

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Cleuza Eunice Pereira Brumano

A Modelagem Matemática como metodologia para o estudo de Análise Combinatória

Orientador: Prof. Dr. Orestes Piermatei Filho

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)
Outubro, 2013

SUMÁRIO

1	O Ensino Tradicional Vigente (ETV).....	1
2	A Análise Combinatória.....	1
3	Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).....	2
4	Concepções de Modelo.....	3
4.1	Concepções de Modelagem Matemática.....	3
5	Relatando nossa pesquisa.....	6
5.1	Apresentando as atividades de Modelagem Matemática.....	7
5.1.1	Primeiro encontro.....	9
5.1.2	Segundo encontro.....	9
5.1.3	Terceiro encontro.....	10
5.1.4	Quarto encontro.....	10
5.1.5	Quinto encontro.....	11
5.1.6	Sexto encontro.....	11
5.1.7	Sétimo encontro.....	12
6.1.8	Oitavo encontro.....	12
6	Algumas Observações/ Recomendações.....	13
7	Referências.....	15

Apresentação

Caro(a) professor(a),

A experiência como professora de Matemática do Ensino Médio conduziu esta pesquisadora a questionar o ensino e a aprendizagem desta disciplina, especialmente o conteúdo de Análise Combinatória.

Algumas inquietações nos levaram a buscar um aprimoramento profissional e a procurar por metodologias que permitam uma melhoria da prática pedagógica e conseqüentemente a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

Diante desta perspectiva, iniciei o curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), em março de 2012.

Por entender que as informações obtidas através das diversas pesquisas na área da Educação Matemática devem chegar ao professor que atua em sala de aula, para que este possa se beneficiar da mesma, melhorando sua prática de ensino, elaboramos este material que é fruto da dissertação de mestrado intitulada “A Modelagem Matemática como metodologia para o estudo de Análise Combinatória”, apresentada ao Programa de Mestrado da Universidade Federal de Juiz de Fora – MG, em outubro de 2014.

Este material tem por objetivo apresentar, de forma sucinta, a Modelagem Matemática como uma metodologia capaz de motivar os alunos a participarem ativamente na construção do seu próprio conhecimento.

Assim, esperamos que estes resultados possam contribuir de forma significativa para prática pedagógica, bem como propiciar reflexões a respeito da utilização da Modelagem Matemática na sala de aula.

Considerando que a Modelagem Matemática ainda é desconhecida para muitos educadores, acredita-se que, ao compartilhar experiências, poderemos contribuir para a difusão dessa metodologia - que pode sobremaneira chegar às salas de aula, favorecendo a ação dos educadores e aproximando a matemática do cotidiano dos alunos.

Pretendemos também, por meio deste material, compartilhar a pesquisa desenvolvida, que consistiu primeiramente na busca de autores e trabalhos relacionados à Modelagem Matemática. Apresentaremos algumas concepções, trabalhos e teorias acerca da Modelagem Matemática com o propósito de aproximar o educador da Modelagem Matemática da temática em questão, para que este possa antever a possibilidade de utilizá-la em sua prática docente.

1 O Ensino Tradicional Vigente (ETV)

O ETV apresenta certas características como o engessamento dos currículos, o professor é detentor do saber e o aluno é apenas receptor, onde o foco do ensino está no conteúdo e não no aluno. A matemática trabalhada nos moldes do ETV tem sido motivo de angústia e desmotivação de muitos educadores, além de não despertar no aluno a vontade e o prazer em aprendê-la. Neste ensino, os alunos não assumem nenhuma responsabilidade pelo processo de aprendizagem e seguem o professor e os livros didáticos sem nenhum questionamento, pois acreditam que os mesmos são os que possuem maiores conhecimentos. Esse método, com o professor em frente aos alunos apresentando a matéria no quadro-negro, não é muito eficiente, principalmente para aqueles que não têm um interesse direto na matéria.

2 A Análise Combinatória

A Análise Combinatória é uma ferramenta essencial, utilizada em diversas áreas do conhecimento científico, e possui um vasto campo de aplicações.

É um dos conteúdos que compõem o programa do Ensino Médio e que possui uma variedade de aplicações em problemas reais. Suas operações exigem flexibilidade de pensamento, construção de conjecturas e discussão de ideias, sendo, portanto, essenciais para o desenvolvimento cognitivo - o que justifica seu estudo desde os primeiros anos da escola básica, onde o aluno inicia sua familiarização com problemas de contagem, livre de regras e princípios, para posteriormente, formalizar seu conhecimento no Ensino Médio.

Os livros didáticos, de maneira geral, introduzem o conteúdo de Análise Combinatória utilizando primeiramente a “árvore de possibilidades”, e a seguir introduzem os Princípios Aditivos e Multiplicativos. Definem, a partir de exemplos, os diversos agrupamentos: Combinação, Arranjo e Permutação e suas respectivas fórmulas.

