas. Mas entendemos que o processo de nossa sala de aula se diferencia da dinâmica de uma pesquisa que é realizada com pequenos grupos e por isso fazemos algumas sugestões para a aplicação dessas tarefas, a seguir:

- Para organizar a aplicação das tarefas, você, professor ou professora, pode dividir seus alunos em grupos enquanto você percorreria esses grupos fazendo intervenções.
- Peça que seu aluno fale sobre o que está pensando ou fazendo. Só assim você perceberá quais direcionamentos ele toma. Durante nossa pesquisa, em vários momentos, percebemos que uma aluna produzia significados em uma direção e no momento das anotações ela prestigiava a produção de significados de sua colega. Isto parece ser algo comum nas salas de aula do ensino fundamental.
- Fique atento quanto às diferentes produções de significados. Em sua sala podem aparecer significados diferentes dos que nós, professores, apresentamos nessa produção, como muitas vezes os alunos encontram saídas diversas das nossas e daquelas sugeridas nos livros didáticos.
- Suas intervenções serão importantes, mas podem não surtir o efeito esperado. Muitos alunos podem não produzir significado algum. Nem sempre fazemos boas intervenções, mas lembre-se: não é producente

resolver as tarefas para seus alunos. É importante dar-lhes tempo e voz, se queremos que desenvolvam modos de pensar geometricamente.

- Em alguns momentos, as intervenções não serão necessárias; em outros, podem surtir um bom efeito, possibilitando a produção de novos significados. E somente aos poucos vamos desenvolvendo em nós tal sensibilidade para saber diferenciar tais momentos.
- As tarefas foram aplicadas na ordem descrita no texto. Apesar dessa ordem por nós estipulada entendemos que você poderá modificá-la, como já comentamos acima. Não temos indícios que nos permitam afirmar que fazer tal modificação possa comprometer a aprendizagem de área e perímetro ou a identificação as dificuldades discentes com o tema.
- Fica a sugestão de que algumas tarefas sejam realizadas como tarefas de casa e, você poderá, em um próximo encontro, discutir as diversas produções de significados, em sala de aula.
- Muitas vezes não será necessária a explicação formal por parte do professor, sobre as tarefas, porque ao conhecer as produções de significados de seus colegas cada aluno poderá produzir seus próprios significados ou aceitar a produção de significados dos outros colegas. Caso isso não aconteça, propomos intervenções mais intensas, levando-lhes a conhecer novos elementos que lhes permita produzir significados.
- Disponibilizamos as tarefas, no anexo, em sua formatação e escala originais, para que você possa utilizá-las em seu trabalho como professor ou professora de Matemática.
- O tempo para o desenvolvimento de cada uma das tarefas pode variar bastante, porquanto preferimos não estipular tempo algum, ficando a critério dos professores fazê-lo, de acordo com seus próprios objetivos ao levar estas tarefas para suas salas de aula.

Queremos, por fim, render nossa gratidão ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFJF, que permitiu-nos vislumbrar novos horizontes para a pesquisa em Educação Matemática, relacionada à sala de aula de Matemática da Educação Básica e seus elementos constituintes, sempre com vistas ao desenvolvimento amplo da criança e jovem, como cidadãos críticos, competentes para a vida social e, sobretudo, éticos.

5 - Sugestões de Leitura

ALSINA I PASTELLS, A. (2009). **Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdicos-manipulativos para crianças de 6 a 12 anos**. Trad. de Vera Lúcia de Oliveira Dittrich. Curitiba: Base Editorial.

BIGODE, A. J. L. (1999). Gestão de Interações e Produção de Conhecimento Matemático em um Ambiente de Inspiração Lakatosiana. In: **Educação Matemática em Revista**, n. 7, ano 6. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. (1994). **Investigação qualitativa em educação matemática: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora.

CHAPPELL, M.; THOMPSON, D. (1999). **Perimeter or Area? Which measure is it?** Teaching Mathematics in the Middle School, 5(1), 20-23. NCTM.

COSTA, C (2000). **Visualização, veículo para a educação em geometria.** Escola Superior de Coimbra, 2000. Acesso em 12.Março.2011, disponível em: http://www.spce.org.pt/sem/CC.pdf

FREIRE, P. (1996). **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra.

CLEMENTS, D. & BRIGHT, G. (Eds.) (2003). 2003 yearbook: **Learning and Teaching Measurement**. Reston, VA. NCTM.

