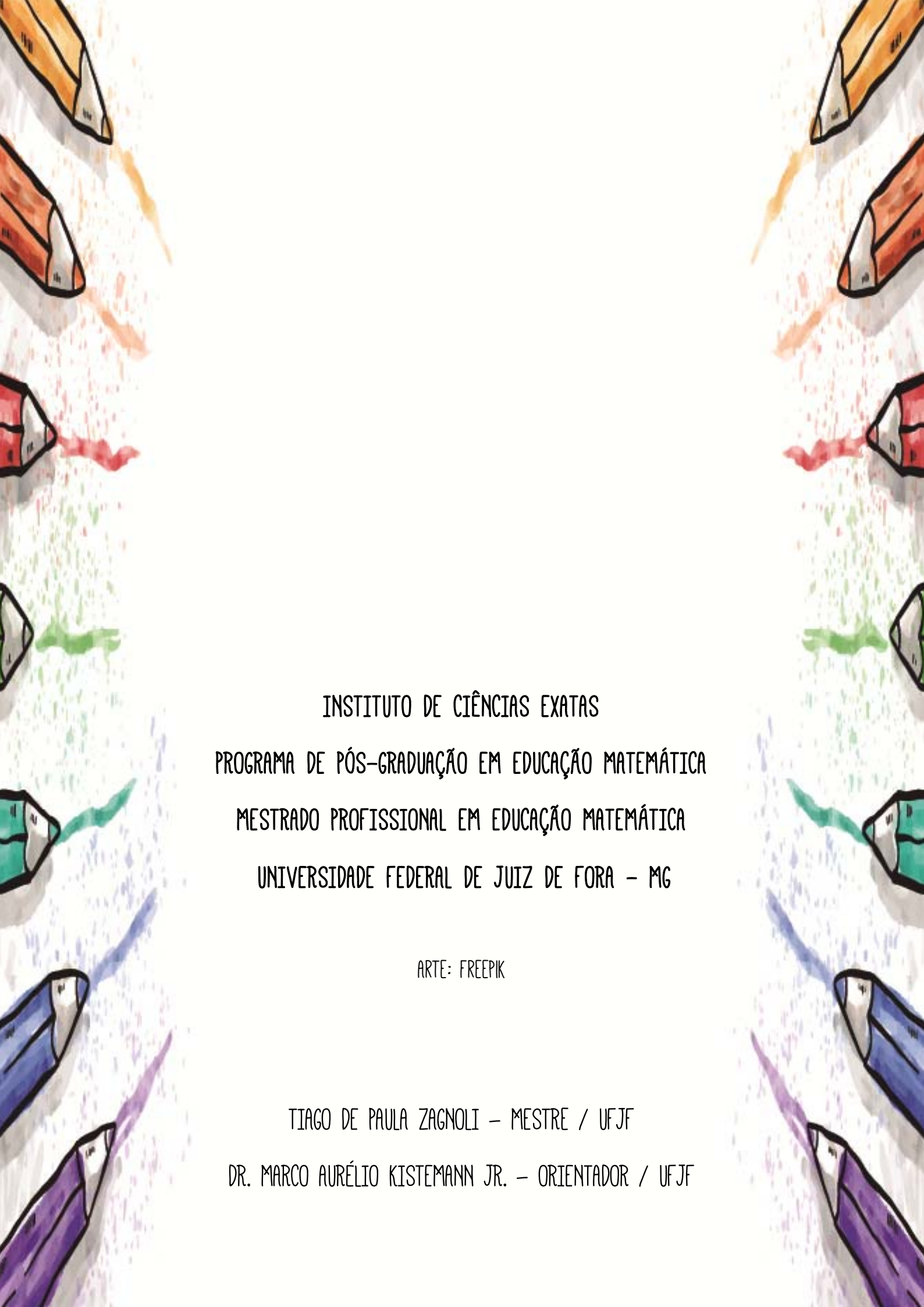




APRENDENDO COM OS ERROS

INVESTIGANDO ERROS NO ENSINO MÉDIO

AUTOR: TIAGO DE PAULA ZAGNOLI
ORIENTADOR: MARCO AURÉLIO KISTEMANN JR.

A decorative border on the left and right sides of the page, featuring several colored pencils (orange, red, green, blue, purple) pointing downwards. The pencils are drawn in a simple, hand-drawn style with black outlines and are surrounded by small, colorful splatters of paint in matching colors.

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA – MG

ARTE: FREEPIK

TIAGO DE PAULA ZAGNOLI – MESTRE / UFJF
DR. MARCO AURÉLIO KISTEMANN JR. – ORIENTADOR / UFJF

SUMÁRIO

1 – NOTA AO LEITOR	4
2 – CLASSIFICANDO OS ERROS	5
2.1 – ENTENDENDO AS CATEGORIAS	6
3 – QUESTÕES PROPOSTAS	
3.1 – QUESTÃO 1	9
3.1.1 – RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 1	10
3.1.2 – ERROS QUESTÃO 1	12
3.2 – QUESTÃO 2	17
3.2.1 – RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 2	18
3.2.2 – ERROS QUESTÃO 2	20
3.3 – QUESTÃO 3	25
3.3.1 – RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 3	26
3.3.2 – ERROS QUESTÃO 3	28
3.4 – QUESTÃO 4	32
3.4.1 – RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 4	33
3.4.2 – ERROS QUESTÃO 4	34
4 – ANEXO – ENCARTE COM AS QUESTÕES E ATIVIDADES	38



CARO(A) PROFESSOR(A),

O PRESENTE PRODUTO EDUCACIONAL É O RESULTADO DO ESTUDO REALIZADO NA DISSERTAÇÃO DE Mestrado “UMA ANÁLISE DO ERRO DE UM GRUPO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM UMA ESCOLA DE JUIZ DE FORA – MG SOB A ÓTICA SOCIOCONTEXTUAL”, DE TIAGO DE PAULA ZAGNOLI, APRESENTADA NO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, NA UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA – UFJF, SOB ORIENTAÇÃO DO PROFESSOR DR. MARCO AURÉLIO KISTEMANN JR.

EM NOSSO PROJETO DE PESQUISA, SELECIONAMOS QUATRO HABILIDADES A PARTIR DA MATRIZ DE REFERÊNCIA DA PROVA BRASIL/SAEB DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL E ELABORAMOS UMA QUESTÃO PARA CADA UMA DAS HABILIDADES SELECIONADAS. FOMOS A CAMPO E APLICAMOS ESSE CONJUNTO DE QUESTÕES A ALUNOS DOS TRÊS ANOS DO ENSINO MÉDIO DE UMA ESCOLA ESTADUAL NA CIDADE DE JUIZ DE FORA. NOSSO OBJETIVO FOI BUSCAR EVIDÊNCIAS DOS TIPOS DE ERROS APRESENTADOS PELOS ALUNOS DURANTE A RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES.

NAS PRÓXIMAS PÁGINAS, SERÃO APRESENTADAS AS QUESTÕES QUE COMPUSERAM A PESQUISA, POSSÍVEIS FORMAS DE RESOLVÊ-LAS APRESENTADAS PELOS ALUNOS E ALGUNS EXEMPLOS DOS ERROS TAMBÉM APRESENTADOS PELOS ALUNOS DURANTE A REALIZAÇÃO DA PESQUISA.

ESPERAMOS QUE ESSE MATERIAL POSSA LHE SER ÚTIL A VOCÊ, PROFESSOR, BUSCANDO A PARTIR DOS ERROS APRESENTADOS, VÊ-LOS COMO UM DIAGNÓSTICO DO QUE FOI ENSINADO, OU SEJA, COMO PARTE DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM.

DESDE JÁ, AGRADECEMOS!

TIAGO DE PAULA ZAGNOLI

MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA – MG

5 DE ABRIL, 2017.

CLASSIFICANDO OS ERROS

NESTE TRABALHO, UTILIZAMOS A CLASSIFICAÇÃO UTILIZADA POR BRUM E CURY (2013) QUE SE BASEARAM NAS CLASSIFICAÇÕES PROPOSTAS POR MOVSHOVITZ-HADAR, ZASLAVSKY E INBAR (1987). NELA, FORAM UTILIZADAS SETE CATEGORIAS PARA CLASSIFICAR OS ERROS APRESENTADOS PELOS ALUNOS.

AS CATEGORIAS SÃO:

CATEGORIA 1 – USO ERRADO DOS DADOS;

CATEGORIA 2 – LINGUAGEM MAL INTERPRETADA;

CATEGORIA 3 – DEFINIÇÃO OU TEOREMA DISTORCIDO;

CATEGORIA 4 – ERROS TÉCNICOS;

CATEGORIA 5 – SIMPLES CÓPIA DOS DADOS;

CATEGORIA 6 – ERROS NÃO COMPREENDIDOS;

CATEGORIA 7 – ERROS POR DISTRAÇÃO.

ENTENDENDO AS CATEGORIAS

CATEGORIA 1 – USO ERRADO DOS DADOS:

NESTA CLASSE, SÃO CONSIDERADOS OS ERROS RELACIONADOS COM DISCREPÂNCIAS ENTRE OS DADOS DO PROBLEMA E A FORMA COMO FORAM UTILIZADOS. NESTA PESQUISA, POR EXEMPLO, OS ALUNOS TROCAM O CONCEITO DE ÁREA POR PERÍMETRO CAUSANDO TOTAL ALTERAÇÃO NO OBJETIVO DA ATIVIDADE PROPOSTA.

CATEGORIA 2 – LINGUAGEM MAL INTERPRETADA:

ERROS DESSA CLASSE, RELACIONAM-SE À TRADUÇÃO INCORRETA DOS ITENS DE UMA PARA A OUTRA LINGUAGEM, COMO, POR EXEMPLO, PASSAGEM DA LÍNGUA NATURAL OU FIGURAL PARA A LINGUAGEM MATEMÁTICA.

CATEGORIA 3 – DEFINIÇÃO OU TEOREMA DISTORCIDO:

NESTA CATEGORIA SÃO INCLUÍDOS OS ERROS QUE SE RELACIONAM A DEFINIÇÕES OU PROPRIEDADES QUE NÃO SE APLICAM NA QUESTÃO PROPOSTA AO ALUNO.