Considerando os conteúdos programáticos e tendo como suporte o livro didático e outras fontes, o professor deverá elaborar e desenvolver atividades buscando aproximá-las da realidade dos alunos, para que elas possam ser

utilizadas de modo contextualizado de maneira que tornem o aprendizado mais consistente e significativo para o aluno.

3 Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais têm como objetivo principal articular as diferentes áreas do conhecimento e desempenham importante papel como instrumento norteador. Destacam, dentre outros aspectos, a importância do raciocínio combinatório na formação dos alunos do Ensino Médio, assim como o cuidado que os professores devem ter ao procurar desenvolvê-lo.

As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer previsões com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornam bastante complexas. Técnicas de raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das ciências da Natureza quanto das ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidades no Ensino Médio (BRASIL, 1998, p. 257).

Assim sendo, os PCNs enfatizam a possibilidade de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações e a analisar problemas abertos – que admitem diferentes respostas em função de certas condições – reforçando, portanto, uma concepção de ensino e de aprendizagem que se dá não pela mera reprodução de conteúdos (em que o aluno recebe informações prontas e tem, como única tarefa, repeti-las na íntegra), mas pela via da ação refletida capaz de estimular a aprendizagem.

4 Concepções de Modelo

Encontramos na literatura sobre o tema diferentes definições para o modelo matemático, apresentadas pelos pesquisadores Biembengut, Barbosa, Bassanezi.

um modelo é um conjunto de símbolos os quais interagem entre si representando alguma coisa. Essa representação pode se dar por meio de desenho ou imagem, projeto, esquema, gráfico, lei matemática, dentre outras formas (BIEMBENGUT, 2004, p. 16).

modelo matemático é qualquer representação matemática de situação em estudo (BARBOSA, 2007, p. 161).

um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado (BASSANEZI, 2009, p. 20).

um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real (BIEMBENGUT, 1999, p. 19).

Tais definições evidenciam a importância da Matemática na elaboração de modelos matemáticos, uma vez que estes possibilitam uma melhor compreensão do fenômeno em estudo.

4.1 Concepções de Modelagem Matemática

Dentre vários trabalhos e diversas definições encontradas para a Modelagem Matemática podemos destacar o trabalho de Barbosa (2001), que define a modelagem como um ambiente de aprendizagem onde o aluno é convidado a participar do seu processo de aprendizagem, e não a ser simplesmente um mero expectador. O aluno é convidado a se integrar e pesquisar, inserindo-se ao ambiente de aprendizagem que a Modelagem Matemática proporciona.

Burak (2004) compreende a Modelagem Matemática como uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática, que se inicia a partir do interesse dos envolvidos o processo.

Bassanezi (1994) a define como a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Finalmente, Bean (2007) concebe a modelagem como um processo de construção de modelos baseado em hipóteses, premissas e pressupostos, para lidar com situações problemáticas.

A pesquisa de campo, realizada em um restaurante *self service* se apoiou nas concepções de Burak (2004) e as análises dos dados apoiaram-se nas premissas e pressupostos conforme os entendimentos de Bean (2007).

Ao usar a Modelagem Matemática como uma alternativa metodológica, o professor tem a oportunidade de transformar sua própria prática através da motivação dos alunos, do interesse, da participação e da vontade de aprenderem e crescerem cada vez mais, juntamente com a possibilidade de refletirem e criticarem acerca das atividades. Nessa perspectiva, deixa-se de lado o processo usual e formal e parte-se para um ambiente que favorece o estabelecimento de relações afetivas mais fortes entre os alunos e também entre professores e alunos (Burak, 2004). Com esse ambiente, a probabilidade das aulas se tornarem mais prazerosas aumentará, podendo o resultado final extrapolar as expectativas.

Burak (2004) sugere que a atividade de modelagem seja desenvolvida considerando cinco etapas distintas: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; análise crítica da(s) solução(es).

A **escolha do tema** é a etapa onde o professor incentiva e oferece condições para que os alunos possam escolher o tema sobre o qual farão a pesquisa. Esse tema deverá ser de interesse e fazer parte do seu dia a dia. Nesta fase, “é fundamental que o professor assuma a postura de mediador, pois deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada” (KLÜBER e BURAK, 2006).

A **pesquisa exploratória** será realizada após a escolha do tema. Os alunos serão orientados a procurar informações para embasarem a pesquisa. A busca por informações ajuda a desenvolver no aluno os aspectos formativos e investigativos, e quanto maior a quantidade de informações, melhores serão os recursos necessários para o desenvolvimento da pesquisa.

