

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática



Modelagem na Educação Básica: uma possibilidade para a sala de aula de matemática.

Neil da Rocha Canedo Jr

Marco Aurélio Kistemann Jr

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)

Outubro, 2014

MODELAGEM NA EDUCAÇÃO BÁSICA

(UMA POSSIBILIDADE PARA A SALA DE AULA DE MATEMÁTICA)

Neil da Rocha Canedo Junior

Marco Aurélio Kistemann Junior

Introdução

Esse material apresenta a Modelagem¹ como possibilidade didática para a sala de aula de Matemática. Essa prática didática foi objeto de estudos teóricos e tema dos trabalhos de pesquisa referentes à dissertação de mestrado do primeiro dos autores desse texto, que foi desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, sob a orientação do segundo autor.

Além dos trabalhos de pesquisa relativos a essa dissertação, nossa experiência com a Modelagem foi enriquecida com estudos bibliográficos, publicações e apresentações em seminários e minicursos (oficinas). Até porque esta abordagem pedagógica, há tempos está presente na Educação Matemática praticada pelo primeiro autor dessa obra, enquanto professor de Matemática da rede municipal de educação de Juiz de Fora.

Por meio da confecção desse material, pretendemos compartilhar com os professores que ensinam Matemática, principalmente aqueles que lecionam na Educação Básica, um pouco dos nossos saberes e fazeres referentes à Modelagem, enquanto prática letiva no âmbito da Educação Matemática.

Em linhas gerais, a Modelagem Matemática é uma prática presente na Matemática Aplicada que consiste na arte de construir modelos matemáticos, ou seja, representações por meio da linguagem matemática (equações, gráficos, tabelas, etc.) de um fenômeno de outras áreas do conhecimento (Biologia, Física, Geografia, Sociologia, etc).

No âmbito da sala de aula, a Modelagem configura uma abordagem pedagógica que constitui uma linha de pesquisa relevante, despontando como tendência da Educação Matemática Nacional e Internacional. Nesse contexto, ela assume entendimentos diversos, busca cumprir objetivos didáticos distintos e tem sido realizada segundo diferentes pressupostos e perspectivas.

É preciso, desde já, esclarecer aos leitores que a maneira como apresentamos essa possibilidade didática para a sala de aula de Matemática,

¹ A título de simplificação e seguindo uma convenção tacitamente estabelecida entre os autores que se dedicam a essa temática, vamos usar o termo Modelagem para nos referirmos a essa prática como abordagem pedagógica da Educação Matemática. Exceto nas citações diretas.

emerge impregnada de nossas concepções educacionais, as quais se constroem em nosso estar sendo, a partir de filiações teóricas assumidas e experiências vividas. Concepções que assumimos e fazemos refletir na Educação Matemática que praticamos.

Da forma que entendemos, a Modelagem pode ser vista como uma abordagem pedagógica que proporciona aos alunos ambientes de aprendizagens que buscam superar as limitações do modelo didático tradicional, em que o professor primeiro explana a respeito de um tópico matemático e depois prescreve uma lista de exercícios aos alunos, cabendo a esses últimos resolvê-los. A esse paradigma didático tradicional, associa-se uma perspectiva de currículo que se limita a uma lista de conteúdos estanques a serem transmitidos aos alunos. Concepção curricular que choca com a Proposta Curricular da Rede Municipal de Juiz de Fora (JUIZ DE FORA, 2012). Visto que essa última considera “que a Matemática escolar é algo mais amplo do que apenas conteúdos a serem ensinados” (p. 8).

Dessa forma, quando propomos a Modelagem como uma abordagem pedagógica que “contribui para uma aprendizagem menos pautada na mera transmissão de técnicas e de conteúdos em si mesmos” (JUIZ DE FORA, 2012, p. 15), falamos na mesma direção dessa proposta curricular. Documento construído de forma dialógica e democrática pelos profissionais em Educação dessa rede, e que aponta para uma Educação Matemática humanista, por se preocupar mais com o aluno que aprende e menos com conteúdos transmitidos.

Ao sugerirmos a Modelagem como alternativa para a sala de aula de Matemática, não é nossa intenção prescrever uma receita, apontando aos leitores uma direção única do como fazer Modelagem em sala de aula. Pelo contrário, o que pretendemos é exemplificar situações e construir teorizações, de forma a apresentar a Modelagem em toda sua riqueza de colorações e possibilidades, para que cada professor possa vir a praticá-la a partir de seus objetivos didáticos e mediante suas concepções educacionais.

No sentido de cumprir esses objetivos, vamos tecer um fio condutor em direção ao como fazer Modelagem na Educação Matemática. Na **primeira seção**, vamos apresentar uma entrevista que nos foi concedida pela professora, educadora matemática e pesquisadora cujos trabalhos são nacionalmente e internacionalmente

reconhecidos. Trata-se da *Prof. Dra. Ana Paula dos Santos Malheiros*, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP). Com uma trajetória profissional que engloba orientações de mestrado e doutorado, livros, capítulos de livros e artigos publicados no âmbito nacional e internacional, *Paula Malheiros* acumula uma respeitável experiência com a Modelagem, tanto no campo das pesquisas acadêmicas como na prática de sala de aula. A partir das considerações da nossa entrevistada, faremos algumas reflexões a respeito da Modelagem na Educação Matemática, principalmente no que concerne às possibilidades dessa prática no âmbito da sala de aula de matemática da Educação Básica.

Na **segunda seção** vamos argumentar a respeito dos porquês de se introduzir a Modelagem no currículo da Educação Básica. Trazendo para o primado dessas argumentações as possibilidades dessa abordagem didática de permitir um tratamento interdisciplinar de questões referentes a outros domínios do saber e do cotidiano.

Na **terceira seção** apresentaremos alternativas de como fazer Modelagem na sala de aula. Para tanto, buscaremos aportes teóricos na literatura, além de apresentarmos situações por nós vivenciadas ao longo de nossas experiências com Modelagem.

A **quarta seção** é dedicada à atividade de Modelagem relativa à pesquisa de mestrado do primeiro autor, sob a orientação do segundo. Descrevemos as tarefas de Modelagem desenvolvidas por um grupo de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental que investigaram a respeito do tema viagens.

Finalmente, na **quinta seção**, teceremos nossas considerações finais a respeito dessa prática. Ressaltando principais relevâncias relacionadas à presença da Modelagem ao currículo de Matemática da Educação Básica.

PRIMEIRA SEÇÃO

NOSSA ENTREVISTADA



Ana Paula dos Santos Malheiros

Nessa seção apresentamos a entrevista que nos foi concedida pela *Prof. Dra. Ana Paula dos Santos Malheiros* (UNESP). As considerações apresentadas por essa educadora matemática, a partir das quais apresentaremos algumas reflexões, permitem clarear os horizontes daqueles professores de Matemática que pretendem fazer da Modelagem uma abordagem presente à Educação Matemática que pratica.

O que você entende por Modelagem Matemática?

Para mim a Modelagem, no contexto da Educação Matemática, é uma abordagem pedagógica que possibilita que os interesses dos alunos sejam discutidos e trabalhados em sala de aula, por meio também da matemática. Vejo a Modelagem como uma possibilidade de evidenciar o papel da matemática na sociedade, por meio do diálogo e da problematização, no contexto da sala de aula, além de possibilitar a discussão de questões do dia a dia, com o auxílio também da matemática.

Como você percebe a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática?

Percebo a Modelagem como uma tendência em Educação Matemática, ainda em construção. Ela surge inspirada da Modelagem realizada no contexto da Matemática aplicada, na década de 1970. Professores de ensino superior começaram a utilizar questões do dia-a-dia como forma de contribuir para o ensino de Matemática. Nesse movimento, havia a influência de trabalhos e ideias de Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio, visto que esse movimento nasce na UNICAMP, segundo vários autores já publicaram. Tal fato começa a ser disseminado em cursos para professores de Matemática, de diferentes níveis de ensino e as experiências com a modelagem surgem de modo empírico. A partir delas, e com o surgimento de programas de pós-graduação em educação matemática, trabalhos acadêmicos começaram a surgir e a Modelagem começou a ser teorizada. Penso que tal fato justifique a diversidade de concepções sobre Modelagem, além contribuir para que ela seja ainda uma tendência em construção.

No que se refere à Educação Básica, embora não seja mencionada de forma explícita nos PCN, a Modelagem Matemática é sugerida como abordagem pedagógica nas orientações curriculares do MEC e em algumas propostas curriculares oficiais, como é o caso da Proposta Curricular do Município de

Juiz de Fora (MG). O que você nos diz a respeito da Modelagem no currículo de Matemática da Educação Básica?

A Modelagem, em nível nacional, é mencionada apenas nas Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, publicada em 2006. A visão desse documento sobre Modelagem se aproxima das ideias de Bassanezi e também da Pedagogia de Projetos. Entretanto, se considerarmos os PCN do atual Ensino Fundamental II, temos os temas transversais, que podem ser relacionados com perspectivas de Modelagem, no contexto da Educação Matemática, pois a Modelagem pressupõe interdisciplinaridade, um dos aspectos em destaque no trabalho com temas transversais.

Essa questão do currículo é complexa. Penso que depende do que entendemos por currículo, primeiramente. Vejo a Modelagem como uma possibilidade de construir e trabalhar com conteúdos matemáticos na Educação Básica. Para mim, ela é uma possibilidade para se ensinar a Matemática, além de poder proporcionar criticidade e reflexão nas aulas de Matemática.

No contexto da Educação Matemática brasileira, várias pesquisas de cunho bibliográfico apontam para a influência dos pressupostos da Educação Matemática Crítica na Modelagem Matemática. Tanto no âmbito das pesquisas acadêmicas como nas práticas de sala de aula. De que forma você entende essa presença da Educação Matemática Crítica na Modelagem Matemática?

Para mim um dos grandes referenciais teóricos, se não o maior, é a Educação Matemática Crítica, tendo Ole Skovsmose como o principal autor, quando se fala de pesquisas em Modelagem no Brasil. Isso se dá, para mim, por que um inspirador inicial da Modelagem, Paulo Freire, também é inspirador do trabalho de Ole. A Modelagem, no Brasil, tem raízes na obra de Paulo Freire por esses dois vieses, e a perspectiva sócio-crítica é a mais presente nos trabalhos brasileiros.

No âmbito da educação básica, como você percebe a influência da Educação Matemática Crítica nas práticas de Modelagem Matemática?

Primeiramente, penso que a Modelagem ainda aparece timidamente nas práticas de salas de aula da Educação Básica. Pelo menos é como percebo no interior de São Paulo, onde vivo, e também a partir de relatos de professores em eventos pelo país. Entretanto, quando ela acontece, vejo que a influência da Educação Matemática Crítica existe e isso fica identificado nas escolhas dos temas para se trabalhar com as crianças, além das discussões (matemáticas ou não) que acontecem em sala de aula, a partir desses temas. Ainda, penso que isso é reflexo de como a Modelagem se mostra para os professores, seja em cursos, disciplinas, eventos.