HENRIQUES, M. D.; SILVA, A. M. (2009). Significados producidos por estudiantes secundarios brasileños para área de figuras planas. In: A. P. Letelier (Org.). **Actas del VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática,** (Vol.1., pp. 580-585). Puerto Montt, Chile: FISEM.

KALEFF, A . M.; NASCIMENTO; R. S. (2004). Atividades Introdutórias às Geometrias Não-Euclidianas: o exemplo da Geometria do Táxi. In: **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, nº 44, 11-42. UFRRJ.

LAKATOS, I. (1978). **A Lógica do Conhecimento Matemático: Provas e Refutações.** Rio de Janeiro: Zahar.

LOTH, M. H. M. (2011). **Uma Investigação Sobre a Produção de Tarefas Aritméticas para o 6º ano do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Profissional) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Disponível no site www.ufjf.br/mestradoedumat/dissertacoes-defendidas .

RAMOS, M. R. (2011). **Uma Investigação Sobre a Produção de Tarefas Algébricas para o 6º ano do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Profissional) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Disponível no site www.ufjf.br/mestradoedumat/dissertacoes-defendidas

ZUIN, E. S. L. (2002). Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental e o ensino das construções geométricas, entre outras considerações. In: XV REUNIÃO ANUAL DA ANPED (Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Educação), Caxambu, Minas Gerais. ***Anais...*** (Versão em CD-ROM).

6 - Referências

BALDINO, R. R. (1998) Assimilação Solidária: escola, mais-valia e consciência cínica. In J. Arbach (Ed.). **Educação em Foco**. (Vol. 3, n. 1, pp. 39-65). Juiz de Fora, Brasil: Editora da UFJF.

BALTAR, P. M. (1996). **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes: une étuide del'acquisition des relations entre lês longueurs et les aires au collège.** Tese de Doutorado em Didática da Matemática. Université Joseph Fourier, Grenoble.

BRASIL. Ministério da Educação. (2008) **PDE: Plano de desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores.** Brasília: MEC, SEB; INEP.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (Terceiro e Quarto Ciclos). Brasília: MEC/SEF.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. (1997). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (Primeiro e Segundo Ciclos). Brasília: MEC/SEF.

CLEMENTS, D. & STEFHAN, M. (2004). Measurement in Pre-K to Grade 2 Mathematics. In D. Clements, J. Sarama e A.-M. DiBiasi. (eds.). **Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education, Lawrence Erlbaum Associates**, Mahwah, NJ, pp. 299-320.

FRENCH, D. (2004). **Teaching and learning geometry.** London: Continuum.

GLAESER, G. (1982). La didactique expérimentale des mathématiques. In: **Bulletin de l'APMEP.** (N. 332. pp. 82-92). Paris: Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP).

GODINO, J. D., BATANERO, M. C.; FONT, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. In M. Rosa (Org.). **Revista Acta Scientiae** (Vol. 10, n. 1, pp. 7-37). Canoas, Brasil: Ed. ULBRA.

GODINO, J. D., BATANERO, M. C. (1994). **Significado institucional y personal de los conceptos matemáticos.** Recherches en Didactique des Mathématiques, Grenoble, v.4, n.3, p.325-353.

HENRIQUES, M. D. (2011). **Um estudo sobre a produção de significados de estudantes do ensino fundamental para área e perímetro.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, Minas Gerais: UFJF.

HENRIQUES, M. D. (2007). **Produção de significados e a noção de áreas de figuras planas.** Monografia apresentada como trabalho de conclusão do Curso de Especialização em Educação Geométrica do ICE/Universsidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, Minas Gerais: UFJF

HOYLES, C., FOXMAN, D. and KÜCHEMANN, D. (2002). **A Comparative Study of Geometry Curricula.** London: Qualifications and Curriculum Authority.

INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION (1994). **Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century:** Discussion document for an ICMI study, L'Enseignement Mathématique, vol. 40, pp. 345-357. Catania, Italia: ICMI.

JONES, K. (2010), Linking geometry and algebra in the school mathematics curriculum. In Z. USISKIN, K. ANDERSEN & N. ZOTTO (Eds) **Future Curricular Trends in School Algebra and Geometry.** Charlotte, NC: Infoage.

JONES, K; MOONEY, C. (2003). Make Space for Geometry in Primary Mathematics. In: I. THOMPSON (ed.), **Enhancing Primary Mathematics Teaching,** pp 3-15. London: Open University Press.