CATEGORIA 4 – ERROS TÉCNICOS:

NESTA CLASSE, ESTÃO CONTIDOS OS ERROS COMPUTACIONAIS, COMO OS DE MANIPULAÇÃO ALGÉBRICA, QUE, NESTA PESQUISA, FORAM REPRESENTADOS POR EXEMPLO, POR: MULTIPLICAÇÃO DAS VARIÁVEIS E SOMA DOS COEFICIENTES; TROCA DE ADIÇÃO DE FATORES SEMELHANTES POR POTÊNCIAS; MULTIPLICAÇÃO DOS COEFICIENTES E INDICAÇÃO DO PRODUTO DAS VARIÁVEIS; DE ADIÇÃO DE MONÔMIOS POR MULTIPLICAÇÃO OU DE MULTIPLICAÇÃO POR ADIÇÃO; USO INCORRETO DA PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA; ADIÇÃO DE VARIÁVEL COM CONSTANTE, ENTRE OUTRO.

CATEGORIA 5 – SIMPLES CÓPIA DOS DADOS:

SÃO QUANDO OS ALUNOS TRANSCREVERAM PARA O PAPEL OS DADOS, NÃO MOSTRANDO A SOLUÇÃO PROPOSTA.

CATEGORIA 6 – ERROS NÃO COMPREENDIDOS:

NESTA CLASSE, FORAM ALOCADOS TODOS OS ERROS QUE NÃO FORAM POSSÍVEIS DE VERIFICAR O PROCESSO APRESENTADO PELO ALUNO DURANTE A “TENTATIVA” DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.

CATEGORIA 7 – ERROS POR DISTRAÇÃO:

ESSE TIPO DE ERRO É APRESENTADO QUANDO O ESTUDANTE RESOLVE CORRETAMENTE A QUESTÃO, MAS ESQUECE DE INDICAR A RESPOSTA OU COPIA MAL OS DADOS OU QUANDO DEMONSTRA ENTENDER O PROCESSO CORRETO PARA RESOLUÇÃO, MAS COMETE ALGUM EQUÍVOCO, COMO ALGUM ERRO TÉCNICO.

PARA CLASSIFICAR OS ERROS DOS ALUNOS, ANALISAMOS TODO O PROCEDIMENTO REALIZADO E BUSCAMOS ALOCAR O ERRO EM UMA DAS SETE CLASSIFICAÇÕES. QUANDO O ALUNO APRESENTOU ERROS QUE SE ENCAIXAVAM EM MAIS DE UMA CATEGORIA, CLASSIFICAMOS NA CATEGORIA DAQUELE ERRO QUE ACHÁVAMOS MAIS DISCREPANTE.

QUESTÃO 1

Observe a expressão numérica representada abaixo.

$$M = \frac{\left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-2 + \frac{1}{3} \right)^2 \right]}$$

Qual é o resultado dessa expressão numérica?

RESOLUÇÃO

QUESTÃO 1

O OBJETIVO DESSA QUESTÃO, É VERIFICAR A COMPETÊNCIA DOS ALUNOS EM RESOLVER UMA EXPRESSÃO NUMÉRICA ENVOLVENDO NÚMEROS REPRESENTADOS NA FORMA DECIMAL. PARA RESOLVÊ-LA, OS ALUNOS PRECISAM CONHECEREM AS PROPRIEDADES DE POTÊNCIAS, RETIRAR O MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM ENTRE DUAS FRAÇÕES, REALIZAR A DIVISÃO ENTRE DUAS FRAÇÕES, SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES, ALÉM DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS.

APRESENTAREMOS ALGUMAS DAS FORMAS DE RESOLVER ESSA QUESTÃO:

D) NESTE RACIOCÍNIO, AS SIMPLIFICAÇÕES SÃO REALIZADAS DURANTE O PROCESSO:

$$M = \frac{\left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-2 + \frac{1}{3} \right)^2 \right]} = \frac{\left[\left(\frac{-3+2}{6} \right)^2 \cdot \left(\frac{5+1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-6+1}{3} \right)^2 \right]} = \frac{\left[\left(-\frac{1}{6} \right)^2 \cdot \frac{6}{5} \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{3} \right)^2 \right]} = \frac{\left[\frac{1}{36} \cdot \frac{6}{5} \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9} \right]}$$

$$M = \frac{\left[\frac{1}{\cancel{36}_6} \cdot \frac{\cancel{6}_1}{5} \right]}{\left[-\frac{\cancel{3}_1}{5} \cdot \frac{\cancel{25}_5}{\cancel{9}_2} \right]} = \frac{\left[\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \right]}{\left[-\frac{5}{3} \right]} = \frac{1}{\cancel{30}_3} = \frac{1}{30} \times \left(-\frac{3}{5} \right) = \frac{1}{\cancel{30}_{10}} \times \left(-\frac{\cancel{3}_1}{5} \right)$$

$$M = -\frac{1}{50}$$

II) NESSE RACIOCÍNIO SÃO REALIZADAS TODAS OPERAÇÕES, DEIXANDO PARA REALIZAR A SIMPLIFICAÇÃO

APENAS NO FINAL:

$$M = \frac{\left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-2 + \frac{1}{3} \right)^2 \right]} = \frac{\left[\left(\frac{-3+2}{6} \right)^2 \cdot \left(\frac{5+1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-6+1}{3} \right)^2 \right]} = \frac{\left[\left(-\frac{1}{6} \right)^2 \cdot \frac{6}{5} \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{3} \right)^2 \right]} = \frac{\left[\frac{1}{36} \cdot \frac{6}{5} \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9} \right]}$$

$$M = \frac{\frac{6}{75}}{-\frac{45}{5}} = \frac{6}{180} \times \left(-\frac{45}{75} \right) = \frac{1}{30} \times \left(-\frac{\cancel{3}_1}{5} \right) = -\frac{\cancel{270}_1}{13500_{50}}$$

$$M = -\frac{1}{50}$$

III) APLICANDO OS PRODUTOS NOTÁVEIS:

$$M = \frac{\left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-2 + \frac{1}{3} \right)^2 \right]} = \frac{\left[\left(\left(\frac{1}{4} \right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} \right) \right) \cdot \left(\frac{5+1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left((-2)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{3} \right)^2 \right]} = \frac{\left[\left(-\frac{1}{6} \right)^2 \cdot \frac{6}{5} \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-5}{3} \right)^2 \right]}$$

$$M = \frac{\left[\frac{1}{36} \cdot \frac{6}{5} \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9} \right]} = \frac{\left[\frac{\cancel{1}}{\cancel{36}_6} \cdot \frac{\cancel{6}_1}{5} \right]}{\left[-\frac{\cancel{3}_1}{5} \cdot \frac{\cancel{25}_5}{\cancel{9}_3} \right]} = \frac{\left[\frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 5} \right]}{\left[-\frac{5}{3} \right]} = \frac{1}{30} = \frac{1}{30} \times \left(-\frac{3}{5} \right) = \frac{1}{\cancel{30}_{10}} \times \left(-\frac{\cancel{3}_1}{5} \right)$$

$$M = -\frac{1}{50}$$

ERROS

QUESTÃO 1

CARO PROFESSOR, NESTA SEÇÃO, MOSTRAREMOS ALGUNS DOS ERROS APRESENTADOS PELOS ALUNOS DURANTE A RESOLUÇÃO DESTA QUESTÃO. FORAM DETECTADOS ERROS DAS CATEGORIAS 4, 5, 6 E 7. ESPERAMOS QUE ESSES ERROS SIRVAM PARA AJUDÁ-LO.

CATEGORIA 4 – ERROS TÉCNICOS

EXEMPLO 1 – ERRO AO UTILIZAR A PROPRIEDADE DA POTENCIAÇÃO. NESTE EXEMPLO, PODEMOS OBSERVAR QUE O ALUNO ASSOCIA A FRAÇÃO ELEVADA A UMA POTÊNCIA 2, COMO A POTÊNCIA QUADRADA DE CADA UMA DAS FRAÇÕES, FAZENDO:

$$\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{9}$$

EXEMPLO 2 – ERRO AO UTILIZAR A PROPRIEDADE DA POTENCIAÇÃO. NESTE EXEMPLO, PODEMOS OBSERVAR QUE O ALUNO ASSOCIA A FRAÇÃO ELEVADA A UMA POTÊNCIA 2, COMO UMA MULTIPLICAÇÃO DO NUMERADOR E DENOMINADOR PELO NÚMERO 2.

$$\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{2}{6} \quad \text{OU} \quad \left(2 + \frac{1}{3}\right)^2 = \left(4 + \frac{1}{6}\right)$$

EXEMPLO 3 – NESTE EXEMPLO, APRESENTAREMOS UM ERRO QUE ESTÁ RELACIONADO A DIVISÃO DE DUAS FRAÇÕES, OU SEJA, O ESTUDANTE ASSOCIA A DIVISÃO DA FRAÇÃO COMO O SEU PRODUTO.

$$\frac{\frac{6}{180}}{\frac{-3}{5} \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)} = \frac{6}{180} \cdot \frac{3}{15}$$

EXEMPLO 4 – NESTE EXEMPLO, O ALUNO REALIZA O MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM PARA UMA MULTIPLICAÇÃO, AO INVÉS DE REALIZAR APENAS O PRODUTO ENTRE OS NUMERADORES E DENOMINADORES.

$$\left[\frac{1}{36} \cdot \frac{6}{5} \right] = \left[\frac{5 \cdot 216}{190} \right] \quad \text{OU} \quad \left[\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9} \right] = \left[\frac{-27 \cdot 125}{45} \right]$$

EXEMPLO 5 – NESTE EXEMPLO, O ALUNO REALIZA A SOMA DIRETA DAS FRAÇÕES, OU SEJA, SOMA O “NUMERADOR COM NUMERADOR E DENOMINADOR COM DENOMINADOR”, NÃO SE ATENTANDO PARA A NECESSIDADE DE REALIZAR O MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM.