Na etapa de **levantamento dos problemas**, os alunos apresentarão todas as informações colhidas na etapa anterior, para, em seguida, elaborarem, esquematizarem os problemas surgidos e fazerem conjecturas

sobre tudo que pode ter relação com a Matemática. Assim, “essa fase da Modelagem é muito rica, pois desenvolve no aluno a capacidade de tomar decisões, de formular hipóteses, de questionar as várias possibilidades de resolução de um mesmo problema” (KLÜBER e BURAK, 2007, p. 3).

A etapa de **resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema** é o momento de despertar nos alunos as condições necessárias para resolverem os problemas levantados na etapa anterior, com o auxílio dos conteúdos matemáticos. Nesta etapa, os conteúdos matemáticos passam a ter significado e, mesmo não sendo a finalidade principal, podem ocorrer modelos matemáticos que tenham como objetivo explicar matematicamente situações do cotidiano.

A etapa da **análise crítica da(s) solução(ões)** oferece ao aluno condições de refletir sobre os resultados obtidos no processo e sobre quais os benefícios que estes podem trazer para a melhoria da tomada de decisões e implementação de ações. Esta etapa “contribui para a formação de cidadãos participativos, mas autônomos que auxiliem na transformação da comunidade em que participam” (KLÜBER e BURAK, 2007, p. 4).

Observamos que essa perspectiva da Modelagem Matemática é uma excelente ferramenta capaz de alimentar nos alunos um maior interesse pela matemática por possibilitar um trabalho diferente com os conteúdos matemáticos, tornando as aulas mais interessantes e significativas, despertando assim o gosto pelo estudo, facilitando a aprendizagem e até mesmo conduzindo estudantes, atitudes positivas em relação à Matemática.

Acreditamos que trabalhar a Modelagem Matemática na perspectiva de Burak é uma maneira de buscar superar as práticas tradicionais que valorizam a memória, as regras e o descarte do pensar matemático.

Pressupomos que a Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino atenderá nossos anseios profissionais e nos ajudará a despertar em nossos alunos a alegria e o prazer de dedicar cada vez mais ao estudo da Matemática. É um meio que possibilitará tornar nossas aulas diferenciadas, fazendo com que nossos alunos fiquem mais motivados a participarem delas para que, com isso, alcancem uma aprendizagem mais efetiva.

A Modelagem Matemática é, portanto, uma metodologia alternativa que possibilitará aos alunos pesquisarem e buscarem a matemática em situações

do cotidiano, tornando-os sujeitos participantes na construção do conhecimento.

5 Relatando nossa pesquisa

Nossa pesquisa contou com a participação voluntária de quatro alunos da segunda série do Ensino Médio. Antes do início das atividades, foi entregue aos alunos um termo de consentimento para a pesquisa, o qual foi levado para ser assinado por pais ou responsáveis e entregues no dia seguinte. Os encontros para debates e discussões aconteceram na sala de informática da escola e estes foram registrados utilizando-se anotações e gravações de áudio/vídeo.

No primeiro encontro, deu-se o esclarecimento sobre a pesquisa e, a seguir, os estudantes elegeram o tema “Restaurante *self service*”. Considerando que os alunos têm o hábito de frequentar restaurantes *self service*, conjecturamos a possibilidade de encontrarem neste ambiente situações matemáticas capazes de despertar o interesse e a curiosidade, pesquisando tudo que for atraente. Nesse sentido, foram ao restaurante para a coleta de dados e informações. A visita ao restaurante permitiu, além do trabalho com Análise Combinatória, a constatação de que vários outros conteúdos poderiam também ser trabalhados, como exemplos: porcentagem, lucro, funções, geometria plana, dentre outros.

Utilizando-se dos dados coletados e com a mediação da pesquisadora, os alunos descobriram o modelo que determinava o número de possibilidades distintas de se servir neste tipo de restaurante, onde, o que importava, era o valor nutricional do alimento e/ou o sabor que apresentava.

A pesquisa de campo apontou a possibilidade de se trabalhar a Análise Combinatória com direcionamentos da Modelagem Matemática, podendo ir além dos Princípios Aditivo e Multiplicativo bem como se estender para outros conteúdos relevantes.

Algumas indagações foram formalizadas pelos alunos para serem respondidas durante a entrevista com o gerente do restaurante. Dentre as informações colhidas, destaca-se o cardápio do restaurante, pois nele se concentrará toda discussão a respeito das diferentes possibilidades para se servir em um restaurante *self service*.

Utilizando-se o cardápio e a preferência por tipos de alimentos de um participante de cada grupo foi possível verificar a formação de diferentes grupamentos e a partir daí, a construção de um modelo.