KORDAKI, M. (2003). The effect of tools of a computer microworld on student's strategies regarding the concept of conservation of area. In: **Educational Studies in Mathematics.** 52:177–209.

LEONTIEV, A. N. (2006). Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: Vigotsky, L. S. (Dir.), **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone. p. 59-83.

LEUNG, A. (2001). Mathematics lesson on perimeter and area. In: **Learning Study 5.** Acesso em 16.Janeiro.2010, disponível em: www.iediis4.ied.edu.hk/cidv/webdata/

LINS, R. C. (2008). A diferença como oportunidade de aprender. In: **Anais do XIV ENDIPE** (Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino). (pp. 530-550). Porto Alegre: PUCRS.

LINS, R. C. (2004). Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: M.A.V. BICUDO (Ed.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo, Brasil: EDUNESP.

LINS, R. C. (2001). The production of meaning for algebra: a perspective based on a Theoretical Model of Semantic Fields. In: R. SUTHERLAND, T. ROJANO, A. BELL e R. LINS (Eds.). **Perspectives on School Algebra** (p. 37-60). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

LINS, R. C. (1999). Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas** (p. 75-94). São Paulo: Editora da UNESP.

LINS, R. C. (1997). **Luchar por la supervivencia: la producción de significados.** R. M. GUITART (Ed.). UNO - Revista de Didáctica de las Matemáticas (Vol. 1, n. 14, pp. 39-46). Barcelona: Graó.

LINS, R. C. (1996). Notas sobre o uso da noção de conceito como unidade estruturante do pensamento. In: **Anais** da Escola Latino-americana sobre pesquisa em Ensino de Física - ELAPEF III (pp. 137-141). Canela, Rio Grande do Sul: UFRGS.

LINS, R. C. (1995). Epistemologia e Matemática. **Revista Bolema** (Vol. 9, n. 3, pp. 35-46). Rio Claro: UNESP.

LINS, R. C. (1994). O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis**. abril/junho. 1(7): 29-39. Blumenau: FURB.

LINS, R.C. (1993). Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa. **Revista de Educação Matemática** da SBEM-SP. Ano 1 – n.1- setembro. São Paulo: SBEM-SP.

LINS, R. C. (1992). **A framework for understanding what algebraic thinking is.** Doutorado em Educação Matemática. Nottingham, Inglaterra: University of Nottingham.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. (1997). **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, Brasil: Editora Papirus (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LINS, R. C.; KAPUT, J. (2004). The early development of algebraic thinking. In: K. Stacey e H. Chick (Eds.). **The future of the teaching and learning of algebra.** (pp. 37-60). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

LINDQUIST, M. M.; KOUBA, V. L. (1989). Measurement. In: M. M. Lindquist (Ed.), **Results from the Mathematics Assessment of the Natonal Assessment Of Educational Progress,** pp. 35-43. Reston, Va: NCTM.

LOVIS, K. A.; FRANCO, V. S. (2011). Geometria Euclidiana: resistências e dificuldades em compreendê-la. In: **XIII CIAEM-IACME, Anais da conferência.** Recife: UFPE.

MAJMUTOV, M. I. (1983). **La enseñanza problémica.** La Habana: Ed. Pueblo y Educación.

MALLOY, C. E. (1999). **Perimeter and Area Through the van Hiele Model.In Mathematics Theching in the Middle School 5**, (Vol. 5, N. 2, pp. 87-90): NCTM. Acesso em 06.Abril.2010, disponível em: http://www.aug.edu/~lcrawford/Readings/Geom_Nav_6-8/articles/geo3arg.pdf

MAMMANA, C.; VILLANI, V. (1998), **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: an ICMI study.** Netherlands: Kluwer Academic Publisher.

MARTOS, Z. G. (2002). **Geometrias não-euclidianas: uma proposta metodológica para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental.** 147 p. Dissertação (Mestrado). Rio Claro: IGCE/UNESP.

MELO, M. A. P. (2003). **Um estudo de conhecimentos de 5ª a 8ª séries do ensino fundamental sobre os conceitos de área e perímetro.** Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências). Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco.

NCTM (2007). **Princípios e Normas para a Matemática Escolar.** Lisboa: APM. (Trabalho original, em Inglês, publicado em 2000).

NUNES, T. (1995). Sistema de signos e aprendizagem conceitual. In: **Quadrante**, vol. 4, n. 1. Lisboa: APM.