$$\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{0}{5}$$

EXEMPLO 6 – ERRO AO UTILIZAR A PROPRIEDADE DA POTENCIAÇÃO. NESTE EXEMPLO, PODEMOS OBSERVAR QUE O ALUNO ASSOCIA A FRAÇÃO ELEVADA A UMA POTÊNCIA 2, COMO UMA MULTIPLICAÇÃO DO DENOMINADOR PELO NÚMERO 2. ALÉM DISSO, NO SEGUNDO PARÊNTESES, NÃO REALIZA O CÁLCULO DO MMC, SOMANDO APENAS OS NUMERADORES. APÓS, AO “RETIRAR” OS PARÊNTESES ELE COMETE O ERRO MUDANDO A ORDEM DE PRIORIDADE DAS OPERAÇÕES.

$$\frac{\left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-2 + \frac{1}{3} \right) \right]} = \frac{\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \frac{4-2}{9} \right]}$$

CATEGORIA 5 – SIMPLES CÓPIA DOS DADOS

EXEMPLO 1 – NESTE ERRO, O ALUNO INICIA FAZENDO O PRIMEIRO PARÊNTESES, MAS APENAS REPETE O RESTANTE DA EXPRESSÃO.

$$\frac{\left[\left(-\frac{3+2}{6} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \right) \right]}{-\frac{3}{5} \cdot \left(-2 + \frac{1}{3} \right)^2}$$

CATEGORIA 6 – ERROS NÃO COMPREENDIDOS

EXEMPLO 1 – NESTE ERRO, NÃO FOI POSSÍVEL COMPREENDER O RACIOCÍNIO EMPREGADO PELO ALUNO AO TENTAR RESOLVER A QUESTÃO.

$$\begin{aligned} M &= -\frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} \\ &\quad - \frac{3}{30} \cdot \left(-\frac{4}{30} + \frac{1}{30} \right) \\ &\quad \frac{2}{30} + \frac{13}{30} \\ M &= \frac{15^{\pm 15}}{30^{\pm 15}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

EXEMPLO 2 – NESTE ERRO, NÃO FOI POSSÍVEL COMPREENDER O RACIOCÍNIO EMPREGADO PELO ALUNO AO TENTAR RESOLVER A QUESTÃO.

$$M = \frac{\left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-2 + \frac{1}{5} \right) \right]} = -5 \cdot 1 + \frac{1}{3} = \frac{6}{5} = 1 + 2$$

$$= \frac{1,2}{2} \qquad \frac{7}{14} + 2$$

EXEMPLO 3 – OUTRO EXEMPLO QUE NÃO FOI POSSÍVEL COMPREENDER O RACIOCÍNIO EMPREGADO PELO ALUNO AO TENTAR RESOLVER A QUESTÃO.

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5} \right)$$

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

CATEGORIA 7 – ERRO POR DISTRAÇÃO

EXEMPLO 1 – NESTE ERRO, O ALUNO CALCULA A EXPRESSÃO UTILIZANDO TODOS OS PROCEDIMENTOS NECESSÁRIOS, PORÉM, COMETE UM DESCUIDO LOGO NO INÍCIO AO FAZER $\left(\frac{5+1}{5} \right) = \frac{4}{5}$.

$$\frac{\left[\left(\frac{-3+2}{6} \right)^2 \cdot \left(\frac{5+1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-6+1}{3} \right)^2 \right]} \Rightarrow M = \frac{\left[\frac{1}{36} \cdot \frac{4}{5} \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9} \right]} \Rightarrow M = \frac{\left(\frac{4}{180} \right)}{\left(-\frac{75}{45} \right)}$$

$$M = \frac{\frac{1}{45}}{\frac{-15}{9}} \Rightarrow M = \frac{1}{45} \cdot \frac{-9}{15} = \frac{9}{675} = \frac{3}{225} = \frac{1}{75}$$

EXEMPLO 2 – NESTE ERRO, O ALUNO COMETE UM DESCUIDO LOGO NO PRIMEIRO PARÊNTESES AO

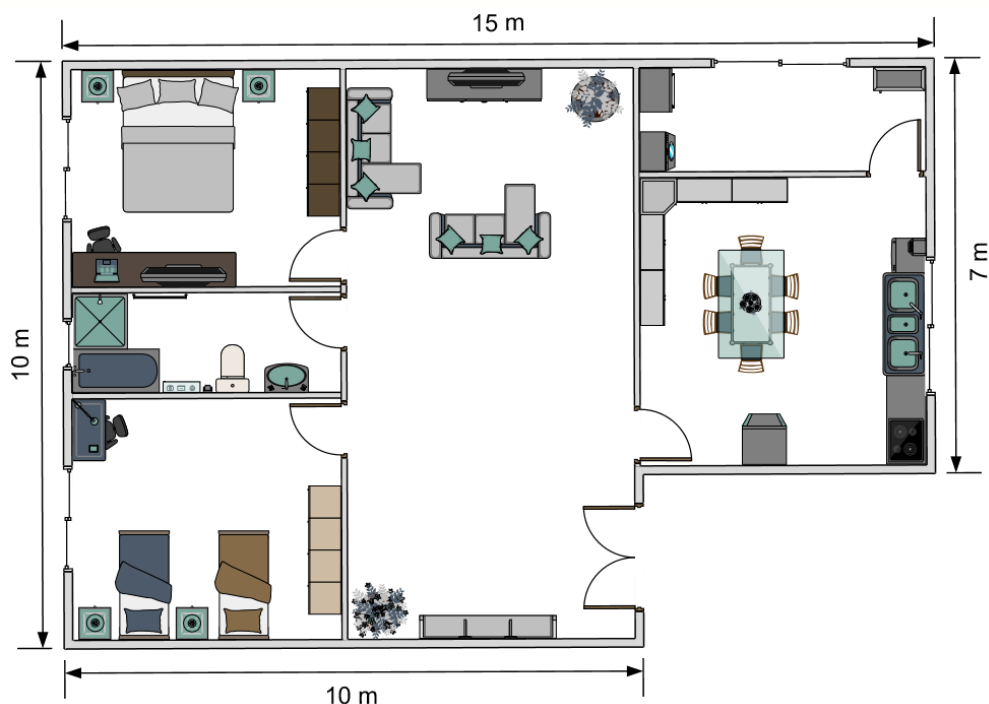
REALIZAR O MMC, OU SEJA, $\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{5}{6}\right)^2$.

$$M = \frac{\left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right)\right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-2 + \frac{1}{3}\right)^2\right]} \Rightarrow M = \frac{\left[\left(-\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{6}{5}\right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^2\right]} \Rightarrow M = \frac{\left[\frac{25^5}{36^6} \cdot \frac{6^1}{5^1}\right]}{\left[-\frac{3^1}{5^1} \cdot \frac{25^5}{3^3}\right]} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = \frac{5}{-\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{3}} \quad \therefore M = \frac{\cancel{5}^1}{6^2} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{5}^1} \quad \therefore M = -\frac{1}{2}$$

QUESTÃO 2

Raimundo é corretor de imóveis e para fazer o anúncio da venda de uma casa precisa calcular a medida área da casa, cujas dimensões externas encontram-se representadas na planta baixa a seguir.



Qual é a medida da área dessa casa?

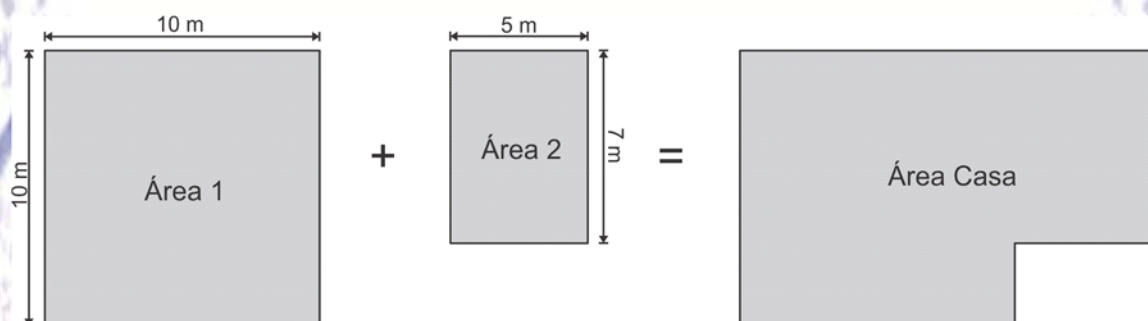
RESOLUÇÃO

QUESTÃO 2

O OBJETIVO DESSA QUESTÃO CONSISTE EM INVESTIGAR A CAPACIDADE DOS ALUNOS EM DETERMINAREM A ÁREA DA PLANTA BAIXA DE UMA CASA, CUJO FORMATO REPRESENTA UM POLÍGONO IRREGULAR.

NO DESENHO, SÃO APRESENTADAS AS MEDIDAS DE APENAS ALGUNS LADOS DESSA CASA. ESSA ATITUDE FOI INTENCIONAL, POIS ESPERAMOS QUE O ESTUDANTE ENCONTRE AS MEDIDAS QUE FALTAM POR MEIO DAS ASSOCIAÇÕES COM OS OUTROS LADOS E SUAS RESPECTIVAS MEDIDAS.