A experiência de campo compartilhada foi relevante para que os alunos participantes da pesquisa compreendessem o processo combinatório, e pudessem a partir daí, resolver situações do cotidiano sem que seja necessária a utilização de fórmulas sem significados.

5.1 Apresentando as atividades de Modelagem Matemática

As atividades foram realizadas tendo como fio condutor as cinco etapas sugeridas por Burak (2010) para o desenvolvimento da Modelagem Matemática. O objetivo foi fazer com que cada aluno pudesse perceber a importância da matemática para a vida, a sua presença no dia a dia, conhecer e desenvolver estratégias de pensamento e buscar soluções distintas. Por mediação do professor, buscou-se orientá-los de modo a favorecer a construção do conhecimento pelo próprio estudante.

A pesquisa de campo, de caráter qualitativo, contou com a participação voluntária de 4 (quatro) alunos da segunda série do Ensino Médio, de uma escola pública localizada na cidade de Viçosa, Minas Gerais. A pesquisadora utilizou de um Caderno de Campo e de um gravador áudio/vídeo para registrar a presença e participação dos alunos nas discussões gerais em todos os encontros.

A pesquisadora, que não é professora desta turma, fez o convite a todos os alunos da segunda série para participarem das atividades. Os encontros destinados ao desenvolvimento da pesquisa foram realizados extraturno.

No desenrolar das atividades, os alunos fizeram visita a um restaurante *self service* localizado no centro da cidade, com objetivo de coletar dados que pudessem auxiliar no levantamento de modelos, de forma a possibilitar o estudo de Análise Combinatória, bem como de outros conteúdos que surgissem. Ao visitar um restaurante *self service*, os alunos se depararam com várias possibilidades de trabalharem com conteúdos matemáticos, e procuraram responder às diversas indagações dentro das inúmeras possibilidades de se trabalhar a matemática em um ambiente frequentado por eles.

O trabalho de campo consistiu em um levantamento de informações feito por 4 alunos em um restaurante da cidade, com a finalidade de colherem informações que serão pertinentes ao desenvolvimento das atividades. Os encontros aconteceram na escola, especificamente na sala de informática, mediante a presença da pesquisadora, que incentivava e mediava os debates.

A investigação, de caráter qualitativo, teve por objetivo o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória por meio da Modelagem Matemática, porém, não desconsiderou qualquer outro conteúdo que pudesse surgir conforme o interesse e as investigações dos alunos. Teve como questão norteadora: como a Modelagem Matemática pode contribuir para a contextualização de Matemática no cotidiano dos alunos, para que eles sejam capazes de melhor entender e aprender os conceitos de Análise Combinatória?

Para organizar e dar o encaminhamento das atividades, utilizamos as orientações de Burak (2004): escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e desenvolvimento da matemática relacionada ao tema e crítica das soluções. A pesquisa exploratória aconteceu em um restaurante da cidade e foi presidida pelos estudantes, que buscaram algumas respostas para os questionamentos levantados nos encontros anteriores. No levantamento dos problemas, os alunos foram incentivados a pesquisar sobre as diferentes maneiras ou possibilidades de se alimentar em um restaurante *self service*.

Na resolução dos problemas e no desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, esperava-se que os alunos interpretassem a situação para chegarem ao uso da matemática como uma linguagem. Nesse momento, eles puderam caracterizar os problemas de contagem por meio dos princípios aditivo e multiplicativo.

Na análise crítica, os alunos fizeram alguns comentários para responder às questões iniciais, como variedades e disposição dos alimentos nesse tipo de restaurante, variação de preço conforme o dia da semana, valor nutricional dos alimentos para compor o prato, além de outras indagações e questionamentos.

Destacaremos, a seguir, os momentos e situações relevantes que foram primordiais ao desenvolvimento da pesquisa tanto para a pesquisadora quanto para os participantes desta.

Com a finalidade de resguardar a identidade dos alunos participantes da pesquisa, cada um dos quatro alunos escolheu um pseudônimo pelo qual será nomeado em toda pesquisa.

Apresentaremos, agora, as atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas em nossa pesquisa de campo e que ficam como sugestão pra um trabalho com alunos do Ensino Médio.

5.1.1 Primeiro encontro

Nesse encontro esclarecemos a respeito da pesquisa, dos objetivos, falamos sobre a Modelagem Matemática, a Análise Combinatória e reafirmamos a importância da participação de cada aluno e o compromisso da discrição a ser mantida durante todo processo.

Com a finalidade de melhor conhecer o perfil dos alunos participantes da pesquisa, foi entregue aos mesmos um questionário para que se pudesse levantar alguns dados.

Em seguida, propusemos a seguinte tarefa para o próximo encontro: pensar em uma “situação do cotidiano” que possa relacionar-se com a Análise Combinatória.