OUTHRED, L. N.; MITCHELMORE, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. **Journal for Research in Mathematics Education**, 31 (2), 144-167. Acesso em 12.Junho.2010, disponível em: http://www.jstor.org/pss/749749

OWENS, K; OUTHRED, L. (2006). The complexity of learning Geometry and Measurement. In A. Gutiérrez, P. Boero (eds.). **Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future.** (pp.83-115). Rotterdam: Sense Publishers.

PAVANELLO, R. M. (2004). **Que Geometria pode ser significativa para a vida?** (2004) Acesso em 13.Janeiro.2009, disponível em: www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2004/cm/index.htm.

PIAGET, J.; INHELDER, B. (1993). **A representação do espaço na criança.** Tradução de: Bernardina Machado de Albuquerque. Porto Alegre: Arte Médicas.

POWELL, A. B., FRANCISCO, J. M., & MAHER, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. In C. A. Maher (Ed.). **Journal of Mathematical Behavior** (Vol. 4, n. 22, 405-435). New Brunswick, USA: Rutgers University.

SANTOS, C. A. B. (2008). **Formação de professores de matemática: contribuições de teorias didáticas no estudo das noções de área e perímetro.** 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)-Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

SILVA, A. M. da (2003). **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática. Tese de Doutorado.** Rio Claro, Brasil: UNESP.

SILVA, A. M. da (1997). **Uma análise da produção de significados para a noção de base em álgebra linear.** 162p. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: Universidade Santa Úrsula.

TELES, R. A. M. (2009) Um estudo sobre fórmulas de área em livros didáticos brasileiros. In: A. P. Letelier (Org.). **Actas del VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática**, (Vol.1., pp. 499-504). Puerto Montt, Chile: FISEM.

USISKIN, Z. (1994). Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. In: LINDIQUIST, M. e SHULTE. A. P. **Aprendendo e ensinando geometria.** (pp.21-37, Trad. Hygino H. DOMINGUES). São Paulo: Atual.

VERGNAUD, G. (2008). **Atividade humana e conceitualização.** Porto Alegre: Comunicação Impressa.

VELOSO. E. (2000). **Geometria: temas actuais: materiais para professores.** Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

VYGOTSKY, L. S. (1994) **A formação Social da Mente.** São Paulo, Martins Fontes.

VYGOTSKY, L. S. (1993) **Pensamento e Linguagem.** São Paulo, Martins Fontes.

YEO, J. K. H. (2008). Teaching Area and Perimeter: Mathematics-Pedagogical-Content Knowledge-in-Action. In: M. GOOS, R. BROWN, & K. MAKAR (Eds.), **Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia,** pp. 621-627. MERGA. Acesso em 21.Maio.2010, disponível em: http://www.merga.net.au/documents/RP752008.pdf

7 - Anexos

Anexo 1

Tarefa 1

Os dois retângulos abaixo são iguais. Observe.

FIGURA 1

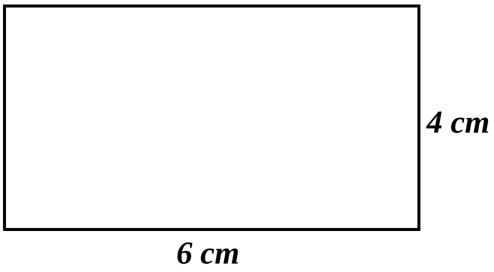
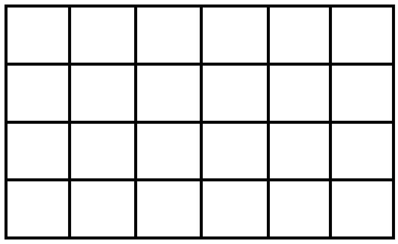


FIGURA 2



Considerando as Figuras 1 e 2, responda às seguintes perguntas:

c) Qual é a medida da área do retângulo?

d) Qual é a medida do perímetro do retângulo?

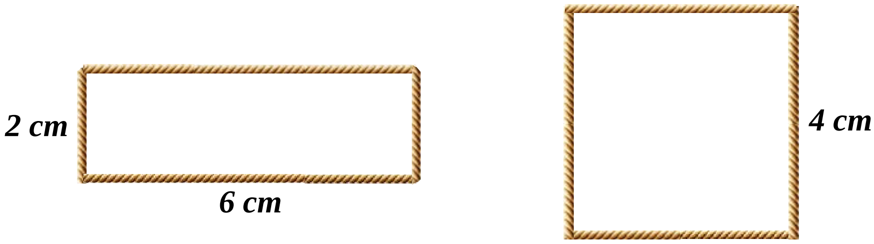
Anexo 2

Tarefa 2

Você possui uma corda com a medida de 16 centímetros, quando está totalmente esticada, como mostra a figura abaixo.