UMA DAS FORMAS DE RESOLVER ESSA QUESTÃO, SERIA IDENTIFICAR QUE A REGIÃO REPRESENTADA POR ESSA CASA É FORMADA PELA JUSTAPOSIÇÃO DE UM QUADRADO E UM RETÂNGULO. ENTÃO, É POSSÍVEL CALCULAR A ÁREA DESSA CASA ENCONTRANDO A ÁREA DESSES DOIS POLÍGONOS E SOMANDO-OS.



$$\begin{aligned} \text{Área 1} &= 10^2 \\ \text{Área 1} &= 100 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

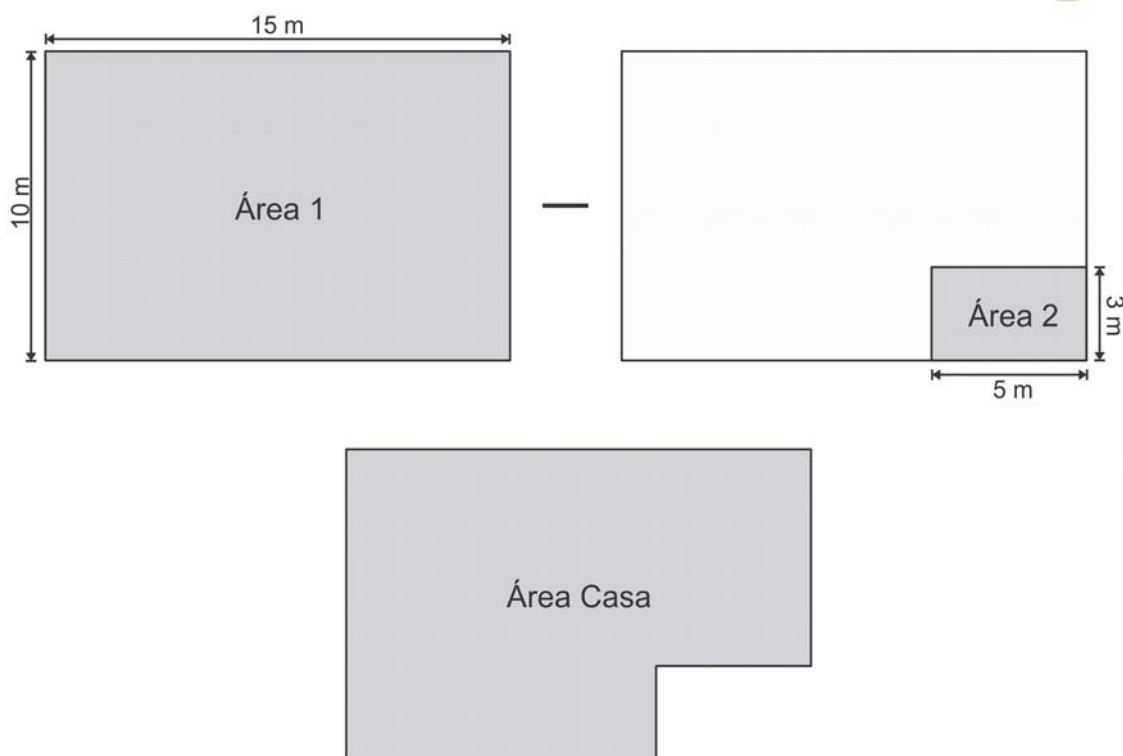
+

$$\begin{aligned} \text{Área 2} &= 5 \times 7 \\ \text{Área 2} &= 35 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

=

$$\begin{aligned} \text{Área Casa} &= 100 + 35 \\ \text{Área Casa} &= 135 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

UMA OUTRA FORMA DE RESOLVER ESSA QUESTÃO, SERIA DE CONSIDERAR O RETÂNGULO COM DIMENSÕES 15 X 10 METROS E APÓS REALIZAR A SUBTRAÇÃO DA ÁREA QUE NÃO PERTENCE À CASA:



$$\begin{aligned} \text{Área 1} &= 15 \times 10 \\ \text{Área 1} &= 150 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Área 2} &= 5 \times 3 \\ \text{Área 2} &= 15 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Área Casa} &= 150 - 15 \\ \text{Área Casa} &= 135 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

ERROS

QUESTÃO 2

CARO PROFESSOR, NESTA SEÇÃO, MOSTRAREMOS ALGUNS DOS ERROS APRESENTADOS PELOS ALUNOS DURANTE A RESOLUÇÃO DESTA QUESTÃO. FORAM DETECTADOS ERROS DAS CATEGORIAS 1, 3, 5, 6 E 7. ESPERAMOS QUE ESSES ERROS SIRVAM PARA AJUDÁ-LO.

CATEGORIA 1 – USO ERRADO DOS DADOS

EXEMPLO 1 – O ERRO MAIS COMUM APRESENTADO PELOS ALUNOS FOI A CONFUSÃO ENTRE OS CONCEITOS DE PERÍMETRO E ÁREA.

$$\text{Área} = \underbrace{10+10} + \underbrace{15+7} + \underbrace{3+5}$$

$$\text{Área} = 20 + 22 + 8$$

$$\text{Área} = 50 \text{ m}^2$$

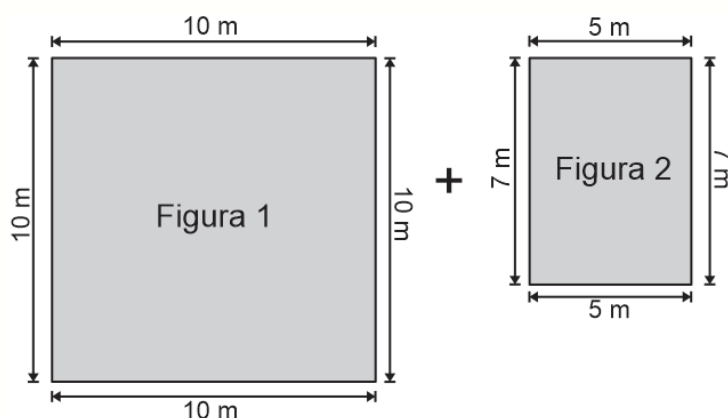
EXEMPLO 2 – OUTRO ERRO COMUM APRESENTADO PELOS ALUNOS AINDA ENVOLVENDO A CONFUSÃO ENTRE OS CONCEITOS DE PERÍMETRO E ÁREA, CONSISTE EM APENAS SOMAR AS MEDIDAS FORNECIDAS NO ENUNCIADO.

$$\text{Área} = \underbrace{10+10} + \underbrace{15+7}$$

$$\text{Área} = 20 + 22$$

$$\text{Área} = 42 \text{ m}^2$$

EXEMPLO 3 – NESTE ERRO, O ALUNO DECOMPÕE A FIGURA EM UM QUADRADO E UM RETÂNGULO, PORÉM, AO INVÉS DE REALIZAR O CÁLCULO DA ÁREA REALIZA O CÁLCULO DO PERÍMETRO DE CADA UMA DAS FIGURAS.



$$\text{Área} = \underbrace{10+10+10+10} + \underbrace{7+5+7+5}$$

$$\text{Área} = 40 + 24$$

$$\text{Área} = 64 \text{ m}^2$$

EXEMPLO 4 – NESTE ERRO, O ALUNO REALIZA A MULTIPLICAÇÃO DAS MEDIDAS REFERENTES AOS LADOS OPOSTOS E APÓS SOMA OS VALORES ENCONTRADOS.

$$\text{Área} = \underbrace{10 \times 15} + \underbrace{10 \times 7}$$

$$\text{Área} = 150 + 70$$

$$\text{Área} = 220 \text{ m}^2$$

EXEMPLO 5 – UMA VARIAÇÃO DO ERRO MOSTRADO ANTERIORMENTE, CONSISTE EM REALIZAR A SOMA DAS MEDIDAS DOS LADOS OPOSTOS E APÓS REALIZA-SE A MULTIPLICAÇÃO DESSES VALORES ENCONTRADOS.

$$\text{Área} = \underbrace{10+15} \times \underbrace{10+7}$$

$$\text{Área} = 25 \times 17$$

$$\text{Área} = 425 \text{ m}^2$$

CATEGORIA 3 – DEFINIÇÃO OU TEOREMA DISTORCIDO

EXEMPLO 1 – NESTE EXEMPLO, PODEMOS PERCEBER QUE O ALUNO REALIZA A SOMA DE DOIS LADOS ADJACENTE E APÓS, REALIZA A MULTIPLICAÇÃO ENTRE OS VALORES ENCONTRADOS.

$$\underbrace{10+10 \cdot 15+7}$$

$$20 \cdot 22 = 240\text{m}$$

EXEMPLO 2 – NESTE EXEMPLO, O ALUNO REALIZA A MULTIPLICAÇÃO DAS MEDIDAS INFORMADAS NA QUESTÃO.

$$a = 10 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 7$$

$$a = 100 \cdot 15 \cdot 7$$

$$a = 1500 \cdot 7$$

$$a = 11500^2$$

EXEMPLO 3 – NESTE EXEMPLO, O ALUNO SE EQUIVOCA AO UTILIZAR A FÓRMULA DO CÁLCULO DA ÁREA DO TRIÂNGULO AO INVÉS DA FÓRMULA DA ÁREA DO RETÂNGULO.

$$A = \frac{b \times h}{2} \quad A = \frac{15 \times 3}{2}$$

$$A = \frac{15 \times 7}{2} \quad A = \frac{45}{2}$$

$$A = \frac{105}{2} \quad A = 22,5$$

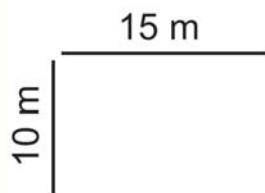
$$A = 52,5$$

$$A_{\text{total}} = 52,5 + 22,5$$

$$A_{\text{total}} = 75 \text{ m}^2$$

CATEGORIA 5 – SIMPLES CÓPIA DOS DADOS

EXEMPLO 1 – NESTE EXEMPLO, O ALUNO APENAS REALIZA A CÓPIA DE PARTE DOS DADOS DO PROBLEMA.