5.1.2 Segundo encontro

Partindo do assunto a ser abordado, **a escolha do tema** foi feita pelos estudantes. Algumas “situações do cotidiano” foram sugeridas por eles e anotadas no quadro para que os mesmos elessem a de maior interesse, o que possibilitaria um ensino de Matemática mais dinâmico e mais significativa para os estudantes, conforme o entendimento de Burak (2004). Dentre os temas sugeridos pelos alunos, foi escolhido “restaurante *self service*” como sendo aquele que os levariam a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade e que pudessem também nos auxiliar na compreensão do papel sociocultural da matemática.

Mediando o encontro e incentivando o diálogo, orientamos os alunos para a realização da **pesquisa exploratória**, convidando-os a pesquisarem o ambiente “restaurante *self service*”. Solicitamos a eles que buscassem materiais e dados teóricos que pudessem fomentar nossa pesquisa. Para isso,

além da consulta a livros, revistas e conversas com familiares e amigos, foram disponibilizados os computadores da sala de informática da escola e foi elaborado um questionário para ser respondido pelo gerente do estabelecimento. Assim, em consonância com Burak (2004), os alunos se familiarizaram com o tema, cabendo ao pesquisador a criação de um diálogo para que possam externar suas percepções a respeito do “restaurante *self service*”.

5.1.3 Terceiro encontro

Os alunos foram convidados a realizar a pesquisa na *internet*, com objetivo de conhecer o ambiente onde se desenvolverá o estudo. Para tanto, utilizaram os equipamentos da sala de informática, onde estávamos reunidos, em busca de textos sobre a história dos restaurantes *self service* e de orientações sobre como se servir nesse tipo de restaurante.

Com base nas informações colhidas, foi possível nesse encontro implementar um diálogo a respeito do que é uma boa nutrição - embora este não seja um objetivo desta pesquisa. Puderam assim, verificar que, ao se trabalhar com a Modelagem Matemática, podem surgir outros assuntos relevantes que auxiliam na formação do educando, conforme é apontado por Klüber e Burak (2010).

5.1.4 Quarto encontro

Sempre procurando manter o diálogo com os alunos, a pesquisadora procurou direcionar o debate com objetivo de encontrar situações onde poderia ser estudada a Análise Combinatória, buscando, assim, levá-los a relacionarem o tema escolhido com esse conteúdo.

Respondendo a alguns questionamentos, os alunos tiveram a oportunidade de se expressarem acerca do que é possível encontrar no cardápio de um restaurante *self service*. Nosso propósito com tais questionamentos foram embasados pelo referencial teórico da pesquisa, Burak (2004), que afirma que os alunos devem se familiarizar com o tema. Cabe, portanto, ao professor oportunizá-los ao diálogo para que percebam o que mencionam a respeito do tema escolhido “restaurante *self service*”.

5.1.5 Quinto encontro

Definiu-se que o próximo encontro aconteceria no restaurante selecionado pelos alunos. Para esse encontro, a pesquisadora propôs aos alunos a elaboração de questões que seriam levadas ao restaurante com objetivo de colher informações que permitissem levantar questões/ situações-problema sobre o tema escolhido; de mesma forma, questões que pudessem ser debatidas e que fossem de interesse investigar. Definiu-se também que nesse dia, após entrevista previamente agendada com o gerente do estabelecimento, os alunos iriam almoçar e que antes de se servirem, anotariam o cardápio, anotariam os alimentos de preferência e posteriormente, já acomodados na mesa para o almoço, anotariam quais foram os alimentos que colocaram no prato. Estas anotações seriam trabalhadas no próximo encontro.

Algumas questões relacionadas ou não com a Matemática, que surgiram nesse encontro foram:

- Como é calculado o preço do quilo de alimento?
- Que destino é dado aos alimentos que sobram nos pratos?
- Que destino é dado aos alimentos que sobra nas travessas?
- Quantos funcionários tem o estabelecimento?
- Dentre esses funcionários, quantos são capacitados para trabalhar no caixa?
- Qual a despesa mensal com funcionários e aluguel?
- Quanto se gasta mensalmente com a compra de ingredientes?
- Qual é o alimento mais consumido no restaurante?
- Quantos quilos de alimento são consumidos em uma semana?
- Onde o restaurante adquire os produtos a serem consumidos?
- O restaurante tem acompanhamento de nutricionista?

5.1.6 Sexto encontro

Esse encontro aconteceu no restaurante *self service*, no qual a pesquisa está sendo desenvolvida. As questões elaboradas pelos alunos foram

prontamente respondidas e devidamente esclarecidas pelo gerente do estabelecimento.