16 cm

Com esta corda, você construiu um retângulo e depois um quadrado, conforme o que podemos observar nas seguintes figuras. Veja.



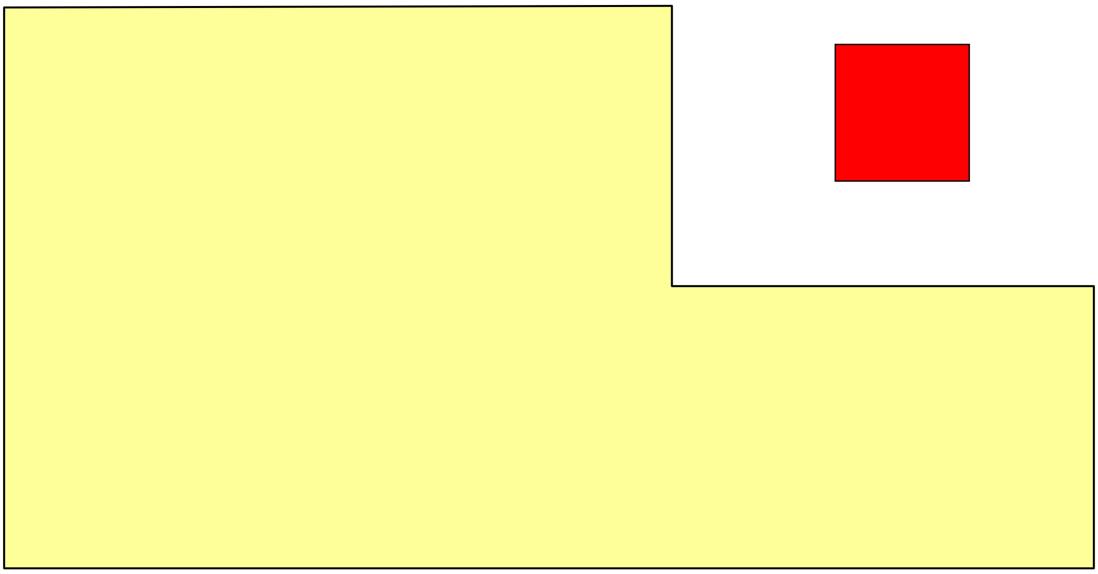
a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas?

b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros?

Anexo 3

Tarefa 3

Da forma que você achar melhor, utilize o quadrado vermelho para responder à pergunta abaixo, envolvendo a figura a seguir.