CATEGORIA 6 – ERROS NÃO COMPREENDIDOS

EXEMPLO 1 – NESTE EXEMPLO, FOI IMPOSSÍVEL DE COMPREENDER O RACIOCÍNIO UTILIZADO PELO ALUNO.

$$\begin{aligned} 100 &\div 15 \\ x &\div 7 \\ 15x &= 7 \times 100 \\ 15x &= 700 \\ x &= 46,6 \end{aligned}$$

$$46,6 - 10 = 36,6$$

EXEMPLO 2 – OUTRO EXEMPLO QUE FOI IMPOSSÍVEL DE COMPREENDER O RACIOCÍNIO UTILIZADO PELO ALUNO PARA RESOLVER A QUESTÃO.

$$\begin{aligned} 10 \times 4 &= 40 \\ 10 + 14 &= 24 \\ &40 \\ \hline &{}^1 24 \\ &960 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

CATEGORIA 7 – ERROS POR DISTRAÇÃO

EXEMPLO 1 – NESTE EXEMPLO, PODEMOS PERCEBER QUE O ALUNO COMETE UM ERRO POR DISTRAÇÃO AO REALIZAR UMA MULTIPLICAÇÃO.

$$A = 1^2$$

$$A = 10^2$$

$$A = 100 \text{ m}$$

$$A = 5 \cdot 7$$

$$A = 50 \text{ m}$$

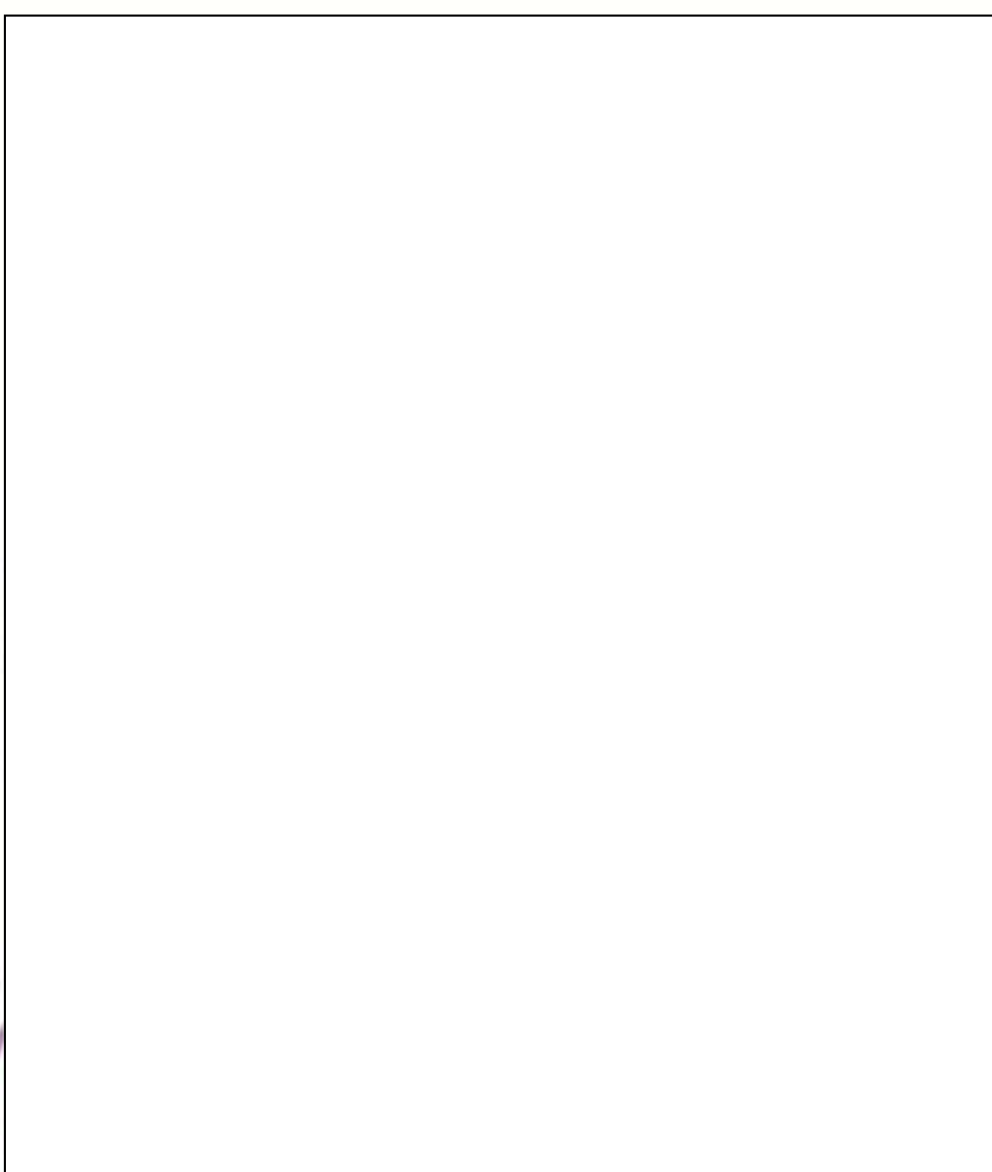
$$A = 100 + 50$$

$$A = 150 \text{ m}$$

QUESTÃO 3

Uma empresa produziu x peças na segunda-feira. Na terça-feira, essa mesma empresa produziu o quadrado do número de peças produzidas durante a segunda-feira. Durante esses dois dias, essa empresa produziu 182 peças.

Qual foi o número de peças produzidas por essa empresa na segunda-feira?



RESOLUÇÃO

QUESTÃO 3

PARA RESOLVER ESSA QUESTÃO, ERA NECESSÁRIO A MODELAGEM DA EXPRESSÃO ALGÉBRICA, POR MEIO DA DESCRIÇÃO TEXTUAL, OBTENDO A SEGUINTE EQUAÇÃO:

$$\underbrace{x}_{\substack{\text{Quantidade} \\ \text{produzida} \\ \text{na segunda}}} + \underbrace{x^2}_{\substack{\text{Quantidade} \\ \text{produzida} \\ \text{na terça}}} = 182$$

APÓS MANIPULAÇÃO, É OBTIDA UMA EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU, QUE PODE SER RESOLVIDA POR MEIO DA FÓRMULA DE BHASKARA.

$$x^2 + x - 182 = 0$$

IDENTIFICANDO OS COEFICIENTES $A = 1$, $B = 1$ E $C = -182$ E ENCONTRANDO DELTA, TEMOS:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-182)$$

$$\Delta = 1 + 728$$

$$\Delta = 729$$

SUBSTITUINDO OS COEFICIENTES A, B, C, ALÉM DO VALOR DE DELTA NA FÓRMULA, ENCONTRAMOS:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm 27}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 27}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

$$x_2 = \frac{-1 - 27}{2} = -\frac{28}{2} = -14$$

COMO PELO CONTEXTO APRESENTADO NO PROBLEMA NÃO NOS PERMITE SOLUÇÃO NEGATIVA, TEMOS QUE O NÚMERO DE PEÇAS PRODUZIDAS NA SEGUNDA-FEIRA, CORRESPONDE A QUANTIDADE DE 13 PEÇAS.

OUTRA FORMA DE RESOLVER ESSA EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU, SERIA UTILIZANDO A RELAÇÃO DA "SOMA E PRODUTO", DERIVADA DAS RELAÇÕES DE GIRARD.

$$x^2 - Sx + P = 0, \text{ OU SEJA, } \begin{array}{l} x_1 + x_2 = -S \\ x_1 \cdot x_2 = P \end{array}$$

COMPARANDO COM A EQUAÇÃO OBTIDA APÓS A MODELAGEM, TEMOS:

$$x^2 + x - 182 = 0, \text{ OU SEJA, } \begin{array}{l} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 \cdot x_2 = 182 \end{array}$$

COM ISSO, É POSSÍVEL CHEGAR NAS RAÍZES $x_1 = 13$ E $x_2 = -14$.

ERROS

QUESTÃO 3

CARO PROFESSOR, NESTA SEÇÃO, MOSTRAREMOS ALGUNS DOS ERROS MAIS COMUNS APRESENTADOS PELOS ALUNOS DURANTE A RESOLUÇÃO DESTA QUESTÃO. ESPERAMOS QUE ESSES ERROS SIRVAM PARA AJUDÁ-LO. NESTA QUESTÃO, OS ALUNOS APRESENTARAM ERROS DAS CATEGORIAS 2, 3, 4, 5, 6 E 7.

CATEGORIA 2 – LINGUAGEM MAL INTERPRETADA

EXEMPLO 1 – UM DOS MAIORES PROBLEMAS APRESENTADOS PELOS ALUNOS ENCONTRA-SE NA MODELAGEM DO PROBLEMA, OU SEJA, PASSAR DA LINGUAGEM NATURAL PARA A LINGUAGEM ALGÉBRICA, COMO PODEMOS OBSERVAR NESTE EXEMPLO.

$$x = ? + 2x = 182 \quad \text{OU} \quad \begin{array}{l} \text{Segunda – feira} = x \\ \text{Terça – feira} = x^2 \\ x^2 - 182 = 0 \end{array}$$

EXEMPLO 2 – NESTE EXEMPLO, É POSSÍVEL PERCEBER QUE O ALUNO ATRIBUI CORRETAMENTE AS VARIÁVEIS ASSOCIADAS AOS DIAS, PORÉM, NÃO CONSEGUE MODELAR CORRETAMENTE A EQUAÇÃO DO PROBLEMA.

$$\text{Segunda - feira} = x$$

$$\text{Terça - feira} = x^2$$

$$x^2 - 182 = 0$$

$$x^2 + 182 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 182^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0$$

$$\Delta = 33124 - 4$$

$$\Delta = 33120$$

CATEGORIA 3 - DEFINIÇÃO OU TEOREMA DISTORCIDO

EXEMPLO 1 - O ALUNO MODELA CORRETAMENTE O PROBLEMA, MAS IGNORA A EQUAÇÃO E APENAS

REALIZA A DIVISÃO DO NÚMERO 182 POR 2.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Segunda - feira} = x \\ \text{Terça - feira} = x^2 \end{array} \right\} 182$$

$$x^2 + x = 182$$

$$x^2 + x - 182 = 0$$

$$182 \overline{) 2}$$

$$\underline{-18} \quad 91$$

$$02$$

$$\underline{-2}$$

$$0$$

CATEGORIA 4 - ERROS TÉCNICOS

EXEMPLO 1 - NESTE EXEMPLO, PODEMOS PERCEBER QUE A MODELAGEM, OU SEJA, A PASSAGEM DA LINGUAGEM NATURAL PARA A ALGÉBRICA OCORRE CORRETAMENTE, PORÉM, O ALUNO REALIZA DE FORMA INCORRETA A SOMA ALGÉBRICA.