Ao término da entrevista, os alunos solicitaram autorização para anotarem o cardápio do dia. Depois de feita todas as anotações, conforme foi combinado no encontro anterior, eles se serviram, observaram e anotaram todas as opções disponíveis e, dentre elas, quais as que agradavam seu paladar. Dentre as que escolhidas, quais as que optaram em colocar no seu prato. Retornando à escola, os alunos fizeram o relato da visita ao restaurante. Ficaram surpresos ao perceberem a grande variedade de opções que tinham para se alimentarem - coisa que não haviam percebido até então, embora com frequência se alimentassem nesse tipo de restaurante.

5.1.7 Sétimo encontro

De posse dos dados coletados, os alunos fizeram a apresentação dos mesmos e tendo a pesquisadora mediando o debate, decidiram organizá-los em forma de tabela. Assim, cada participante construiu uma tabela contendo as informações que seriam trabalhadas posteriormente.

5.1.8 Oitavo encontro

Este encontro iniciou com a retomada do diálogo sobre tudo que buscaram com a visita ao restaurante. A seguir, a pesquisadora, atuando como a mediadora do processo, conversou com os participantes sobre a matemática encontrada no restaurante e sua relação com a Matemática da sala de aula.

Direcionando para o conteúdo de Análise Combinatória, foi feito o seguinte questionamento aos participantes: “tem como descobriremos o número de possibilidades de cada um para servir seu prato?”. Para responder a esse questionamento, a pesquisadora sugeriu aleatoriamente que fosse considerada apenas a tabela construída por um dos participantes e, posteriormente, cada participante faria o cálculo com base em sua tabela.

Assim, cada estudante, com base em sua própria tabela, calculou o número de possibilidades diferentes de se servirem. Finalizando este encontro, propusemos que cada estudante fizesse por escrito alguns comentários sobre a pesquisa e apresentassem a resolução de três atividades com finalidade de

percebermos como os estudantes aplicariam esta conclusão em outras atividades.

Ao término dos encontros, aproveitamos a oportunidade para conversar com os participantes sobre as atividades desenvolvidas. Foi possível observar, por meio da fala dos alunos, que este trabalho oportunizou associar a matemática do dia a dia com a matemática da sala de aula. Consideraram, de modo geral, o trabalho muito interessante, porém, ainda enfatizam ser mais prático, objetivo e interessante o uso e aplicação direta de fórmulas sem contextualização, demonstrando assim, certa “preferência” pelo ensino tradicional.

6 Algumas Observações/ Recomendações

A partir da experiência docente no Ensino Médio e da experiência adquirida nesta pesquisa, ousamos fazer algumas recomendações para os professores que quiseram utilizar a Modelagem Matemática como uma alternativa para o ensino de Matemática em sua prática pedagógica:

- Rever sua concepção de ensino e aprendizagem para que ocorra, realmente, um ensino para a aprendizagem;
- Utilizar a Modelagem Matemática para despertar nos alunos um maior interesse pela Matemática;
- Buscar, a todo instante, o desenvolvimento da criatividade, da motivação, do espírito crítico e da curiosidade dos alunos;
- Utilizar sempre em suas pratica pedagógicas a construção de conceitos de forma contextualizada;
- Oportunizar o trabalho em grupo, de forma colaborativa nas atividades escolares;

Achamos relevante destacar algumas contribuições oferecidas pela Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino, para a nossa prática docente: a contribuição para um ensino contextualizado capaz de despertar maior interesse, motivação e participação dos alunos na construção do conhecimento; favorecimento e valorização no estudante do desenvolvimento de aspectos de criticidade, a consciência da importância de sua participação na sociedade, e a capacidade de associar o “conteúdo escolar” com seu dia a dia.

Ressaltamos também que, no que tange às implicações didático-pedagógicas do professor, que o trabalho fundamentado na Modelagem Matemática constitui-se como uma proposta possível e desafiadora para o trabalho do professor em sala de aula e este deverá estar disposto a um deslocamento de uma situação confortável de trabalho (zona de conforto) para uma perspectiva desconhecida (zona de risco). Além disso, o professor estará propenso ao constante encontro de barreiras para a efetivação do projeto como, por exemplo, falta de tempo, de material, de apoio, de colaboração, o que vem corroborar com os obstáculos que o trabalho com Modelagem pode gerar citados por Bassanezi (2002). Ainda corroborando com Bassanezi (2002), a atividade de Modelagem em sala de aula pode constituir-se como um trabalho lento podendo tornar-se inviável devido ao pouco tempo disponível, no qual o professor precisa cumprir o programa analítico de sua disciplina.