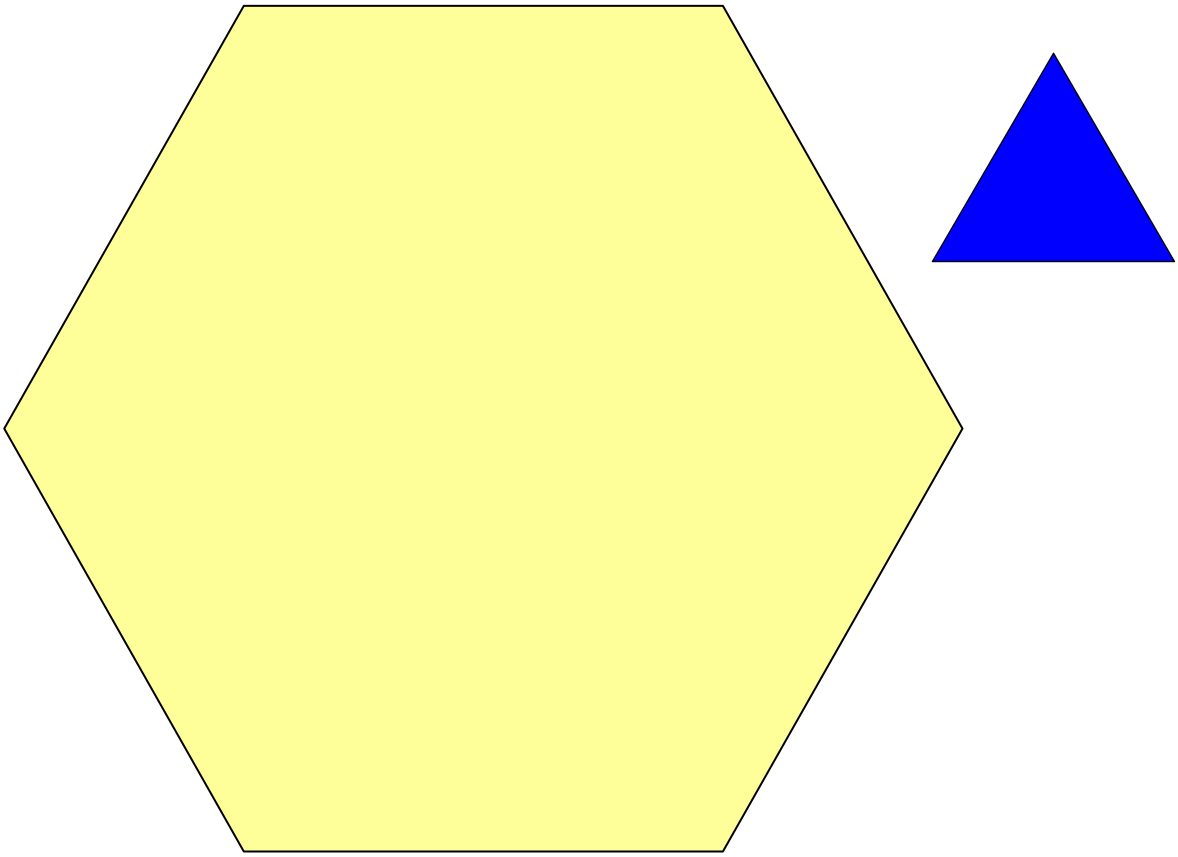


Quantos quadrados vermelhos iguais a este cabem na figura acima?

Anexo 4

Tarefa 4

Da forma que você achar melhor, utilize o triângulo azul para responder à pergunta abaixo, envolvendo a figura amarela a seguir.



Quantos triângulos azuis, como este, cabem na figura amarela acima?

Anexo 5

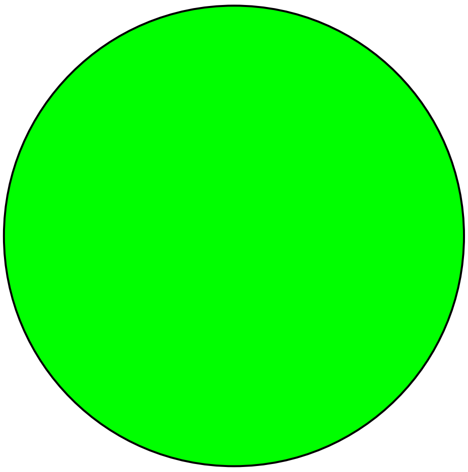
Tarefa 5

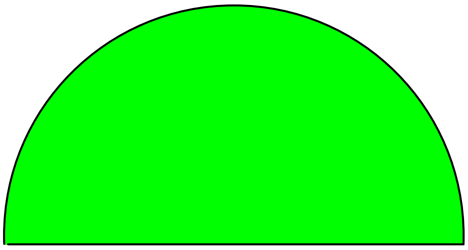
Um *outdoor* de uma propaganda publicitária foi construído com a forma de um retângulo com área de 104 m^2 e com um dos lados sendo 5 metros maior do que o outro. A agência de publicidade responsável pela propaganda decidiu colocar um revestimento de alumínio para contornar todo *outdoor*, o que lhe dá um melhor acabamento. Imagine que você trabalhe nesta agência e precisa calcular quantos metros de alumínio serão necessários para cobrir toda a borda do *outdoor*. Então, faça agora este cálculo.

Anexo 6

Tarefa 6 (1ª Parte)

Calcule a ***área*** e o ***perímetro*** das figuras abaixo.