$$x + x^2 = 182$$

$$x + x = 182$$

$$2x = 91$$

$$x = \frac{91}{2}$$

EXEMPLO 2 – NESTE EXEMPLO, PODEMOS PERCEBER QUE O ALUNO MODELA A EQUAÇÃO, PORÉM, REALIZA DE FORMA INCORRETA A SOMA ALGÉBRICA.

$$x^2 + x = 182$$

$$2x^2 = 182$$

$$x^2 = \frac{182}{2}$$

$$x^2 = 91$$

$$x = \sqrt{91}$$

EXEMPLO 3 – NESTE EXEMPLO, PODEMOS PERCEBER QUE O ALUNO SE ASSOCIA A “EXTRAÇÃO” DA RAIZ APENAS DO TERMO DE EXPOENTE 2 E AINDA, ASSOCIA A RAIZ QUADRADA DE 182 COMO SUA DIVISÃO POR 2.

$$x + x^2 = 182$$

$$x + x = \sqrt{182}$$

$$2x = 91$$

$$x = \frac{91}{2}$$

CATEGORIA 5 – SIMPLES CÓPIA DOS DADOS

EXEMPLO 1 – NESTE EXEMPLO APRESENTADO PELO ALUNO, PODEMOS PERCEBER QUE OCORRE APENAS A MODELAGEM DA EQUAÇÃO, ERRANDO O VALOR DA IGUALDADE.

$$x + x^2 = 180$$

EXEMPLO 2 – OUTRO EXEMPLO DESTA CATEGORIA, O ALUNO APENAS REALIZA A TRANSCRIÇÃO DOS DADOS DO PROBLEMA, REALIZANDO A PASSAGEM DE SUA LINGUAGEM NATURAL PARA A ALGÉBRICA.

$x =$ segunda feira

$x^2 =$ terça

$$182 = x + x^2$$

EXEMPLO 3 – O ALUNO REALIZA APENAS A CORRESPONDÊNCIA DAS VARIÁVEIS INFORMADAS NO ENUNCIADO DO PROBLEMA.

x seg. feira

x^2 terça

182 peças

CATEGORIA 6 – ERROS NÃO COMPREENDIDOS

EXEMPLO 1 – NESTE EXEMPLO, NÃO FOI POSSÍVEL IDENTIFICAR O PROCEDIMENTO ADOTADO PELO ALUNO AO TENTAR RESOLVER A QUESTÃO.

$$\begin{array}{r} 18'2 \quad 92^2 \quad 9'2 \quad | \quad 3 \\ \underline{\quad 2} \quad \quad \quad 020 \quad 3,6 \end{array}$$

45,5 peças feitas na segunda

CATEGORIA 7 – ERROS POR DISTRAÇÃO

EXEMPLO 1 – NESTE EXEMPLO, NOTAR QUE O ALUNO SE DESCUIDA AO CALCULAR DO DELTA DA FÓRMULA DE BASKHARA, ENCONTRANDO 728 E NÃO 729.

$$x^2 + x + 182 = 0$$

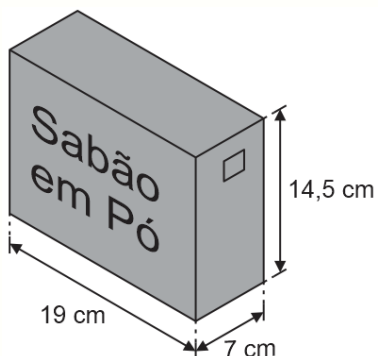
$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 182$$

$$\begin{cases} 1^a = x & \Delta = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 182 \\ 2^a = x^2 & \Delta = 728 \\ 3^a = 182 \end{cases}$$

$$x = \frac{-1^2 \pm \sqrt{728}}{2 \cdot 1}$$

QUESTÃO 4

Uma caixa de sabão em pó possui o formato de um paralelepípedo retângulo com dimensões internas indicadas no desenho abaixo.

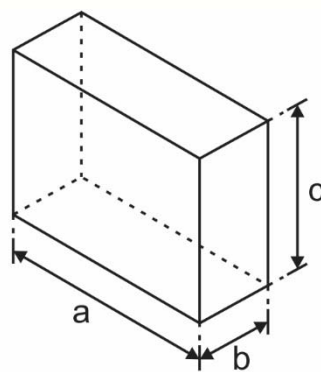
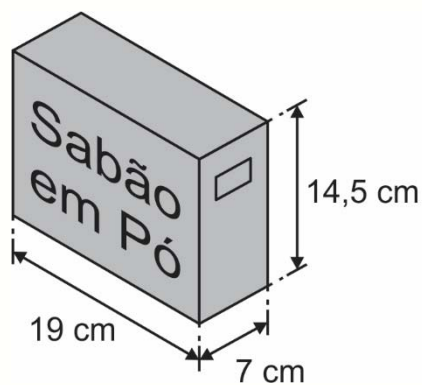


Qual é a capacidade, em centímetros cúbicos, dessa caixa de sabão em pó?

RESOLUÇÃO

QUESTÃO 4

PARA RESOLVER ESSA QUESTÃO, O ALUNO DEVERIA SER CAPAZ DE IDENTIFICAR QUE O PARALELEPÍPEDO RETO RETÂNGULO REPRESENTADO PELA CAIXA DE SABÃO EM PÓ É UM PRISMA POR POSSUIR BASES EM PLANOS PARALELOS DISTINTOS, REALIZANDO O CÁLCULO DE SEU VOLUME PELO PRODUTO DA ÁREA DE SUA BASE COM A ALTURA.



Volume prisma = Área da base \times altura

Volume prisma = $a \times b \times c$

Volume da caixa = $19 \times 7 \times 14,5$

Volume da caixa = $19 \times 7 \times 14,5$

Volume da caixa = $1928,5 \text{ cm}^3$

ERROS

QUESTÃO 4

CARO PROFESSOR, NESTA SEÇÃO, MOSTRAREMOS ALGUNS DOS ERROS MAIS COMUNS APRESENTADOS PELOS ALUNOS DURANTE A RESOLUÇÃO DESTA QUESTÃO. ESPERAMOS QUE ESSES ERROS SIRVAM PARA AJUDÁ-LO. FORAM DETECTADOS ERROS DAS CATEGORIAS 1, 3, 4 E 6.

CATEGORIA 1 – USO ERRADO DOS DADOS

EXEMPLO 1 – TALVEZ O ERRO MAIS COMUM APRESENTADO PELOS ALUNOS NESTA QUESTÃO, CONSISTE EM ASSOCIAR O VOLUME COMO A SOMA DAS MEDIDAS INDICADAS NO DESENHO, FAZENDO:

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 14,5 \\ \hline 7 \\ \hline 40,5 \end{array}$$

EXEMPLO 2 – NESTE ERRO, O ALUNO CONFUNDE OS CONCEITOS, ASSOCIANDO O CONCEITO DE VOLUME AO DE PERÍMETRO, OU SEJA, REALIZANDO O CÁLCULO DA SOMA DE TODAS AS ARESTAS.

$$\begin{array}{r}
 19 \quad 7 \quad 14,5 \\
 \times 4 \quad \times 4 \quad \times 4 \\
 \hline
 76 \quad 28 \quad 58,0 \\
 + \quad \quad \quad 58 \\
 \hline
 162 \text{ cm cúbicos}
 \end{array}$$

EXEMPLO 3 – NESTE ERRO, O ALUNO CONFUNDE OS CONCEITOS, ASSOCIANDO O CONCEITO DE VOLUME AO DE ÁREA, OU SEJA, REALIZANDO O CÁLCULO DA ÁREA TOTAL DO PARALELEPÍPEDO.

$$7 \cdot 14,5 = 101,5 \cdot 2 = 203$$

$$19 \cdot 14,5 = 276,5 \cdot 2 = 553$$

$$19 \cdot 7 = 133 \cdot 2 = 266$$

$$553 + 203 + 266 = 552 + 470 = 1022 \text{ cm}^3$$

OUTRA RESOLUÇÃO:

$$A_{l_1} = 7 \cdot 14,5 = 101,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{l_1} = 101,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{F_2} = 19 \cdot 14,5 = 275,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{F_2} = 275,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{superior}} = 19 \cdot 7 = 133 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{superior}} = 133 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área Total} = 101,5 + 101,5 + 275,5 + 275,5 + 133 + 133$$

$$A_T = 203 + 551 + 266$$

$$A_T = 1020 \text{ cm}^3$$

EXEMPLO 4 – NESTE ERRO, O ALUNO CONFUNDE OS CONCEITOS, ASSOCIANDO O CONCEITO DE VOLUME AO DE ÁREA, PORÉM, REALIZANDO O CÁLCULO DA ÁREA APENAS DAS FACES VISÍVEIS.

$$7 \cdot 14,5 = 101,5$$

$$19 \cdot 14,5 = 276,5$$

$$19 \cdot 7 = 133$$

$$101,5 + 276,5 + 133 = 511 \text{ cm}^3$$

CATEGORIA 3 – DEFINIÇÃO OU TEOREMA DISTORCIDO

EXEMPLO 1 – NESTE ERRO, O ALUNO ASSOCIA O CÁLCULO DO VOLUME DO PARALELEPÍPEDO COMO SENDO $v = (a+b) \times c$, OU SEJA, REALIZA A SOMA DAS MEDIDAS QUE COMPÕE A BASE DO PARALELEPÍPEDO E O RESULTADO ENCONTRADO MULTIPLICA PELA ALTURA.