Você desenvolve pesquisas sobre a Modelagem Matemática na formação de professores que ensinam Matemática. O que você nos diz sobre a presença da Modelagem Matemática na formação desses professores?

A presença da Modelagem na formação inicial de professores de Matemática ainda é muito tímida. Vejo que, quando os futuros professores têm contato com ela, ele acontece ou em uma disciplina específica (de Modelagem), ou em disciplinas de prática de ensino ou de metodologia de ensino da matemática. Nesse sentido, os futuros professores leem sobre Modelagem e, às vezes, “fazem” Modelagem em momentos pontuais do curso. Penso que seria importante que a Modelagem, assim como outras tendências em Educação Matemática, estivessem presentes ao longo de todo o curso de formação, incluindo as disciplinas “de matemática”, para que eles pudessem vivenciar a Modelagem em diferentes contextos e, com isso, perceber suas potencialidades, além de discutir sobre elas, considerando a Educação Básica.

Como você vislumbra a formação dos professores em Modelagem Matemática, no caso específico da Educação Básica?

Acho que respondi parte dessa questão na pergunta anterior. Penso que os futuros professores precisam ler sobre Modelagem, fazer Modelagem enquanto alunos, em disciplinas como metodologia de ensino, prática, etc, discutir sobre a Modelagem, suas diferentes perspectivas e possibilidades, mas que também devem vivenciar o aprender por meio da Modelagem, em disciplinas de conteúdo matemático. Ainda, penso que os futuros professores devem discutir as possibilidades da Modelagem na Educação Básica a partir dos materiais didáticos e infraestrutura disponíveis nas escolas, para que os modelos de escola que temos não seja um empecilho para que a Modelagem chegue as salas de aula.

Muitas pesquisas apontam para a relação entre essa perspectiva didática e o uso pedagógico das tecnologias computacionais (softwares gráficos, planilhas eletrônicas, internet, etc.). O que você nos diz sobre a relação entre essas tecnologias e a Modelagem Matemática?

Penso que nos dias de hoje é difícil pensar na Modelagem sem associa-la às tecnologias digitais. Desde uma pesquisa na internet, até o uso de softwares para tabular dados, traçar gráficos, fazer simulações, etc, são ações presentes no fazer Modelagem. Para mim, Modelagem também pressupõe a abordagem experimental com tecnologias, na qual se testa e conjectura com o auxílio das tecnologias digitais. Entretanto, é preciso que o professor também estimule outros tipos de coleta de dados, principalmente, pois as vezes os estudantes querem ficar apenas com os dados da internet, sendo que uma pesquisa de campo poderia ser bastante rica para o trabalho em desenvolvimento.

No caso específico da Educação Básica, como você percebe essa relação entre as tecnologias informáticas e a Modelagem Matemática?

Primeiramente, como já escrevi, ainda vejo a Modelagem tímida na Educação Básica. O mesmo para o uso de tecnologias. Falo isso considerando, em especial, o estado de São Paulo. Entretanto, penso que essa relação deva ser quase “natural”,

pois as tecnologias digitais contribuem em vários aspectos para o trabalho com a Modelagem, desde a coleta de dados até o uso de softwares para a organização e tabulação desses dados, além de fazer simulações, traçar gráficos, etc. Para os professores da Educação Básica, a Modelagem pode ser uma possibilidade de trabalhar de forma interdisciplinar, por meio das tecnologias digitais, conteúdos matemáticos, além de discutir questões do cotidiano dos estudantes, por meio da matemática, evidenciando o seu papel na sociedade.

O que você diria a um professor que atua na Educação Básica que deseja incorporar a Modelagem Matemática à sua prática letiva?

O que eu sempre digo é para que ele parta de algo que ele entenda ser de interesse dos seus alunos e, a partir daí construir uma atividade que aborde determinado conteúdo. Essa atividade deve promover o diálogo e a discussão do tema, além de usar o conteúdo matemático para a compreensão do mesmo. Essa é a maneira mais “fechadinha” de se trabalhar com a Modelagem, mas é por meio dela que os professores vão percebendo as potencialidades da Modelagem, sem abrir mão dos conteúdos que devem ser trabalhados.

Começar devagar e perceber seus alunos, as discussões que emergem, a postura deles. Não há receita. Não há “uma” maneira de se trabalhar com a Modelagem. Percebo, quando trabalho com professores e futuros professores, há uma grande necessidade de saber se o que estão fazendo está certo. Penso que isso é nossa herança de uma educação bancária, na qual há sempre uma resposta certa, um único caminho a seguir. No caso da Modelagem, não há um único caminho a seguir e isso desperta a insegurança, tanto de alunos quanto de professores. Para romper com esse modelo de educação é preciso insistência e paciência. Quando trabalhamos com a Modelagem, a problematização e o diálogo são elementos fundamentais e, esses elementos não estão presentes, na maior parte das aulas da Educação Básica. É preciso fazer perguntas e buscar respostas e isso, infelizmente, está um pouco longe do cotidiano escolar nos dias atuais. Por isso digo que é importante começar devagar, mostrar para os alunos que eles podem e devem

perguntar, devem querer saber mais e que a Matemática é um dos caminhos para contribuir com as possíveis respostas.

Refletindo sobre as palavras da nossa entrevistada...

Ao expor suas concepções e perspectivas sobre a Modelagem enquanto prática letiva, *Ana Paula Malheiros* destaca a possibilidade que essa abordagem didática oferece de discutir os interesses dos alunos e o papel da Matemática na sociedade, por meio do diálogo e da problematização. Essa valorização da dialogicidade e da problematização evidencia a influência da Educação Matemática Crítica, que tem Ole Skovsmose como principal autor, e da Educação Libertadora de Paulo Freire na Modelagem brasileira. Nossa entrevistada enfatiza também a natureza interdisciplinar da Modelagem, o que favorece a abordagem dos temas transversais sugeridos pelo PCN de Matemática do atual Ensino Fundamental II.

No que se refere à presença das tecnologias informáticas na sala de aula de Matemática, *Ana Paula Malheiros* menciona a relação quase natural entre a Modelagem e essas tecnologias. Em contrapartida, ela ressalta a importância das tarefas de modelagem não se limitarem ao uso dessas tecnologias, principalmente no que concerne à coleta de informações e dados, uma vez que uma pesquisa de campo pode enriquecer bastante o trabalho em desenvolvimento.

Por outro lado, *Ana Paula Malheiros* destaca que a Modelagem ainda aparece de forma muito tímida nas práticas de sala de aula da Educação Básica e aponta como uma das possíveis causas a forma como a Modelagem se faz presente na formação dos professores. Na formação inicial, segundo ela, o contato dos futuros professores com a Modelagem, quando acontece, faz-se de forma pontual em algumas disciplinas específicas. Ela enfatiza que seria importante que tanto a Modelagem como outras tendências da Educação Matemática estivessem presentes ao longo de todo curso de formação, inclusive nas disciplinas de conteúdos exclusivamente matemáticos.

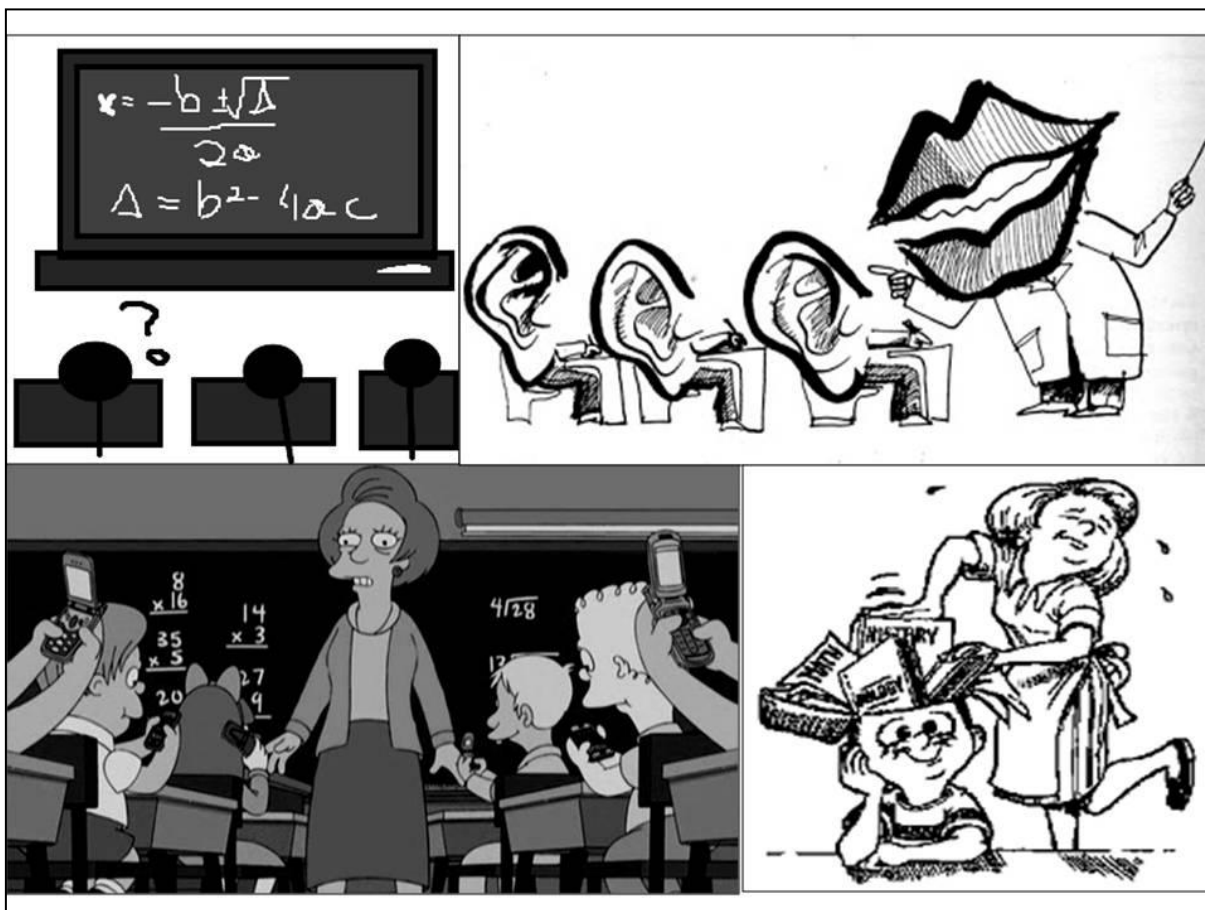
Outra questão problemática mencionada na entrevista diz respeito às dificuldades encontradas por professores e alunos no desenvolvimento de atividades

de Modelagem. *Ana Paula Malheiros* procura atribuir essas dificuldades à tradição da Matemática escolar, que privilegia exercícios e tarefas em que há uma resposta única e um único caminho a seguir para encontrá-la. Ela enfatiza que a Modelagem busca superar essa tradição, pois, quando se trabalha com Modelagem, a problematização e o diálogo são elementos fundamentais e não há um único caminho a ser seguido e nem uma resposta única a ser obtido, o que gera inseguranças e inquietações.