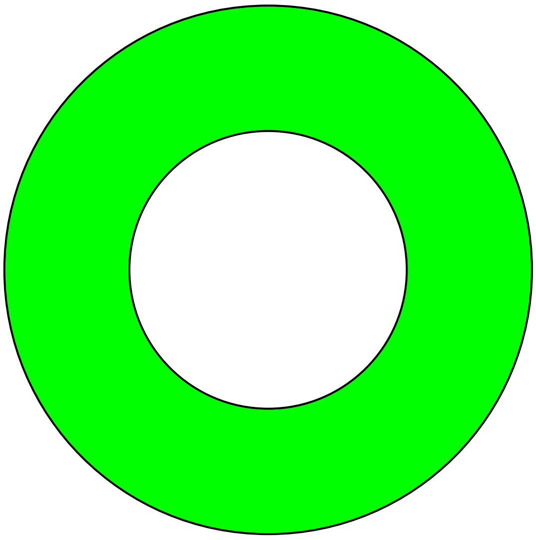


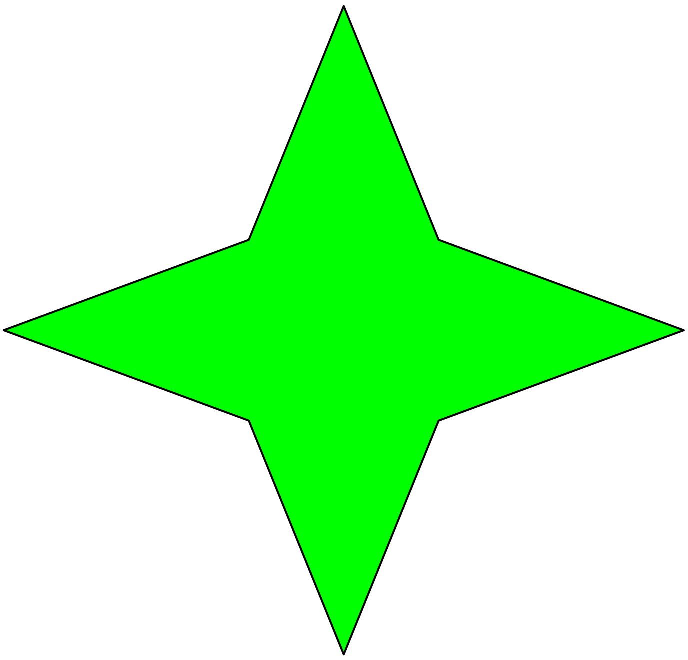


Anexo 7

Tarefa 6 (2ª Parte)

Calcule a ***área*** e o ***perímetro*** das figuras abaixo.



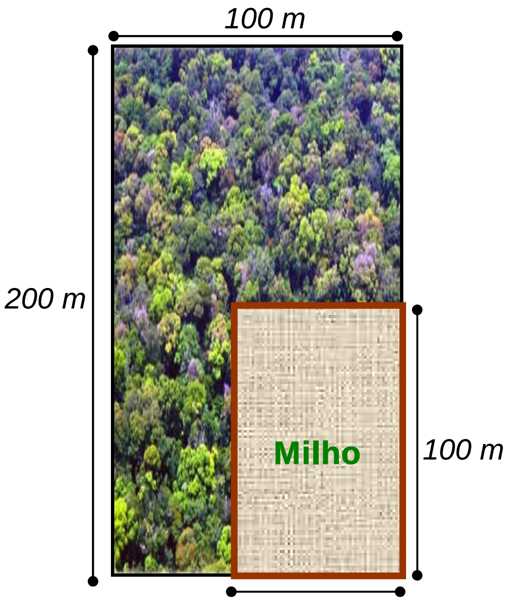


Anexo 8

Tarefa 7

Alceu comprou uma fazenda na qual já existia uma parte destinada à plantação de milho, em meio à floresta nativa, que não pode ser totalmente desmatada em terrenos particulares, segundo uma lei ambiental brasileira. Alceu precisa aproveitar toda a terra que é permitida por lei para aumentar a área de plantio de milho.

Observe as medidas das áreas de plantio e de floresta da fazenda, antes de ser comprada por Alceu, na figura abaixo.



A plantação é limitada por uma cerca (em marrom). A área de preservação florestal deve ser de 20% do total da área da fazenda, que é de 20 000 m^2. Esta área poderia ser dividida de várias formas. No entanto, um engenheiro agrícola orientou Alceu a optar por uma das duas configurações abaixo para a fazenda, o que favoreceria o plantio, o cultivo, a colheita e o transporte do milho.

Configuração 1

Configuração 2

Anexo 9

Tarefa 7 (continuação)

Baseado nos dados anteriores, responda às seguintes questões, fazendo as análises e os cálculos necessários.

a) As sugestões dadas pelo agrônomo estão de acordo com o que a legislação permite?

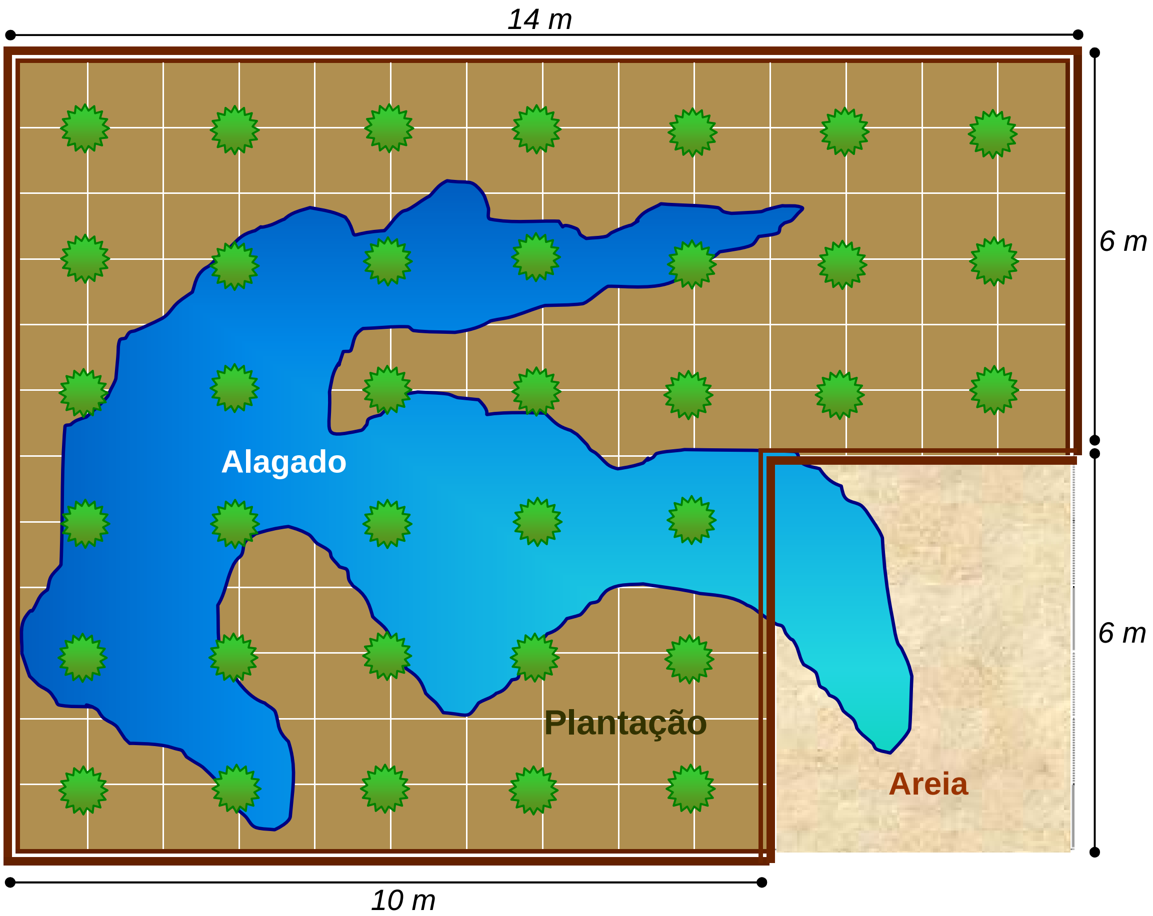
b) Qual é será a medida da superfície da nova área de plantio, em metros quadrados?

c) Qual das duas opções de configuração acima é a mais econômica quanto ao gasto com a cerca da área de plantação?

Anexo 10

Tarefa 8

Dedé, que mora na cidade cearense de Itapipoca, tem uma pequena plantação de carnaúba, conhecida como árvore da vida, pois dela tudo se aproveita, garantindo a sobrevivência de boa parte da população do sertão do estado do Ceará. A carnaúba (em verde) é normalmente plantada a 1 metro da cerca que limita a plantação (em marrom) e a 2 metros de outra carnaúba. Esta espécie de palmeira cresce também em áreas alagadas (em azul). A fazenda de Dedé tem forma retangular, representada no desenho abaixo.



A partir dos dados e da figura, responda:

a) Qual é a medida da superfície desta plantação de carnaúba, em metros quadrados?

b) Dedé precisa aumentar a área da plantação, mas não pode gastar comprando mais material para cercar a plantação. É possível aumentar a plantação sem precisar comprar mais cerca? Como? Quantos metros tem a cerca original?