Apesar dos obstáculos que podemos encontrar, encerramos este trabalho afirmando que o processo de ensino e de aprendizagem da Análise Combinatória, no Ensino Médio, utilizando como metodologia Modelagem Matemática se trata de um “caminho” possível e viável para a prática do professor, constituindo-se de um ambiente altamente investigativo, cujas características apontam para a manifestação de cidadão reflexivos, críticos e ativos na sociedade, ou seja, apontando aspectos que contribuem para a cidadania crítica do aluno.

7 Referências

ABREU, Glaucos Ottone Cardoso de. **A prática de modelagem matemática como um cenário de investigação na formação continuada de professores de matemática.** 2011. 102 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

ABREU, Lorena L. B. **Estudando conteúdos matemáticos com direcionamentos de modelagem matemática: o caso da função afim.** 2011. 242f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

ALMEIDA, L. M. W.; Brito, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. **Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática.** Alexandria, 2(2), p. 117-134, 2009.

ALVES, Renato de C. **O ensino de análise combinatória na educação básica e a formação de professores.** 161 f. Dissertação (mestrado) – UFRJ/IM. Programa de Pós- graduação em Matemática. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2012.

ANDRADE, Mirian Maria. **Ensino e aprendizagem de Estatística por meio da Modelagem Matemática: uma investigação com o ensino médio.** 2008. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

ARAUJO, Jussara de Loiola. Uma abordagem sociocrítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009.

_____. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais.** Recife: SBEM, p. 195-211, 2007.

BALDINO, R. R. **Assimilação solidária onze anos depois.** Unesp: Rio Claro, 1995.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico.** In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2001, Caxambu.

_____. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim (RS),v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003a.

BARBOSA, J.C; CALDEIRA, A.D.; ARAÚJO, J.L. Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. **Biblioteca do Educador Matemático** – Coleção SBEM, v.3. Recife: SBEM, 2007. 256 p. p. 33-47; 99-114.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. Editora Contexto, São Paulo, 2002.

_____. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002. 389 p.

_____. Modelagem Matemática. *Dynamis*, Blumenau, v. 2, n. 7, p. 55-83, abril/jun.1994.

BEAN, Dale. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, n.9/10, p. 49-57. Abr. 2001.

_____. Modelagem matemática: uma mudança de base conceitual. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 5, 2007, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: CNMEM, 2007. p. 35-58.

_____. Modelagem: uma conceitualização criativa da realidade. In: Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto, 4., 2009, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: EEMOP, 2009, p. 90- 104.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática**. Blumenau: FURB, 1999. 134 p.

_____. **Modelagem Matemática: Mapeamento das Ações Pedagógicas dos Educadores de Matemática**. Tese de Pós - Doutorado, USP, São Paulo - SP, 2003.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. 2ª ed. Blumenau. 2004. Ed. Edfurb.

_____. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das Propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria - **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, p. 7-32, 2009.

BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, SP, (2013). Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/index>.

Acesso em: 23 de maio de 2014.

BORBA, Marcelo de Carvalho. MALHEIROS, Ana Paula dos S. Diferentes formas de interação entre internet e modelagem: desenvolvimento de projetos e o CVM. In: BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti.; BUENO, Vilma Candida. **Modelagem Matemática: quatro maneiras de compreendê-la**. Minas Gerais: Universidade Federal de Ouro Preto, 2011.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem Na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n. 1, p.10-27, 2010.

_____. Modelagem matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1, 2004, Londrina, **Anais...** Londrina: [S.I.], 2004.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Matemática/ Secretaria da Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 2000.**

CHAVES, Rodolfo. **Caminhos percorridos para a implantação do grupo de pesquisa-ação em educação matemática junto ao núcleo de ensino integrado de ciências e matemática da Universidade Federal de Viçosa.**

Rio Claro. 2000. 296 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista.

CHAVES, Rodolfo. **Por que anarquizar com o ensino de matemática intervindo em questões socioambientais?** 2004, 233 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, 2004.

CHAVES, Rodolfo; LORENZONI, Luciano Lessa. Modelagem matemática: concepções e tutores do multicurso matemática. Salvador: **Anais do X ENEM**, 2010.

D'AMBROSIO, BEATRIZ S. Como ensinar matemática hoje? Brasília. **Temas e Debates**, ano 2, n. 2, p. 15-19, 1989.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A matemática nas escolas. **Educação Matemática em Revista**, ano 9 n° 11^a, edição especial, abril de 2002, p. 29-33.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações**. Volume 2. São Paulo: Ática, 2010. 384 p.

FIORENTINI, D. Parte I – A Educação Matemática como campo profissional e científico. In: FIORENTINI, D. & LORENZATO, S. **Investigação Matemática percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006 – (Coleção formação de professores).

FRANCHI, R. H. de O. L. **A Modelagem Matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia**. 148 p. (Dissertação, Mestrado), Rio Claro: IGCE/UNESP, 1993.