Assim, esse produto educacional busca apresentar a Modelagem como uma possibilidade para a sala de aula da Educação Básica, além de oferecer subsídios aos professores que, assim como nós, pretendem tornar a Modelagem uma prática presente à Educação Matemática que pratica. Não se trata, reiteramos, de apresentar a nossos pares um “receituário” de Modelagem, até porque nossa entrevistada deixa claro que não existe receita pronta. Nossa intenção é apontar caminhos para que cada professor, considerando o diálogo, a problematização e o interesse de seus alunos, possa explorar novas dimensões dessa possibilidade didática a partir de nossas considerações.

SEGUNDA SEÇÃO

MODELAGEM: O QUE É, E POR QUÊ?



Ao longo dessa seção vamos aprofundar em questões referentes ao que vem a ser Modelagem, além de tecer algumas argumentações sobre os porquês relacionados à presença dessa abordagem no currículo de Matemática da Educação Básica. Traremos para o debate as considerações de alguns dos autores que abordam essa temática, dialogando-as com aquelas apresentadas por nossa entrevistada, o que empresta certo caráter teórico ao texto dessa seção.

O que é Modelagem?

Enquanto prática presente na Matemática Aplicada, seu *habitat* natural, a Modelagem Matemática pode ser entendida como um conjunto de procedimentos que visam traduzir um fenômeno de outros domínios do conhecimento em termos da linguagem Matemática. Nesse processo, faz-se necessário selecionar os aspectos matematizáveis do fenômeno, o que consiste em uma simplificação da situação em estudo, no sentido de permitir uma representação Matemática da mesma, um modelo matemático (BARBOSA, 2001).

Um modelo matemático, por sua vez, consiste em um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou de uma estrutura matemática, com a finalidade de descrever o comportamento de outro sistema e permitir a realização de previsões sobre esse outro (LESH; CARMONA; HJALMARSON, 2006, *apud* ALMEIDA; VERTUAN, 2011, p. 21).

No âmbito da Educação Matemática, a Modelagem pode ser entendida como um enfoque pedagógico que propõe uma abordagem não internalista da Matemática. Por ser uma prática interdisciplinar pela própria natureza, a Modelagem favorece o desenvolvimento de atividades de sala de aula que valorizam as aplicações da Matemática em outros domínios do saber e em situações do dia a dia em que temos a Matemática em ação.

Nas palavras da nossa entrevistada *Ana Paula Malheiros*, a Modelagem “*é uma abordagem pedagógica que possibilita que os interesses dos alunos sejam discutidos e trabalhados em sala de aula, por meio também da matemática*”.

Nos contextos educacionais, emerge uma variedade de concepções e perspectivas que tornam sem sentido a procura por uma definição única para o que vem a ser Modelagem, sendo mais plausível falar das diversas perspectivas de Modelagem (ARAÚJO, 2002).

Em alguns trabalhos é possível perceber certa tendência em sustentar a Modelagem, enquanto prática letiva, sobre algumas das bases teóricas da Matemática Aplicada. Bassanezi (2002, p. 38), por exemplo, embora enfatize que “o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e

aplicado”, sugere uma para as práticas de Modelagem em sala de aula as mesmas etapas presentes na Matemática Aplicada. Lançando mão, inclusive, de esquemas ilustrativos encontrados nos manuais dos matemáticos aplicados.

Barbosa (2001, p. 27) aponta para as limitações relativas a essa transferência conceitual da Matemática Aplicada, para fundamentar a Modelagem no campo da Educação Matemática, donde “os objetivos, a dinâmica do trabalho e a natureza das discussões matemáticas diferem dos propósitos dos modeladores profissionais”. Uma das alegações desse autor é que essa transferência conceitual, principalmente no que se refere às etapas prescritas, tende a impor linearidade a um processo que é não linear por natureza.

Uma alternativa a essas limitações pode ser encontrada na perspectiva de Modelagem assumida por Burak e Klüber (2011, p. 51), pela qual enfatizam a participação dos estudantes e a consideração de seus interesses na proposição do tema a ser investigado. Na concepção desses autores, a construção do modelo não se constitui em uma prioridade e

[...] engloba, além dos modelos matemáticos, outros, tais como uma lista de supermercado ou a planta baixa de uma casa, que ainda que não se constituam em modelos preditivos, permitem, na maioria dos casos, a tomada de decisão.

Já Barbosa (2001, p. 31), concebe a Modelagem como “um ambiente de aprendizagem² no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referências na realidade”. Nesses ambientes, estabelece-se um processo de problematização e investigação, em que problematizar é propor questões e investigar é buscar por soluções. É importante destacar que, nessa perspectiva de Modelagem, a presença de um modelo matemático sequer constitui uma obrigatoriedade.

Araújo (2002), por sua vez, estabelece a noção de projetos de Modelagem, inspirada na pedagogia de projetos dinamarquesa (cf. SKOVSMOSE, 2008). Por essa perspectiva, é importante serem os alunos os propositores das temáticas a

² A noção de ambiente de aprendizagem é apresentada em Skovsmose (2008) em termos das oportunidades de aprendizagens oferecidas aos alunos no desenvolvimento das atividades de sala de aula.

serem investigadas, as quais devem favorecer reflexões sobre a presença dos modelos matemáticos em questões sócio-políticas.

Nessa pluralidade de concepções e perspectivas, emerge uma gama de possibilidades de como fazer, além de variadas justificativas relacionadas ao por que fazer Modelagem. É exatamente desses porquês que vamos tratar a seguir.

Por que fazer Modelagem na sala de aula?

Boa parte dos argumentos evocados na literatura para justificar a presença da Modelagem nas salas de aula de todos os níveis educacionais se baseia em suas propriedades motivacionais intrínsecas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). A respeito desses argumentos, Caldeira, Silveira e Magnus (2011, p. 68) acrescentam que uma das crenças quando se trabalha com Modelagem é de que essa abordagem, “por oferecer a possibilidades de ser desenvolvida de acordo com o interesse dos alunos, caracteriza-se como motivadora do processo de ensino e aprendizagem de Matemática”.

Em contrapartida, esses mesmos autores relatam uma atividade de Modelagem desenvolvida em uma turma do nono ano do ensino fundamental, composta por quarenta alunos. Nessa prática, as atitudes dos alunos desafiaram as propriedades motivacionais da Modelagem, pois em nenhum momento houve a participação efetiva de mais que a metade da turma nas tarefas de Modelagem e muitos alunos não chegaram a participar sequer do momento da escolha do tema. “Enquanto uma parte da turma desenvolvia as tarefas, buscando encontrar soluções para a situação proposta, os demais concentravam sua atenção em atividades completamente desvinculadas [...]” (CALDEIRA; SILVEIRA; MAGNUS, 2011, p. 68).

Então, por que defendemos a presença da Modelagem no currículo de Matemática? Antes de sugerirmos possibilidades a essa questão, é preciso considerar a fragilidade dos argumentos baseados nas propriedades motivacionais intrínsecas da Modelagem, o que ficou demonstrado no relato anterior. Além disso, Barbosa (2001) enfatiza que tais argumentos coadunam-se a uma concepção de Modelagem limitada a uma abordagem intrínseca à Matemática, o que reflete uma concepção de currículo baseada em uma lista de conteúdos a serem depositados nos alunos (FREIRE, 1999).

Araújo, Freitas e Silva (2011) expandem as argumentações na direção das potencialidades sócio-críticas da Modelagem, ao proporem práticas de Modelagem pautadas nos pressupostos da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2001; 2008). Por essa perspectiva teórica, a Educação Matemática deve incluir o desenvolvimento do *conhecer matemático* e do *conhecer tecnológico*, mas sem negligenciar o que Skovsmose (2001) denomina *conhecer reflexivo*. Enquanto o *conhecer matemático* se refere a habilidades matemáticas, como resolver algoritmos, demonstrar teoremas e perceber propriedades intrínsecas, o *conhecer tecnológico* diz respeito às aplicações da matemática, ou seja, à arte de construir modelos matemáticos.

O *conhecer reflexivo*, por sua vez, está relacionado com uma preocupação de desenvolver uma competência de refletir sobre o uso da matemática, das consequências e implicações de natureza social, econômica e política, principalmente quando ela é colocada em ação, como nos modelos matemáticos cada vez mais presentes em nossa sociedade contemporânea (ARAÚJO; FREITAS; SILVA, 2011, p. 145, *itálicos no original*).

Sobre matemática em ação, Skovsmose (2008) se refere às situações em que a Matemática se torna parte da estrutura, tornando os argumentos postos em termos numéricos mais relevantes que os demais. As taxas de juros que regulam nossa economia e o índice de reajuste anual do salário mínimo exemplificam tais situações. Pois, com base nesses dados, um aumento salarial pode ser concedido ou negado a uma classe trabalhadora, sem que qualquer tipo de questionamento se dirija aos modelos matemáticos que geram esses índices. Assim, a perspectiva sócio-crítica da Modelagem se preocupa com o desenvolvimento de uma alfabetização matemática que inclui a capacidade de agir e interpretar em situações sociais, políticas e econômicas, estruturadas pela Matemática.

Ampliando esse horizonte de argumentações, Borba e Villareal (2005) enfatizam que as atividades de Modelagem são requerentes por natureza da presença das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), as quais incluem planilhas eletrônicas, softwares de geometria dinâmica, internet, etc. No que se refere à internet, principalmente, os autores acrescentam que a popularização dessa mídia e sua crescente inclusão nos meios educacionais tende a reconfigurar as práticas letivas em geral e a Educação Matemática em específico.

Ao que nossa entrevistada *Ana Paula Malheiros* acrescenta: *“Para os professores da Educação Básica, a Modelagem pode ser uma possibilidade de trabalhar de forma interdisciplinar, por meio das tecnologias digitais, conteúdos matemáticos, além de discutir questões do cotidiano dos estudantes, por meio da matemática, evidenciando o seu papel na sociedade”*.

Nesse sentido, Borba (2009) problematiza a respeito da escola do futuro, na qual o uso da internet poderá se tornar plenamente permitido aos alunos. Nessa perspectiva futurista, porém não muito distante, o autor idealiza que a presença irrestrita da internet nas aulas de matemática fará com que muitos dos problemas que hoje são postos aos alunos percam o status de problema. Pois, passariam a ser resolvidos por um clique, ou uma ação de copiar/colar. Nessa sala de aula do futuro – como se a internet fosse uma possibilidade futurista e não uma realidade presente aos nossos alunos – o autor imagina que abordagens de cunho investigativo, assim como a Modelagem, seriam uma das poucas a sobreviverem.

Por outro lado, nossa entrevistada *Ana Paula Malheiros* adverte que *“é preciso que o professor também estimule outros tipos de coleta de dados, principalmente, pois as vezes os estudantes querem ficar apenas com os dados da internet, sendo que uma pesquisa de campo poderia ser bastante rica para o trabalho em desenvolvimento”*.

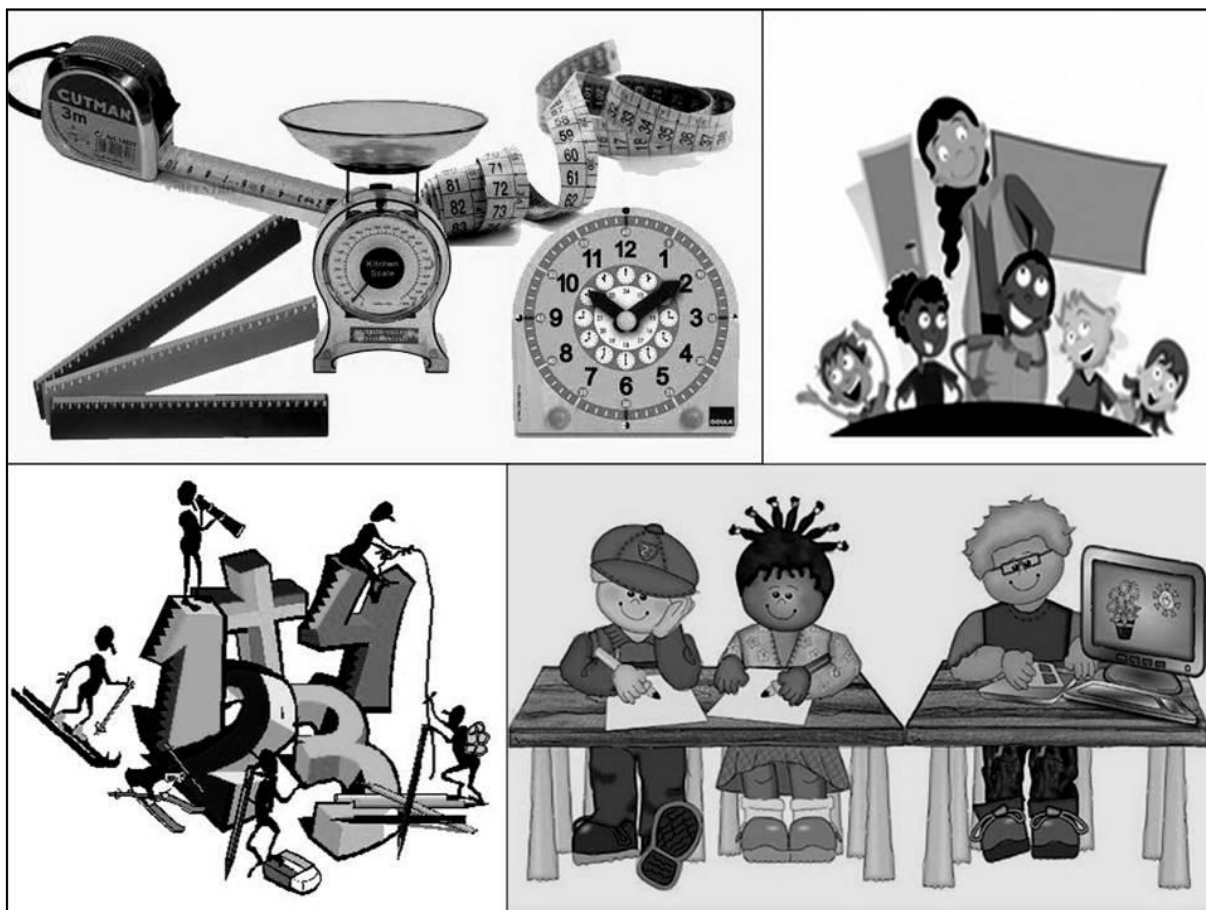
Em suma, a inclusão da Modelagem nos currículos de Matemática remete a uma abordagem interdisciplinar da Matemática, associada a uma alfabetização matemática preocupada com a dimensão reflexiva do conhecimento e com o desenvolvimento da capacidade de agir e interpretar em situações sócio-políticas em que Matemática está em ação. Além disso, a Modelagem se apresenta como uma prática letiva em sinergia com a presença das tecnologias computacionais como ferramentas pedagógicas.

Na seção que segue, vamos nos dedicar a questões referentes ao como fazer Modelagem na sala de aula. Reiteramos que não se trata de apresentar um receituário de Modelagem, em termos de uma lista de prescrições. Pelo contrário, nossa intenção é compartilhar com os leitores parte de nossas experiências vividas. Contudo, é mister destacarmos o quanto essas vivências se embebem em nossas concepções educacionais e filiações teóricas, a partir das quais cada

professor/educador poderá construir suas próprias concepções, viver suas próprias experiências, tornando a Modelagem parte da Educação Matemática que pratica.

TERCEIRA SEÇÃO

COMO FAZER MODELAGEM?



Essa seção é dedicada às possibilidades do como fazer Modelagem na sala de aula. Com o intuito de apresentar aos leitores algumas das várias possibilidades de como fazer Modelagem na sala de aula, relataremos situações por nós vivenciadas e outras presentes na literatura. Sempre confrontando esses relatos com as concepções teóricas que assumimos e fazemos refletir na Educação Matemática que praticamos. Reiteramos que não se trata de prescrever uma receita, ou um manual, de como fazer modelagem. Mas oferecer algumas possibilidades – existem outras – relacionadas ao como fazer Modelagem na sala de aula de Matemática.

Como fazer Modelagem?

É importante esclarecer aos leitores que a presença da Modelagem no currículo de Matemática requer a assunção de uma concepção curricular que supera a ideia de uma lista de tópicos, alinhados a partir de pré-requisitos. Pois, se consideramos a Modelagem como uma abordagem pedagógica que visa, tão somente, a aprendizagem de um tópico Matemático específico, poderíamos considerar que qualquer exercício de aplicação, daqueles presentes nos livros didáticos de Matemática, seriam tarefas de Modelagem (BORBA; VILLAREAL, 2005).

Dessa forma, a Modelagem perverte a ordem estabelecida na tradição dos currículos de Matemática em que se prioriza determinado tópico a ser ensinado, de maneira que uma lista de exercício – muitas vezes sob o título de exercício de fixação – é dada para que os alunos resolvam, como uma possibilidade de oferecer-lhes um treinamento das habilidades, ou a fixação da aprendizagem relativa ao tópico em questão. Uma vez que, nas práticas de Modelagem, novos saberes, matemáticos ou não, são aprendidos ao passo que os velhos ganham novos significados, como a água nova que se bebe nas velhas fontes (MEYER; CALDEIRA, MALHEIROS, 2011), o que “oferece a possibilidade de abordar diferentes habilidades num mesmo projeto, minimizando, assim, a preocupação com o cumprimento de um programa de modo linear” (JUIZ DE FORA, 2012, p. 15).

Porém, Barbosa (2001) nos alerta para os conflitos e tensões que podem surgir na relação entre a Modelagem e as práticas curriculares tradicionais, configurando uma dissonância ao invés de uma ressonância. Essas tensões podem emergir tanto das exigências da comunidade escolar pelo cumprimento de um currículo posto linearmente, como da própria atitude resistente dos alunos, acostumados que estão a um contrato didático estabelecido na tradição da Matemática escolar.

A respeito dessa resistência dos alunos, Almeida e Vertuan (2011) sugerem que as práticas de Modelagem requerem dos alunos a habilidade de transitar nesse novo paradigma, ou seja, sua familiarização com a Modelagem. Sobre essa familiarização, nossa entrevistada Ana Paula Malheiros sugere que as comecemos aos poucos. “Por isso digo que é importante começar devagar, mostrar para os

alunos que eles podem e devem perguntar, devem querer saber mais e que a Matemática é um dos caminhos para contribuir com as possíveis respostas”.

Uma forma de superar essas tensões na direção de favorecer essa familiarização dos alunos com a Modelagem é propor tarefas com base no que Barbosa (2001, p. 38) classifica em termo de casos. A opção por um desses casos (ver figura 1) “depende das possibilidades do contexto escolar, da experiência do professor, dos interesses dos alunos e de outros fatores”. Esses casos determinam configurações curriculares que se diferenciam em termos do que cabe ao aluno e ao professor.

Figura 1 – Os casos de Modelagem

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001)

No caso 1, a elaboração da situação-problema e a apresentação dos dados ficam a cargo do professor, cabendo aos alunos o processo de resolução. É importante destacar que o fato de o professor elaborar a problemática e apresentar os dados não tira dos alunos a possibilidade de problematizar, pois ela pode ser uma problemática geradora de outras.

Desenvolver atividades pautadas no caso 1 pode ser uma forma de introduzir a Modelagem com alunos iniciantes e não familiarizados com essa prática. Pois o

fato do problema ser posto e os dados apresentados pelo professor, faz com que pouca autonomia seja exigida dos alunos. Além de ser uma alternativa às limitações de tempo que algumas situações impõem, impedindo o desenvolvimento de projetos mais longos.

Foi esse o caso de uma prática de Modelagem que desenvolvemos com uma turma de alunos de uma disciplina do curso de Mestrado em Educação Matemática de uma universidade pública brasileira no primeiro semestre de 2014. Além de dispormos de um período de apenas quatro horas, os alunos da disciplina, no caso professores e futuros professores de Matemática, eram todos iniciantes em Modelagem.

Os alunos se dividiram em grupos para resolverem a problemática que consistia em estimar o valor do salário mínimo brasileiro para os anos de 2005, 2010, 2015 e 2020, a partir dos valores apresentados do mínimo em 2000, 2001, 2002, 2003 e 2004. Respectivamente: R\$ 151,00; R\$ 180,00; R\$ 200,00; R\$ 240,00; R\$ 260,00.

Nessa tarefa de Modelagem, em que os alunos estavam autorizados a utilizar as tecnologias computacionais de forma irrestrita, um dos grupos preferiu utilizar lápis e papel para construir duas progressões aritméticas (PA), ambas de razão 60. Em uma delas, colocaram os valores do mínimo nos anos ímpares a partir de 2001, construindo uma PA com termo inicial R\$ 180,00 (ver tabela 1).

Tabela 1: Simulação do valor do mínimo para os anos ímpares.

2001	2003	2005	2007	2009	2011	2013	2015
180,00	240,00	300,00	360,00	420,00	480,00	540,00	600,00

Fonte: A prática de Modelagem dos alunos.

Na outra progressão, os termos consistiam dos valores relativos aos anos pares a começar de 2002, configurando uma PA cujo termo inicial era R\$ 200,00.

Tabela 2: Simulação do valor do mínimo para os anos ímpares.

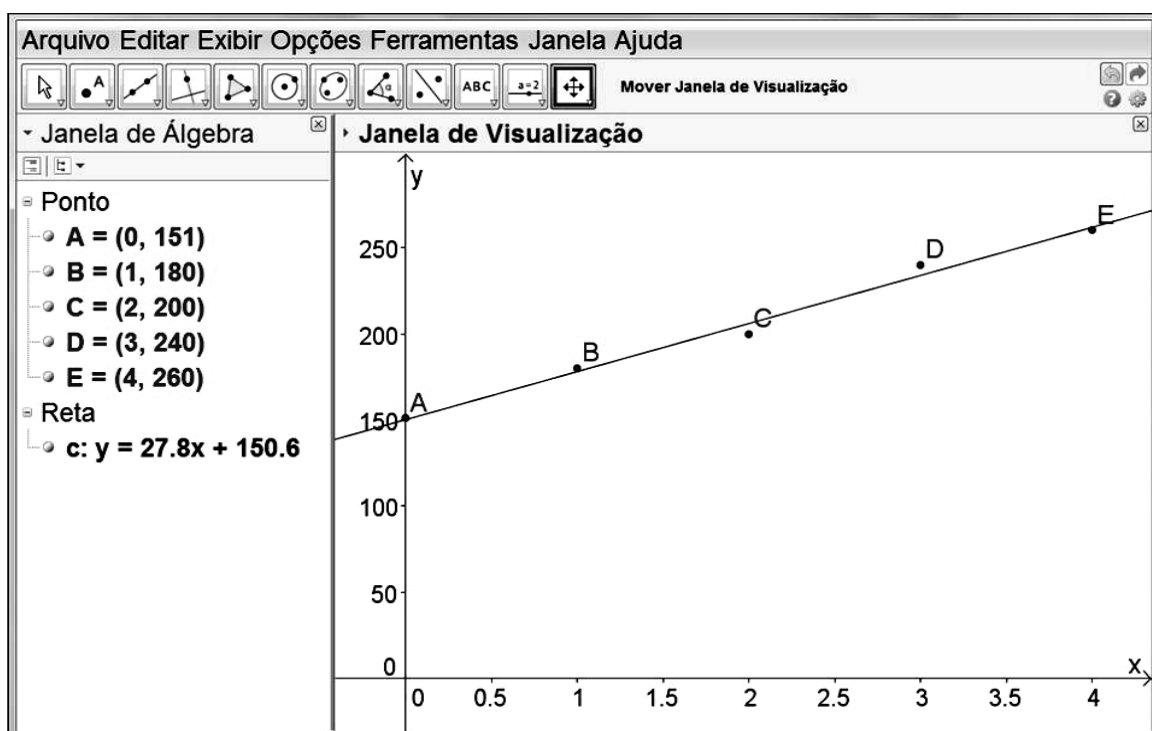
2002	2004	2006	2008	2010	2012	2014	2016	2018	2020
180,00	240,00	300,00	360,00	420,00	480,00	540,00	600,00	660,00	720,00

Fonte: A prática de Modelagem dos alunos.

Assim, estimaram o valor de R\$ 300,00 para o mínimo em 2005 e R\$ 600,00 para 2015, a partir da PA relativa aos anos ímpares, assim como os valores R\$ 440,00 para 2010 e R\$ 740,00 para 2020, considerando a PA dos anos pares.

Situação bastante diferente aconteceu no outro grupo. Os alunos, lançando mão de um software de geometria dinâmica, o GEOGEBRA, construíram um gráfico em que nas abscissas figuram os anos e nas ordenadas os respectivos valores do salário mínimo (FIGURA 2).

Figura 2 – Reta de Regressão Linear no GEOGEBRA.



Fonte: A própria prática de Modelagem dos alunos.

Por meio do recurso *Reta de Regressão Linear*, que o referido software oferece, estabeleceram a reta de equação $y = 27,8 x + 150,6$; que relaciona o valor do mínimo com o respectivo ano. Dessa forma, estimaram os valores do salário para os respectivos anos por meio da equação em questão.

Para o mínimo em 2005 fizeram:

$$y = 27,8 \cdot 5 + 150,6 = \text{R\$ } 298,60;$$

para 2010:

$$y = 27,8 \cdot 10 + 150,6 = \text{R\$ } 428,60;$$

em 2015:

$$y = 27,8 \cdot 15 + 150,6 = \text{R\$ } 567,60;$$

e para 2020:

$$y = 27,8 \cdot 20 + 150,6 = \text{R\$ } 706,60.$$

Também utilizaram a internet³ para pesquisar e validar as estimativas que fizeram para os valores do mínimo relativos aos anos de 2005 e 2010, por já estarem disponíveis em 2014. A pesquisa que realizaram retornou os valores de R\$ 300,00 para 2005 e R\$ 510,00 para 2010.

Porém, essa atividade não se limitou às ideias e conceitos matemáticos, uma vez que foram levantadas questões a respeito dos parâmetros que balizam o reajuste anual do mínimo, a saber: o Produto Interno Bruto (PIB) e os índices inflacionários dos anos anteriores. Essa experiência também evidenciou a sinergia entre o uso das tecnologias computacionais e as práticas de Modelagem. Além do mais, a presença do software de geometria dinâmica e da internet nas ações de um dos grupos sugere que coletivos de humanos, quando permeados por essas novas tecnologias, produzem conhecimentos qualitativamente distintos daqueles produzidos na presença de lápis e papel (BORBA; VILLAREAL, 2005).

Nessa atividade, a problemática e os dados relativos aos valores do salário mínimo foram apresentados aos alunos pelo professor⁴, o que a categoriza de acordo com o caso 1. Contudo, as possibilidades oferecidas pela internet permitiram a colocação de novos dados pelos alunos, fazendo com que a atividade deslizasse na direção do caso 2. Nesse caso, o problema é posto pelo professor, mas cabe aos alunos a coleta dos dados e das informações relevantes.

Exemplifica esse caso uma prática de Modelagem orientada pelo primeiro autor desse material em uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental no ano de 2010. Nessa atividade foi proposta aos alunos a tarefa de orçar uma possível troca dos ladrilhos do chão da sala de aula. Munidos de lápis, papel e trena os alunos determinaram as dimensões aproximadas da sala, 6 m x 7 m, e passaram a discutir sobre a quantidade de ladrilhos necessária. Provocados pelo professor, passaram a

³ Disponível em <<http://www.contabeis.com.br/tabelas/salario-minimo>>, acesso em 08/09/2014.

⁴ No diz respeito à distribuição de funções propostas nos casos de Modelagem (BARBOSA, 2001), entendemos que o primeiro autor desse produto pode ser tomado como o detentor do papel de “professor” e seus pares e ouvintes como os “alunos”.

conjecturar sobre as relações entre as dimensões dos possíveis ladrilhos, em centímetros, e as dimensões da sala, em metros. As discussões logo se voltaram para as relações entre o metro quadrado (m^2) e o centímetro quadrado (cm^2).

Ao pesquisarem sobre o preço dos ladrilhos na internet, os alunos perceberam que as informações sempre remetiam ao preço por metro quadrado, independentemente das dimensões do ladrilho. Porém, um dos alunos, talvez por ser filho de um trabalhador da construção civil (um pedreiro) mencionou o fato de ladrilhos pequenos serem mais trabalhosos e demorados para rejuntar, o que demandaria maior tempo de serviço e um gasto maior com a mão de obra.

A intenção do professor ao propor esse problema aos alunos era abordar ideias relacionadas ao conceito de área e suas unidades de medida. Dessa maneira, os interesses dos alunos não foram considerados a priori. Porém, a relação do aluno supracitado com os conhecimentos referentes à construção civil deu outra dimensão à atividade, pois ele acrescentou às discussões questões referentes ao valor da mão de obra e à necessidade de se pensar na quantidade de rejunte a ser utilizada na fixação dos ladrilhos. O interesse desse aluno pela temática parece ter contagiado os demais, de forma que todos se engajaram na resolução da problemática posta pelo professor.

Mas é no caso 3 que os alunos são convidados a manifestar, declaradamente, seus interesses. Uma vez que, nesse caso, os alunos são convidados a proporem uma problemática a partir da qual coletam dados, levantam novas questões e buscam por soluções.

Como exemplo de uma atividade categorizada de acordo com o caso 3, mencionamos uma que foi desenvolvida pelo primeiro autor desse texto no ano de 2011 em uma turma do nono ano do Ensino Fundamental. Nessa prática de Modelagem, um grupo de alunos moradores da zona rural escolheu investigar a acentuada diferença de preços que percebiam entre os pequenos estabelecimentos comerciais da localidade em que residiam e os grandes supermercados da cidade. Essa diferença de preços afeta diretamente suas vidas, pois, como relataram, pelo menos uma vez por mês, seus pais são obrigados a se deslocarem da localidade rural onde residem, deixando de lado seus afazeres, para compra mantimentos nos supermercados da cidade, em razão dos preços menores.

Após organizarem uma extensa lista de compras com base na qual pretendiam pesquisar e comparar os preços nos mercados rurais e nos supermercados urbanos foi que perceberam a enorme quantidade de dados que teriam em manipular. Frente a essa dificuldade, o professor sugeriu-lhes tomarem como base a lista dos treze itens usada no Brasil por órgãos governamentais e não governamentais para calcular o valor da cesta básica.

Na concepção dos alunos, a ideia de cesta básica remetia a um lote de produtos alimentícios que alguns trabalhadores costumam receber como parte do salário. Dessa forma, tiveram que resignificar a noção de cesta básica enquanto parâmetro de cálculo do custo de vida.

Por meio de um trabalho de coleta e organização de dados, os alunos puderam constatar a significativa diferença entre os preços altos praticados pelos pequenos estabelecimentos da zona rural em comparação com aqueles oferecidos nos supermercados urbanos.

Porém, essa constatação nada acrescentou àquilo que os alunos já sabiam, por isso partiram para uma investigação dos porquês dessa diferença de preços. Foi assim que, sob a orientação do professor, decidiram entrevistar os donos de dois dos pequenos estabelecimentos rurais no sentido de que pudessem explicar os preços altos que praticavam. Organizaram, então, um roteiro de entrevista, no qual a professora de português lhes deu suporte, e voltaram para o campo da pesquisa. Pela explicação que obtiveram dos comerciantes rurais, os alunos concluíram que os preços altos se devem à falta de concorrência e ao valor das mercadorias no atacado, que é maior para os pequenos comerciantes.

Essa atividade de Modelagem permitiu reflexões sobre a influência dos oligopólios, representados aqui pelos grandes supermercados, na vida das pessoas do campo. O fato das famílias da zona rural, atraídas pelos preços mais baixos, comprarem boa parte de seus mantimentos nos supermercados da cidade dificulta o crescimento do comércio rural e impede a geração de empregos nessas regiões. Situação que contribui para o êxodo rural e o inchaço das cidades. Assim, conhecimentos matemáticos e não-matemáticos foram construídos pelos alunos no âmbito desse ambiente de Modelagem.

É importante considerar que, embora demandem um tempo relativamente longo, – a atividade supracitada, por exemplo, se estendeu por semanas – práticas de Modelagem dessa natureza favorecem o desenvolvimento da autonomia dos educandos, ao permitir que participem ativamente no processo de escolha daquilo que irão aprender (BORBA; VILLAREAL, 2005). Contribuindo, também, no sentido de diluir os papéis bem definidos pela tradição da nossa cultura escolar de educador do educando e educando do educador, fazendo emergir o educador-educando com educando-educador (FREIRE, 1999), ambos investigadores críticos.

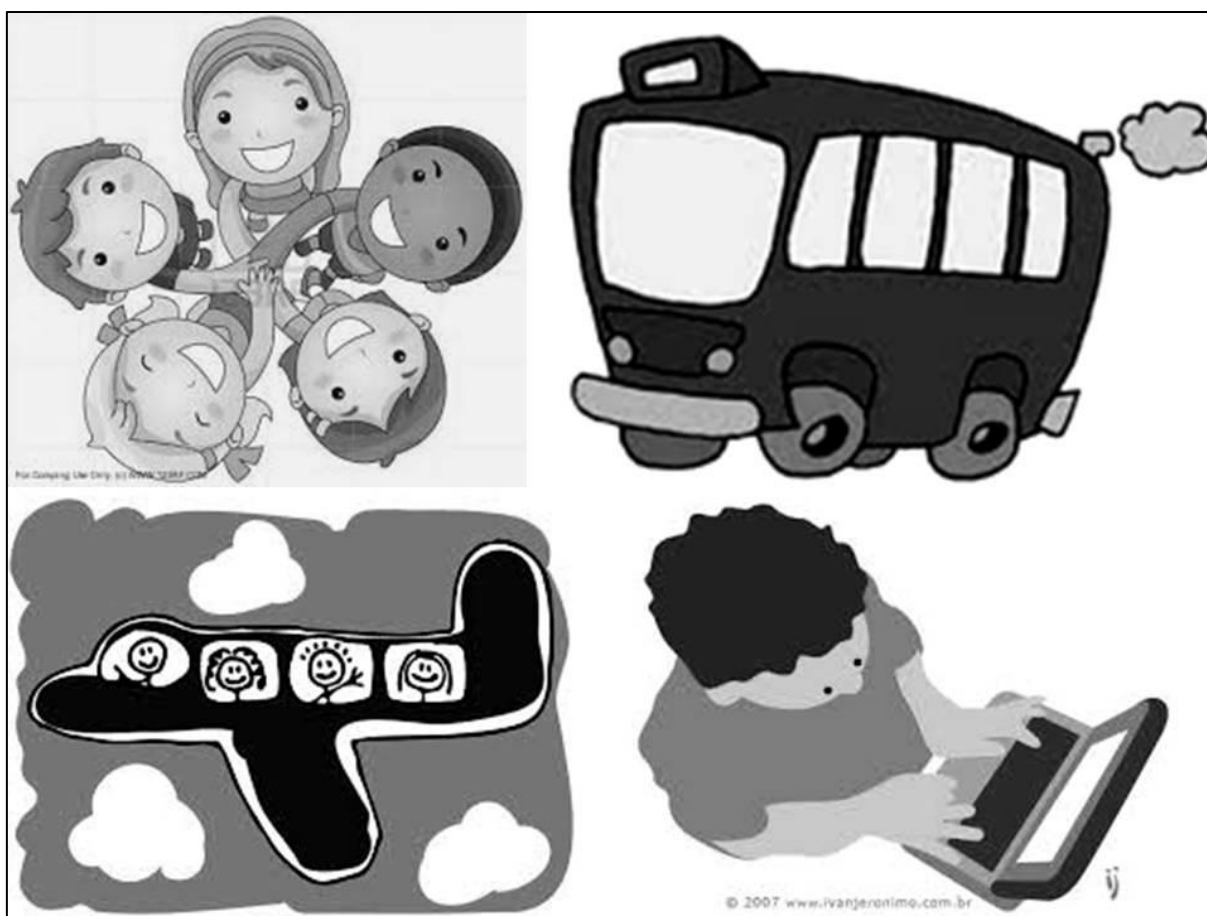
Porém, não defendemos que as práticas de Modelagem desenvolvidas de acordo com o caso 3 devam ser o objetivo maior da Educação Matemática. Já que a proposição desses casos não esgota as possibilidades da Modelagem, nem determina configurações estanques e definitivas.

Os três casos ilustram a flexibilidade da Modelagem aos diversos contextos escolares e para os vários momentos do currículo. Em certos períodos, a ênfase pode recair em projetos pequenos de investigação, como no caso 1; em outros, pode estar em projetos mais longos, como no caso 3. Não creio que as atividades de Modelagem devam focar apenas num tipo de organização curricular, mas vários, de modo a se nutrirem reciprocamente (BARBOSA, 2001, p. 40).

O trabalho de pesquisa referente à dissertação de mestrado que desenvolvemos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática por parte do primeiro autor desse produto foca em uma atividade de Modelagem desenvolvida de acordo com o caso 3. Alguns autores usam a denominação Projetos de Modelagem para se referirem a atividades de Modelagem dessa natureza. A quarta seção é dedicada a relatar nossas experiências vividas ao longo do desenvolvimento da referida pesquisa de mestrado.

QUARTA SEÇÃO

INVESTIGANDO O TEMA VIAGENS: ALUNOS DO 6º ANO EM AÇÃO



Nesta seção descreveremos as práticas de Modelagem que se tornaram objeto de estudos da pesquisa referente à dissertação de mestrado do primeiro autor. Mostraremos como a oralidade, a escrita impressa e as novas tecnologias participam de forma ativa nas ações de aprendizagem dos alunos e do professor. Vamos mostrar a atuação dessas diferentes ferramentas de aprendizagem (oralidade, escrita e mídias informáticas) ao longo das várias etapas do Projeto de Modelagem desenvolvido pelos alunos.

Primeiras palavras

No sentido de desenvolver nossa pesquisa de mestrado, tomamos como contexto uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da Rede Municipal de Juiz de Fora (MG). Essa turma se dividiu em três grupos de maneira que as atividades de Modelagem que vamos relatar se referem ao projeto de modelagem desenvolvido por um desses grupos, que foi aleatoriamente escolhido por nós.

Os cinco alunos do grupo em questão serão aqui referidos por seus pseudônimos de pesquisa: Sara, Rafa, Teves, Vidal e Zeca. Assim, os trechos de diálogos que apresentaremos ao longo dessa seção entre esses sujeitos e o professor Neil, são excertos das transcrições das gravações em áudio que realizamos ao longo da pesquisa de campo.

A atividade de Modelagem desse grupo de alunos será descrita ao longo de três etapas: escolhendo o tema; coletando dados; e tratando a informação. Entendemos que essa divisão em etapas oferece ao leitor um relato didaticamente organizado da experiência.

Escolhendo o tema

Com a turma dividida em grupos, o professor se dirigiu aos alunos do grupo de alunos que foi pesquisado, no sentido de indagá-los a respeito do tema que haviam escolhido para investigar. Uma aluna sugeriu o tema viagens enquanto outro aluno fez a contraproposta de irmos a uma sorveteria. Após uma breve discussão, os alunos do grupo elegeram o tema viagens como objeto de estudos do projeto de modelagem que passariam a desenvolver.

Após a escolha do tema, os alunos passaram a dialogar a respeito do mesmo. Falavam de excursões que haviam realizado, de viagens de avião e de ônibus realizadas por eles e por seus parentes. Uma característica marcante desses diálogos são as afirmações que faziam com relação aos valores referentes às diversas viagens. Vejamos um trecho.

Sara: Avião. Sabia que avião não é caro? Avião é mais barato que ônibus.

Zeca: É. Porque eles sabem que as pessoas podem morrer e pega pões barato de uma vez. [Ironizando].

Neil: Isso é outra possibilidade. [Dirigindo-me a Sara]

Sara: Igual... A minha tia foi pegar o avião sexta-feira. De Juiz de Fora pra São Paulo. Vinte e cinco.

Neil: Então você tá querendo me dizer que pode ser que avião fique mais barato?

Sara: É. Avião é mais barato mesmo.

Rafa: Depende pra onde você vai também, né? Tem de primeira classe, de primeira classe já é “biro-biro” a mais.

Neil: De avião?

Rafa: É.

Sara: É.

Rafa: A minha tia foi viajar pra não sei aonde. Ela é tia da minha amiga. Foi viajar pra não sei aonde, o negócio lá de segunda classe é vinte e cinco, e o de primeira classe já é...

Teves: Já é cinquenta.

Essa estipulação de valores poderia motivar um convite por parte do professor para que os mesmos fossem confrontados por dados reais. Uma busca por esses valores na internet, por exemplo, poderia ser enriquecedora. Porém, a escola estava sem acesso à internet naquele início de 2013 e ficaria sem conexão com a grande rede por um bom período. A solução encontrada pelo professor foi a de pesquisar, ele próprio, pelos preços de várias passagens de avião e de ônibus para diversos destinos e origens na internet, apresentá-los aos alunos na forma de listas impressas.

Nos encontros seguintes, os alunos pesquisaram nessas listas sobre os valores das passagens aéreas e rodoviárias. A presença dessas listas influenciou as práticas de Modelagem dos alunos. Diferente do que aconteceu no primeiro momento, quando os alunos faziam estipulações livres dos valores das passagens, as falas dos alunos diante das listas de preços se constituíam a partir delas. Além disso, em cada uma das viagens, com destino e origem definidos, o valor da passagem aérea era sistematicamente menor que o da rodoviária, levando os alunos concluir que a passagem aérea é sempre mais barata que a de ônibus. Essa atitude dos alunos na presença das listas impressas remeteu à dinâmica rotineira nas aulas de Matemática em que o professor prescreve uma tarefa, cabendo aos alunos obter a única resposta correta admitida.

Além disso, os valores postos nas listas escritas não permitiram aos alunos perceberem que o preço da passagem aérea costuma variar com relação à data da

compra, pois a passagem comprada com antecedência costuma ser mais barata que a comparada próxima ao dia viagem.

Com o restabelecimento do acesso da escola à internet, os alunos poderiam, enfim, pesquisar sobre os valores das passagens na grande rede. O professor sugeriu que os alunos buscassem na internet e comparassem os valores referentes às várias formas de viajar, partindo de Juiz de Fora, para três cidades brasileiras. Tais cidades deviam se, respectivamente, das regiões: Norte ou Nordeste, Centro-Oeste e Sul. Vale dizer que a tarefa de escolher cada uma das três cidades, que foram São Luis do Maranhão, Brasília e Florianópolis, exigiu a presença de um mapa do Brasil e evidenciou a natureza interdisciplinar da Modelagem.

Coletando dados

As buscas realizadas pelos alunos na internet remeteram a sites que oferecem os serviços de vendas de passagens rodoviárias e aéreas. Não foi possível obter, a partir dos sites pesquisados, informações sobre preços de excursões de Juiz de Fora para as três cidades em questão (São Luis do Maranhão, Brasília e Florianópolis). Assim, as pesquisas ficaram restritas aos valores das passagens aéreas e rodoviárias.

O fato de pesquisarem na internet, nos computadores do laboratório de informática da escola, fez com que cada aluno ficasse em seu computador trabalhando em silêncio, ou seja, não houve mais diálogo entre os alunos. Os poucos diálogos referentes a essa etapa da atividade de Modelagem são algumas falas esporádicas entre cada um dos alunos e o professor, ou por intervenção do professor, ou por uma solicitação dos alunos. Além disso, alguns alunos alternavam as buscas pelos preços relativos às passagens com acessos aos seus respectivos perfis nas redes sociais (principalmente o *Facebook*) e sites de jogos on-line (dentre os quais o *Friv*).

Uma observação interessante sobre os games e as redes sociais é que os alunos justificavam e consideravam perfeitamente legítimo o fato de alternarem entre as tarefas de Modelagem, os acessos aos perfis das redes e os jogos on-line. Vejamos um trecho de uma das entrevistas coletivas realizadas com o grupo de alunos ao longo da pesquisa.

Neil: Beleza... Então, vamo falar sobre essa ideia do joguinho. Por que que vocês, em algumas situações, ao invés de fazer a pesquisa...

Sara: Vocês não. [Interrompendo-me]

Rafa: Ah... Não. Porquê... Tipo assim, você tava ajudando um. Aí, tava ajudando lá. Demorava. Aí, nós ficava jogando joguinho até você ir ajudar nós. Aí, nós passava o tempo.

Neil: Mas... Sozinho não dava pra fazer nada?

Rafa: Porque nós tinha dúvidas, dúvidas, dúvidas... Aí nós esperava ocê.

Teves: [Risos]

Neil: Às vezes eu chegava e o joguinho continuava, né?

Sara: Um ficava no *face* [referindo-se ao Facebook], outro ficava...

Rafa: Não, mentira, que eu te chamava. Aí, você ia ajudar outro. Eu ia, entreva no joguinho. Aí, a hora que cê ia me ajudar. Aí, eu saia do joguinho e ia pro trabalho.

Os alunos do grupo, com exceção de Sara, mantinham duas abas abertas no navegador, uma referente às buscas relativas à pesquisa e outra para os games e o facebook. A justificativa apresentada por Rafa no trecho de diálogo supracitado era a mesma para todos. Sempre alegavam que quando tinham dúvidas e chamavam pelo professor não eram atendidos de pronto, por isso ficavam jogando ou navegando pelas redes sociais.

Em práticas didáticas de cunho exploratório e investigativo como a Modelagem, os alunos assumem certa autonomia sobre o processo de construção de conhecimentos que não é comum na tradição da matemática escolar. Segundo Alrø e Skovsmose (2010), os alunos costumam ter dificuldades de atuar nesse novo paradigma.

É importante ter ciência de que os alunos vêm à sala de aula conhecedores de certo discurso escolar que influencia suas expectativas e antevisões sobre as atividades a serem desempenhadas em sala de aula. Por exemplo, alunos costumam esperar que o professor apresente o conteúdo que quer que eles aprendam. Eles não vou propor ideias próprias porque esperam ser comandados e avaliados pelo professor. Eles não querem a responsabilidade de ter que fazer contribuições. O professor sempre termina apresentando a resposta certa e o jeito certo de fazer (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 74).

As atitudes dos alunos de se distraírem com os jogos e as redes sociais ao invés de se dedicarem às suas tarefas de Modelagem sugerem uma relação de

dissonância entre a Modelagem e as redes sociais. Por outro lado, em Projetos de Modelagem que estamos a desenvolver em 2014 com alunos de turmas do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental, na mesma escola que serviu de contexto para a referida pesquisa, o *Facebook* tem sido utilizado como ferramenta didática.

As trocas de informações entre os alunos e o professor por meio dessa rede têm colaborado no desenvolvimento desses projetos de modelagem. A presença do Facebook como suporte didático das tarefas de Modelagem motivou o professor a criar um grupo na referida rede, denominado *Projetos de Modelagem Matemática*⁵. Além do professor e de boa parte dos alunos envolvidos no desenvolvimento dos projetos, o grupo tem como membros ex-alunos que participaram de projetos anteriores, além de professores e pesquisadores que investigam a Modelagem como abordagem pedagógica.

Porém, é preciso esclarecer que o uso de um grupo no *Facebook* como ferramenta pedagógica no desenvolvimento de atividades de modelagem é uma experiência ainda incipiente que estamos pondo em prática.

Outra questão relevante a ser considerada em nossa pesquisa diz respeito à importância que os alunos atribuíam aos pontos avaliativos referentes às tarefas de Modelagem que desenvolviam. Em vários momentos de suas falas fizeram menção à nota que cada um merecia, ou não, tirar na atividade de Modelagem. Essa preocupação com a nota e, conseqüentemente, com a aprovação, muitas vezes maior que com a própria aprendizagem, é outro reflexo da tradição da Matemática escolar sobre as tarefas de Modelagem.

Da forma que entendemos, a Modelagem é uma prática pedagógica dissonante com as hierarquias avaliativas referentes às provas e exames que os alunos se submetem ao longo da vida escolar. No projeto de Modelagem relativo à pesquisa, todos ficaram com nota máxima. Contudo, o tempo veio a dar razão à preocupação dos alunos com as notas que iriam tirar. Ao fim do ano letivo de 2013, apenas dois alunos (Rafa e Teves) do grupo pesquisado foram aprovados para o sétimo ano, os demais (Sara, Zeca e Vidal) ficaram retidos no 6º ano. Entendemos que a Modelagem pode ser uma alternativa no sentido de superar às avaliações por meio de exames que prevalecem na Educação Básica. Porém, essa relação entre a

⁵ Em: <<https://www.facebook.com/groups/503588186449462>>

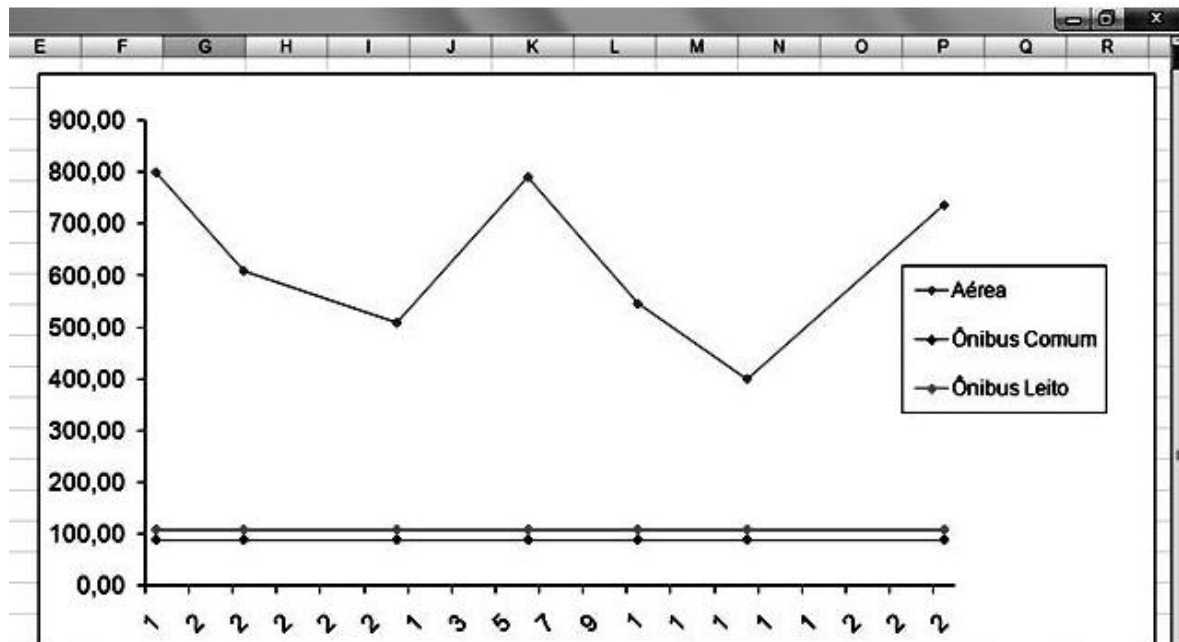
Modelagem e a avaliação escolar foge ao foco investigativo da nossa pesquisa e carece ser estudada com maior rigor.

Voltando às tarefas de modelagem, após as buscas pelos valores das passagens na internet, os alunos passaram a tratar matematicamente os dados aí obtidos.

Tratando a informação

Com os valores pesquisados pelos alunos das passagens aéreas e rodoviárias os alunos construíram gráficos no software Excel (figura 3) que permitiram relacionar o valor das passagens com a respectiva data da compra. Assim, puderam perceber que o valor da passagem rodoviária assume um valor relativamente constante, que não costuma depender do dia em que a passagem é comprada, ao passo que as passagens aéreas tendem a se tornar mais caras quando compradas próximas ao dia da viagem.

Figura 3: Gráfico relativo à viagem Juiz de Fora – Brasília.



Fonte: Dados da própria pesquisa.

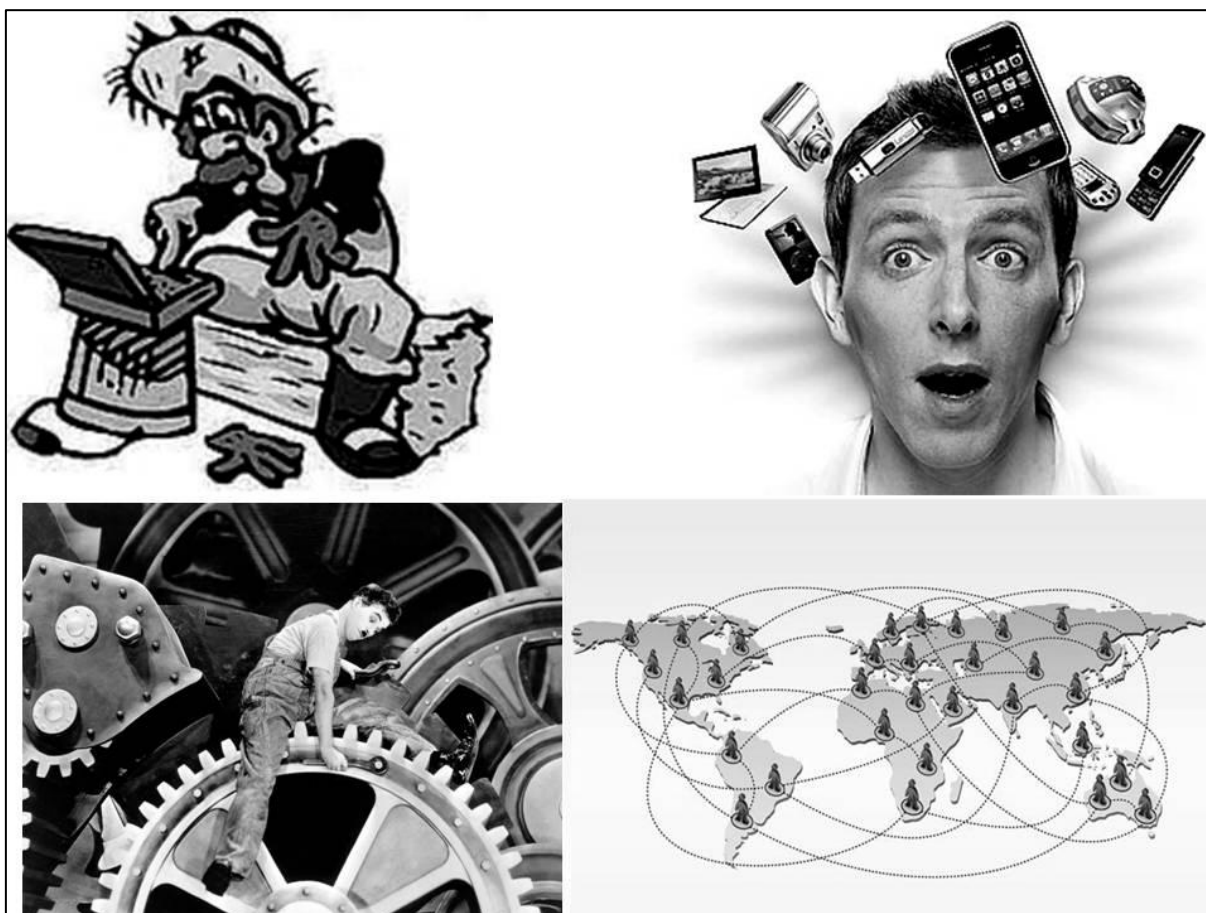
Ao longo dessa atividade, os alunos compararam preços, consultaram o calendário para determinar o número de dias que antecediam as datas das viagens que simulavam a compra, além de pesquisarem em um mapa do Brasil sobre os destinos das viagens. Dessa forma, trabalharam competências relativas ao

tratamento da informação e às grandezas e medidas, as quais estão presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais – (BRASIL, 1998). Além disso, os conceitos e ideias matemáticas foram relacionados com conhecimentos relativos à Geografia do Brasil, o que evidencia o caráter interdisciplinar da Modelagem, ao proporcionar uma abordagem não internalista da Matemática.

Na quinta seção, apresentaremos algumas considerações a respeito da Modelagem enquanto prática pedagógica na Educação Matemática. Enfatizando suas possibilidades relativas à sala de aula da Educação Básica.

QUINTA SEÇÃO

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES



Nesta seção teceremos nossas últimas considerações a respeito da Modelagem enquanto prática letiva na Educação Matemática. Destacaremos as relevâncias relativas à presença dessa abordagem pedagógica no âmbito do currículo de Matemática da Educação Básica. Porém, nunca é demais enfatizar, que essa obra não esgota as definições sobre o que vem a ser Modelagem, nem as argumentações relativas aos seus porquês, muito menos as possibilidades de como fazer.

Nossas considerações finais

Ao longo desse texto, procuramos apresentar a Modelagem como uma alternativa pedagógica para a sala de aula de Matemática. Nossa argumentação em favor dessa prática vai em direção às suas possibilidades de superar as limitações do paradigma tradicional vigente na Matemática escolar, mormente baseado no paradigma do exercício. Um modelo didático que reflete uma concepção de currículo, em que uma lista de conteúdos alinhados a partir de pré-requisitos deve ser transmitida, ensinada, depositada nos alunos.

Como uma alternativa a essas limitações, a presença da Modelagem no currículo de Matemática remete a uma concepção curricular preocupada com uma alfabetização matemática que não se limita à aprendizagem de algoritmos, conceitos e propriedades matemáticas, pois inclui o desenvolvimento da capacidade de interpretar e agir em situações sócio-políticas estruturadas pela Matemática.

Preocupações que refletem, segundo D'Ambrósio (2005, p. 46), as demandas de uma sociedade planetária que vivencia profundas transições, “na comunicação nos modelos econômicos e sistemas de produção, e nos sistemas de governança e tomada de decisões”.

A educação nessa transição não pode focalizar a mera transmissão de conteúdos obsoletos, na sua maioria desinteressantes e inúteis, e inconsequentes na construção de uma nova sociedade. O que podemos fazer para nossas crianças é oferecer a elas os instrumentos comunicativos, analíticos e materiais para que elas possam viver, com capacidade de crítica, numa sociedade multicultural e impregnada de tecnologia (D'AMBRÓSIO, 2005, p. 46).

Além disso, ao se configurar como uma abordagem pedagógica em sinergia com a presença das novas tecnologias computacionais nos meios educacionais, mas sem excluir, ou mesmo desprestigiar, as velhas tecnologias, tais como: lápis, papel, trenas, listas de preços, ladrilhos, rejuntas, etc. A Modelagem favorece o desenvolvimento das três vertentes apontadas por D'Ambrósio (2005) como

competências necessárias ao currículo escolar para essa era de transição, são elas: *literacia, materacia e tecnoracia*.

LITERACIA: a capacidade de processar informações escrita e falada, o que inclui leitura, escritura, cálculo, diálogo, ecálogo, mídia, internet na vida cotidiana [Instrumentos Comunicativos]. MATERACIA: a capacidade de interpretar e analisar sinais e códigos, de propor e utilizar modelos e simulações na vida cotidiana, de elaborar abstrações sobre representações do real [Instrumentos Analíticos]. TECNORACIA: a capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, inclusive o próprio corpo, avaliando suas possibilidades e suas limitações e a sua adequação a necessidades e situações diversas [Instrumentos Materiais] (D'AMBRÓSIO, 2005, p. 66-67, grifos do autor).

É frente a esse estado de coisas que concebemos, praticamos e propomos a Modelagem como abordagem pedagógica no âmbito da Educação Matemática.

Assim, por meio desse produto educacional, procuramos encorajar e oferecer alternativas aos professores que ensinam Matemática, principalmente no âmbito da Educação Básica, no sentido de perceber, problematizar e superar as limitações relativas às abordagens didáticas ditas tradicionais. É nossa esperança que os exemplos e considerações apresentados ao longo desse texto a respeito da Modelagem ofereçam subsídios a esses educadores para que se sintam dispostos e seguros a incorporar essa abordagem pedagógica à sua práxis.

É importante que cada professor entenda que, ao convidar seus alunos a desenvolverem atividades de Modelagem, as portas da sua sala de aula estarão se abrindo para um novo paradigma, com novas possibilidades e desafios. Transpor de um modelo didático em que o professor explana conteúdos e prescreve tarefas, cabendo aos alunos ouvir as explicações e, em seguida, cumprir as tarefas a eles (im)postas, para um paradigma de investigação e exploração em que os alunos são convidados a problematizar e investigar, participam ativamente das tomadas de decisões a respeito da própria aprendizagem, é um movimento que poderá descortinar um mundo de possibilidades de aprendizagem. Mas também pode se tornar um gerador de conflitos.

É como estar deixando para traz uma zona de conforto, a qual a tradição escolar cuida de proteger e perpetuar, em direção a uma zona de risco. E isso pode

trazer insegurança e desconforto, principalmente para professores e alunos iniciantes em Modelagem. Por isso, é importante ter paciência e começar devagar, dialogando com os alunos e percebendo seus interesses e angústias. Uma vez que a Modelagem não pode ser uma atividade compulsória, mas sim dialógica por natureza.

Além dessa mudança de atitude por parte de alunos e professor, as atividades de Modelagem demandam uma reconfiguração do modelo escolar vigente que transcende as quatro paredes da sala de aula. Tarefas de Modelagem são requerentes da presença de novas tecnologias, como a internet, além de trabalhos de campo que precisam transpor o espaço escolar.

Isso nos reporta a acontecimentos vivenciados pelo primeiro autor desse trabalho na própria escola onde leciona e que foi cenário da nossa pesquisa de mestrado. Como já mencionamos, desde 2010 que a Modelagem é abordagem pedagógica presente à Educação Matemática praticada por esse educador matemático, em suas aulas de Matemática na referida escola. Até setembro de 2014, o acesso dos alunos e professores ao laboratório de informática da escola nunca foi restringido. Porém, a administração escolar atual impôs normas que determinam que o acesso dos alunos e demais professores a esse espaço pedagógico só pode acontecer na presença do professor que foi contratado junto ao poder público para desenvolver um projeto de inclusão digital com parte dos alunos daquela escola. Como os horários do professor de informática não se compatibilizam com os do professor de Matemática, as tecnologias do laboratório de informática não mais contribuem no desenvolvimento dos projetos de Matemática e com a aprendizagem matemática dos alunos.

Dessa maneira, o referido educador matemático tem recorrido a outros artifícios dentre os quais as tecnologias portáteis (*tablets*, celulares, *notebooks*, etc.), dele e dos próprios alunos, além do já referido grupo criado no Facebook com o sugestivo nome *Projetos de Modelagem*. Isso mostra que o desenvolvimento de atividades de Modelagem exige uma reorganização do espaço e do tempo escolar, à qual as escolas que oferecem a Educação Básica nem sempre estão solícitas.

Contudo, o enfrentamento da zona de conforto é um desafio que se impõe a todos os setores educacionais nesse período de transições de virada de milênio,

com a Educação Matemática não é diferente. Adentrar a zona de risco é um movimento que nos encoraja e desafia e ao mesmo tempo nos amedronta e paralisa. Mas é preciso ter esperança naquilo que nos diz Skovsmose (2008) ao afirmar que riscos trazem possibilidades.

Em suma, o que estamos fazendo ao propor a Modelagem como prática letiva, é apresentar uma dessas possibilidades.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **DISCUSSÕES SOBRE “COMO FAZER” MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA**. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni (orgs.). *Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas*. Londrina (PR): Eduel, 2011. P. 19-43.

ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos**. 2002. 173f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; FREITAS, Wanderley Sebastião de; SILVA, Alessandra Cristina da. **COSNTRUÇÃO CRÍTICA DE MODELOS MATEMÁTICOS: UMA EXPERIÊNCIA NA DIVISÃO DE RECIRSOS FINACEIROS**. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni (orgs.). *Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas*. Londrina (PR): Eduel, 2011. P. 141-158.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 268f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BASSANESI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BORBA, Marcelo de Carvalho. Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom. **ZDM Mathematics Education**, 41: 453–465. DOI 10.1007/s11858-009-0188-2, 2009.

BORBA, Marcelo de Carvalho; VILLARREAL, Mônica Ester. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. v. 39, New York: Springer, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Matemática (3º e 4º ciclos)**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Encaminhamentos didático-pedagógicos no contexto de uma atividade de modelagem matemática para educação básica**. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de

Loiola; BISOGNIN, Eleni (orgs.). Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina (PR): Eduel, 2011. P. 45-64.

CALDEIRA, Ademir Donizeti; SILVEIRA, Everaldo. MAGNUS, Maria Carolina Machado. **Modelagem Matemática: alunos em ação**. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni (orgs.). Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina (PR): Eduel, 2011. P. 65-81.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade**. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2005.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. 27 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1999.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 15 ed. São Paulo: Paz e Terra, 2000.

JUIZ DE FORA. Prefeitura de Juiz de Fora. Secretaria de Educação. **Proposta Curricular - Matemática**. Juiz de Fora, 2012. 72p.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo. CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Tradução Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. 6 ed. Tradução Abigail Lins, Jussara de Loiola Araújo. Campinas (SP): Papirus, 2001.