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 14,5 \\ \hline 33,5 \\ \times 7 \\ \hline 236,5 \text{ cm} \end{array}$$

EXEMPLO 2 – OUTRA VARIAÇÃO DO ERRO APRESENTADO NO EXEMPLO ANTERIOR, EM QUE ALUNO ASSOCIA O CÁLCULO DO VOLUME DO PARALELEPÍPEDO COMO SENDO $v = (a+b) \times c$, OU SEJA, REALIZA A SOMA DAS MEDIDAS QUE COMPÕE A BASE DO PARALELEPÍPEDO E O RESULTADO ENCONTRADO MULTIPLICA PELA ALTURA.

$$19 + 7 = 26 \cdot 14,5 = 377 \text{ cm}^3$$

CATEGORIA 4 – ERROS TÉCNICOS

EXEMPLO 1 – NESTE ERRO, O ALUNO EMPREGA CORRETAMENTE O RACIOCÍNIO NECESSÁRIO PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA, PORÉM REALIZA AO REALIZAR A MULTIPLICAÇÃO (133 X 14,4).

$$\begin{array}{r}
 19 \\
 \times 7 \\
 \hline
 133 \\
 \underline{14,4} \\
 1928,5 \text{ cm}^3
 \end{array}$$

EXEMPLO 2 – NESTE EXEMPLO, O ALUNO ERRA A MULTIPLICAÇÃO, FAZENDO $19 \times 7 = 83$ AO INVÉS DE 133.

$$\begin{aligned}
 (19) \cdot (7) \cdot (14,5) &= \\
 83 \cdot 14,5 &= \\
 120,35 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$


CATEGORIA 6 – SIMPLES CÓPIA DOS DADOS

EXEMPLO 1 – NAS RESOLUÇÕES APRESENTADAS ABAIXO PELOS ALUNOS, NÃO FOI POSSÍVEL COMPREENDER DE FORMA PLAUSÍVEL O RACIOCÍNIO UTILIZADO PELO ALUNO PARA RESOLVER A QUESTÃO.

$$\begin{aligned}
 7x &= 28 \\
 19x &= 76 && 162 \text{ cubo} \\
 14,5 \times 4 &= 58 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

OUTRA RESOLUÇÃO:

$$\begin{array}{r}
 \text{Capacidade} = 364,5 \text{ cm}^3 \\
 \begin{array}{r}
 {}^1 19 \\
 7 \\
 {}^1 14,5 \\
 {}^3 0,5
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 {}^2 26 \\
 \underline{14,5} \\
 104,5 \\
 26
 \end{array}
 \end{array}$$

A decorative border of colored pencils in various colors (orange, red, green, blue, purple) is arranged in a circular pattern around the central text. Each pencil is shown with its lead tip pointing towards the center, and there are small splashes of color around the tips.

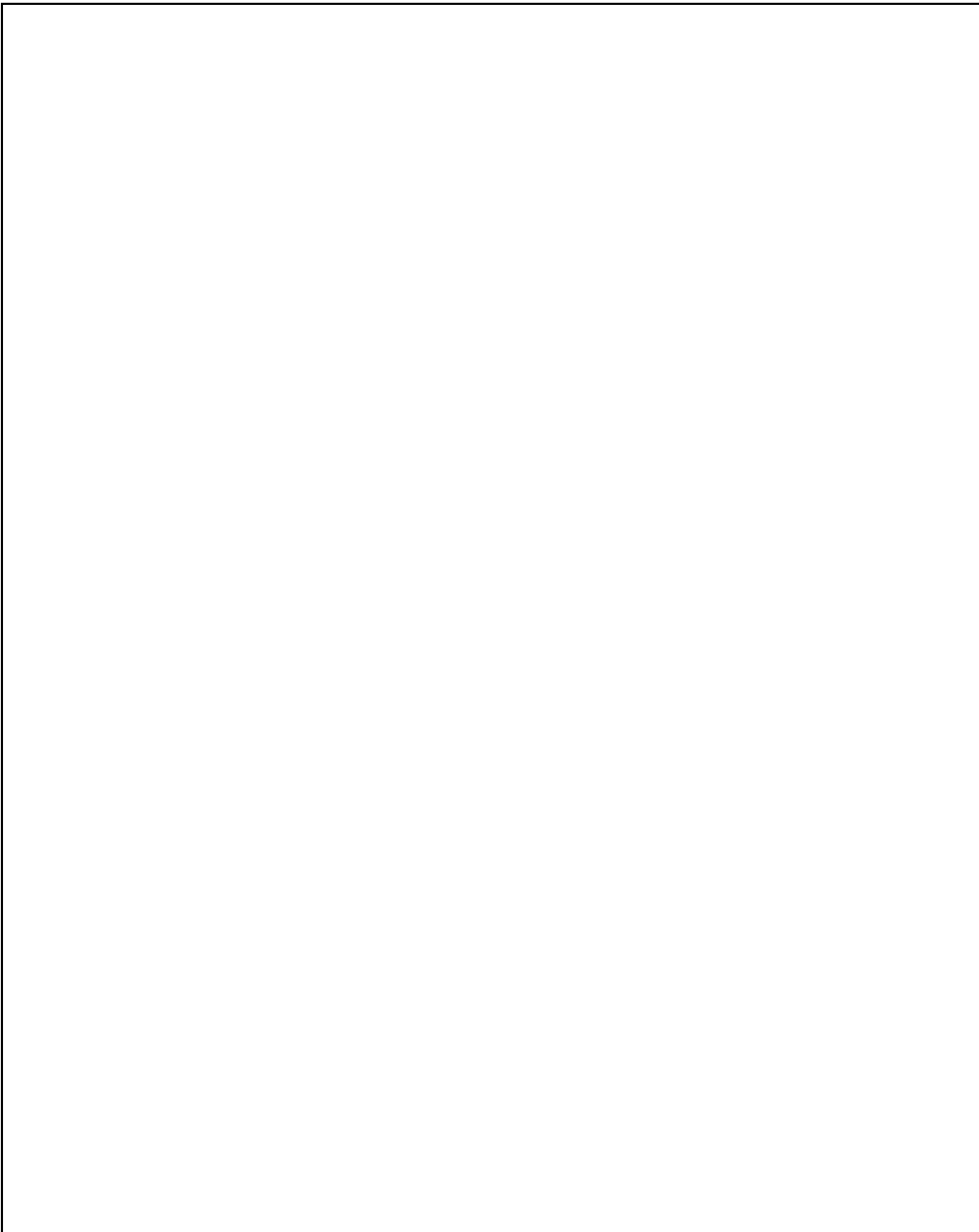
ANEXO
ENCARTE DAS
QUESTÕES E
ATIVIDADES

Questão 1

Observe a expressão numérica representada abaixo.

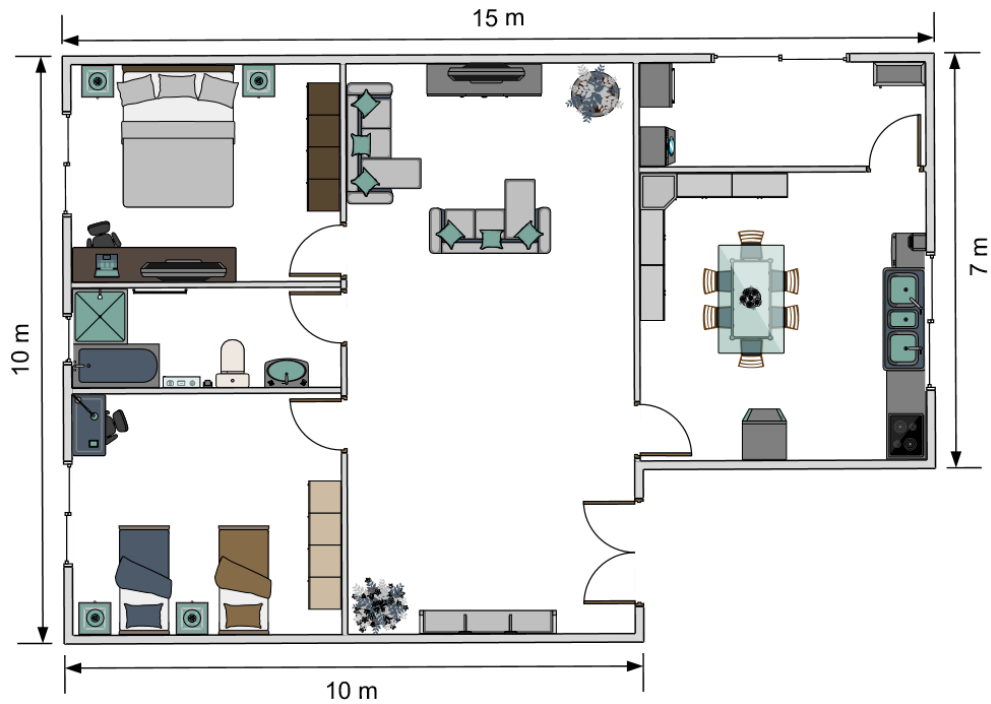
$$M = \frac{\left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5} \right) \right]}{\left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-2 + \frac{1}{3} \right)^2 \right]}$$

Qual é o resultado dessa expressão numérica?



Questão 2

Raimundo é corretor de imóveis e para fazer o anúncio da venda de uma casa precisa calcular a medida área da casa, cujas dimensões externas encontram-se representadas na planta baixa a seguir.



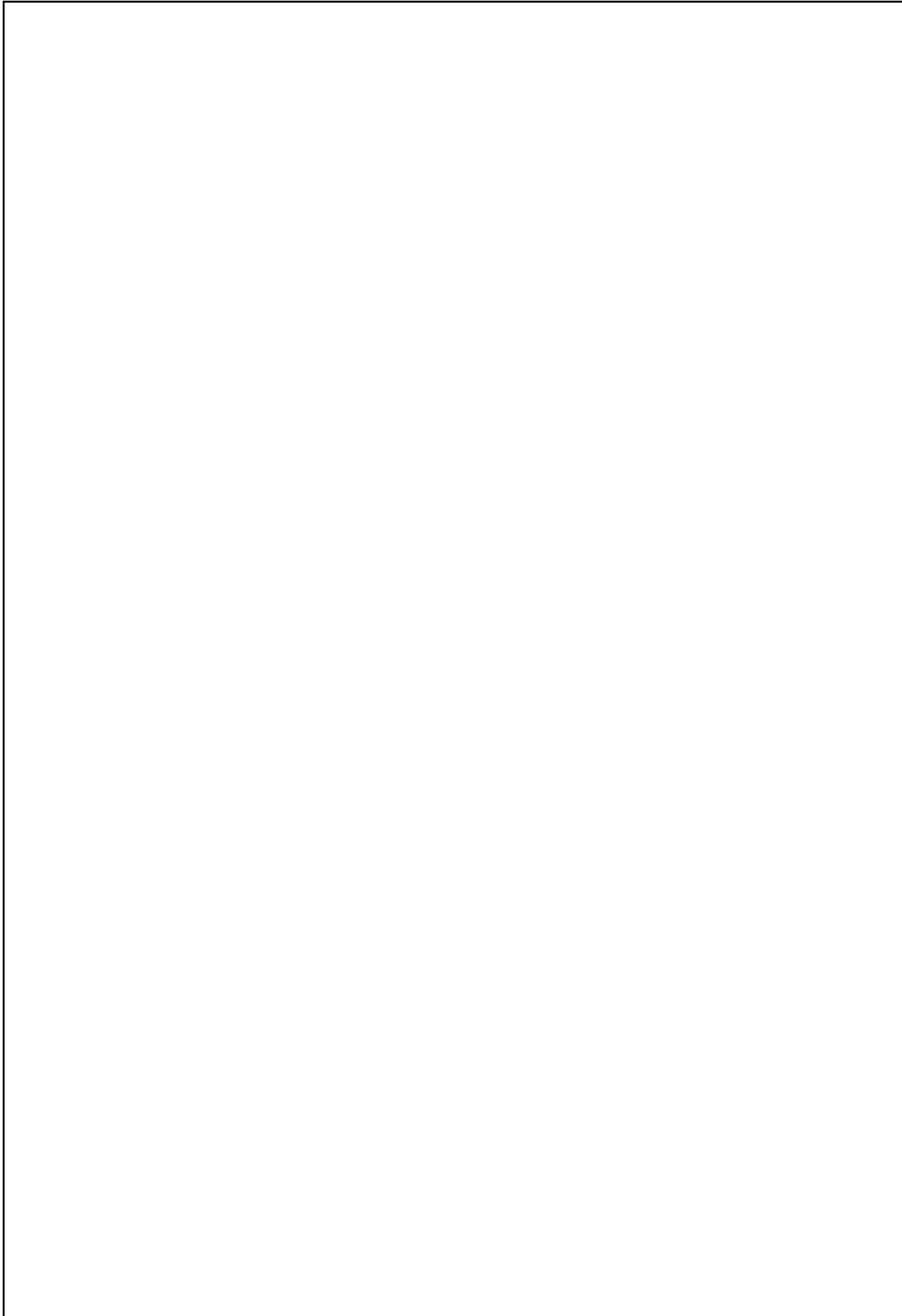
Qual é a medida da área dessa casa?



Questão 3

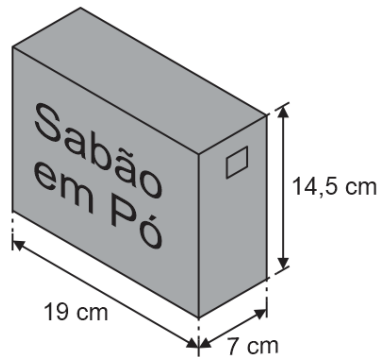
Uma empresa produziu uma quantidade x peças na segunda-feira. Na terça-feira, essa mesma empresa produziu o quadrado do número de peças produzidas durante a segunda-feira. Durante esses dois dias, essa empresa produziu 182 peças.

Qual foi o número de peças produzidas por essa empresa na segunda-feira?



Questão 4

Uma caixa de sabão em pó possui o formato de um paralelepípedo retângulo com dimensões internas indicadas no desenho abaixo.



Qual é a capacidade, em centímetros cúbicos, dessa caixa de sabão em pó?



RELATÓRIO DE ATIVIDADE

QUESTÃO 1

QUANTOS ALUNOS FIZERAM A QUESTÃO 1? _____

QUANTOS ALUNOS ACERTARAM A QUESTÃO 1? _____

QUANTOS ALUNOS DEIXARAM A QUESTÃO 1 EM BRANCO? _____

QUANTOS ALUNOS ERRARAM A QUESTÃO 1? _____

PREENCHA A TABELA ABAIXO COM O QUANTITATIVO DE ERROS APRESENTADOS PELOS ALUNOS NA QUESTÃO 1 EM CADA UMA DAS SETE CATEGORIAS:

CATEGORIAS	TIPOS DE ERROS	QUANTIDADE DE ALUNOS
CATEGORIA 1	USO ERRADO DOS DADOS	
CATEGORIA 2	LINGUAGEM MAL INTERPRETADA	
CATEGORIA 3	DEFINIÇÃO OU TEOREMA DISTORCIDO	
CATEGORIA 4	ERROS TÉCNICOS	
CATEGORIA 5	SIMPLES CÓPIA DOS DADOS	
CATEGORIA 6	ERROS NÃO COMPREENDIDOS	
CATEGORIA 7	ERROS POR DISTRAÇÃO	

O QUE PODEMOS OBSERVAR QUANTO A DISTRIBUIÇÃO DOS ERROS APRESENTADOS NESTA CATEGORIA?

QUAL FOI A CATEGORIA QUE APRESENTOU A MAIOR INCIDÊNCIA DE ERROS?

O QUE PODEMOS OBSERVAR QUANTO AOS ERROS APRESENTADOS NESTA CATEGORIA?

QUESTÃO 2

QUANTOS ALUNOS FIZERAM A QUESTÃO 2? _____

QUANTOS ALUNOS ACERTARAM A QUESTÃO 2? _____

QUANTOS ALUNOS DEIXARAM A QUESTÃO 2 EM BRANCO? _____

QUANTOS ALUNOS ERRARAM A QUESTÃO 2? _____

PREENCHA A TABELA ABAIXO COM O QUANTITATIVO DE ERROS APRESENTADOS PELOS ALUNOS NA QUESTÃO 2 EM CADA UMA DAS SETE CATEGORIAS:

CATEGORIAS	TIPOS DE ERROS	QUANTIDADE DE ALUNOS
CATEGORIA 1	USO ERRADO DOS DADOS	
CATEGORIA 2	LINGUAGEM MAL INTERPRETADA	
CATEGORIA 3	DEFINIÇÃO OU TEOREMA DISTORCIDO	
CATEGORIA 4	ERROS TÉCNICOS	
CATEGORIA 5	SIMPLES CÓPIA DOS DADOS	
CATEGORIA 6	ERROS NÃO COMPREENDIDOS	
CATEGORIA 7	ERROS POR DISTRAÇÃO	

O QUE PODEMOS OBSERVAR QUANTO A DISTRIBUIÇÃO DOS ERROS APRESENTADOS NESTA CATEGORIA?

QUAL FOI A CATEGORIA QUE APRESENTOU A MAIOR INCIDÊNCIA DE ERROS?

O QUE PODEMOS OBSERVAR QUANTO AOS ERROS APRESENTADOS NESTA CATEGORIA?



RELATÓRIO DE ATIVIDADE

QUESTÃO 3

QUANTOS ALUNOS FIZERAM A QUESTÃO 3? _____

QUANTOS ALUNOS ACERTARAM A QUESTÃO 3? _____

QUANTOS ALUNOS DEIXARAM A QUESTÃO 3 EM BRANCO? _____

QUANTOS ALUNOS ERRARAM A QUESTÃO 3? _____

PREENCHA A TABELA ABAIXO COM O QUANTITATIVO DE ERROS APRESENTADOS PELOS ALUNOS NA QUESTÃO 3 EM CADA UMA DAS SETE CATEGORIAS:

CATEGORIAS	TIPOS DE ERROS	QUANTIDADE DE ALUNOS
CATEGORIA 1	USO ERRADO DOS DADOS	
CATEGORIA 2	LINGUAGEM MAL INTERPRETADA	
CATEGORIA 3	DEFINIÇÃO OU TEOREMA DISTORCIDO	
CATEGORIA 4	ERROS TÉCNICOS	
CATEGORIA 5	SIMPLES CÓPIA DOS DADOS	
CATEGORIA 6	ERROS NÃO COMPREENDIDOS	
CATEGORIA 7	ERROS POR DISTRAÇÃO	

O QUE PODEMOS OBSERVAR QUANTO A DISTRIBUIÇÃO DOS ERROS APRESENTADOS NESTA CATEGORIA?

QUAL FOI A CATEGORIA QUE APRESENTOU A MAIOR INCIDÊNCIA DE ERROS?

O QUE PODEMOS OBSERVAR QUANTO AOS ERROS APRESENTADOS NESTA CATEGORIA?

QUESTÃO 4

QUANTOS ALUNOS FIZERAM A QUESTÃO 4? _____

QUANTOS ALUNOS ACERTARAM A QUESTÃO 4? _____

QUANTOS ALUNOS DEIXARAM A QUESTÃO 4 EM BRANCO? _____

QUANTOS ALUNOS ERRARAM A QUESTÃO 4? _____

PREENCHA A TABELA ABAIXO COM O QUANTITATIVO DE ERROS APRESENTADOS PELOS ALUNOS NA QUESTÃO 4 EM CADA UMA DAS SETE CATEGORIAS:

CATEGORIAS	TIPOS DE ERROS	QUANTIDADE DE ALUNOS
CATEGORIA 1	USO ERRADO DOS DADOS	
CATEGORIA 2	LINGUAGEM MAL INTERPRETADA	
CATEGORIA 3	DEFINIÇÃO OU TEOREMA DISTORCIDO	
CATEGORIA 4	ERROS TÉCNICOS	
CATEGORIA 5	SIMPLES CÓPIA DOS DADOS	
CATEGORIA 6	ERROS NÃO COMPREENDIDOS	
CATEGORIA 7	ERROS POR DISTRAÇÃO	

O QUE PODEMOS OBSERVAR QUANTO A DISTRIBUIÇÃO DOS ERROS APRESENTADOS NESTA CATEGORIA?

QUAL FOI A CATEGORIA QUE APRESENTOU A MAIOR INCIDÊNCIA DE ERROS?

O QUE PODEMOS OBSERVAR QUANTO AOS ERROS APRESENTADOS NESTA CATEGORIA?