FREIRE P. **Pedagogia do oprimido**. São Paulo: Paz e Terra, 1970. 184 p.

HERMINIO, Maria Helena Garcia Barbosa. **O processo de escolha dos temas dos projetos de modelagem matemática.** 139 f. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: [s.n.], 2009.

JACOBINI, O. R. A. **Modelação Matemática Aplicada no Ensino de Estatística em Cursos de Graduação.** Dissertação de Mestrado. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP-Rio Claro, 1999.

JACOBINI, Otávio Roberto; WODEWOTZKI, Maria Lucia L. Uma reflexão sobre a Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. Rio Claro. **Bolema**, ano 19, n. 25, p. 71-88, maio 2006.

JÚNIOR, Arthur Gonçalves Machado. **Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem:** ação e resultados. Dissertação de Mestrado. 133 f. Universidade Federal do Pará. Belém, 2005.

KLÜBER, T. E; BURAK, D. Modelagem Matemática: pontos que justificam sua utilização no ensino. In: IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, MG. **Anais...** Belo Horizonte: UNI-BH, 2007. p 1-19.

_____. Modelagem Matemática na Educação Básica numa perspectiva de Educação Matemática. In: BURAK, D.; PACHECO, R.P.; KLÜBER, T.E (Org). **Educação Matemática:** reflexões e ações. Curitiba: CRV, 2010, p.145-166.

MELLO, G. Namo de. **Ensino Médio:** Para que servem as Estatísticas Educacionais. Brasília: MEC/INEP (1998).

MATOS, José Manuel – Metodologia de investigação em Educação Matemática: a importância da diversidade. Quinto Simpósio de La Sociedad española e investigación em educación matemática. **Almeria**, 2001.

OLIVEIRA, R. Informática educativa: dos planos e discursos à sala de aula.

Campinas: Papirus, 1997.

PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel e BAZZO, Walter Antonio. Caso Simulado no Ensino-Aprendizagem de Matemática: ensinar sob uma abordagem crítica. Rio Claro. **Bolema**, ano 22, nº 32, 2009, p. 101 a 122,

PINHEIRO, C. A. M e ROZA, I. S. **Dá análise combinatória: o que ficou em alunos e professores do Ensino Médio?** Belém, 2006, 52 p. Monografia (Especialização em Educação Matemática)- Centro de Ciências Sociais e Educação- Universidade Estadual do Pará.

PINHEIRO, C.A.M.; e SÁ, P.F. O ensino de análise Combinatória: a prática pedagógica predominante segundo os docentes. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, Belo Horizonte, 2007.

PINHEIRO, C.A.M. **O Ensino de Análise Combinatória a partir de situações-problema**. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação), 2008.

PINTO, Neuza Beroni. Marcas Históricas da Matemática Moderna no Brasil. **Saberes Docentes**, v.5. n.16 Set/Dez 2005. Disponível em: <http://www2.pucpr.br/reol/index.php/DIALOGO?dd1=600&dd99=view>. Acesso em: 15 de maio de 2014.

PITOMBEIRA, J.B. Princípio da casa dos pombos. **Revista do Professor de Matemática**, 8, p. 21-26, São Paulo: SBM, 1986.

SABO, Ricardo Dezso. **Análise de livros didáticos do ensino médio: um estudo dos conteúdos referentes à combinatória**. 54 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática), Santo André, SP, 2007.

_____. **Saberes Docentes: a análise combinatória no Ensino Médio**. 208 p. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) PUC/SP, São Paulo, 2010.

SILVA, C.M.S.; WAGNER, V.L.P.S. - O que um iniciante precisa saber sobre pesquisa em Educação Matemática – In: **Cadernos de Pesquisa do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática** da Universidade Federal do Espírito Santo, n. 10, p. 10 – 23, 1999.

SOUZA, A.C.P. **Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas**, 343 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) UNESP – Rio Claro, 2010.

SOUZA, Raquel Bagio de. **Modelagem Matemática: algumas estratégias para o ensino-aprendizagem da matemática na educação básica**. 64 p. Monografia. Especialização em Educação Matemática. UNESC. Criciúma (SC), 2006.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**. Campinas-SP: Ed. Papirus, 1990.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários de investigação. In: **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP), nº 14, p. 66-91, 2000.

VAZQUEZ, Cristiane M. R. & NOGUTI, Fabiane C. H. **Análise Combinatória: alguns aspectos históricos e uma abordagem pedagógica**. Recife: VII Encontro Nacional de Educação Matemática. Julho de 2004.

YAHATA, Edson Akira. **Desenvolvimento das Habilidades Metacognitivas no Ensino de Análise Combinatória**, 129 f. Dissertação (Mestrado) – UFRJ / Instituto de Matemática / Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática.