

**As contribuições de um curso de formação em Modelagem  
Matemática para o desenvolvimento de um guia formativo na  
perspectiva dos professores participantes**

**Edyenis Rodrigues Frango**

Juiz de Fora (MG)

Abril, 2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

Pós-Graduação em Educação Matemática

Mestrado Profissional em Educação Matemática

Edyenis Rodrigues Frango

**As contribuições de um curso de formação em Modelagem  
Matemática para o desenvolvimento de um guia formativo na  
perspectiva dos professores participantes**

Orientador: Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr.

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)

Abril, 2019

**Edyenis Rodrigues Frango**

**“As contribuições de um curso de formação em Modelagem Matemática  
para o desenvolvimento de um guia formativo na perspectiva dos  
professores participantes”**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa  
de Mestrado Profissional em Educação Matemática,  
como parte dos requisitos para obtenção do título de  
Mestre em Educação Matemática.

**Comissão Examinadora**

---

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior  
(UFJF)

---

Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan  
(UTFPR)

---

Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni  
(UFJF)

Aprovada em 04/04/2019

Aos professores e futuros professores que se dedicarão ao  
ensino da Matemática.

## AGRADECIMENTOS

À Deus.

Aos meus pais, Sr. João e D. Wilma, que me ensinaram o caminho da escola, lugar de onde não me afastei; e que me apoiaram em todas as instâncias e circunstâncias. Amo muito vocês.

A minha irmã, dupla de dois, o lado Pink do meu lado Cérebro, que a cada dia conquista comigo mais um pedacinho do mundo. Também te amo Siies!!!

Àquele que se tornou um grande amigo, e que me tinha como uma filha, e que agora me acompanha lá do Céu. Obrigada Lucas!

Aos meus amigos, que estiveram sempre por perto. Aos meus colegas de curso, que acabaram se tornando amigos também, e que participaram dessa etapa da minha formação. Que cada um e cada uma se sinta abraçado e saibam que, de forma única e especial, todos tem um lugarzinho no meu coração.

Aos professores que aceitaram o convite para fazer parte desta investigação.

Aos professores do PPGEM, que enriqueceram a minha formação compartilhando suas experiências, especialmente ao orientador dessa pesquisa, o Prof. Marco Aurélio.

Ao Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan e ao Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni, que compuseram a banca avaliadora deste trabalho, desde o exame de qualificação até a defesa, e contribuíram ricamente com suas sugestões.

Enfim, a todos os que participaram de forma direta ou indireta desses dois anos de pesquisa.

## RESUMO

Este trabalho apresenta a pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática (UFJF) cujo intento foi responder a seguinte questão: O que deve oferecer um curso de Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática de forma a influenciar positivamente as práticas docentes dos professores envolvidos? O objetivo geral desta pesquisa foi observar, descrever, comparar e compreender como professores de Matemática concebem Modelagem em suas futuras práticas de ensino, buscando identificar relações com suas experiências e concepções de Matemática e Ensino, no contexto da disciplina de Modelagem Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. Os objetivos específicos consistiram em: descrever e compreender as concepções de licenciandos/licenciados em relação à Matemática e seu ensino; descrever, interpretar e discutir as experiências pessoais com a Matemática e, particularmente, com a Modelagem, relatadas por estes sujeitos antes e após envolverem-se em um curso de formação especial em Modelagem Matemática, bem como observar, discriminar e entender esse envolvimento; e, produzir um produto educacional que atenda aos anseios da comunidade acadêmica e sirva de subsídio para a formação de professores no que diz respeito à Modelagem, e para a prática do futuro professor de Matemática que pretenda atuar neste contexto. Inicialmente foi realizada uma Pesquisa Piloto, onde se utilizou questionários com a intenção de conhecer a relação dos professores que ensinam Matemática com a Modelagem Matemática, tanto em sua formação quanto em suas práticas. As respostas a esse questionário possibilitaram estruturar a segunda fase desta pesquisa, a Pesquisa de Campo, onde se desenvolveu o produto educacional, fruto deste trabalho. Esse produto educacional consiste em um manual formativo em Modelagem Matemática, que foi elaborado a partir de um cronograma inicial proposto na disciplina de Modelagem Matemática deste programa de mestrado, levando em consideração a análise da literatura da área, os dados da Pesquisa Piloto e os questionamentos e sugestões dos professores inscritos na referida disciplina. Para tentar alcançar os objetivos traçados nessa investigação fez-se uso de uma abordagem qualitativa através da metodologia de Pesquisa-Ação, e como técnicas de coleta de dados foram utilizadas: questionários, observação, cadernos de campo, registros de áudio e documental. Análises dos dados, coletados durante toda a pesquisa, apontam que existem deficiências quanto à presença da Modelagem nos cursos de formação de professores, tanto com relação à formação desse professor para utilizá-la futuramente em suas salas de aula, quanto em disciplinas específicas de Matemática, ou seja, os formadores também não se utilizam desse recurso. Há queixas quanto aos cursos existentes na área, que se prendem excessivamente à discussão teórica e não contemplam a prática. Estes são fatores levados em conta para a construção do produto educacional que se pretende útil tanto para a formação inicial, quanto para a formação continuada do professor, para implementar tal proposta em suas salas de aula, em diferentes contextos e níveis de ensino.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Formação de Professores; Educação Matemática Crítica; Cenários para investigação.

## ABSTRACT

This work presents the research developed in the Professional Master in Mathematics Education (UFJF) whose purpose was to answer the following question: What should a Mathematics Modeling course offer in the context of Mathematics Education in order to positively influence the teaching practices of the teachers involved? The general objective of this research was to observe, describe, compare and understand how Mathematics teachers conceive Modeling in their future teaching practices, seeking to identify relations with their experiences and conceptions of Mathematics and Teaching, in the context of Mathematical Modeling Post-graduation in Mathematics Education of the Federal University of Juiz de Fora. And the specific objectives consisted in: describe and understand the participants' conceptions regarding Mathematics and its teaching; to describe, interpret and discuss personal experiences with Mathematics and particularly with Modeling, reported by these subjects before and after being involved in a special training course in Mathematical Modeling, as well as observe, discriminate and understand this involvement; and to produce an educational product that meets the aspirations of the academic community and serves as a subsidy for the training of teachers with respect to Modeling and for the practice of the future teacher of Mathematics who intends to act in this context. Initially a Pilot Survey was carried out, in which questionnaires were used with the intention of knowing the relationship of the teachers who teach Mathematics with Mathematical Modeling, both in its formation and in its practices. The answers to this questionnaire made it possible to structure the second phase of this research, Field Research, where the educational product was developed, the fruit of this work. This educational product consists of a training manual in Mathematical Modeling, which was elaborated from an initial timetable proposed in the discipline of Mathematical Modeling of this master program, taking into account the analysis of the literature of the area, the data of the Pilot Research and the questionings and suggestions from the teachers enrolled in said subject. In order to reach the objectives outlined in this research, a qualitative approach was used through the Research-Action methodology, and as data collection techniques were used: questionnaires, observation, field notebooks, audio and documentary records. Analyzes of the data, collected throughout the research, point out that there are deficiencies regarding the presence of Modeling in teacher training courses, both with respect to the teacher's training to use it in the future in their classrooms, as well as in specific Mathematics disciplines, that is, trainers also do not use this resource. There are complaints about the existing courses in the area, which are too much to the theoretical discussion and do not contemplate the practice. These are factors taken into account for the construction of the educational product that is intended to be useful both for the initial formation and for the continued formation of the teacher, so that he feels more secure and prepared to implement such a proposal in his classrooms, in different contexts and levels of education.

**Keywords:** Mathematical Modeling; Teacher training; Critical Mathematics Education; Scenarios for research.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – ETAPAS DA PESQUISA-AÇÃO .....	28
FIGURA 2 – QUESTÃO DA ATIVIDADE AVALIATIVA DA DISCIPLINA DE MODELAGEM .....	86
FIGURA 3 – RESPOSTA À QUESTÃO 3 .....	89
FIGURA 4 – RESPOSTA À QUESTÃO 4 .....	89
FIGURA 5 – RESPOSTA À QUESTÃO 5 .....	90
FIGURA 6 – RESPOSTA À QUESTÃO 6 .....	90
FIGURA 7 – RESPOSTA À QUESTÃO 7 .....	90
FIGURA 8 – RESPOSTA À QUESTÃO 8 .....	91
FIGURA 9 – RESPOSTA À QUESTÃO 9 .....	91
FIGURA 10 – RESPOSTA À QUESTÃO 10 .....	91
FIGURA 11 – RESPOSTA À QUESTÃO 11 .....	92
FIGURA 12 – RESPOSTA À QUESTÃO 12 .....	92
FIGURA 13 – RESPOSTA À QUESTÃO 13 .....	92



## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – ESTRUTURA DO QUESTIONÁRIO DA PESQUISA PILOTO .....	36
QUADRO 2 – MÉTODO TRADICIONAL X CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS .....	54
QUADRO 3 – ESTRUTURA DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM .....	60
QUADRO 4 – RESPOSTAS À QUESTÃO 14 .....	94

## LISTA DE SIGLAS E ABREVEAÇÕES

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNMEM	Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática
EBRAPEM	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
EPMEM	Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
EUA	Estados Unidos da América
FURB-SC	Fundação Universidade Regional de Blumenau – Santa Catarina
GT07	Grupo de Trabalho 07 – Formação de Professores
GT10	Grupo de Trabalho 10 – Modelagem Matemática
ICMI	<i>International Commission on Mathematical Instruction</i>
ICTMA	<i>International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications</i>
INFES	Instituto Noroeste Fluminense de Educação Superior
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
UEFS-BA	Universidade Estadual de Feira de Santana
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
UFF	Universidade Federal Fluminense
UNESP	Universidade Estadual Paulista
Unicamp	Universidade Estadual de Campinas
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SIPEM	Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática

## SUMÁRIO

<b>1. APRESENTAÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1.ANTES DA PESQUISA	14
1.2.SOBRE ESTA PESQUISA	18
1.3.ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	22
<b>2. PERCURSOS METODOLÓGICOS</b>	<b>24</b>
2.1.PESQUISA QUALITATIVA	24
2.2.PESQUISA-AÇÃO COLABORATIVA	27
2.3.A PRODUÇÃO E O REGISTRO DOS DADOS	31
2.3.1. Questionário	31
2.3.2. Observação	32
2.3.3. Documentos	33
<b>3. O ESTUDO PILOTO</b>	<b>34</b>
3.1.O QUE NOS REVELAM OS DADOS DO ESTUDO PILOTO?	36
3.1.1. Seção 1 – Quanto à formação acadêmica	38
3.1.2. Seção 2 – Quanto ao exercício da profissão	39
3.1.3. Seção 3 – Entendimentos e experiências	40
3.2.ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	44
<b>4. O QUE DIZ A LITERATURA?</b>	<b>46</b>
4.1.MODELAGEM MATEMÁTICA	47
4.1.1. Uma breve história	47
4.1.2. Resultados de pesquisas	49
4.2.MODELAGEM MATEMÁTICA E PRÁTICAS DOCENTES	52
4.2.1. Como se faz Modelagem?	52
4.2.2. A Modelagem na prática	61
<b>5. O PRODUTO EDUCACIONAL</b>	<b>63</b>
5.1.OS MESTRADOS PROFISSIONAIS E SUAS PRODUÇÕES	64

5.2.O PRODUTO DESTA PESQUISA .....	65
<b>6. O CENÁRIO DA PESQUISA .....</b>	<b>67</b>
6.1.OS COLABORADORES .....	67
6.1.1. Ten .....	68
6.1.2. Azul .....	69
6.1.3. Ester .....	69
6.1.4. Mariana .....	69
6.1.5. Vivi .....	70
6.1.6. Dante .....	70
6.1.7. J. Jones .....	70
6.1.8. Maria .....	71
6.1.9. Erickson .....	71
6.1.10. (1415926535897932) .....	71
6.1.11. Alice .....	72
6.2.A DISCIPLINA DE MODELAGEM MATEMÁTICA .....	72
<b>7. ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS .....</b>	<b>83</b>
7.1.O DIÁRIO DE CAMPO E OS ÁUDIOS .....	83
7.2.OS DOCUMENTOS .....	87
7.3.O QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DE DISCIPLINA .....	88
<b>8. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>97</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>102</b>
APÊNDICE A – CRONOGRAMA .....	107
APÊNDICE B – I RETIFICAÇÃO DO CRONOGRAMA .....	116
APÊNDICE C – II RETIFICAÇÃO DO CRONOGRAMA .....	119
APÊNDICE D – FICHA DE AVALIAÇÃO DE DISCIPLINA .....	120
APÊNDICE E – PRIMEIRA ATIVIDADE AVALIATIVA .....	123
APÊNDICE F – TERMO DE ANUÊNCIA .....	125

ANEXO A – PROBLEMA DO BARRANCO – ARTIGO 1 .....	126
ANEXO B – PROBLEMA DO BARRANCO – ARTIGO 2 .....	136
ANEXO C – PROBLEMA DO BARRANCO – ARTIGO 3 .....	158

## 1. APRESENTAÇÃO

*“Temos que saber o que fomos e o que somos, para saber o que seremos.”*

*(FREIRE, 1979, p. 18)*

Esta pesquisa teve início quando aceitei o convite para investigar a Modelagem Matemática no ensino de Matemática. O primeiro sentimento foi o de ser desafiada a desbravar um território desconhecido. De fato, a Modelagem era, para mim, como uma pessoa por quem você passa na rua todos os dias, mas não sabe quem é, o que faz, de onde veio, pra onde vai. Nunca havia pensado em pesquisar Modelagem Matemática.

Durante a graduação, na Universidade Federal Fluminense, Instituto Noroeste Fluminense de Educação Superior, no interior do Estado do Rio de Janeiro, foi quando ouvi pela primeira vez esse termo. Mas por muito tempo ainda, acreditava ser este um termo referente à Matemática Aplicada. Esta, também, só conheci por nome. Nunca realizei, durante este período da minha formação, nenhuma atividade que envolvesse modelar nenhuma situação. Pelo menos, não consciente de que o estava fazendo.

Quando avancei no curso, olhando as disciplinas pelas quais ainda teria que passar, me deparei com uma, denominada “Educação Matemática – Modelagem Matemática”. Esta era uma das cinco disciplinas do grupo “Educação Matemática” constantes no currículo da Licenciatura em Matemática, que estava prevista para o oitavo, e último, período do curso. O objetivo deste grupo de disciplinas era apresentar e discutir algumas áreas da Educação Matemática, como o ensino de geometria, estatística, entre outras.

Chegado, então, o oitavo período, tivemos o curso de Modelagem interrompido, logo no início, pela inesperada perda do professor, que conduzia a disciplina. Assim, não tivemos a oportunidade de conhecer a Modelagem conforme a proposta do curso, visto que, por falta de um educador matemático para assumir as aulas, quem o fez foi um matemático aplicado, que se esforçou para que concluíssemos a disciplina da melhor forma possível. Enfim, a única recordação que tenho das aulas de Modelagem, na graduação, era do ‘caso da plantação de batatas’ (BASSANEZI, 2016).

Quando recebi a carta de aceite do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade de Juiz de Fora (UFJF), muito motivada e entusiasmada para dar início à pesquisa, recebi o convite para pesquisar Modelagem Matemática. Aceito o convite, e estrangeira neste campo de investigação, passei a pesquisar todas as coisas a seu respeito. Busquei livros, artigos, relatos de experiência, qualquer coisa para me situar no contexto.

Em meio a esta busca foi que me deparei com uma questão que me causou perturbação durante algum tempo: Qual a razão de eu ter aceitado o convite para investigar Modelagem Matemática, sendo que, este era, até então, um tema que nunca havia me despertado interesse ou curiosidade? Poderia eu ter escolhido muitos temas, muitas áreas de inquérito: resolução de problemas, geometria, jogos matemáticos, educação inclusiva, ou qualquer outro tema no contexto da Educação Matemática. Poderia ter optado por pesquisar a respeito de assuntos já conhecidos, durante minhas experiências e vivências na formação inicial, os quais tivesse interesse em minuciar. Foi então que me deparei com a citação com a qual tem início este capítulo, e fui buscar no meu passado escolar, pistas para entender esta inquietação.

### 1.1. ANTES DA PESQUISA

Muito antes de pensar qual profissão queria seguir, quando nem podia imaginar que hoje me dedicaria a questões no campo da Educação Matemática, foi que me apaixonei, sem saber, pela Matemática. Quando criança era uma miniatura de Beremiz Samir, O homem que calculava (TAHAN, 2016). Não por sua genialidade, mas por sua mania de contar tudo o que os olhos enxergavam. Assim, durante toda a trajetória escolar, nunca tive dificuldade em entender a Matemática que as professoras ensinavam.

Desde a 2ª até a 8ª série do Ensino Fundamental eu estudei em uma escola em que havia o Curso Normal – para a formação de professores. Os futuros professores faziam estágio nas nossas turmas. Eu adorava as aulas dos estagiários, que sempre faziam atividades diferentes das quais estávamos acostumados. Eu ficava atenta a todas as etapas que eles realizavam, desde o período em que observavam as aulas até o momento da regência. Eu queria logo ir para o Segundo Grau para poder fazer estágio e dar aula igual a eles.

Em algum momento da 4ª série – que, aliás, foi um ano escolar memorável, em que a professora era um ponto fora da curva; tivemos, como atividade avaliativa em grupo, que dar uma aula sobre um tema sorteado entre os grupos. Recordo que meu grupo ficou com o sistema digestivo e poluição ambiental. Preparamos, então, uma aula com plano de aula, experimentos, atividades impressas no mimeógrafo; tudo baseado nos estagiários que passavam pelas nossas salas de aula. Neste momento senti que eu queria ser professora. E queria ser uma professora como esta que tive na 4ª série.

A 4ª série passou muito rápido. E logo no ano seguinte chegou a 5ª série. Minha empolgação com a escola e com a vontade de ser professora foi diminuindo ano após ano. E isso me fazia pensar: ‘Como pode a mesma escola, que até a 4ª série era instigante, ter se transformado em um lugar que poda a criatividade e a motivação dos alunos?’

Eu gostava das aulas de matemática. E era uma aluna “chata”, daquelas que pergunta o porquê de todas as coisas, que questiona todas as respostas, mesmo os colegas dizendo que matemática não dá para ser discutida. Como eu não tinha mais vontade de ser professora, de seja lá do que fosse, decidi que queria ser arquiteta. Ainda hoje tenho guardadas as pastas com meus projetos arquitetônicos, que jurava construir quando me terminasse a graduação. O mais curioso – e que só fui dar por conta muito tempo depois – é que o meu projeto mais audacioso, e que tomou muito tempo e ainda não foi concluído, era de uma escola.

Eu tinha uma meta de escola. Não apenas uma meta física: prédios, salas e coisas que se possam construir com tijolos e concreto. Meu projeto era pensado de acordo com as atividades que eu sonhava que seriam realizadas em cada espaço. Queria uma escola bem grande, com salas arejadas, com no máximo quinze alunos por turma, laboratórios de biologia, química, física, matemática, um grande auditório com palco para atividades teatrais e de dança; queria uma escola em que não se tivesse vontade de estar em outro lugar. Tinha além dos desenhos das plantas baixas dos prédios uma lista de atividades, horários dessas atividades, quais profissionais eu contrataria para colocar a escola em funcionamento.

Enfim, depois de anos, revendo esses arquivos, percebi que minha vontade não era ser arquiteta, era ser, talvez, a diretora, coordenadora, professora, ou apenas aluna dessa escola. Logo, meu lugar, definitivamente, não era numa cadeira na faculdade de arquitetura, mas sim em algum lugar na educação.



A Licenciatura em Matemática não foi minha primeira opção de curso. Na verdade foi minha última opção. Passei pela Administração, depois pela Zootecnia. E só mais adiante então que cheguei à Matemática.

Logo nas primeiras aulas, durante o acolhimento, fomos perguntados sobre o que motivou nossa escolha por este curso. Fui incisiva ao afirmar que foi por falta de opção. Mas esse cenário mudou no decorrer do curso. Mudou, pois como eu sempre gostei da Matemática, me empolgava com cada coisa nova que aprendia. Mas meu entusiasmo com a profissão docente renasceu, de verdade, quando fui aprovada na seleção para bolsistas do PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.

Durante minha permanência no projeto PIBID-INFES-UFF, tive oportunidade de aprender, colocando em prática a teoria aprendida nas disciplinas da Licenciatura e, também, fazer o caminho inverso, confrontando as situações vivenciadas na prática com o que a teoria afirmava. Foi nessa ocasião que percebi que o que discutíamos, teorizávamos, estava ainda muito distante da realidade da comunidade escolar local. Estava distante da própria realidade acadêmica, visto que muitos problemas da educação básica são compartilhados pelo ensino superior – muitos são consequência de problemas não solucionados na Educação Básica.

Neste programa pude ser professora pela primeira vez. E não apenas pela oportunidade de estar em sala de aula como tal, mas tive que aprender a preparar aulas e aprendi a importância que isso tem no desenvolvimento dos estudantes. Foi nessa oportunidade que comecei a pensar novas formas de alcançar os estudantes e instigar sua curiosidade e vontade de aprender.

Graduação concluída. Até então, minha prática era amparada pela universidade, pelos programas de iniciação à docência, pelos professores orientadores. Mas chegou a hora em que eu teria que provar minha formação. Neste momento me senti como quando meu pai, me ensinando a andar de bicicleta, decidiu tirar as rodinhas de apoio e eu tive que perder o medo e aprender a me equilibrar para não cair. O fato é que depois de ter a experiência de fazer diferente, de romper com a mesmice, e ver que os resultados eram realmente positivos, seria difícil não dar continuidade a essas práticas na minha carreira docente. Porém, foi ao entrar numa sala de aula como professora contratada pela escola, independente de vínculos com a universidade, que percebi que não seria fácil.

Minha energia em praticar a profissão de professor se deparou com a rigidez que reina, ainda hoje, no sistema educacional. Existe grande receio e resistência quando se propõe mudanças no que se refere ao modelo vigente. Este fato remete, mais uma vez, ao distanciamento entre escola e universidade, entre pesquisa e prática. Várias vezes fui questionada quanto à eficácia de jogos, materiais concretos, e outras tecnologias empregadas nas aulas que planejava. Mesmo os Parâmetros Curriculares Nacionais, que estavam vigente até pouco tempo, incentivando o uso de diferentes recursos para o ensino de matemática (BRASIL, 1998), e ainda agora, com a homologação da Base Nacional Comum Curricular, que faz menção ao uso de tecnologias, materiais concretos, atividades lúdicas, dentre outros (BRASIL, 2016), não consigo perceber mudanças.

Mas essa não é uma realidade local. Após meu ingresso no programa de Mestrado, e minha consequente mudança de cidade, comecei a dar aulas em escolas – públicas e particular em Juiz de Fora, e pude experienciar que, da mesma forma que ocorre em minha cidade natal, também ocorre nesta cidade. Encontrei práticas engessadas, e desmotivação por parte de professores e estudantes, assim como a falta de apoio da administração das escolas. Mais uma vez pude perceber que tudo aquilo discutido durante a graduação e, agora, no mestrado, ainda não chegou onde deveria.

Então, após refletir sobre minhas experiências, sobre tudo que vi e vivi desde meu primeiro contato com a escola até minhas práticas docentes mais recentes, cheguei à conclusão de que a resposta para o meu questionamento quanto a razão de querer pesquisar Modelagem consiste no fato de querer ver mudanças no aprender/ensinar matemática. E mais que isso, que a educação matemática seja um meio de transformação social, visto que, assim como Paulo Freire faz em relação à alfabetização, a matemática deve ser um agente emancipador.

Acredito que esse seja o desejo dos educadores matemáticos. Mas essa é uma tarefa que encontra dificuldades nos vários fatores que implicam o processo. Assim, o fator sobre o qual decidi me debruçar foi a formação do professor, visto que este tem papel importante no funcionamento da dinâmica escolar. Dentro dos limites burocráticos – Projeto Político Pedagógico, Currículo e suas Diretrizes – é ele quem decide qual e como será sua prática. Então, se acredito que a Modelagem seja um meio favorável para que aprender/ensinar matemática, é necessário, antes, que o professor se sinta seguro e disposto a trabalhar de tal forma.

Como estudante do programa de mestrado, tendo definido como tema de pesquisa Modelagem na Formação de Professores de Matemática, me surgiu outra inquietação: ‘Como vou formar um professor para que este possa desenvolver trabalho com Modelagem em suas salas de aula? E ainda, como fazê-lo se eu nunca fiz Modelagem, nem como aluna, menos ainda como professora?’

Essas foram minhas considerações iniciais, baseadas apenas nas minhas experiências. Nestas considerações busquei estruturar, por meio das minhas preocupações, mais ingênuas e mais próximas, os rumos que daria a esta pesquisa. A partir delas foi que iniciei a pesquisa, propriamente dita.

## 1.2.SOBRE ESTA PESQUISA

O interesse inicial nessa investigação foi inspirado no trabalho de Barbosa (2001a), cuja pesquisa consistiu em analisar as concepções dos licenciandos em Matemática da UNESP – Rio Claro sobre o que entendiam por Matemática, Educação Matemática e Modelagem Matemática, e se essas concepções se modificaram após os participantes, de sua pesquisa, se envolverem em um programa de formação especial em Modelagem Matemática. Assim, passados 16 anos da defesa e publicação de sua tese, procurou-se, aqui, delinear o perfil atual do professor que ensina Matemática, no que diz respeito à presença (ou ausência) da Modelagem Matemática na sua formação profissional, e assim, na sua prática docente.

Ressalta-se a opção pela Modelagem Matemática, pois, como defende Barbosa (2001a), a Modelagem Matemática, no contexto da Educação Matemática, constitui-se um ambiente de aprendizagem que propicia o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos numa perspectiva sócio-crítica. Assim, acredita-se ser uma proposta enriquecedora, não apenas no que diz respeito ao processo de ensino-aprendizagem, mas também de formação social, visto que trabalha com situações que os alunos vivem diariamente.

De acordo com Machado (2017), devido ao alto grau de abstração, que é inerente à Matemática, principalmente, no tocante à aprendizagem de certos temas, nos variados níveis educacionais, muitos dos sujeitos que se envolvem (estudantes e professores) com a

Matemática criam rejeição ou apresentam dificuldades de entendimento e de compartilhamento das ideias essenciais à essa área do conhecimento.

O resultado são práticas de ensino arcaicas e dissonantes da realidade dos estudantes, bem como uma aprendizagem discente artificial e frágil, em geral obtida a partir de tentativas de “transmissão de conhecimento” ou regras e algoritmos. Em suma, a maioria dos estudantes, diante desse quadro, tem rejeitado e se desmotivado, com o tempo, de seguir as propostas de seu professor. Para Machado (2017), ocorre um desencantamento com a Matemática, mesmo o estudante tendo ciência de que esta disciplina pode prover-lhe de ferramentas para resolução de vários problemas em seu cotidiano.

Em suma, os professores podem estar atuando, após a sua graduação em Matemática e, ao se afastarem do meio acadêmico, desconhecendo novas propostas de ensino e de aprendizagem que promovam ambientes em que o professor aja de forma a reverter esse quadro. A esse respeito, a BNCC – Base Nacional Comum Curricular – traz orientações quanto à utilização de metodologias alternativas de ensino e de aprendizagem e de novas tecnologias à disposição do ensino e da aprendizagem (BRASIL, 2016).

Existem várias propostas para superar tal desencantamento com a Matemática. Exemplos disso são projetos mediados por um professor de Matemática, que orienta seus estudantes a investigarem temas, modelá-los, apresentar seus resultados em seminários, ou seja, um professor que busca transgredir o *status quo* ou atuar de forma *insubordinada e criativa*, conforme nos esclarece Lopes e D’Ambrósio (2016).

Nesse artigo, que, também, inspira essa temática de investigação no mestrado, as autoras narram como os professores de Matemática podem contrapor-se a um currículo engessado, às práticas enfadonhas de sala de aula – em que o professor domina a fala e os estudantes, em silêncio, reproduzem exercícios, desconectados de sua realidade social e cultural – e favorecer a aprendizagem significativa, por meio de projetos e cenários para investigação, como proposto por Skovsmose (2000).

Nesse contexto, delimita-se o tema de pesquisa, a investigar qual o lugar da Modelagem Matemática na formação do professor de Matemática e que lugar passa a ocupar na futura prática do professor que toma contato com ela, levando em conta suas experiências acerca do que entende por Matemática, Modelagem Matemática e Ensino de Matemática.

Quando se questiona o lugar da Modelagem Matemática na formação do professor de Matemática, não se faz no sentido de ter ou não uma disciplina que trate, especificamente, sobre Modelagem. A intenção é questionar sobre a relevância de se ter um lugar, no currículo dos cursos de formação de professores, para se discutir, aprender, ensinar e praticar Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

Contudo, acredita-se necessário tornar claro o propósito, também, do emprego do termo ‘futura prática do professor’. Quanto a isso, considera-se a perspectiva de, se a discussão, a partir do espaço ocupado pela Modelagem, tem o ‘poder’ de influenciar a opinião dos professores quanto à possibilidade de usarem essa proposta em suas aulas, quando professores. Ou seja, ‘futuras práticas’ ganha sentido de expectativa. Sendo assim, quando utilizada esta expressão, será no sentido apresentado neste parágrafo.

Diante do exposto, esta pesquisa faz-se relevante, pois, por seu intermédio, pretende-se disponibilizar à comunidade acadêmica diretrizes para orientar a formação de professores para atuarem com/por meio da Modelagem Matemática em suas salas de aula. Essas diretrizes se materializam no produto educacional, que se constitui da sugestão de um programa de formação em Modelagem Matemática, e de como adaptá-lo de forma a considerar as experiências e expectativas dos professores em formação e o meio em que estão inseridos.

Esta proposta de pesquisa surgiu a partir de um projeto delineado anteriormente, onde se intencionava observar a prática de um professor que trabalha no sentido de promover ambientes de investigação através do uso da Modelagem Matemática. Durante a busca pelo referencial teórico, especificamente no que diz respeito à Modelagem Matemática, no contexto da Educação Matemática, surgiram vários questionamentos sobre a não utilização desta proposta, sobre a viabilidade do seu emprego, visto as particularidades que lhe são inerentes e que existem muitos relatos de experiência sobre ações de modelagem.

Ao serem questionados, informalmente, colegas docentes afirmaram, em sua grande maioria, que a Modelagem é um processo ligado à Matemática Aplicada e que não veem aplicabilidade nas salas de aula da educação básica; outros, ainda, afirmaram desconhecer a proposta e justificam assim a não utilização desta proposta em suas salas de aula. Os que nunca tiveram contato com a Modelagem durante sua formação acadêmica, afirmaram que não a conheciam nem no contexto da Educação Matemática nem no contexto da Matemática Aplicada, mesmo identificando uma forte ligação entre este termo e a área da Matemática Aplicada.

Assim, decidiu-se dar continuidade a pesquisa adentrando em outros questionamentos que não os iniciais, sobre a prática do professor que se utiliza da Modelagem em sala de aula, mas sim como convidar este professor para que este possa desenvolver sua prática profissional de forma a proporcionar um ambiente de investigação por meio da proposta da Modelagem Matemática, e que impressões essas experiências acadêmicas, e também as pessoais, podem refletir sobre suas futuras práticas.

Como dito anteriormente, muito se fala da má formação do professor no Brasil, dos baixos salários, da falta de motivação docente para empreender novas práticas, inclusive porque esse profissional é mal remunerado e deve ficar em várias escolas para ter um salário digno. Nesse sentido, essa pesquisa busca oferecer aos professores a experiência de um ambiente de investigação com a Modelagem Matemática e a oportunidade de debater as implicações de utilizá-la em sua prática, no contexto escolar atual de forma a motivá-lo no desenvolvimento desta proposta, e, conseqüentemente, em relação à sua própria formação.

Assim, temos como Pergunta Diretriz de pesquisa:

**O que deve oferecer um curso de formação de professores em Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática de forma a influenciar, positivamente, as práticas docentes dos participantes?**

Para responder a pergunta de pesquisa, definiu-se como objetivo geral, observar, descrever, comparar e compreender como professores de Matemática concebem Modelagem em suas futuras práticas de ensino, buscando identificar relações com suas experiências e concepções de Matemática e Ensino, no contexto da disciplina de Modelagem Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Como objetivos específicos, tem-se:

- (i) Descrever e compreender as concepções de licenciandos/licenciados em relação à Matemática e seu ensino;
- (ii) Descrever, interpretar e discutir as experiências pessoais com a Matemática e, particularmente, com a Modelagem, relatadas por estes sujeitos antes e após envolverem-se em um curso de formação especial em Modelagem Matemática, bem como observar, discriminar e entender esse envolvimento;

(iii) Produzir um produto educacional que atenda aos anseios da comunidade acadêmica e sirva de subsídio para a formação de professores no que diz respeito à Modelagem, e para a prática do futuro professor de Matemática que pretenda atuar neste contexto.

### 1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

No capítulo 1 foi descrita a trajetória da autora desta pesquisa, e como essa trajetória influenciou esta pesquisa. Também neste capítulo foi apresentada a problemática de pesquisa, seus objetivos e a pergunta diretriz.

A metodologia empregada nesta pesquisa é explicitada no capítulo 2. Neste capítulo foram tecidos detalhes sobre a perspectiva metodológica, os procedimentos e instrumentos metodológicos utilizados, ou seja, como se fez para atingir os objetivos apresentados neste capítulo introdutório.

No capítulo 3 será apresentada a pesquisa piloto que justifica e dá o primeiro formato ao que será descrito nos capítulos seguintes.

No capítulo 4, foram discutidas as perspectivas teóricas a respeito da Modelagem, por meio da revisão de literatura. Nele se busca apresentar quais são as concepções dos pesquisadores que realizam pesquisas nessa área, bem como as concepções da autora desta pesquisa sobre a Modelagem, e sua relação com a formação de professores, fundamentando, assim, teoricamente este trabalho.

O capítulo 5 trata do produto educacional. Neste capítulo é enfatizada a relevância da criação de um produto educacional dentro de um programa de mestrado profissional, e é definido em que este se constitui. Também é nesta parte do texto que se descreve o produto desta pesquisa e o seu processo de elaboração.

No Capítulo 6 apresentam-se os sujeitos envolvidos na presente pesquisa, assim como o cenário em que ela foi desenvolvida, sob a forma de narrativa, aula a aula. Desta forma, são descritas as atividades realizadas e as discussões que surgiram durante a pesquisa de campo na fase de produção de dados.

No Capítulo 7 são apresentados e discutidos os dados coletados durante e após a pesquisa de campo – a disciplina de Modelagem Matemática. Em seguida, no Capítulo 8, são feitas as considerações finais referentes a esse trabalho.

Adiante se apresentam as Referências utilizadas, seguidas dos Apêndices de A à F e dos Anexos de A à C, que apresentam o cronograma da disciplina, objeto de estudo desta pesquisa, bem como questionários e material produzido nos encontros pelos professores-colaboradores.



## 2. PERCURSOS METODOLÓGICOS

Inicialmente, surgiu o incômodo. Depois surgiram os problemas e questionamentos. Mas como encontrar uma resposta, uma solução? A busca por respostas a esses questionamentos ocorreu em duas etapas, que serão esmiuçadas mais adiante. A saber: a pesquisa piloto – etapa inicial, através da qual se buscou conhecer a relação do professor que ensina Matemática com a Modelagem Matemática em sua formação; e, a pesquisa de campo – etapa em que se desenvolveu a pesquisa, já definido o produto educacional – uma proposta formativa para professores em Modelagem – com o intento de buscar formas de superar as queixas apontadas pelos professores que participaram da pesquisa piloto a respeito do tema tratado nessa pesquisa.

No início desta pesquisa, não se sabia ainda que metodologia melhor se adequaria aos seus objetivos. Esta foi definida após a análise dos dados da pesquisa piloto e definição do produto educacional. Assim, inicialmente, ainda que não se tivesse definido uma metodologia, sabia-se que esta seria uma pesquisa qualitativa.

### 2.1.PESQUISA QUALITATIVA

A realização desta pesquisa está intimamente relacionada ao ambiente onde ocorre o fenômeno sobre o qual se debruça – a formação de professores – e aos sujeitos dessa ação – os professores. O fato de esta pesquisa ter sido direcionada aos professores, considerando toda a complexidade que envolve uma formação efetiva e satisfatória, e o seu envolvimento com esta formação, bem como o ambiente na qual se desenvolve, optamos por uma abordagem qualitativa (D'AMBROSIO, 2012).

No tocante à pesquisa com abordagem qualitativa, Goldenberg (1997) aborda que:

(...) a pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas sim com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização etc. Os pesquisadores que adotam a abordagem qualitativa se opõem ao pressuposto que defende um modelo único de pesquisa para todas as ciências, já que as ciências sociais têm sua especificidade, o que pressupõe uma metodologia própria. Assim, os pesquisadores qualitativos recusam o modelo positivista aplicado ao estudo da vida social, uma vez que o pesquisador não pode fazer julgamentos nem permitir que seus preconceitos e crenças contaminem a pesquisa. (GOLDENBERG, 1997, p. 27)

Para Gerhardt e Silveira (2009), a abordagem qualitativa tem como foco os aspectos de uma determinada realidade que não se pode quantificar, e busca compreender e explicar a dinâmica das relações sociais estabelecidas em um grupo ou organização. Nesse sentido, Minayo (2001) destaca que:

(...) a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (MINAYO, 2001, p. 32).

Assim, esta pesquisa busca a compreensão a respeito do que pode estar afastando a Modelagem da prática dos professores, através dos motivos apontados pelos participantes da pesquisa piloto – dados estes que não é possível quantificar – o que faz com que este trabalho assuma características qualitativas.

D'Ambrosio (in BORBA; ARAÚJO, 2006, p.19), ao referir-se à pesquisa qualitativa, afirma que, no seu entender, esta “é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discurso e narrativas que estariam silenciosas.”.

Existem várias metodologias de pesquisa qualitativa, e não se conseguiu defini-la a priori. Na fase inicial de coleta de dados caracterizou-se esta investigação como Estudo de Caso. De fato, esta pesquisa se debruça sobre um caso – um curso de formação de professores em Modelagem, que é um caso particular, assim como o grupo envolvido neste trabalho.

Sobre a metodologia de Estudo de Caso, Gil (2009, p. 54) afirma que esta consiste no “estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, com contornos claramente definidos, permitindo seu amplo e detalhado conhecimento”. Fiorentini e Lorenzato (2006) consideram que esta é uma metodologia que se baseia na análise da realidade, retratada de forma minuciosa.

Um Estudo de Caso, como aponta André (1984), é

(...) uma investigação que toma como base o desenvolvimento de um conhecimento ideográfico, isto é, que enfatiza a compressão dos eventos particulares (casos). O “caso” é assim um “sistema delimitado”, algo como uma instituição, um currículo, um grupo, uma pessoa (professor, p. ex), cada qual, tratado como entidade única, singular. (ANDRÉ, 1984, p. 52)

De acordo com Yin (2001, p.32): “o Estudo de Caso é uma investigação empírica de um fenômeno contemporâneo dentro de um contexto da vida real, sendo que os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos”. Yin (2001) enfatiza ser a estratégia mais escolhida quando é preciso responder a questões do tipo “como” e “por quê” e quando o pesquisador possui pouco controle sobre os eventos pesquisados.

Bruney, Herman e Schoutheete (in DUARTE; BARROS, 2006, p. 216) definem Estudo de Caso como “análise intensiva, empreendida numa única ou em algumas organizações reais.” Para eles, o Estudo de Caso reúne, tanto quanto possível, informações numerosas e detalhadas para apreender a totalidade de uma situação.

Enumeram ainda quatro características do método de Estudo de Caso:

- Particularismo: o estudo se concentra em uma situação, acontecimento, programa ou fenômeno particular, proporcionando assim uma excelente via de análise prática de problemas da vida real;
- Descrição: o resultado final consiste na descrição detalhada de um assunto submetido à indagação;
- Explicação: o Estudo de Caso ajuda a compreender aquilo que se submete à análise, formando parte de seus objetivos a obtenção de novas interpretações e perspectivas, assim como o descobrimento de novos significados e visões antes despercebidas;
- Indução: a maioria dos estudos de caso utiliza o raciocínio indutivo segundo o qual os princípios e generalizações emergem da análise dos dados particulares. Em muitas ocasiões, mais que verificar hipóteses formuladas, o Estudo de Caso pretende descobrir novas relações entre elementos.

Portanto, os estudos de caso não buscam a generalização de seus resultados, mas sim a compreensão e interpretação mais profunda dos fatos e fenômenos específicos. Embora não possam ser generalizados, os resultados obtidos devem possibilitar a disseminação do

conhecimento, por meio de possíveis generalizações ou proposições teóricas que podem surgir do estudo (YIN, 2001).

De acordo com Yin (2001) Estudo de Caso utiliza para produção de dados, fontes distintas de informação, quais sejam: (i) documentos (diário do professor, diário do pesquisador), (ii) registros do professor e materiais produzidos pelo mesmo, (iii) entrevistas semiestruturadas com o professor, observação direta das aulas e observação participante.

A metodologia de Estudo de Caso se adéqua aos propósitos dessa pesquisa, pois esta, intenta contemplar as quatro características apontadas: particularismo, descrição, explicação e indução. Porém, nesse método de pesquisa, não pode haver interferência por parte do pesquisador, que deve se encarregar de observar, registrar, colher dados, e analisar esses dados. O pesquisador, nesse caso, se torna um sujeito externo à pesquisa. E isso vai no sentido oposto aos passos pensados rumo aos objetivos traçados.

Nesta pesquisa, além de intentar esta análise criteriosa do cenário pesquisado, pretende-se “mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.112). Isso faz com que esta investigação ganhe aspectos que fazem com que possa ser considerada uma Pesquisa-Ação.

## 2.2.PESQUISA-AÇÃO COLABORATIVA

Thiollent (2005) define Pesquisa-Ação como um tipo de pesquisa que se apoia em experiências e, se caracteriza pela realização de uma ação ou na resolução de um problema de um determinado grupo, no qual estão envolvidos pesquisadores e os participantes. Ainda segundo este autor:

Um dos principais objetivos dessas propostas consiste em dar aos pesquisadores e grupos de participantes os meios de se tornarem capazes de responder com maior eficiência aos problemas da situação em que vivem, em particular sob forma de diretrizes de ação transformadora. (THIOLLENT, 2005, p. 10).

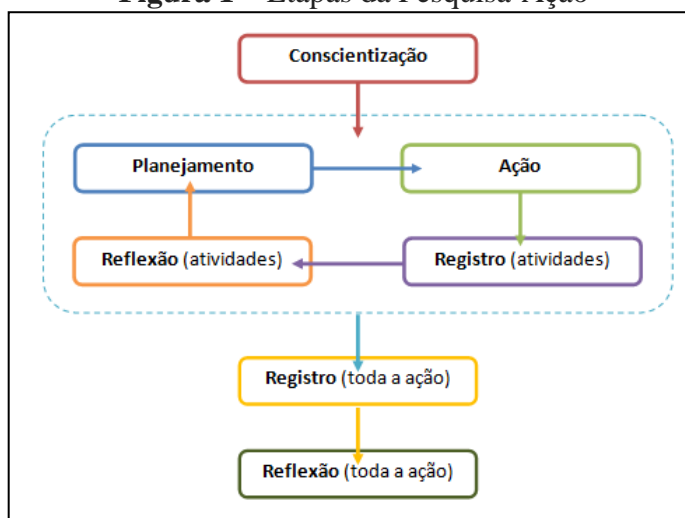
Ainda considerando a Pesquisa-Ação, Barbier (2007) expõe que este tipo de pesquisa “pertence por excelência à categoria da formação, quer dizer, um processo de criação de

formas simbólicas interiorizadas, estimulado pelo sentido do desenvolvimento do potencial humano” (BARBIER, 2007, p.19).

A Pesquisa-Ação é uma metodologia de pesquisa caracteristicamente espiral. A esse respeito, Barbier (2007) aponta que quando da etapa de reflexão sobre a ação desenvolvida, pode-se retornar a etapa de planejamento e refazer a ação, o que leva novamente a etapa de reflexão, o que pode se suceder quantas vezes for necessário. A autora considera ainda este um processo duplamente espiral, visto que a etapa da ação ocorre o fenômeno espiral, que também ocorre em relação à pesquisa-ação como um todo.

De acordo com os referenciais teóricos, sobre Pesquisa-Ação, definiram-se as etapas de trabalho de acordo com esta metodologia, de forma a adaptá-la à situação e ao tempo disponível para desenvolver esta pesquisa. O esquema abaixo ilustra este processo, apresentando as etapas a serem consideradas neste trabalho.

**Figura 1 – Etapas da Pesquisa-Ação**



Fonte: Dados da autora.

- **Conscientização**

A etapa inicial, chamada, aqui, de conscientização, diz respeito à tomada de consciência, por parte do pesquisador, do problema sobre o qual se pretende debruçar em busca de uma solução. Esse problema pode ter sido percebido através de um período de

observação e reflexão. No caso desta pesquisa, foi observado ao longo da formação da pesquisadora, e o período de reflexão se deu ao início deste trabalho.

Esta conscientização se deu pela percepção de algumas situações problemáticas, como, por exemplo, a desmotivação dos professores em implementar novas metodologias para o ensino de Matemática, a passividade dos estudantes em sala de aula e o não cumprimento de suas tarefas escolares. Após a detecção dessas situações é preciso refletir sobre os fatores que as desencadearam, de forma que o pesquisador possa estabelecer o foco da sua ação, e assim planejá-la para que esta, alcance seus objetivos, modificando positivamente o cenário anterior.

Nesta fase deve ocorrer o primeiro contato com o grupo que fará parte da pesquisa. É importante conhecer as expectativas dos colaboradores, no caso deste trabalho, as expectativas dos professores que se envolveram na formação proposta. Os resultados da pesquisa piloto já deram apontamentos iniciais, que foram confirmados pelos participantes da segunda etapa da pesquisa, que, não necessariamente, fizeram parte da primeira.

Este também é o momento em que se estabelece um quadro teórico sobre o tema, através da revisão de literatura, permitindo planejar as fases seguintes, de acordo com o que já foi feito em relação à questão abordada. Assim, podem ser estabelecidos os objetivos da ação que será planejada na etapa seguinte.

- **Planejamento**

Conhecidas as situações problemáticas, definido o foco da ação e seus objetivos, inicia-se o planejamento das ações que serão realizadas na próxima etapa. É importante que haja o envolvimento de todos os participantes no desenvolvimento dessas ações. Ora, se as ações são voltadas a solucionar uma questão relativa ao professor, este deve participar ativamente de tal ação. Ele será quem avalia as ações de modo que, se as ações não surtirem o resultado esperado, podem refletir junto ao pesquisador sobre formas de intervir na ação realizada, modificando-a e reimplementando-a.

- **Ação**

Este é o momento em que se realiza, de fato, a ação, concentrada na segunda fase desta pesquisa. Esta ação se constitui na formação em Modelagem Matemática. Na realização de cada atividade aplicada – encontro formativo – pode-se avaliar, analisar e interpretar o andamento das ações e, se necessário, replanejar o processo, e repetir, assim os passos seguintes até que se chegue ao resultado esperado.

- **Registro**

Os registros das ações ocorrem ao mesmo tempo em que as ações são realizadas. Para esses registros podem ser utilizados gravações de áudio e vídeo, diários de campo, bem como quaisquer materiais produzidos durante a formação. Estes materiais servem a reflexão a respeito da ação, como um todo – no que diz respeito a este trabalho, o curso de formação em Modelagem Matemática – que ocorrerá ao final da ação. Assim, é importante acompanhar cada detalhe e registrá-los de forma que se tenha o melhor acervo de dados possível.

- **Reflexão**

O processo de Pesquisa-Ação requer que haja reflexão sobre cada ação realizada. Nesta pesquisa, isso ocorreu em cada encontro formativo. Porém, com vistas à elaboração da versão final do produto educacional, foi decidido que, ao final da formação proposta fosse feita uma reflexão sobre todas as ações realizadas, de forma mais abrangente e geral.

## 2.3. A PRODUÇÃO E O REGISTRO DOS DADOS

A produção e a coleta ocorreram desde a elaboração da pesquisa piloto, até o término da pesquisa de campo. Estes dados foram coletados por meio de vários procedimentos metodológicos: aplicação de questionários, análise documental, observação e gravação de áudios. Estas técnicas de produção e registro de dados são descritas a seguir, de forma a evidenciar sua relevância em cada etapa desta pesquisa.

### 2.3.1. Questionário

Em dois momentos durante esta pesquisa utilizou-se questionários como técnica de coleta de dados. O primeiro momento foi na fase inicial desta investigação, quando foi realizada a pesquisa piloto, para conhecer o perfil dos professores, quanto à sua formação em Modelagem; e ao final da pesquisa de campo, como forma de avaliar o trabalho desenvolvido junto aos professores-colaboradores desta perquirição. São denominados professores-colaboradores os participantes da segunda fase desta pesquisa, que serão apresentados mais adiante. Receberam essa legenda pelo fato de serem, de fato, professores e colaboradores nesta etapa.

Sobre a opção pelo uso do questionário neste estudo, entende-se que:

[...] os questionários podem servir como uma fonte complementar de informações, sobretudo na fase inicial e exploratória da pesquisa. Além disso, eles podem ajudar a caracterizar e a descrever os sujeitos do estudo, destacando algumas variáveis como idade, sexo, estado civil, número semanal de horas-aula do professor, matérias ou temas preferidos etc. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, P. 117)

Gil (2009, p. 128) argumenta que os questionários devem ser utilizados quando o objetivo consiste no “conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc.”. neste sentido, buscou-se conhecer as expectativas, aspirações e interesses dos professores quanto ao que esperavam da formação proposta, suas expectativas quanto a incorporar a Modelagem em suas práticas.



### 2.3.2. Observação

A observação foi a principal técnica para a coleta de dados nessa pesquisa. Este procedimento foi realizado durante toda a segunda etapa – a pesquisa de campo, que durou um semestre letivo (março a julho de 2018). Segundo Gerhardt e Silveira (2009) a observação

É uma técnica que faz uso dos sentidos para a apreensão de determinados aspectos da realidade. Ela consiste em ver, ouvir e examinar os fatos, os fenômenos que se pretende investigar. A técnica da observação desempenha importante papel no contexto da descoberta e obriga o investigador a ter um contato mais próximo com o objeto de estudo. (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 74)

Nesta pesquisa empregou-se a observação participante. Neste tipo de observação o observador se integra à população pesquisada – neste caso, a dos professores de matemática, na segunda etapa da pesquisa, no desenvolvimento do produto educacional. Barbier (2007) a toma como principal mecanismo de pesquisa e a denomina observação participante predominantemente existencial (OPE). E afirma ainda que a atitude inicial de sua utilização é a aceitação do pesquisador pelo grupo e a confiança que este grupo cria na figura do pesquisador. A aceitação da pesquisadora neste grupo se deu sem esforço. Ora, sendo membro do corpo discente do programa que oferta a disciplina em questão, professora de matemática, assim como os demais, foram fatores de familiaridade que favoreceram a aproximação.

As observações, realizadas na segunda etapa desta pesquisa de mestrado, geraram um diário de campo onde se pôde tomar nota de diálogos, descrever pessoas e situações, enfim, todos os fatos observados. Sobre este recurso, Fiorentini e Lorenzato (2006) afirmam que existem duas possibilidades: podem ser descritivos ou interpretativos. Podem tender a descrever o cenário, os sujeitos e as situações, ou podem evidenciar a impressão pessoal do pesquisador sobre os acontecimentos, pessoas e ambiente.

Por acreditar que descrever, puramente, uma situação, onde ocorreu e quem se envolveu, livre de interpretações, não era suficiente para a referida pesquisa; e por acreditar que basear uma pesquisa considerando apenas as impressões pessoais do pesquisador seja pouco racional, a construção do diário de campo, referente a esta pesquisa buscou, inicialmente, descrever fatos, pessoas e cenários, e, posteriormente, fazer uma análise interpretativa de cada situação.

A organização de um diário de campo, mesmo sendo um processo imediato ao acontecimento, pode deixar escapar algum detalhe, enquanto o pesquisador toma notas. Assim, neste período de observação, a pesquisa contou ainda com a gravação de áudio, mais um recurso para possibilitar posterior verificação das anotações – se algo escapou à atenção ou se o que foi anotado realmente tem relevância para a pesquisa.

Com os dados coletados e produzidos durante as observações, foram redigidos relatórios, aula a aula, que serão apresentados, de forma sucinta, no capítulo 6, como forma de situar o leitor no cenário desta pesquisa.

### **2.3.3. Documentos**

A análise documental foi admitida como uma fonte importante de dados. Tratamos como documentos todos os materiais produzidos pelos professores-colaboradores durante a segunda etapa desta pesquisa. Sobre a análise documental Fonseca (2002) fala que, diferente da análise bibliográfica, que geralmente é realizada a partir de livros e artigos científicos, é realizada de forma mais abrangente, a partir de registros diversos.

### 3. O ESTUDO PILOTO

Há tempos discute-se a formação de professores (LINARDI, 2006; CARNEIRO, 2012) quanto à estrutura curricular dos cursos de Licenciatura, no tocante a relação entre teoria e prática, ao emprego de metodologias de ensino, entre outras muitas questões com relevância nesse âmbito de discussão. Entretanto, esta pesquisa se debruça, especificamente, no que diz respeito à formação dos professores que ensinam Matemática. Assim, neste estudo inicial, buscou-se abranger não apenas os licenciados em Matemática, mas também os bacharéis em Matemática e os pedagogos que se dedicam ao ensino da Matemática.

A profissão docente já foi posição de destaque na sociedade. Esta era uma profissão vista como imprescindível ao desenvolvimento social, considerando que os educadores eram os que detinham o poder de compartilhar o conhecimento e formar os cidadãos do/para o futuro. Na visão de Nóvoa (2009), a preocupação com o futuro continua a cargo desses educadores que não mais carregam o prestígio de outrora. Tal desprestígio parte, muitas vezes, do próprio docente, descontente com sua formação, com sua remuneração, e com as condições de trabalho, por exemplo.

Na contemporaneidade, a sociedade vivencia outra dinâmica, com novos costumes e hábitos. Os *smartphones*, e aparelhos com acesso à internet, são exemplos de ferramentas que se incorporaram às atividades diárias das pessoas e que fazem parte dessa mudança de hábitos e costumes. Essas ferramentas também podem auxiliar e facilitar inúmeras ações pedagógicas, assim como propostas desenvolvidas ao longo do tempo, como a Modelagem. Assim, o professor deve acompanhar tais mudanças, de forma a incorporá-las à sua prática.

A partir desse discurso – descontentamento quanto à profissão docente *versus* adequação da prática aos novos hábitos e costumes –, cresce a ‘preocupação’ dos órgãos responsáveis pela educação com a formação desse professor, que se pretende tão qualificado, no tocante à sua formação inicial e continuada. São vários os programas de formação disponíveis, porém não se vê efetivamente o caráter formativo destes. Tais programas de formação tendem mais a servir de certificação burocrática que agrega valor ao currículo de quem se submete a eles, do que propriamente na qualificação profissional e expansão dos seus conhecimentos (NÓVOA, 2009; TARDIF, 2010).

A presente dissertação se encaminha, então, no sentido de compreender, repensar e estruturar uma proposta de formação para professores que ensinam matemática, através de

suas experiências e concepções prévias de Matemática, Educação Matemática, Modelagem Matemática, e de suas expectativas.

Ao realizar este estudo piloto, ainda não se tinha definido o produto educacional, porém sabia-se que seria algum produto voltado para a formação do professor com relação à Modelagem Matemática. Era preciso então, conhecer qual a relação do professor de Matemática com relação à Modelagem, para que, a partir daí, fosse possível agir no cerne do problema.

Neste intuito, este estudo piloto buscou traçar o perfil do professor que ensina Matemática, de forma a conhecer suas experiências e concepções com relação à Modelagem Matemática e, assim, pensar como interferir positivamente em sua formação e poder auxiliar o professor na problematização de cenários que promovam a aprendizagem da matemática.

Logo, este estudo se faz pertinente nessa pesquisa de mestrado a partir do momento em que seus resultados permitem pensar alternativas para que a Modelagem Matemática se faça mais presente nos cursos de formação de professores, e discuti-las de forma que essa presença seja produtiva, propiciando, futuramente àqueles que tiverem acesso aos seus resultados, o desenvolvimento de práticas baseadas nessas propostas.

Para a realização do estudo piloto o uso do questionário se fez importante, pois através dele foi possível conhecer, sob o olhar dos participantes desta pesquisa, qual lugar a Modelagem Matemática ocupa em sua formação, e conseqüentemente, como isso se reflete em sua prática profissional. É válido esclarecer que a amostra desta pesquisa é constituída por professores em formação inicial ou continuada e que esta é uma análise inicial, por meio da qual se orientaram as ações seguintes.

Com relação ao questionário aplicado nesta etapa da pesquisa utilizou-se um questionário estruturado do tipo aberto, para o qual convidamos os sujeitos da pesquisa piloto a respondê-lo – constituído de Licenciados em Matemática, com experiência docente ou não, de Bacharéis em Matemática e Pedagogos, que tenham experiência docente no Ensino de Matemática –, através de um formulário eletrônico do Google.

Este público foi definido levando em consideração a formação dos profissionais que atuam nas salas de aula de matemática. Assim, o questionário foi compartilhado, por e-mail, com colegas professores de matemática, e pediu-se que esses compartilhassem tal questionário com outros colegas seus, professores de matemática, de forma a atingir o maior número de respondentes, e com maior alcance geográfico possível.

O referido questionário teve como característica a preservação da identidade de todos os participantes, permitindo, assim, que tivessem maior liberdade de expressar suas opiniões sobre o tema investigado. Este sentimento de liberdade se deve ao fato de o respondente não estar na presença do pesquisador, e de o formulário poder ser respondido com calma. Isso propicia que ele possa expressar, sem intimidação, suas opiniões, sentimentos, expectativas, de forma simples e direta.

Seria possível analisar os currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática e as ementas das disciplinas que os compõe, por exemplo, e avaliar a presença ou ausência da Modelagem Matemática nos mesmos. Porém, como já foi explicitado, os participantes desta investigação são os professores que ensinam Matemática, logo não se limita a investigar os licenciados em Matemática, mas os graduados em outros cursos, que se dedicam ao ensino de Matemática.

Além disso, essa pesquisa acerca dos currículos dos cursos de graduação se constitui numa análise documental que responderia ao questionamento, do ponto de vista burocrático. Em contraponto, a utilização do questionário mostra uma perspectiva mais intimista e particular, através das contribuições dos sujeitos em formação (inicial ou continuada), o panorama da relação entre Modelagem Matemática e a formação de professores, que é o objeto de interesse no momento.

### 3.1.O QUE NOS REVELARAM OS DADOS DO ESTUDO PILOTO?

O questionário elaborado para esta fase da pesquisa (estudo piloto), constituído por doze questões, divididas em três categorias. Nas questões de 1 e 2, o respondente foi inquirido sobre sua formação acadêmica. Nas questões de 3 a 5, sobre sua atuação profissional. Nas questões de 6 a 12, intencionou-se conhecer o seu entendimento do que seja Matemática, Educação Matemática, Modelagem Matemática, de como percebem o ensino de Matemática no cenário atual e sobre a possibilidade de uso dessa metodologia em suas aulas. Esta terceira categoria constituiu-se apenas de questões abertas, visto que oferecem ao respondente liberdade de expressar sua opinião a respeito do que está sendo perguntado (GIL, 2009).

O quadro a seguir apresenta as questões do questionário, divididas nas categorias mencionadas anteriormente.

### Quadro 1 – Estrutura do questionário da Pesquisa Piloto

<ul style="list-style-type: none"><li>• Quanto à formação acadêmica:</li></ul>
<ol style="list-style-type: none"><li>1. Em qual instituição de Ensino Superior você concluiu sua graduação?</li><li>2. Qual o ano de conclusão da sua graduação?</li></ol>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Quanto ao exercício da profissão:</li></ul>
<ol style="list-style-type: none"><li>3. Há quanto tempo você exerce o magistério?</li><li>4. Você exerce sua profissão em quais níveis de escolaridade?</li><li>5. A instituição de ensino em que você trabalha é:</li></ol>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Entendimentos e experiências:</li></ul>
<ol style="list-style-type: none"><li>6. Qual motivo da sua escolha por ser professor de Matemática?</li><li>7. Para você, o que é Matemática?</li><li>8. E Educação Matemática?</li><li>9. De acordo com suas experiências, como você vê o ensino de Matemática?</li><li>10. O que você entende por Modelagem Matemática?</li><li>11. Durante sua formação, em qual (ais) ocasião (ões) você teve contato com a Modelagem Matemática?</li><li>12. Você utilizou, utiliza ou utilizaria Modelagem Matemática em suas aulas de Matemática? Por quê?</li></ol>

Fonte: a autora

Nessas condições, nesta primeira apuração de dados, nossa amostra se constitui de 24 participantes, atendendo as condições supracitadas. Os respondentes estão mencionados no texto através da identificação P1, P2, P3,..., P24, segundo a ordem de resposta ao questionário, reforçando, assim, seu anonimato.

Os questionários foram analisados de forma individual, ou seja, verificando as respostas de cada participante; e cruzando as respostas a diferentes questões, bem como o conjunto das respostas de todos os questionários. Recordar-se que estes sujeitos de pesquisa tiveram a sua identidade codificada pelo pesquisador, e foi feita uma análise dos questionários por questão. Assim, a seguir, expõem-se alguns dos dados apurados, os quais são considerados, por hora, mais relevantes.

### 3.1.1. Seção 1 – Quanto à formação acadêmica

Na primeira questão, buscou-se identificar em qual instituição o participante concluiu sua graduação. Obtivemos um variado número de instituições, dentre as quais a maior concentração está na região Sudeste, porém contamos com amostras das regiões Norte, Nordeste e Sul do Brasil, além de dois participantes do Peru. Logo, mesmo tendo disponível uma amostra pequena, quando comparada ao número de professores que ensinam Matemática existente no Brasil, temos uma amostra territorialmente abrangente. Ao considerar tal abrangência geográfica apresentada pela amostra, percebe-se um panorama de como tem se sucedido a formação de professores em várias regiões do país.

Quanto ao ano da conclusão da graduação pôde-se notar a presença de várias gerações de professores. Observou-se que 50% da amostra concluiu o curso nos últimos cinco anos. Também se incluem participantes com mais de vinte e cinco anos de conclusão do curso de graduação.

Ao cruzar as respostas obtidas nessa seção com as respostas à questão 11 – Durante sua formação, em qual (ais) ocasião (ões) você teve contato com a Modelagem? – notou-se que os professores que concluíram sua graduação nos últimos cinco anos tiveram contato com a Modelagem na sua formação inicial, através de disciplinas relacionadas à Educação Matemática ou Metodologias de Ensino. Os professores graduados a mais tempo alegaram que tiveram contato com o assunto apenas em sua formação continuada – pós-graduação e especialização – ou, quando tiveram contato com a modelagem em sua formação inicial, foi em disciplinas de matemática, caracterizando-a como aplicação.

Biembengut (2009) informa que a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática emergiu no Brasil, como campo de interesse e discussão, na década de 1970 e se consolidou no fim da década de 1990. Assim, pode-se dizer que todos os elementos dessa amostra, cursaram a graduação, quando já estava em pauta na academia o debate sobre Modelagem Matemática no ensino de Matemática. Porém, considerando os dados dessa amostra, a Modelagem esteve mais presente nos últimos cinco anos.

### 3.1.2. Seção 2 – Quanto ao exercício da profissão

Na questão 3, primeira dessa seção, analisou-se o tempo de exercício da profissão, considerando que este nem sempre se dá logo em seguida à conclusão da graduação. O exercício da profissão pode acontecer antes até mesmo do início da graduação ou então bem após sua conclusão.

Assim, atentou-se para o fato de que, os respondentes com mais de 10 anos de exercício da profissão docente afirmaram ter iniciado sua atividade profissional antes da conclusão do curso de graduação. Inferiu-se isso como uma experiência que contribui positivamente na formação do profissional indo ao encontro com o que defende Nóvoa (2009). Este sugere que para que a formação do professor seja eficaz é preciso um conjunto de ações, cuja principal seria a inclusão do docente em formação no contexto escolar, envolvendo-o com a dinâmica escolar, compartilhando saberes e experiências com os demais professores, e construindo a partir de suas próprias experiências seu saber profissional, não limitando sua formação aos saberes técnicos, mas proporcionando a este professor em formação, experienciar o ambiente escolar (NÓVOA, 2009).

Entende-se que quando Nóvoa (2009) se refere a esse conjunto de ações, não faz menção direta à inserção do licenciando no ambiente escolar formalmente, no sentido burocrático do exercício da profissão, como já profissional graduado, mas, talvez, como estagiário, respeitando as legalidades que lhes são inerentes.

Do total de participantes, quatro declararam ainda não terem exercido a profissão de professor. Mas um fato que se faz necessário destacar e que pode ser posto em discussão, com mais riqueza de argumentos, e em outra ocasião, é a análise das respostas do respondente P6 para as questões dessa seção. Quando indagado sobre o tempo de exercício da profissão, este participante responde da seguinte forma:

**P6:** Ainda não comecei. Só dou aulas particulares.

Para as demais questões, foram assinaladas Ensino Fundamental II como nível de escolaridade e Privada como Rede Administrativa, o que nos faz pensar se “aulas particulares”, mesmo não fazendo parte da educação formal institucionalizada, poderia ser considerada como experiência docente, contraposto a posição assumida pelo respondente em questão, que não considera esta uma experiência docente.



Ainda em relação às respostas a essa seção, pode-se ponderar, sobre os professores que já exercem a profissão terem suas respostas baseadas não apenas em sua experiência como discente, mas também em sua experiência docente, principalmente, no que se refere ao seu olhar sobre o ensino de Matemática e a utilização da Modelagem em suas aulas. Em contraste com essa perspectiva, se colocam aqueles que ainda não exerceram a profissão, os quais se acredita terem suas respostas baseadas em suas experiências discentes, quanto ao ensino de Matemática, e no que diz respeito ao uso da Modelagem Matemática em suas aulas, como expectativas, construídas a partir do que conhecem como Modelagem Matemática.

Dos vinte participantes que afirmaram ter experiência docente, o maior número destes atuam na Educação Básica, principalmente no Ensino Fundamental II e no Ensino Médio. Dentre os demais, quatro atuam no Ensino Fundamental I e três no Ensino Superior.

### **3.1.3. Seção 3 – Entendimentos e experiências**

Quando perguntados sobre a razão que os levaram a escolher a profissão de professor de Matemática, na questão de número 6, fica clara a dicotomia entre as respostas. Um grupo de respondentes baseia suas respostas no fato de terem habilidade com a Matemática e outro por terem apreço pela profissão. Alguns respondentes que são elementos da intercessão destes dois grupos, e afirmam terem combinado o gosto pelas duas áreas.

**P9:** Paixão pelo conteúdo.

**P11:** Tive a oportunidade de ser professor em uma escola de ensino integral e profissionalizante em que adorei ser aluno e então não mais parei.

**P17:** Sempre me identifiquei com o magistério e com matemática. Por isso decidi por esta área profissional, unindo as duas coisas.

O “ter habilidade com a Matemática” ou o “gostar da disciplina (Matemática)” remete à Matemática da Educação Básica, visto que provavelmente, antes da graduação, não tiveram contato com a Matemática Avançada, então, deduz-se que a Matemática que despertou o apreço desses professores ainda antes de sua formação profissional, se trata da Matemática que conheceram até o final do Ensino Médio.

Neste sentido, ao pensar nas respostas que se inclinam à simpatia pela profissão docente, acredita-se tratar do fato de ter existido alguém que tenha sido um bom exemplo, como professor ou professora, de matemática ou de alguma outra disciplina, ou alguma situação experienciada, que fez com que este sujeito se decidisse por essa profissão. Outros ainda assumiram ter escolhido essa profissão por entenderem que ela possui um caráter transformador na sociedade, e que a Matemática ainda é temida e encarada com dificuldade pelos estudantes.

Podemos notar essas impressões nas respostas a seguir, dadas ao item 6 do questionário.

**P6:** Por gostar muito da Matemática e entender que há muita dificuldade na sua aprendizagem.

**P7:** Por ter afinidade com a disciplina e considerá-la uma disciplina que pode ajudar a ensinar a cada aluno, aluno ou adulto, a ler melhor o mundo, possibilitando aos mesmos fazer uma leitura mais crítica de si mesmo e do mundo.

**P8:** O impacto que a profissão pode causar na sociedade.

**P11:** Tive a oportunidade de ser professor em uma escola de ensino integral e profissionalizante em que adorei ser aluno e não parei mais.

Em seguida, questionou-se a respeito do entendimento dos professores respondentes sobre o que é Matemática – questão 7. Alguns consideram esta, uma ciência, de maneira pura e dissociada dos acontecimentos do dia-a-dia, outros a consideram uma forma crítica de entender o mundo.

Numa análise mais particular no que se trata da sequência de respostas dadas por um mesmo participante da pesquisa, nota-se que aqueles que responderam a esta questão no sentido de considerar a Matemática uma ciência puramente abstrata, foram os mesmos que declararam como motivo da sua escolha pela profissão docente a forte identificação com a Matemática, e não necessariamente com o “ser professor”, com acreditar que a forma como se ensina, ter alguém para mediar o processo de ensino e aprendizagem que se preocupe com essa forma tal processo seja mais, ou tão importante quanto o que se está ensinando/aprendendo.

As respostas para a questão 8 convergem para o comum acordo de que Educação Matemática é uma ciência que se preocupa com o processo de ensino/ aprendizagem de

Matemática. De fato há várias perspectivas e definições do que seja Educação Matemática, como fizeram Carvalho (1991), Bicudo (1993) e Fiorentini & Lorenzato (2006), por exemplo, que mesmo mostrando olhares diferentes sobre essa questão concordam que, esta, se preocupa essencialmente com os processos de ensino/aprendizagem da matemática e tudo o que interfere neste processo direta e indiretamente.

Quando falamos sobre o ensino de Matemática, na questão 9, é unânime, entre os professores que responderam ao questionário, a opinião de que o ensino de Matemática sofre com vários problemas. São apontados problemas relativos aos livros didáticos, que são considerados pobres e arcaicos; ao currículo engessado, às práticas pedagógicas, que são tidas como mecânicas, descontextualizadas e desconectadas da realidade.

**P6:** A Matemática ensinada nas escolas não é a verdadeira matemática, cheia de significados. Acaba sendo uma série de algoritmos e fórmulas para memorizar. Os alunos não adquirem pensamento matemático.

Os respondentes assumem que os professores têm sua participação nesse insucesso do ensino da matemática, mas também apontam problemas com a formação do professor. Existem, também, vários apontamentos no que se refere à falta de interesse dos alunos por participarem das atividades das aulas de Matemática, bem como a dificuldade de aprendizagem apresentada pelos alunos nessa disciplina. É conhecida a relevância da discussão desses assuntos, e, também, que existem muitos trabalhos produzidos na direção de sugerir caminhos para solucionar estas questões. Nessa direção, vale destacar o comentário de um dos colaboradores dessa pesquisa:

**P8:** Vejo que existem muitos equívocos em relação a como e quais conteúdos devem ser apresentados. *Noto também que temos muitas pesquisas que auxiliam na melhora deste ensino, porém ficam distante da prática.*

Neste trecho fica claro que o professor conhece a existência de pesquisas que podem nortear a implementação de metodologias alternativas nas salas de aula de matemática. Porém, este critica o fato de que estes trabalhos não chegam com a eficácia esperada às mãos dos professores dos níveis de ensino aos quais tais pesquisas se direcionam.

No que se refere à questão 10, percebe-se a divisão de opiniões quanto ao pertencimento da Modelagem Matemática à Educação Matemática (como metodologia de ensino, ambiente de aprendizagem etc.) ou à Matemática Aplicada (como método de resolução de problemas por meio da linguagem Matemática).

Sobre o contato com a modelagem, inquirido na questão 11, já comentamos na seção 1 sua relação com a instituição e o ano de formação do professor. Fazendo uma análise desta questão, individualmente, do total da amostra, apenas três participantes alegaram nunca ter tido contato. Dos demais, que já tiveram algum tipo de contato com esse tema durante sua formação, a maioria se referiu à graduação como o lugar onde tiveram contato com a Modelagem. Destes, alguns afirmam já terem cursado disciplinas com essa temática, e ainda outros afirmam não se recordar ou não ter compreendido o que se pretendia abordar com tal disciplina.

Não ficou claro se o enfoque dessas disciplinas nos cursos de graduação, pelos quais passaram esses professores, era em Educação Matemática ou em Matemática Aplicada. Porém, analisando as questões 10 e 11, concomitantemente, pode-se notar que mesmo entre aqueles respondentes que afirmaram ter conhecido a Modelagem durante a graduação e que assumem que esta é uma metodologia de ensino, há uma forte tendência a relacionar o termo Modelagem Matemática à Matemática Aplicada.

Três participantes disseram ter tomando conhecimento sobre a Modelagem Matemática apenas na pós-graduação. Outros quatro, não especificaram em qual etapa da sua formação se deu este contato.

Dessa forma podemos chegar ao consenso de que a Modelagem Matemática é um termo comum no meio acadêmico de formação de professores de matemática, porém pouco enfatizado. Mais ainda quando se trata da Modelagem Matemática para o ensino de matemática.

Ao serem questionados, na questão 12, sobre a utilização da Modelagem Matemática nas suas aulas, os professores responderam, em sua maioria, positivamente, alegando ser esta uma forma de beneficiar o ensino de matemática. Porém, mesmo estes que responderam positivamente, manifestaram seu temor pela falta de experiência, formativa e/ou prática. Os que responderam de forma negativa, justificaram pela questão do currículo extenso, da falta de tempo para desenvolver tal metodologia, por não ter materiais de apoio e pela falta de experiência em relação ao desenvolvimento desta metodologia.

### 3.2.ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Por meio do estudo piloto, foi possível conhecer o olhar dos professores participantes, representantes de um grupo do qual sabemos serem um amostra, estatisticamente, reduzida considerando o universo, mas que nos sinalizou a grande importância de discutir, avaliar, sugerir e disseminar propostas que sirvam para o progresso da educação, em particular, neste trabalho, do ensino de Matemática. Acredita-se ser importante convidar os futuros professores e aqueles já em atividade a conhecer e discutir as possibilidades de implementação de propostas metodológicas.

Assim, defende-se a valência da Modelagem Matemática como “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001a, p. 31), como forma de contestar e transformar a realidade do ensino de matemática, discutido na questão 9 do questionário, que se apresenta tão infeliz.

Apesar de ser um tema presente nas discussões acadêmicas, suas propostas ainda são pouco implementadas, e são vários os motivos alegados pelos professores para que isso ocorra – respostas à questão 12. Então vale enfatizar a importância de desenvolver trabalhos com Modelagem, visto sua relevância no que diz respeito à formação do cidadão crítico, segundo a corrente da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2001). Nesse sentido a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2016, p. 221-222) também estabelece e recorda que a Matemática é necessária ao desenvolvimento do cidadão crítico e sugere que a Modelagem é um meio para que isso se concretize.

Contudo, acredita-se ser necessário que o professor seja apresentado a essa proposta, e também a outras metodologias, de forma a se sentir preparado a implementá-la, o que depende de se pensar e estruturar os cursos de formação de professores de tal maneira a propiciar as condições necessárias para que isso ocorra. Notou-se que mesmo aqueles respondentes que afirmaram seu contato com a Modelagem durante sua formação inicial, afirmaram que a modelagem é uma boa proposta metodológica para o ensino de matemática, porém não a utilizaria pelo fato de não saber como fazer, como desenvolver tal proposta.

A partir destas constatações sobre a formação do professor que ensina matemática, quanto à Modelagem Matemática, decidiu-se desenvolver um programa disciplinar voltado à Modelagem Matemática, de forma a contemplar os pontos apresentados pelos participantes

desta etapa da pesquisa: a formação, de forma a conhecer o assunto, mas que contemple a prática.

#### 4. O QUE DIZ A LITERATURA DA ÁREA?

Após a realização da pesquisa piloto, e antes de se estruturar o produto educacional, foi o momento da pesquisa em que se dedicou com maior afinco à revisão de literatura e à busca pelos referenciais teóricos. Agora que já estavam decididos os próximos passos, era necessário conhecer o que já se havia feito em relação à Modelagem na formação de professores, como foi feito, os resultados, para não incorrer na repetição de propostas já sugeridas, ou de particularidades que comprovadamente não surtiram os resultados esperados.

Esta pesquisa trata de dois temas que se constituem grandes áreas de interesse da Educação Matemática: Modelagem Matemática e Formação de Professores. Estas são tratadas em particular, como campos distintos, por apresentarem características próprias; porém, tendem a se relacionar quando tratam de assuntos com pontos em comum, assim como neste trabalho que se preocupa com a formação do profissional docente de matemática no que diz respeito a sua capacitação para implementar projetos de Modelagem e criar Cenários para Investigação.

Esta etapa, de exploração teórica, dedicou-se à busca por pesquisas que tratam transversalmente sobre esses dois temas, os quais trata essa investigação. Tanto Modelagem, quanto Formação de Professores, são assuntos extensos e amplamente abordados em grupos de pesquisas em Educação Matemática no Brasil. Assim, serão apresentadas, brevemente, tais pesquisas e seus resultados, buscados através do banco de dados da CAPES e da Biblioteca Nacional de Teses e Dissertações, bem como em periódicos e nos anais dos eventos de Educação Matemática – ENEM, SIPEM, EBRAPEM – e nos anais das últimas edições do EPMEM.

## 4.1. MODELAGEM MATEMÁTICA

### 4.1.1. Uma breve História

O termo Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática, segundo Biembengut (2009), teve seus primeiros registros nos EUA, por volta dos anos 1960, principalmente no que se refere aos trabalhos produzidos pelo *School Mathematics Study Group*. Este grupo foi criado em finais da década de 1950 com o intuito de se dedicar a reforma da Matemática escolar nos EUA. Isto ocorreu num momento em que o cenário mundial refletia as consequências do pós-guerra e do início da Guerra Fria. Detectou-se então, neste período, a necessidade urgente de reorganizar e inserir novos métodos de ensino da matemática, bem como atualizar os conteúdos ensinados.

Também são marcos históricos no que se refere à Modelagem no contexto da Educação Matemática trabalhos da *National Society for the Study of Education* e no *New Trends in Mathematics Teaching IV*. A partir de então começa, internacionalmente, a discussão sobre Modelagem Matemática e o seu papel na Educação Matemática.

De acordo com Biembengut (2009), o que deu impulso inicial às pesquisas acerca dessa temática, e a conseqüente formação de grupos de pesquisa, foi um movimento denominado “utilitarista”, que defendia o ensino da matemática no que se refere a sua utilidade para o desenvolvimento científico e social.

Ainda, de acordo com esta autora, a discussão sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, no Brasil, ocorreu através da colaboração de professores brasileiros, representantes nossos ante a comunidade internacional de Educação Matemática. Entre os nomes citados por Biembengut (2009), estão os de Ubiratan D’Ambrósio e Rodney Bassanezi, que são referências para grande parte dos trabalhos na área, assim como outros nomes fundamentais para fomentar e firmar o desenvolvimento da Modelagem como área de interesse de pesquisa dentro da Educação Matemática, como o de Aristides Barreto.

Durante sua estadia no exterior, D’Ambrósio tomou conhecimento, na década de 1960, mais precisamente, nos EUA, da formação de um programa que criava materiais com a finalidade de melhorar a aprendizagem da matemática no Ensino Superior, através de



módulos temáticos, os quais apresentavam características inerentes à Modelagem Matemática, mesmo que não assumindo, formalmente a intenção de seu uso.

Ao regressar para o Brasil, depois de toda experiência feita/vivida neste tempo fora do Brasil, e com o apoio de organizações internacionais, propôs a criação do programa de Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática na Unicamp, o qual deu origem a trabalhos em Modelagem. A seu convite, Aristides Barreto, foi palestrar nesta instituição a respeito da Modelagem Matemática. Barreto, com formação em Engenharia, praticava já em suas aulas, na PUC-RJ, as propostas de Modelagem. Foi na ocasião de sua palestra na Unicamp que Rodney Carlos Bassanezi, que já nutria interesse na área, sentiu-se ainda mais motivado a desenvolver pesquisas sobre Modelagem e incorporá-la à sua prática docente.

A partir de então, Bassanezi coordenou cursos, onde aplicava Modelagem como metodologia. Em 1982, coordena um curso de Pós-graduação na Universidade Estadual de Guarapuava – PR, onde sugere a utilização das propostas de Modelagem, o que foi aceito pelos participantes. Dessa forma, os estudantes buscariam na realidade local (através de visitas a empresas da cidade) levantar questões a serem investigadas. Em decorrência disso, surgiu o primeiro curso de Pós-graduação em Modelagem Matemática.

Sua produção bibliográfica tem sido adotada por vários cursos de graduação e pós-graduação em todo país. Sua obra tornou-se assim a mais referenciada em trabalhos sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática. Bassanezi é considerado o maior disseminador desta tendência da Educação Matemática.

Seguidos desses pesquisadores e de, ainda, outros, como João Frederico Mayer (Unicamp), Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani (BIEMBENGUT, 2009), surgiram vários pesquisadores – e, por conseguinte, pesquisas – em Modelagem Matemática. São nomes importantes nessa área os de Maria Salett Biembengut (FURB-SC), Marcelo de Carvalho Borba (UNESP), Jonei Cerqueira Barbosa (UEFS-BA), entre outros.

Em 2001, foi criado o GT10 da SBEM, Grupo de Trabalho de Modelagem Matemática, cuja missão é favorecer a discussão relativa à Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática com a colaboração dos pesquisadores brasileiros. As reuniões deste GT são trienais, e são realizadas durante os SIPEM – Seminários Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática, realizados pela SBEM.

Este Grupo de Trabalho tem importante participação em outros eventos, como o CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, que acontece bianualmente, sendo sua décima edição ocorrida em novembro de 2017, em Maringá – PR, além de participação no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Outro evento de destaque na área é Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, cuja última edição, de número oito, ocorreu a pouco, na cidade de Cascavel-PR, promovida pela SBEM-PR.

Internacionalmente, desde 1983, existe o grupo nomeado *The International Community of Teachers of Modelling and Applications (ICTMA)*, que recentemente incorporado ao ICMI – *International Commission on Mathematics Instruction*, teve seu nome alterado para *The International Study Group for Mathematical Modelling and Applications*. Assim como o GT10 da SBEM, o ICTMA tem como objetivo a discussão e articulação de ideias acerca da Modelagem no ensino de Matemática, porém em âmbito internacional.

O GT10 da SBEM tem participado ativamente deste evento, que acontece de dois em dois anos. Atualmente, um pesquisador brasileiro faz parte do Comitê Executivo do ICTMA, o que reforça os laços da comunidade brasileira com a comunidade internacional.

#### **4.1.2. Resultados De Pesquisas**

Antes do interesse por essa área, ou mesmo antes que se tivesse noção do que trata a Modelagem Matemática, outros já se dedicavam a questões que derivam de sua relação com a Educação Matemática. Historicamente, este tema despontou, no cenário internacional, na década de 1960 em decorrência do movimento utilitarista. No Brasil a discussão sobre este assunto emergiu na década seguinte – 1970 – e se consolidou como tendência da Educação Matemática no final da década de 1990 (BIEMBENGUT, 2009). Assim, desde os primeiros trabalhos neste âmbito, no Brasil até os mais recentes, se vão 40 anos de questionamentos e inquietações.

O termo MODELAGEM está fortemente relacionado à Matemática Aplicada. Com base nessa relação, Bassanezi (2016) a define como:

[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (Bassanezi, 2016, p.24)

Modelagem é um termo comum em várias áreas, no meio acadêmico e profissional. Geralmente vemos esse termo associado à Engenharia, Economia, Biologia, Química, e dentre várias outras áreas, a que conhecemos como Matemática Aplicada. Ora, é plausível que se faça a associação entre Modelagem Matemática e Matemática Aplicada, visto que as duas, grosso modo, se ocupam de propor soluções matemáticas a problemas diversos. Mas como relacionar Modelagem Matemática com Educação Matemática?

Quando se fala de Modelagem Matemática na Educação Matemática sente-se alguma resistência por parte dos professores em implementá-la em suas salas de aula. Essa resistência pode se causada por vários fatores, como o desconhecimento do professor quanto ao que seja Modelagem, a dificuldade de docentes e discentes frente a alguns conteúdos, a relação da carga horária com o cumprimento do currículo, como se dá o processo avaliativo frente a essa proposta de ensino com Modelagem, e ainda outras (SILVEIRA; CALDEIRA, 2012).

Em decorrência dessa tenacidade em relação à Modelagem, busca-se, através de pesquisas e análise na literatura, apresentar a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática como tendência desta, e descrever quem e onde se pesquisa nesta área, bem como analisar sua evolução no que diz respeito a pesquisas desenvolvidas até então.

Em vários momentos houve a necessidade de se conhecer o que estava sendo produzido pela comunidade acadêmica. Foram realizados vários levantamentos bibliográficos direcionados às produções em Modelagem Matemática, tanto abrangendo temas gerais quanto temas específicos (SILVEIRA, 2007; ARAÚJO, 2010; BIEMBENGUT, 2009) como sua relação com o currículo, sua aplicabilidade nas salas de aula de matemática dos diversos níveis de escolaridade, e na formação de professores.

Em sua dissertação, Silveira (2007) apresenta o estado da arte de pesquisas que versam sobre Modelagem e Formação de Professores realizadas entre 1987 e 2005. Dezesesseis textos, entre teses e dissertações trataram de alguma forma a respeito do tema. E dentre esses dezesseis, seis pesquisas relatam cursos de formação (disciplinas, matemáticas e específicas da licenciatura, na graduação; minicursos, cursos de extensão). Tais pesquisas, apontadas por

Silveira (2007) são as de Gavanski (1995), Barbosa (2001a), Luz (2003), Sthal (2003), Jacobini (2004) e Fidelis (2005).

Sobre esses trabalhos, este autor argumenta que é notável a defesa persistente em favor da Modelagem na Educação Matemática. Segundo ele, pesquisadores da área defendem que a Modelagem é uma proposta efetiva, que deve ser introduzida nos cursos de formação de professores e ser implementada na Educação Básica, sem considerar e apontar os fatores que podem dificultar desde a inserção desta proposta na formação dos professores até sua realização nas salas de aula de matemática da Educação Básica (SILVEIRA, 2007).

O levantamento feito por Silveira (2007) apresenta teses e dissertações defendidas até o ano 2005. Assim, nesta pesquisa, buscou-se nos bancos de teses e dissertações da CAPES, na Biblioteca Nacional de Teses e Dissertações, bem como se fez uma busca na Plataforma Lattes, a partir dos membros dos GT10 – Modelagem Matemática e GT07 – Formação de Professores, por pesquisas publicadas a partir de 2005. Dessa busca, foram levantados oitenta e dois trabalhos. Refinou-se esta pesquisa buscando por trabalhos em que as palavras-chave fossem modelagem matemática, formação de professores e educação matemática. Deste refinamento foram retornados oito resultados. Após leitura dos resumos dessas oito dissertações, selecionamos quatro trabalhos: Oliveira (2016), Mutti (2016), Tambarussi (2015) e Assis (2013).

Essas dissertações tratam da formação do professor em Modelagem Matemática, considerando diferentes perspectivas. Assis (2013) considerou três grupos na sua investigação: professores de matemática que já tiveram contato com a Modelagem, alunos de graduação, observados durante a realização de uma atividade de Modelagem, e, estudantes de graduação e por professores de Matemática que participaram de uma oficina de Modelagem. Estes responderam a questionários que inquiriam sobre sua percepção a respeito da Modelagem em sua formação e em suas práticas. Tambarussi (2015) pesquisou a prática de oito professores de matemática que participaram de uma formação que abordou a Modelagem Matemática. Mutti (2016) investigou a formação continuada de professores no contexto de um curso de extensão. E Oliveira (2016) fez uma análise da presença da Modelagem nos cursos de Licenciatura em Matemática nas universidades estaduais do Paraná.

Após a leitura de cada uma dessas dissertações, destacaram-se alguns pontos, considerados para a elaboração da próxima fase desta pesquisa. Estes são enumerados a seguir:

- Os participantes da pesquisa feita por Assis (2013) defendem a existência de disciplina específicas de Modelagem, a utilização da Modelagem como metodologia em disciplinas matemáticas na graduação, e a prática de Modelagem em disciplinas de cunho pedagógico e/ou em momentos de prática docente durante a formação inicial, em programas como o PIBID, por exemplo.
- Tambarussi (2015) aponta para a necessidade de propostas de formação diferenciadas daquelas já propostas e que contemple, de forma especial, a prática. Este apontamento é reforçado por Mutti (2016) que faz menção a queixa dos professores sobre o acompanhamento do trabalho do professor após a formação.
- Oliveira (2016) constata que, mesmo a Modelagem, no contexto da formação do professor, sendo discutida no meio acadêmico, ainda falta ações que possibilitem que os professores a utilizem em suas salas de aula. À esse respeito, Oliveira e Klüber (2017) defendem

[...] a necessidade de que as pesquisas sejam inseridas no processo da formação de professores, a fim de que possibilite formandos e formadores refletirem sobre a formação em Modelagem, levando em considerando suas especificidades, para que possam programá-la e, desenvolvê-la em sala de aula, de modo mais efetivo. (OLIVEIRA; KLÜBER, 2017, P. 184)

## 4.2.MODELAGEM MATEMÁTICA E PRÁTICAS DOCENTES

### 4.2.1. Como se faz Modelagem?

É de senso comum entre os matemáticos, tanto os ditos *puros* quanto os *aplicados*, e educadores matemáticos, que a matemática surgiu de problemas práticos, das necessidades reais do dia a dia do ser humano, de sua vontade de compreender o mundo e os fenômenos a sua volta. Assim, a Matemática se desenvolveu, ao longo dos séculos, através da problematização, análise e interpretação de fenômenos, a criação de um método de resolver o problema envolvendo tal fenômeno, e análise dessa solução. De acordo com Rosa (2005), estas são etapas de um processo de Modelagem, que será detalhado mais à frente.

Sobre a Modelagem Matemática, sabe-se de sua antiguidade, mas não se sabe precisar quando, nem em que situação surgiu. Evidências mostram que desde o Antigo Egito, por volta do século V a.C. , proprietários de terrenos às margens do Rio Nilo, prejudicados nos períodos de cheia, usavam noções de geometria plana para fazer a medição dos terrenos de forma que o valor pago em impostos, neste período, fosse proporcional à área não afetada pela enchente (SILVEIRA; FERREIRA; SILVA, 2013).

Conforme o exposto, podemos dizer que a Matemática se desenvolveu, ao longo da história, considerando o contexto sociocultural, através de modelos matemáticos desenvolvidos por pessoas (ou grupos) que ao se depararem com situações intrincadas buscavam métodos de resolvê-los. Dessa forma, para Biembengut e Hein (2003), o desenvolvimento da modelagem está intimamente relacionado com o desenvolvimento da Matemática, sendo uma tão antiga quanto a outra.

É comum ouvir sobre Modelagem Matemática dentro de um contexto profissional, onde áreas específicas a utilizam para resolver problemas pontuais. Exemplos disso estão presentes na Engenharia, quando, por exemplo, se quer construir o maior número de moradias de forma que sejam resistentes às intempéries climáticas de uma determinada região e que se tenha o menor gasto possível, ou na Economia, para decidir qual a melhor forma de repassar o aumento no preço de determinados produtos ao consumidor devido à inflação e a alta nos tributos, para o produtor, de forma que não diminua seu consumo. A presença técnica da Modelagem se mostra mais evidente, de acordo com Silveira, Ferreira e Silva (2013), com o surgimento da Matemática Aplicada, no início do século XX.

Profissionais graduados, ao fazerem referência à Modelagem, utilizam conhecimentos prévios de conceitos matemáticos que estariam presentes em seu campo de atuação. Porém, há estudos, como de Biembengut, Hein e Loss (2010, p. 225) apontam que “o ensino de matemática, [praticada nos ambientes escolares e acadêmicos, de formação profissional], salvo experiências isoladas, não propicia ao estudante suficiente habilidade para interpretar e solucionar problemas”. Ou seja, ao se depararem com uma situação real na sua prática profissional não conseguem fazer referência de tal situação a nenhum conteúdo visto durante sua formação.

Apesar de existir, atualmente, no que diz respeito ao processo de ensino-aprendizagem, vários métodos a disposição do professor, continua sendo predominante o uso do método tradicional em nossas salas de aula. Quando se analisa a estrutura de uma aula

tradicional, pode-se dizer que ela se caracteriza de forma a apresentar, oral e expositivamente, um determinado conteúdo, por meio de uma generalização a qual se chama conceito/ teoria; exemplificar numericamente tal teoria, com a finalidade de atestar, perante os aprendizes, a sua validade; e por fim, aplicar tais conceitos e definições, a princípio, em exercícios contextualizados ou não. Vale ressaltar que mesmo que os exercícios sejam contextualizados, isso não significa que estes contextos façam parte do contexto sociocultural desses indivíduos (SKOVSMOSE, 2001). Em decorrência disto, torna-se comum o surgimento de questionamentos quanto à utilidade prática da aprendizagem de tais conteúdos, como “*pra que serve isso?*” ou ainda “*onde na minha vida vou precisar usar isso?*”.

De acordo com Bassanezi (2016), o processo característico do ensino tradicional se estrutura de forma inversa àquela como foram estabelecidos os conceitos matemáticos. Esses se estabeleceram, inicialmente com uma situação-problema que gerou uma motivação à investigação – por que, como, para quê. Decorre disso a formulação de hipóteses como forma de responder a essas indagações, e em seguida a validação de tais hipóteses. Desse processo de validação podem surgir novos questionamentos, que, apenas depois de satisfeitos, geram um enunciado sobre o problema que deu início a todo esse decurso.

**Quadro 2** – Método tradicional *versus* Construção dos conceitos matemáticos

<i>Método Tradicional</i>	<i>Construção dos Conceitos Matemáticos</i>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresentação da generalização;</li> <li>2. Aplicação numérica dos conceitos;</li> <li>3. Aplicação contextualizada;</li> <li>4. Resolução de problemas.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Investigação de uma situação-problema;</li> <li>2. Identificação de padrões (observando situações semelhantes)</li> <li>3. Generalização.</li> </ol>

**Fonte:** Elaborada pelo autor.

Assim, um professor que se apresenta à classe dizendo que o tema da aula é área de figuras planas, desenha algumas dessas figuras no quadro, as fórmulas que representam suas áreas, seguido de exemplos da aplicação dessas fórmulas e da resolução de exercícios do tipo “*calcule a área das figuras abaixo*” vai no sentido contrário àquele descrito acima. O que a

construção dos conceitos matemáticos indicado na tabela acima, proporcionaria a descoberta e construção de uma estrutura matemática de solução de um problema pontual, e que após a solução de problemas semelhantes, levaria a percepção de padrões, e assim, à generalização (fórmula).

Em decorrência do exposto, nos questionamos a respeito de que significados produzem tais conceitos para os aprendizes. Acredita-se que este meio, tradicional, do emprego de fórmulas, leva o aprendiz a um estado de senso comum em relação ao ponto do currículo que lhe foi apresentado. Neste caso, o senso comum leva a um estado de estagnação, que mais tarde, resultará na inabilidade em aplicar os conhecimentos no exercício de suas funções sociais e profissionais. O ideal seria utilizar-se de métodos em que o processo de ensino-aprendizagem proporcionasse ao aprendiz um ambiente favorável ao desenvolvimento do seu senso crítico.

Assim como defende Skovsmose (2001), a educação tem papel de provocar a criticidade dos indivíduos de tal forma a levá-los a pensar cultural, política e socialmente, fazendo com que aja e reaja consciente de seu papel como cidadão frente aos acontecimentos.

Assim:

A ideia mais geral e unificadora é: para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa. (SKOVSMOSE, 2001, p. 101)

De tal forma, tem-se que o processo de ensino aprendizagem por meio da Modelagem visa um ambiente investigativo, onde os alunos possam explorar a matemática presente em situações comuns ao seu dia a dia do contexto extra matemático, e relacioná-las com a matemática aprendida na sala de aula, ou mesmo relacionar a matemática com outras disciplinas (SANTANA; BARBOSA, 2012). Os estudantes poderiam, através dessa proposta, encontrar a motivação para a sentirem-se integrados ao processo, e responder as indagações sobre a utilidade em aprender tais conceitos matemáticos, visto que encontrariam essa resposta nas situações do seu meio sociocultural.

Para o desenvolvimento desta proposta, é preciso que seja estabelecida uma relação dialógica entre professor e alunos de forma que estes se integrem nesse processo. Neste contexto, o professor desempenha o papel de mediador dos fazeres matemáticos dos



aprendizes, trabalhando no sentido de intervir para que os alunos desenvolvam autonomia perante suas ações diante do objeto investigado. Mas isso não pode ocorrer de forma aleatória.

O processo de Modelagem no contexto da Educação Matemática ocorre de forma a perpassar a uma sequência estruturada que o caracteriza. A este conteúdo, de acordo com as ideias de Rosa (2005), este processo se dá em três fases, que se subdividem, somando dez etapas, como o texto descritivo a seguir, estruturado a partir de Freitas (2016).

### *I- Fase Inicial: Preparação da Modelagem*

Nesta fase, o professor apresenta à classe as etapas de desenvolvimento deste projeto e, a partir de então, seguem à escolha do tema. Faz-se necessário, neste momento, esclarecer alguns termos que serão utilizados para descrever todo o processo. Os termos *situação-problema*, *questionamento* e *problema matemático* aparecem com frequência e podem causar alguma confusão para o leitor. *Situação-problema* refere-se ao assunto que será problematizado – o esgoto despejado em um determinado rio. Quando é empregado o termo *questionamento*, se faz referência a uma questão particular a respeito do tema proposto – quanto tempo é necessário para tornar a água para própria para consumo? *Problemas matemáticos*, por sua vez, são os modelos matemáticos que se apresentam como forma de solução para o questionamento – cálculo do volume de água e de esgoto, proporcionalidade etc.

São etapas dessa fase:

#### *i) Escolha do tema e definição da situação-problema*

A escolha do tema pode diferir, considerando três possíveis situações, como sugerido por Barbosa (2004):

- Situação em que o professor seleciona o tema apresenta a situação-problema, discute a seu respeito com a turma, apresenta-lhes os dados, que podem ser qualitativos e quantitativos, a partir dos quais os estudantes passarão ao processo de busca por soluções para a situação-problema

proposta. Neste caso, o processo de investigação da atividade de Modelagem pelos alunos tem início na Fase Intermediária.

- Situação em que o professor apresenta o tema e a situação-problema, mas fica a cargo dos aprendizes a pesquisa sobre o tema, assim como a coleta de dados. Daí, a participação dos alunos no processo de Modelagem começa na etapa *ii* dessa fase.
- Situação em que o professor sugere o tema, mas cabe aos estudantes definir a situação-problema, bem como realizar a pesquisa e o levantamento de dados. Dessa forma, o estudante participa desde o início da atividade de Modelagem – a partir da etapa *i* da Fase Inicial.

#### *ii) Pesquisa sobre o tema*

A etapa de pesquisa pode ser realizada por diversos meios: ida à campo, entrevistas, questionários, pesquisas em livros, revistas, jornais, físicos ou eletrônicos. O objetivo nesta etapa é de reunir dados qualitativos e quantitativos para a formulação de hipóteses e questionamentos acerca do objeto de investigação.

#### *II- Fase Intermediária: Desenvolvimento da Modelagem e elaboração de Modelos*

Essa é a fase mais densa do processo de Modelagem, onde se processa todos os dados recolhidos na fase anterior. Nesta fase é de extrema importância a participação do professor com a intenção de auxiliar os alunos na formulação, resolução e análise dos modelos, bem como na supervisão de toda a elaboração do trabalho. Aqui, o professor pode se utilizar da participação de visitas direcionadas, palestras, vídeos etc., para enriquecer e estimular produção. Assim, a fase intermediária está subdividida nos seguintes itens:

i) *Elaboração do questionamento*

De acordo com Rosa (2005) pode surgir nessa fase dificuldades em desenvolver questionamentos mais aprofundados acerca da situação-problema passível de solução por meio do processo. Assim, sugere-se a participação do professor no intuito de investigar mais sensivelmente a questão, a fim de refiná-la.

ii) *Formulação dos problemas matemáticos*

Esta etapa surge como consequência da etapa anterior. Assim como na etapa *i*, o professor deve intervir no sentido de esclarecer dúvidas e então sugerir meios de desenvolver os problemas e, assim, transcrever o problema na linguagem matemática.

iii) *Elaboração dos modelos matemáticos*

Aqui, é necessário fazer uma análise geral dos dados coletados até então, e, a partir dos questionamentos feitos anteriormente, selecionar as variáveis relevantes ao problema. Esse momento é propício para identificar os conceitos matemáticos que serão utilizados. Neste sentido, Rosa (2005, p.88) diz que:

Este procedimento é um aspecto conceitual importante do processo de modelagem, pois tem como objetivo desenvolver a criação de uma *imagem mental*<sup>1</sup> da situação que está sendo modelada. Este aspecto permite aos alunos experienciá-la mentalmente com a internalização dos conceitos matemáticos que são necessários à aprendizagem. (ROSA, 2005, p.88, grifo nosso.)

---

<sup>1</sup> No referido texto, o autor não faz menção a nenhuma teoria, nem a nenhum autor no que diz respeito ao termo grifado. Porém, no entendimento da autora deste trabalho, este termo pode ser tomado como se referindo a uma representação figurativa de alguma situação, objeto ou ação da qual se esteja tratando, mas que não se está presenciando no mundo físico.

iv) *Resolução dos problemas matemáticos*

Este é considerado por Rosa (2005) o estágio mais importante, visto que é nela que os alunos vão experimentar as possíveis abordagens para solução do problema, através do modelo desenvolvido, procurando aquela que melhor se adéqua. É nesta fase que se sistematiza os conceitos matemáticos identificados na elaboração dos modelos.

v) *Interpretação da solução*

Para a interpretação, sugere-se que sejam utilizadas diferentes representações para a solução obtida: sua representação gráfica, analítica, geométrica ou algébrica. Assim, retomam-se os conceitos relacionados com o problema, propondo uma aula sobre tal conteúdo, caso seja necessário ao entendimento de todos.

vi) *Comparação do modelo com a realidade*

Essa comparação é importante no sentido de validar o modelo desenvolvido, visto que se há incoerência entre os resultados obtidos e a realidade, indica-se rever o modelo e levantar novos dados, refazendo as etapas da Fase Intermediária. Caso haja coerência, deve-se fazer inferências acerca da realidade por intermédio do modelo.

III- *Fase Final: Apresentação dos Projetos de Modelagem e Entrega do Relatório Final*

Esta é a fase de apresentação e defesa dos temas, e de todo trabalho realizado em torno dele por parte dos alunos através da elaboração de um relatório com todo o desenvolvimento do trabalho, e de uma ficha de autoavaliação. Já ao professor, nesta fase, cabe o

desenvolvimento de um relatório, onde registrará o desenvolvimento do trabalho por cada grupo de alunos descrevendo suas intervenções e relatando as dificuldades de cada grupo/membro do grupo. Assim, são duas as etapas que compõe a Fase Final do processo de Modelagem:

*i) Relatório e defesa do tema*

Nesta etapa é favorecida a troca de experiências entre os grupos, e dessa forma podem surgir sugestões para a melhoria dos projetos. Este é o momento em que os grupos expõem suas pesquisas, desde a escolha do tema até os resultados obtidos, passando pelos conceitos matemáticos utilizados na elaboração dos modelos.

*ii) Avaliação*

No que tange à ação docente surge a dúvida de como proceder diante da necessidade de avaliar o aprendizado dos alunos com o desenvolvimento de um projeto de Modelagem, visto ser este um processo dinâmico. Aqui a proposta é que seja feita analisando o grupo e cada elemento do grupo, a partir da autoavaliação, onde cada indivíduo se auto avalia, e depois em grupo entram em um consenso a respeito do desenvolvimento do trabalho e se avaliam neste sentido. Os demais grupos também participam desse processo, através de críticas e sugestões. E o professor, avalia o processo através da elaboração de um relatório, onde descreve o desenvolvimento do trabalho de cada grupo, como um todo, e de cada integrante dentro de seu grupo, no sentido de pontuar suas dificuldades e as intervenções que fez no sentido de esclarecer dúvidas, bem como analisa os relatórios apresentados pelos grupos.

No quadro a seguir, podem ser observadas as etapas do processo descrito detalhadamente acima, de acordo com as fases a qual pertencem cada uma delas.

**Quadro 3** – Estrutura de uma atividade de Modelagem

<i>Fases da Modelagem</i>	<i>Etapas da Modelagem</i>
<b>Fase Inicial:</b> <i>Preparação da Modelagem</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Escolha do tema;</i></li> <li>• <i>Pesquisa sobre o tema.</i></li> </ul>
<b>Fase Intermediária:</b> <i>Desenvolvimento da Modelagem e Elaboração dos Modelos</i>	<p><b>Subfase 1:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Elaboração do Questionamento;</i></li> <li>• <i>Formulação dos problemas matemáticos;</i></li> </ul> <p><b>Subfase 2:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Elaboração dos modelos matemáticos;</i></li> <li>• <i>Resolução dos problemas matemáticos;</i></li> </ul> <p><b>Subfase 3:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Interpretação da solução;</i></li> <li>• <i>Comparação do modelo com a realidade.</i></li> </ul>
<b>Fase Final:</b> <i>Apresentação dos Projetos de modelagem e Entrega do Relatório Final</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Relatório e defesa do tema;</i></li> <li>• <i>Avaliação.</i></li> </ul>

Fonte: FREITAS, 2016, p. 33.

#### 4.2.2. A Modelagem na prática

Apresentada e teorizada a perspectiva de Modelagem adotada neste trabalho, faz-se necessário discutir a prática da Modelagem. Esta necessidade está relacionada ao distanciamento entre teoria e prática, apontado no estudo piloto, apresentado no capítulo 2, e também pela literatura da área (CEOLIM; CALDEIRA, 2017; SILVEIRA; CALDEIRA, 2012).

De fato, há muito entusiasmo nos pesquisadores quanto à eficiência da Modelagem para o ensino de Matemática. Da mesma forma, tem-se grande número de relatos de experiência sobre práticas de Modelagem, que mostram sucesso em sua implementação. Ao revistar os anais do último ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado em São Paulo no ano de 2016, pode-se encontrar alguns desses relatos, sobre a aplicação desta proposta (CARDOSO; GAVIOLLI; VERTUAN; 2016; JÚNIOR; CARVALHO; ALVES, 2016; LIMA; SANTOS, 2016; MAGNUS; CAMBI, 2016).

Se existem relatos de sucesso com práticas de Modelagem, quais os motivos apontados pelos docentes para a não utilização desta proposta? Com o intuito de conhecer

esses motivos, Silveira e Caldeira (2012) se debruçaram sobre a questão, e chegaram à conclusão de que a resistência em relação ao trabalho com Modelagem tem a ver com as “relações do professor com o trabalho, com a escola, com o currículo, com os alunos e com a família dos alunos” (SILVEIRA; CALDEIRA, 2012, p. 1021).

Quando Silveira e Caldeira (2012) falam das justificativas relacionadas com o trabalho do professor, indicam insegurança em desenvolver uma metodologia que nunca utilizaram e não ter acompanhamento de um profissional com experiência em trabalhos com Modelagem. Quando falam dos problemas referentes ao currículo, são elencados: a preocupação com o tempo para cumpri-lo, a sequência dos conteúdos, e a construção do conhecimento matemático.

Esses autores apresentam ainda outras razões, que vão além do que propõe esse trabalho. Porém, acredita-se que um primeiro passo para superar os obstáculos e resistências apresentados por Silveira e Caldeira (2012) é possibilitar que o professor que ensina matemática tenha um material que o oriente ao implementar atividades de Modelagem em suas salas de aula.

Nesse sentido, buscou-se estruturar a formação proposta, considerando todos os apontamentos, pela revisão de literatura e pelos participantes desta pesquisa, sobre os motivos para não trabalhar com/por meio da Modelagem. As práticas exitosas com Modelagem, conhecidas através dos relatos de experiência, animam, inspiram e dão esperanças quanto ao alcance de uma formação, estruturada, abrangente e com atenção à prática, para poder interferir positivamente para transpor os obstáculos e superar as resistências dos professores em relação à Modelagem.

## 5. O PRODUTO EDUCACIONAL

Fiorentini e Lorenzato (2006) definem pesquisa como:

[...] um processo de estudo que consiste na busca disciplinada/metódica de saberes ou compreensões acerca de um fenômeno, problema ou questão da realidade ou presente na literatura o qual inquieta/instiga o pesquisador perante o que se sabe ou diz a respeito. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 60)

À vista disso, esta pesquisa partiu de uma questão inquietante (definição do tema, da pergunta diretriz e dos objetivos), sobre a qual se buscou informações referentes às produções a este respeito (revisão de literatura) e definiram-se os autores que lhe dariam suporte teórico. Porém, houve um momento em que surgiu um sentimento de insegurança quanto ao seu rumo; se o encaminhamento que estava tomando levaria a alcançar os objetivos traçados. Dessa forma, houve a necessidade de buscar esclarecimento sobre a finalidade de se fazer uma pesquisa num curso de pós-graduação.

Este trabalho está inserido no contexto de um Mestrado Profissional em Educação Matemática. Este termo – *profissional* – foi causa de certo incômodo durante algum tempo, visto que, anterior ao mestrado, não tinha conhecimento desta categorização e não sabia do que se tratava.

No início do curso foi explicado que, para a obtenção do título de mestre, seria necessário apresentar uma dissertação e um produto educacional. Nesta ocasião foram dados exemplos de produtos educacionais. Porém, mais adiante, esses termos – mestrado profissional, dissertação, produto educacional – se mostraram barreiras para a condução desta pesquisa. Assim sendo, fez e faz-se necessário enfatizar e esclarecer tais termos, pois é uma forma de situar o leitor perante o desenvolvimento do produto educacional desta pesquisa, que será minuciado no decorrer dos próximos capítulos.



## 5.1. OS MESTRADOS PROFISSIONAIS E SUAS PRODUÇÕES

No que diz respeito ao surgimento da proposta de mestrados profissionais, Moreira (2004) expressa que esta despontou do distanciamento das pesquisas, produzidas nos programas de pós-graduação, do sistema escolar, que não se concretizavam em ações que implicassem diretamente nas salas de aula. Assim, ainda segundo este autor, os mestrados profissionais surgiram como uma tentativa de (re)estabelecer essa conexão, através da qualificação de professores em exercício, buscando não apenas sua própria formação – o que seria característica dos cursos de pós-graduação *latu senso* (especialização) – mas que estes sejam “*professores multiplicadores*”. Neste sentido, entende-se que, qualificado, este professor possa incutir no seu meio profissional as ações discutidas, problematizadas, fundamentadas e desenvolvidas no âmbito da pós-graduação, não apenas implementando tais ações de forma a modificar e/ou aprimorar sua prática, mas encorajando outros profissionais a repensarem suas ações em prol da promoção da educação.

Com essa finalidade, e como característica que distingue o mestrado profissional do acadêmico, tem-se a elaboração de um produto educacional o qual deve ter aplicabilidade no sistema educacional, dentre as várias questões que esta busca atender, mas que esteja em articulação com o tema pesquisado. Moreira (2004) argumenta a esse respeito, defendendo que a pesquisa realizada em um mestrado profissional deve ser:

[...] aplicada, descrevendo o desenvolvimento de processos ou produtos de natureza educacional, visando a melhoria do ensino em área específica, sugerindo-se fortemente que, em forma de conteúdo, este trabalho se constitua em material que possa ser utilizado por outros profissionais. (MOREIRA, 2004, p. 134)

Aqui, a formação de professores é a área específica em que se busca melhoria. Porém, de forma indireta, e não menos importante, essa formação tende a melhorar o ensino na Educação Básica, visto que se sentindo seguro para propor atividade de Modelagem em sua sala de aula, realizará uma mudança de paradigma, mostrando novas possibilidades para seu aluno.

## 5.2. O PRODUTO DESTA PESQUISA

Partindo dos resultados apontados pela pesquisa piloto, e com base na revisão de literatura, intenta-se, por meio dessa investigação, descrever o processo de construção de um programa disciplinar para o curso de Modelagem, e seu processo de validação, que se materializará em um material de apoio, a ser disponibilizado para a formação de professores em Modelagem. Este material não se caracteriza como um livro didático, mas um guia formativo, com sugestões de atividades, e de como adaptá-las para que o formador, considerando as particularidades de suas turmas, possa desenvolvê-las.

Neste material foram descritas diretrizes para uma formação, em que sejam abordados vários temas em relação à Modelagem, mesclados a atividades práticas, onde o professor em formação possa experimentá-la na condição de aluno, e pensá-la na condição de professor. Nele também foram sugeridas bibliografias, relacionadas ao tema proposto em cada etapa, bem como sugestões de atividades avaliativas. Esse material foi minuciado e comentado em forma de encontro. Em anexo, foram sugeridos temas que podem ser trabalhados nas atividades práticas. E, ainda sobre as atividades práticas, foram descritas, como exemplo, as atividades realizadas durante esta pesquisa de campo.

Com relação ao programa disciplinar, inicialmente criou-se um protótipo, que foi proposto ao grupo de professores-colaboradores matriculados na disciplina de Modelagem. Com base no desenvolvimento desta proposta, no decorrer dos encontros formativos, foi-se modificando e adaptando o programa para obtenção da versão de um produto final que se considera a implementação dessa formação.

A primeira versão do programa disciplinar pode ser observada no Apêndice A. Sua estrutura apresenta textos a serem discutidos em cada encontro, sendo que esses encontros foram divididos por temas relacionados à Modelagem Matemática: sua história, Formação de Professores, Educação Matemática Crítica, entre outras. Apresenta-se, também, nesta primeira versão, a forma de avaliação e a dinâmica dos encontros, bem como alguns links importantes para acessar materiais e textos a serem utilizados no decorrer do curso.

Este material foi pensando de forma a poder ser adaptado a diversos tipos de formação – presencial, semipresencial, à distância, inicial, continuada – nos diferentes contextos. Outro ponto considerado na elaboração deste produto foi sua atemporalidade, pois se pretende este

material de forma que possa ser adaptado ao longo do tempo, conforme surjam novos temas transversais, novas políticas relacionadas ao ambiente escolar, ou mesmo mudanças no contexto formativo.

Até chegar à versão final do produto houve algumas modificações no cronograma de atividades – Apêndices B e C –, que foram discutidas com os professores em formação e aprovadas por eles. Também foram consideradas para a versão final do produto educacional as respostas ao questionário de avaliação da disciplina.

## 6. O CENÁRIO DA PESQUISA

Neste capítulo serão apresentados o lócus e os professores-colaboradores da pesquisa, relativos à segunda etapa deste trabalho de mestrado. Os colaboradores serão apresentados brevemente de forma individual, para que o leitor possa conhecer as particularidades de cada um. Os encontros também serão apresentados um a um, por meio de texto narrativo.

### 6.1.OS COLABORADORES

Inicialmente, quando esta pesquisa ainda estava sendo replanejada, quando o cronograma da disciplina começou a ser discutido e construído, pela autora deste trabalho e o orientador desta pesquisa, um dos principais fatores levados em consideração foram os sujeitos da pesquisa. A proposta inicial era que esse curso de Modelagem fosse um curso de extensão, em que toda a comunidade acadêmica pudesse se inscrever, assim como os professores de matemática em exercício, mas que estão afastados do ambiente acadêmico.

Neste ínterim entre a elaboração da proposta do curso e sua concretização, surgiu a oportunidade de ser oferecida a disciplina de Modelagem Matemática no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática no primeiro semestre de 2018.

Assim, o orientador dessa pesquisa sugeriu que esta seria uma boa oportunidade para a realização da pesquisa de campo. Com esta opção seria possível atender ao mesmo público que o curso de extensão, formado por professores em exercício, visto que é uma característica do corpo discente do referido programa de pós-graduação, além dos demais, não ligados ao programa, que têm a oportunidade de se inscreverem como alunos especiais. Esta oportunidade também se estende aos alunos da graduação.

Mesmo o público sendo restrito aos professores de/que ensinam matemática, outras características tornam esse grupo bastante diverso. Essas características podem influenciar de diversas formas o desenvolvimento da proposta inicial do curso. A experiência profissional de cada um – tempo de serviço, segmento, tipo de instituição – e sua familiaridade com o tema do curso são exemplos.

Decidido ser este, a disciplina do PPGEM – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, o *locus* da pesquisa, foi feito o acompanhamento das matrículas para a disciplina, visto que esta foi divulgada para além dos discentes do programa. No encerramento do período de inscrições em disciplinas, contabilizaram-se 15 matriculados, dos quais 5 eram alunos regulares e, 10, alunos especiais. Dos alunos especiais, 5 são alunos da graduação, com experiência docente ou não, e os outros 5 são licenciados em matemática e estão em exercício da profissão.

Com a intenção de conhecer melhor os inscritos, com relação a sua trajetória acadêmica/profissional, antes do início do período letivo, foram-lhes encaminhados um e-mail solicitando que escrevessem um breve memorial contando sua relação com a profissão de professor e com a Matemática. Mesmo com o envio dos memoriais, por uma parte da turma, no primeiro encontro da disciplina cada um se apresentou brevemente aos demais, falando sobre suas experiências e o que os motivou a efetivar a matrícula nesta disciplina.

De acordo com tais informações, apresentamos, a seguir, 11 dos 15 matriculados inicialmente na disciplina, os quais participaram de todas as atividades propostas e concluíram a disciplina. Os quatro inscritos, que se desligaram, alegaram motivos diversos, não relacionados ao curso.

### **6.1.1. Ten**

Estudante do último período da graduação, no curso de Licenciatura em Matemática da UFJF, inscreveu-se como aluno especial nesta disciplina por ter curiosidade a respeito do tema e por ter intenção de, futuramente, ingressar no programa de pós-graduação do qual faz parte esta disciplina. Na ocasião do curso, era professor bolsista do Colégio de Aplicação João XXIII – da UFJF –, onde atuava na Educação de Jovens e Adultos.

### **6.1.2. Azul**

Graduou-se em 2016 no curso de Licenciatura em Matemática. Foi bolsista do PIBID, em que teve suas primeiras experiências como professor. Atualmente, é aluno do PPGEM-UFJF. À época em que ocorreu este curso, atuava profissionalmente como professor contratado pela SEEDUC-MG, no Ensino Médio. Antes do início do curso não havia estudado nem realizado nenhuma prática relacionada à Modelagem. Inscreveu-se nesta disciplina por sugestão de seu orientador.

### **6.1.3. Ester**

Professora de Matemática em um colégio militar, onde trabalha com o Ensino Fundamental, afirma gostar muito de dar aulas para os mais novos que estão começando o segundo segmento do Ensino Fundamental, pois estão começando a conhecer as ciências e têm um espírito de curiosidade que anima o trabalho. Inscreveu-se como aluna especial na disciplina de Modelagem pelo interesse pessoal pelo assunto, e por ter vontade de implementar novas metodologias em suas aulas.

### **6.1.4. Mariana**

Graduada em Sistemas de Informação e já tendo trabalhado na área, atualmente é aluna do curso de Licenciatura em Matemática da UFJF, e inscreveu-se nesta disciplina pelo fato de o seu curso de graduação (Licenciatura em Matemática) não ter abordado o tema proposto em nenhuma disciplina. Acredita que essa seria uma boa oportunidade para aprender a seu respeito. Já atuou como bolsista do PIBID e no momento é professora bolsista no Colégio de Aplicação da UFJF.

### **6.1.5. Vivi**

Aluna do PPGEM-UFJF se inscreveu nesta disciplina por sugestão do seu orientador, mas admitiu ter interesse pelo tema, mesmo não conhecendo muito a seu respeito. É professora da rede particular de ensino, e empreendedora, tendo seu próprio espaço para aulas de reforço escolar e preparação para concursos.

### **6.1.6. Dante**

Professor de Matemática da Educação Básica da rede particular de ensino, é um grande interessado por Filosofia, Cultura, em geral, e por Matemática. Foi aluno do PROFMAT, curso que não concluiu por não atender suas expectativas de esse tratar, diretamente, sobre questões que envolvam o ensino de matemática, fato que o levou a ser, atualmente, aluno do PPGEM-UFJF. Inscreveu-se nesta disciplina por estar sendo ofertada em horário conveniente à sua disponibilidade, sem nenhum interesse específico sobre o tema.

### **6.1.7. J. Jones**

Professora da rede estadual de ensino, já trabalhou com Ensino Fundamental, mas tem preferência em trabalhar no Ensino Médio e na EJA, onde está em exercício atualmente. Diz sempre ter tido vontade de seguir a carreira docente, e nunca teve dúvida de que a Matemática seria a disciplina escolhida. É aluna do PPGEM-UFJF, e se inscreveu nesta disciplina por interesse pelo tema.

### **6.1.8. Maria**

Inscrita nesta disciplina como aluna especial por seu interesse sobre o tema proposto e em ingressar futuramente no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Já foi professora no Ensino Fundamental, no Ensino Médio e, atualmente, está trabalhando com alunos do Ensino Médio/Técnico, com os quais diz ter realizado trabalhos de Modelagem.

### **6.1.9. Erickson**

Professor da Educação Básica na rede estadual de ensino do Estado do Rio de Janeiro, muito dedicado à profissão, já atuou também no Ensino Superior como tutor presencial do Consórcio CEDERJ. Possui especialização em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática e é, atualmente, aluno do PPGEM-UFJF.

### **6.1.10. (1415926535897932)**

Estudante do curso de Licenciatura em Matemática, graduado anteriormente em Sistemas de Informação. Já atuou como professor de Matemática no Sistema Prisional do Estado de Minas Gerais, na disciplina de Matemática e em cursos de nível superior relacionados à sua primeira graduação. Inscreveu-se como aluno especial nesta disciplina por ter interesse em aprofundar seus estudos com relação à Modelagem Matemática, área em que já desenvolveu algumas práticas e na qual enxerga grande potencial.



### 6.1.11. Alice

Licenciada em Matemática, tem experiência como bolsista do PIBID, e na elaboração e aplicação de projetos de Modelagem para o ensino de Matemática, desenvolvidos durante sua graduação. Atualmente é aluna do Programa de Mestrado Acadêmico em Matemática da UFJF. Matriculou-se nesta disciplina como aluna especial por ter interesse em conhecer mais sobre o assunto, visto que conserva grande apreço pela Educação Matemática e suas questões.

## 6.2.A DISCIPLINA MODELAGEM MATEMÁTICA

Esta disciplina Modelagem Matemática faz parte do currículo do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática como disciplina do grupo denominado ‘Conteúdos Específicos’. Segundo a estrutura curricular do programa, o objetivo dessas disciplinas é “suprimir possíveis deficiências matemáticas dos professores, principalmente, o de permitir que eles vivenciem o ensino de matemática de uma maneira diferente da tradicional”.

De fato, a proposta dessa disciplina, no contexto desta pesquisa é apresentar a Modelagem como uma proposta que contrapõe o tradicionalismo. Como constatado através da pesquisa piloto, existe carências quanto a Modelagem na formação dos professores, que alegam mesmo tendo contato com o assunto em sua formação inicial, não a conhecerem o suficiente para utilizarem-na em suas práticas docentes. Dessa maneira, considerando o programa proposto inicialmente para o curso de Modelagem (Apêndice A) iniciaram-se os encontros formativos. Durante os encontros pôde-se adequar o programa e assim chegar ao produto final desta pesquisa, dado o refinamento do produto negociado com os professores colaboradores.

A seguir serão apresentados os relatos descrevendo cada encontro, que totalizam doze, com duração de quatro horas cada, com início às 8 horas da manhã e término às 12 horas. Esses encontros não se restringiram ao ambiente da sala de aula, tendo, em momentos oportunos, ocorrido em outras dependências da UFJF, onde se desenvolveram atividades propostas; ou fora do campus.

## 1º ENCONTRO – 16 DE MARÇO DE 2018

O primeiro encontro com a turma da disciplina de Modelagem Matemática aconteceu em três momentos. Das quatro horas destinadas a este fim, sucedeu-se um momento inicial, de apresentações, em seguida um momento de concessões burocráticas, e por fim as primeiras atividades do curso.

As apresentações, ao início do curso, trataram do cronograma inicial de atividades, ou seja, apresentação da disciplina, e, também, da apresentação de cada professor inscrito no curso. A estes foi solicitado, além de dizer o nome, dizer se estava desempenhando atividades docentes no momento, e qual a motivação de ter se inscrito na disciplina.

Também neste momento, apresentei-me como pesquisadora e colaboradora na disciplina de Modelagem. Disse-lhes dos objetivos da pesquisa e falei sobre a participação deles na pesquisa. Apresentei-lhes o termo de anuência para que assinassem, se assim quisessem, dando seu consentimento para que eu pudesse registrar suas falas e ações por meio da captação de áudio, vídeo e de registro escrito. Após esse momento de formalização do consentimento dos professores para com a pesquisa, passamos às discussões iniciais sobre Modelagem e demais atividades.

Cada participante relatou seu contato ou não com a Modelagem, e o que entendiam por Modelagem naquele momento, considerando seus conhecimentos prévios. Todos se manifestaram no sentido de, em algum momento da sua formação inicial, já terem ouvido falar sobre o assunto.

Após as apresentações, deu-se o momento em que os professores em formação foram conduzidos ao estacionamento do Instituto de Ciências Exatas, próximo ao prédio do Departamento de Física, onde foi proposta a atividade de Modelagem que se estenderia até o final do curso, e que em grupo, teriam que desenvolver: o “caso do barranco”. Um barranco<sup>2</sup> no campus da universidade desmoronou com a chuva intensa, há alguns meses, e foi reconstruído, com um sistema de contenção. Assim, a proposta consistiu em dizer o quanto de terra deslizou do barranco, e quantos sacos de terra foram utilizados na sua reconstrução. Aos

---

<sup>2</sup> Nome utilizado popularmente para fazer referência aos taludes, que por sua vez é o nome técnico dado é à um plano inclinado que tem como função garantir a estabilidade de um aterro, quando artificial, e, quando natural, da encosta de montanhas e terrenos inclinados.

grupos foi dado tempo para uma observação inicial do local, e para a discussão da etapa de coletada de dados, que eles fariam em momento oportuno.

## **2º ENCONTRO – 23 DE MARÇO DE 2018**

Neste encontro estiveram presentes 10 professores. Estes foram inicialmente provocados sobre ‘surpreender os alunos’. Que ação do professor pode surpreender positivamente o estudante? O que você costuma fazer para causar surpresa no seu aluno? Ora, estando numa disciplina que trata da Modelagem, e sendo este um caminho para romper com a estaticidade da forma de ensinar matemática ainda hoje, e que se caracteriza uma forma surpreendente de superar essa estagnação, é necessário falar sobre surpreender e, assim, ser surpreendido. Digo ‘ser surpreendido’ pois sendo uma atividade tão rica, podemos nos surpreender com as propostas que podem surgir durante o processo de Modelagem.

Em seguida, foi proposto que em cada encontro, compartilhássemos sugestões de livros. A ideia é que cada um trouxesse um livro, de qualquer gênero literário, o qual já tenha lido, e que possa emprestá-lo aos demais colegas. Esta proposta, à primeira vista, não está relacionada com a Modelagem. De fato, faria mais sentido se os livros compartilhados fossem livros de matemática. Porém, se tratando de uma disciplina que trata de uma proposta multidisciplinar, acredita-se que um momento de troca cultural, tende a enriquecer as discussões. De forma análoga, deu-se a próxima atividade do dia.

A ação seguinte foi a exibição do filme Decálogo 1 (1989) que conta a história de um professor universitário e seu filho. Tal professor é ateu e amante de tecnologias, na qual confia cegamente, por acreditar em sua exatidão. Essa confiança cega na Matemática e na tecnologia leva a morte de seu filho, que se afoga em um lago após o rompimento do gelo da superfície, o qual acreditava ser seguro. Este filme tem duração de 53 minutos. Durante a sessão, todos se mantiveram atentos a cada cena da obra de Kieslowski. Ao término, iniciamos uma conversa sobre o filme.

Os espectadores foram questionados sobre o filme. Sobre terem ou não gostado, sobre o que eles entenderam a respeito do roteiro etc. Cada um manifestou sua opinião sobre o assunto. Estas acabaram convergindo para uma mesma direção: A Matemática está sempre

certa? Devemos confiar em todos os resultados apresentados por ela? Será que a Matemática é mesmo uma ciência exata?

No filme, o pai, compra um par de patins para o filho patinar no gelo. O gelo onde o menino iria patinar era o de um lago congelado nos arredores de onde morava. Assim, para garantir que seria seguro para o menino patinar em tal superfície, tendo toda confiança na ciência, acreditando na infalibilidade da Matemática e da Física, consultou as temperaturas nos últimos dias, a espessura da camada de gelo sobre o lago, e aplicou esses, e outros, valores em fórmulas. Estas lhe deram um resultado que garantia ser seguro alguém com a massa do menino patinar em tal local. Em resumo, ocorreu que, mesmo com todos esses testes, o gelo se rompeu e o menino morreu por ter caído no lago.

O processo realizado pelo personagem, ao testar a segurança da camada de gelo sobre o lago, nada mais é que uma tentativa de modelar o problema. O problema era a segurança do gelo. Foram coletadas informações, aplicadas a fórmulas e obtido um resultado. Porém, algumas variáveis não foram levadas em consideração. Veja, mesmo após chegar a resultados que garantiam a segurança do gelo, o pai foi até o lago para ter certeza dos seus resultados. Andou sobre o gelo, pulou, bateu em sua superfície com um pedaço de madeira. Essas forças exercidas sobre o gelo, por exemplo, não levam em consideração as pessoas, ou animais, que possivelmente circularam por lá.

Apontar motivos do insucesso deste processo não é o objetivo. O que foi posto em discussão é a infalibilidade da Matemática. Este tema é tratado, há algum tempo, por Borba (in SKOVSMOSE, 2001), quando falam sobre o que chamam de *Ideologia da Certeza* – que aborda de forma crítica a visão, equivocada, de a Matemática ser perfeita e inquestionável, o que leva as pessoas a não questionarem a veracidade de situações justificadas por ela.

### **3º ENCONTRO – 06 DE ABRIL DE 2018**

Com todos os inscritos presentes, este encontro iniciou-se com o momento de partilha dos livros. Dentre todos os livros sugeridos, um que chamou atenção e deu início as discussões do dia foi o livro “Educação Matemática Crítica” (SKOVSMOSE, 2001) apresentado por Ester. A apresentação deste exemplar fez, inicialmente, o grupo retornar ao

filme apresentado no encontro anterior, quando se falou da necessidade de olhar criticamente a Matemática, no sentido de avaliar seus resultados perante uma dada situação.

Dessa discussão, seguiram-se as apresentações do dia: a primeira relacionada a pedagogia de Paulo Freire, apresentada pelo texto de Frankenstein (2005); o segundo, também relacionando Modelagem e Educação Matemática Crítica (ARAÚJO, 2012). Entre as apresentações houve uma pausa para o café, e a discussão a respeito do tema não teve interrupções.

Os professores mostraram-se engajados. Seu interesse pelo assunto cresceu ainda mais quando surgiu o termo “ansiedade matemática”. Outros assuntos permearam as falas dos participantes: pensarem que os professores de matemática têm que saber e ensinar apenas a matemática abstrata, mecânica e sem sentido, e a relação/oposição entre o positivismo e as ideias de Paulo Freire.

#### **4º ENCONTRO – 13 DE ABRIL DE 2018**

Com a empolgação que tomou conta das discussões no encontro anterior, Ester não conseguiu concluir sua apresentação, pois o tempo foi insuficiente. Assim, iniciamos as atividades do dia com a exibição de um vídeo que fazia parte de sua apresentação. As interpretações feitas pelos presentes sobre o vídeo, chamado *Aprender a aprender*<sup>3</sup>, disponível no *YouTube*, foram sobre como enxergar as coisas de uma forma diferente pode ajudar no processo de aprendizagem, sobre o papel do professor como mediador desse processo, e sobre a insistência em querer e em querer ensinar.

Na sequência, ainda dentro do tema “Modelagem e Educação Matemática Crítica”, relacionou-se as visões de Freire, D’Ambrósio e Skovsmose sobre o “para quê” saber/ensinar/aprender (Matemática). Em seguida, após a pausa para o café, deu-se o momento de partilha dos livros, e encerramos a manhã com a discussão do texto, a ser resenhado para esta data, onde começou-se a falar sobre formação de professores e Modelagem (BARBOSA, 2001b).

---

<sup>3</sup> [https://www.youtube.com/watch?v=Pz4vQM\\_EmzI](https://www.youtube.com/watch?v=Pz4vQM_EmzI)

## **5º ENCONTRO – 20 DE ABRIL DE 2018**

Do total de inscritos, apenas um não esteve presente neste quinto encontro. Como de costume, as atividades do dia tiveram início com a troca dos livros. Cada um comentou o que trouxe e o passou para que os demais pudessem folheá-los. Sugestões interessantes surgiram, desde livros com caráter filosófico, passando pelos Best-sellers sobre motivação e empreendedorismo, até romances. O mais interessante deste momento é que, mesmo não estando relacionados às atividades de Modelagem, os assuntos acabam convergindo nessa direção.

Na sequência, se deram as apresentações dos três seminários do dia, conforme combinado nos encontros anteriores. Estes seminários foram baseados em textos sobre a formação de professores, prática docente e sobre o interesse, por parte de alunos e professores, em realizar atividades de Modelagem. As discussões, como sempre, ganham ânimo durante as apresentações, momento ápice da troca de experiências e opiniões entre todos os envolvidos com a disciplina. Com o furor das ideias, o tempo foi o bastante para apenas dois dos três seminários programados para o dia.

Como se percebeu que as atividades programadas poderiam demandar mais tempo que o previsto, foi preciso, neste momento, rever o cronograma de atividades. Já transcorrido 30% do curso, o grupo estava integrado e já era possível perceber suas características e demandas. Dessa forma, considerando o desenvolvimento das atividades propostas até esta data, o encaminhamento das discussões, e as sugestões dos colaboradores, estas mudanças foram refeitas para serem aplicadas no sétimo encontro, pelo fato de a primeira atividade avaliativa do curso ter sido agendada para o sexto.

## **6º ENCONTRO – 27 DE ABRIL DE 2018**

Neste encontro aconteceu a aplicação da primeira atividade avaliativa do curso, que consistiu em quatro questões, embasadas nas discussões e nos textos propostos nos encontros anteriores, sobre as quais os participantes deveriam dissertar. Os participantes dispuseram de

quatro horas para responder às questões, sendo que, para tanto, não houve a necessidade de utilização de quaisquer bibliografias.

A aplicação desta atividade foi feita pela secretária do Programa de Pós-Graduação, visto a ausência dos mediadores do curso. Segundo a aplicadora, a realização desta atividade ocorreu sem nenhum contratempo. Todos os inscritos na disciplina realizaram-na, e em tempo hábil.

### **7º ENCONTRO – 04 DE MAIO DE 2018**

Seguindo o cronograma, neste encontro, deu-se continuidade às apresentações. O seminário de J. Jones, que estava agendada para o encontro anterior à avaliação foi remarcado para esta data, e, após o momento de compartilhamento de livros, ela deu início a sua apresentação. O texto no qual se baseou trata sobre a prática docente e Modelagem (ALMEIDA; SILVA, 2015).

Os professores, sempre críticos e com muitos argumentos para acrescentar às discussões, neste dia se mostraram mais à vontade para se expressar. Acredita-se que isso se deva à ausência do professor da disciplina. Por essa razão, também, a autora desta pesquisa ficou responsável por mediar às atividades do dia.

A respeito da apresentação, alguns assuntos foram levantados: a mudança de postura do professor diante de sua prática, problemas na estrutura da escola (currículo) e a tentativa de desenvolvimento de atividades de Modelagem. Sobre este último derivaram-se outras questões, como sobre quando o professor tem vontade de propor esse tipo de atividade aos seus alunos, mas não tem experiência.

O distanciamento entre teoria e prática foi colocado em questão. E desse questionamento os professores-colaboradores se manifestaram em relação a este curso, que em suas opiniões estava demasiadamente baseado em leituras e discussões teóricas, deixando de lado as atividades práticas. Como ensinar por meio de um projeto de Modelagem sem ter tido a oportunidade de aprender por meio da Modelagem? Questionou-se, assim, a

importância de conhecer essa proposta do ponto de vista do aluno e do ponto de vista do professor.

Com isso, iniciou-se a segunda revisão do cronograma de atividades do curso – observando a carga horária das atividades práticas e a relevância dos textos que estavam programados para os encontros seguintes – levando em consideração as opiniões dos professores-colaboradores.

### **8º ENCONTRO – 11 DE MAIO DE 2018**

Este foi um dia de encontro fora da UFJF. O professor desta disciplina convidou os professores-colaboradores para acompanhar um grupo, formado por professores e alunos da UFJF, que promove atividades lúdicas e recreativas envolvendo a matemática, às escolas da região. Estiveram presentes sete dos onze inscritos na disciplina. Estes puderam discutir, durante o evento, a importância de proporcionar atividades como as realizadas na ocasião – teatro, declamação de poesia, palestra, vídeos etc. – para mostrar que a Matemática pode se fazer presente de várias formas, ao mesmo tempo em que percebiam as reações dos estudantes a elas.

Pouco foi falado, diretamente, sobre a Modelagem. Como sempre, surgiram assuntos abrangentes envolvendo o ensino-aprendizagem de matemática. Esta, porém, foi uma oportunidade válida, pois os participantes deste curso, estando no ambiente escolar fora do desempenho de suas funções docentes, puderam atuar como professores/pesquisadores/observadores, tendo um olhar mais amplo sobre as dinâmicas deste ambiente, e a relação dos indivíduos – estudantes e professores – com as atividades, e assim, construir uma crítica a esse respeito. A proposta foi que todas as ideias que surgissem, fossem levadas para o próximo encontro, para serem compartilhadas.



## **9º ENCONTRO – 25 DE MAIO DE 2018**

Revisto o cronograma, redistribuíram-se os textos das apresentações e as atividades práticas para os encontros seguintes. As apresentações que estavam programadas para esta data prevaleceram. Então, como de costume, iniciou-se a manhã de discussões com o momento dos livros, e em seguida, as apresentações.

Como neste grupo todos os participantes são professores em formação, a autora desta pesquisa também preparou uma apresentação. Os textos nos quais se basearam as apresentações do dia abordam a Modelagem associada a outras tendências da educação matemática (ROSA; OREY, 2003; SCANDIUZZI, 2002).

As discussões continuaram no mesmo ritmo dos encontros anteriores, porém percebeu-se algum desânimo nos participantes, que se manifestou no sentido de as discussões convergirem sempre para um mesmo ponto – a prática – fazendo-as repetitivas. Como colocar em prática o que foi discutido durante o curso até aqui? Nesta oportunidade, então, foi apresentado o novo cronograma de atividade, que foi aceito pelos presentes.

## **10º ENCONTRO – 08 DE JUNHO DE 2018**

Neste encontro estiveram presentes sete dos onze professores-colaboradores. A manhã desta sexta-feira foi dedicada à solução do problema do barranco, proposto no primeiro dia de atividades dessa disciplina. Foi proposto aos grupos reunirem-se para que cada um apresentasse as ideias que tiveram até então, quais ferramentas matemáticas estavam utilizando, onde foram buscar informações relevantes ao problema e que informações seriam essas.

Dos sete presentes, havia dois trios e um professor cujo restante do grupo não compareceu. Mesmo assim, este professor se envolveu nas discussões, apresentando seu ponto de vista a respeito do problema.

O momento foi oportuno para que os grupos voltassem ao barranco, refizessem suas medições e considerações sobre o problema, observando-o. Em seguida, puderam-se esclarecer dúvidas que surgiram quanto à pergunta do problema (o que se quer saber), sobre as respostas ao problema terem que ser iguais para todos os grupos e como isso poderia interferir na validação do problema.

### **11º ENCONTRO – 15 DE JUNHO DE 2018**

Neste dia a pesquisadora não esteve presente no encontro, por motivos alheios a sua vontade. Contudo, conforme relatos do professor da disciplina, orientador desta pesquisa, as atividades ocorreram dentro do previsto. Os grupos formados para a atividade do barranco se reuniram para trabalhar no problema e trocaram experiências com os demais grupos sobre o encaminhamento de seu trabalho.

### **12º ENCONTRO – 29 DE JUNHO DE 2018**

Outra vez a pesquisadora se ausentou da pesquisa de campo, agora para participar de um evento acadêmico. Neste dia os colaboradores dessa pesquisa participaram de uma videoconferência com o Prof. Ms. Neil da Rocha Canedo Jr., doutorando em Educação Matemática pela UNESP – Rio Claro e membro do grupo Pesquisa de Ponta, do qual faz parte também a autora desta pesquisa, e que é liderado pelo orientador dela.

Esta videoconferência foi o momento do curso que os professores-colaboradores tiveram a oportunidade de ouvir um pouco sobre a Modelagem Matemática do ponto de vista de um professor que faz Modelagem em suas salas de aula. Na ocasião puderam perguntar sobre as dificuldades de se realizar atividades desse tipo, como sua relação com o currículo, a aceitação dos estudantes, o apoio da escola, dentre outras questões.

Este foi também o último encontro da disciplina. A atividade avaliativa final foi a apresentação da solução do problema do barranco, que ocorreu no encontro do dia 15 de

junho, e a entrega de um artigo sobre tal problema, cujo prazo para entrega foi estendido até a semana seguinte (dia 6 de julho), quando oficialmente se encerrou o semestre letivo.

Todos os grupos enviaram os artigos dentro do prazo. No encerramento do semestre foi enviada por e-mail aos professores-colaboradores uma ficha de avaliação da disciplina (Apêndice D), a qual serviu de suporte para a elaboração do programa disciplinar final, com base em suas opiniões e comentários.

Todos os participantes contribuíram, ao longo desta formação, de forma a enriquecê-la, narrando suas experiências docentes e formativas e problematizando situações comuns à sala de aula e ao ambiente escolar, relacionando-as com a prática da Modelagem. Nos encontros também foram analisados muitos temas de relevância na sociedade civil e as possibilidades de propor atividades de Modelagem a partir desses temas, assim como a questão da transdisciplinaridade relativa e a esse tipo de atividade.

A disciplina de Modelagem Matemática foi a etapa da pesquisa que permitiu uma reflexão conjunta sobre a prática da Modelagem e sobre os fatores que implicam essa prática, bem como as consequências dessa prática. Os encontros formativos proporcionaram o compartilhamento de ideias, opiniões, sentimentos e impressões sobre o tema desta pesquisa, de professor para professor.

Assim, ousa-se dizer que essa foi a fase mais rica da pesquisa, na qual se obteve maior quantidade e qualidade de dados, gerados, principalmente, pelas discussões. Por isso, defende-se aqui, que uma formação onde os sujeitos participam ativamente do processo, não apenas como receptores, mas como autores da sua própria formação, torna esse processo mais fecundo.

## 7. ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Os dados referentes a esta pesquisa foram coletados durante a disciplina de Modelagem, cenário da pesquisa de campo. Esses dados foram importantes para avaliar se o programa da disciplina caminhou no sentido de permitir uma formação abrangente no que diz respeito à Modelagem, de forma que os professores que se envolveram nesta formação se sentissem em condições de incorporar esta proposta a suas práticas. Estes dados serão apresentados e discutidos de acordo com a ordem em que foram analisados.

### 7.1.O DIÁRIO DE CAMPO E OS ÁUDIOS

O diário de campo foi utilizado durante toda a disciplina como forma de registrar alguns detalhes que a pesquisadora considerou relevante para a construção do produto final desta pesquisa. Entre as anotações feitas nesse caderno estão a frequência dos participantes no encontro, bem como o envolvimento e a disposição dos professores-colaboradores em cada uma das atividades propostas.

Este envolvimento pôde ser percebido com maior nitidez através dos áudios. Neles é possível perceber humor dos presentes durante o desenvolvimento das atividades – a animação, o tom de voz, as interferências. Foi possível ouvir novamente as opiniões expressadas pelos participantes, bem como as intervenções feitas pelo professor da disciplina e pela autora desta pesquisa, quando foi o caso, e comparar com as anotações feitas no diário de campo.

Assim, destacamos algumas definições para o produto final, considerados relevantes a essa etapa da pesquisa:

- Quanto à atividade prática proposta no primeiro encontro formativo:

Os professores-colaboradores esperavam um momento oportuno durante os encontros formativos para perguntarem a respeito da atividade prática: qual unidade de medida utilizar, confirmar qual era a questão a ser respondida, qual matemática utilizar – se a matemática da Educação Básica ou o conhecimento matemático relativo a suas formações.

Mais adiante, passados sete encontros formativos, os professores-colaboradores começaram a manifestar queixas com relação ao acompanhamento da atividade de Modelagem por parte dos formadores. Segundo eles, estavam sentindo dificuldades em estruturar os modelos. A esse respeito, Vertuan, Borssoi e Almeida (2012) argumentam que:

Dentre muitos aspectos que um ambiente de Modelagem proporciona, ocorre a externalização de modelos mentais dos alunos, que são artefatos cognitivos importantes a partir dos quais o professor pode agir no sentido de realizar mediação no processo de significação/ ressignificação dos alunos. (VERTUAN; BORSSOI; ALMEIDA, 2012, p.5)

Assim, sugeriram que alguns encontros, ou uma parte de cada encontro, deveriam ser dedicados ao problema do barranco.

Optou-se por reservar a segunda metade dos encontros formativos, após a pausa para o lanche, à atividade de Modelagem. Porém essa proposta não foi posta em prática em todos os encontros que se seguiram. Isso por conta de o oitavo encontro formativo ter ocorrido fora da UFJF, do nono a discussão teórica ter se estendido demasiadamente. Em compensação, o décimo e o décimo primeiro encontro foram dedicados exclusivamente à solução do problema proposto.

Assim, foi possível avaliar que, de fato, a formação ocorrida foi deficiente em relação à forma como foi realizada a atividade. Mais tempo, e com mais regularidade, deveria ter sido direcionado para a realização da atividade prática. Esta deveria ter sido dividida de acordo com as etapas da Modelagem, apresentadas no capítulo 4, e acompanhadas mais de perto pelos formadores, afinal, mesmo já conhecendo a Modelagem na teoria, a maioria dos professores-colaboradores ainda não haviam participado de atividades de Modelagem, nem como alunos – que foi a proposta desta atividade – nem como professores.

- Quanto às discussões teóricas:

As discussões teóricas em torno da Modelagem tiveram início no segundo encontro formativo, quando os professores-colaboradores foram indagados sobre suas concepções a respeito da Modelagem e sua utilização para o ensino de Matemática, e foram apresentadas a eles algumas concepções de Modelagem admitidas por alguns pesquisadores da área. No decorrer da formação foram colocados em discussão vários temas, apresentados através da leitura de artigos referentes a esses temas e discutidos durante os encontros. As discussões eram sempre acaloradas. Todos participavam, apresentando suas impressões e opiniões sobre o que se estava discutindo. As quatro horas de duração do encontro passavam sem se perceber.

Os professores-colaboradores concordaram que esses momentos de discussão eram importantes para sua formação pelo fato de conhecerem mais a respeito da Modelagem – pesquisas realizadas na área, sua história, o que os documentos oficiais dizem sobre sua utilização etc. Mas, em contraponto a isso, reclamaram do excesso de discussão teórica, que levava a escassez da prática. Os professores-colaboradores queriam ver aquilo que haviam lido e discutido acontecendo. Queriam mais momentos de ação.

Também sugeriram que as discussões teóricas contemplassem outros assuntos que não foram abordados durante essa formação. Um exemplo é a utilização da Modelagem para o ensino de matemática em unidades prisionais. Este assunto veio à tona por um dos professores-colaboradores, que já havia sido docente em uma unidade prisional onde trabalhou com jovens encarcerados, em um encontro onde foi discutida a perspectiva sócio-crítica da Modelagem. De fato, este é um assunto interessante e pertinente. Porém, outros grupos podem ser incluídos nas discussões, a Modelagem com alunos de escolas indígenas, Modelagem e Inclusão, dentre outros, que foram incluídos na versão final do produto educacional.

- Quanto às práticas docentes:

Este foi um ponto questionado tanto pelos professores-colaboradores, quanto pela pesquisadora: Como contemplar a prática docente em um curso de Modelagem? Como já foi dito, admite-se que a formação proposta não contemplou de forma satisfatória as práticas com

Modelagem. E não se conseguiu chegar a um entendimento, em tempo hábil durante a formação, uma forma de proporcionar aos professores-colaboradores a experiência de exercer práticas docentes com Modelagem.

Um momento que se realizou alguma ação voltada a essa questão, foi no sexto encontro formativo, onde ocorreu a avaliação escrita. Nesta avaliação, uma das questões se referia à prática do professor em sala de aula. A seguir, a questão proposta:

**Figura 2** – Questão da atividade avaliativa da disciplina de Modelagem

**QUESTÃO 3:** Você foi convocado para dar uma prova-aula (nível fundamental) para ingresso numa escola particular na sua cidade (25 aulas semanais). Para tal, você deve entregar a uma banca avaliadora um plano de aula com o tema: “**Modelagem na sala de aula de Matemática – Ensino Fundamental: desafios e obstáculos**”.

Dessa forma, **elabore**, detalhadamente, um plano de aula sobre esse tema que será apresentado à banca avaliadora da sua aula. Lembre-se de que você quer muito conquistar essas aulas na escola dos seus sonhos.

**Fonte:** a autora e o orientador desta pesquisa.

Os professores se mostraram confusos quanto ao entendimento do que estava sendo pedido. Assim, nem todos os professores-colaboradores estruturaram um plano de aula. Alguns descreveram como seria sua aula, considerando que o tema da Modelagem seria o tema assinalado em negrito na questão, que na verdade era o tema do plano de aula.

Nesse sentido, dissertaram sobre quais os desafios e obstáculos que acreditam existir, em relação à Modelagem no Ensino Fundamental. Falaram sobre a questão do tempo de desenvolvimento desse tipo de proposta e a relação com o cumprimento do cronograma e do currículo, falaram sobre o envolvimento dos estudantes nesse tipo de atividade, considerando que é uma proposta bem diferente daquelas comuns nas salas de aula de Matemática do Ensino Fundamental; confirmando aqueles apontamentos mostrados por Silveira e Caldeira (2012).

De fato, a forma como a questão foi redigida pode não ter sido clara quanto ao seu objetivo. De toda forma, aqueles que conseguiram compreender o que os formadores

pretendiam com tal questão, estruturaram propostas interessantes de Modelagem para o Ensino Fundamental, detalhando de forma clara cada passo da atividade, e como ele, como docente, interviria na atividade.

Defende-se que uma boa formação deve contemplar a prática, de tal forma que para a versão final do produto desta pesquisa, dedicou-se maior espaço para a prática. O consenso foi de que essa prática – esgotadas as possibilidades de serem realizadas nas salas de aula de Matemática, através de parecerias com escolas, universidades e demais ambientes de aprendizagem – acontecessem na própria formação, onde, em sua vez, cada participante teria a chance de assumir o lugar de professor, preparar sua atividade de Modelagem, segundo a definição que adotar, e aplicá-la para os demais professores em formação, que assumiriam o papel de estudantes.

## 7.2.OS DOCUMENTOS

Chamamos documentos aqueles registros produzidos durante a formação. Consideramos, nessa análise, as duas atividades avaliativas propostas: aquela aplicada no sexto encontro (Apêndice E), e o artigo produzido sobre o problema do barranco (Anexos A, B e C). A primeira atividade avaliativa teve a participação de todos os professores-colaboradores, já com relação aos artigos, dois professores-colaboradores não cumpriram a tarefa.

Quanto à primeira atividade avaliativa pôde-se perceber, principalmente, que as discussões teóricas, de fato, haviam alcançado seus objetivos de informar e formar uma consciência crítica nos professores-colaboradores quanto às características, concepções, contextos da Modelagem, bem como das dificuldades e obstáculos que sua implementação pode encontrar. Pode-se perceber que é unânime entre os professores-colaboradores a aceitação da perspectiva sócio-crítica, a qual eles sempre mencionavam em todas as discussões, e em suas respostas a primeira questão da primeira atividade avaliativa.

Os artigos mostraram muito mais que a solução do problema do barranco. Ele mostrou como todos os temas abordados durante a formação convergiram para sua redação.



O artigo do Anexo A mostra grande senso crítico quanto a forma que o ensino é tratado, de modo a ‘forçar’ que os alunos se encaixem em uma mesma proposta enquanto propostas como a de Modelagem tendem a se adequar às diferenças encontradas numa sala de aula. Falam sobre a Modelagem, suas características e perspectivas. E quanto ao desenvolvimento do problema proposto, iniciam considerando-o como se fossem aplicar em suas salas de aula, no Ensino Fundamental ou Médio. Falam sobre o passo a passo da realização da proposta, apresentam os recursos utilizados e o resultado encontrado.

No artigo do Anexo B falam sobre o desenvolvimento da atividade, fazendo relação com os temas abordados durante a formação. Focam em comentar o processo de modelagem, suas dificuldades e desafios e o que puderam aprender durante sua realização, tanto em relação à Modelagem quanto ao papel do professor na sua implementação e o que esse tipo de atividade pode proporcionar aos envolvidos.

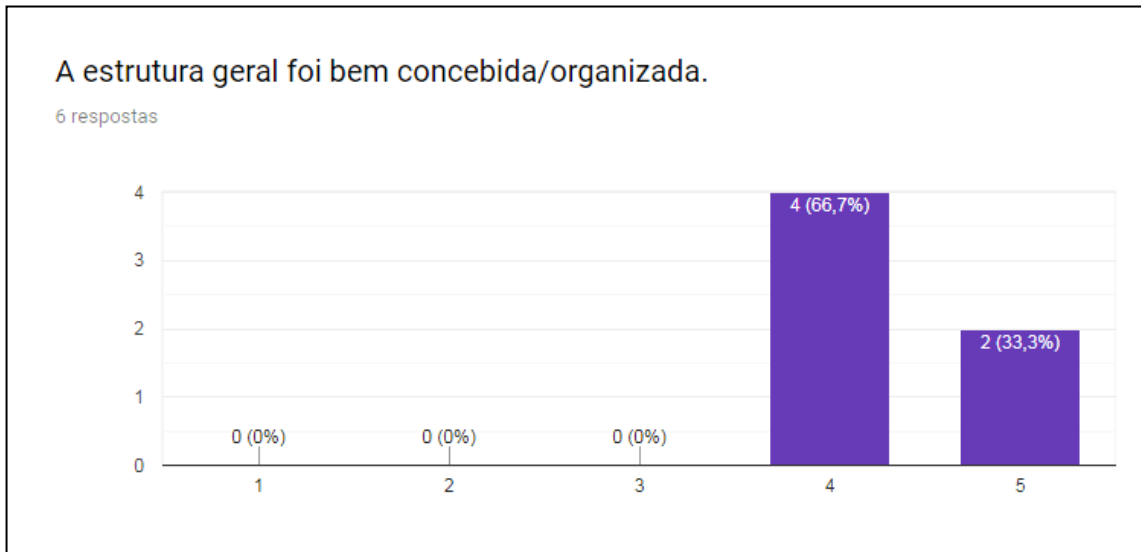
O texto do Anexo C também faz um breve comentário sobre a importância da Modelagem e de sua aplicação em sala de aula. Mas mantém o foco na solução do problema, para o qual utilizaram como ferramenta auxiliar o teodolito – instrumento de medição.

### 7.3.O QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DA DISCIPLINA

Os dados apresentados anteriormente, foram de grande relevância para esta pesquisa. Eles deram uma visão geral sobre o que foi feito durante o curso, e apontou algumas situações particulares. Porém, ao término do curso, qual foi a impressão deixada aos professores-colaboradores? Foi com o intento de responder a essa questão que enviamos aos professores concluintes da disciplina, um formulário de avaliação da disciplina de Modelagem Matemática. Dos onze professores, seis responderam ao questionário.

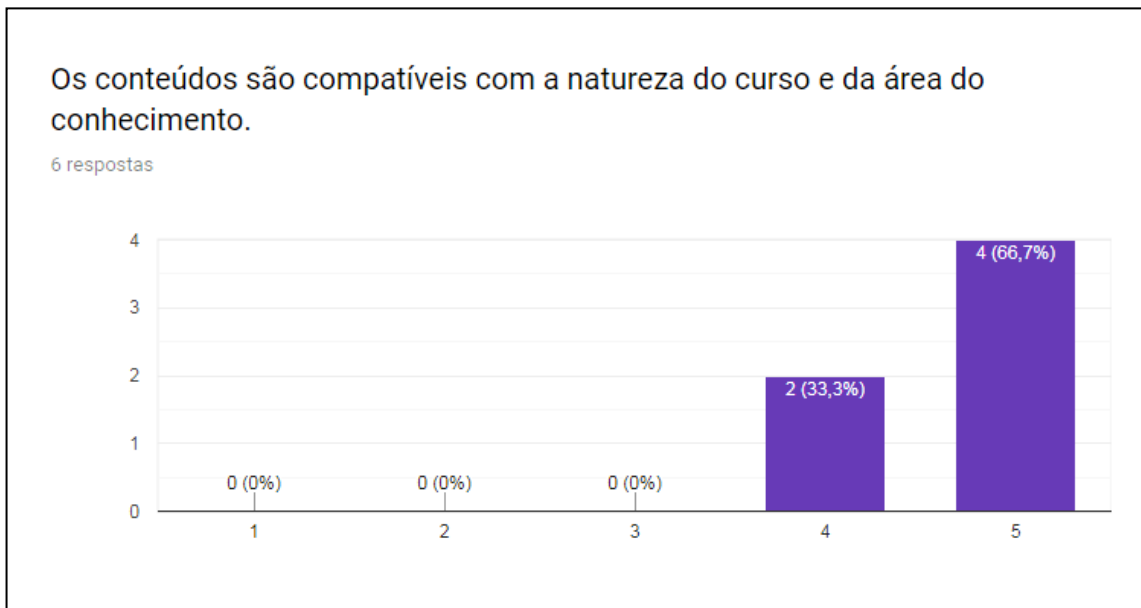
A estrutura deste formulário, gerado a partir do Google Docs., pode ser observada no Apêndice D. A própria plataforma utilizada retornou os seguintes gráficos, relativos às questões de 3 a 13:

**Figura 3 – Respostas à questão 3**



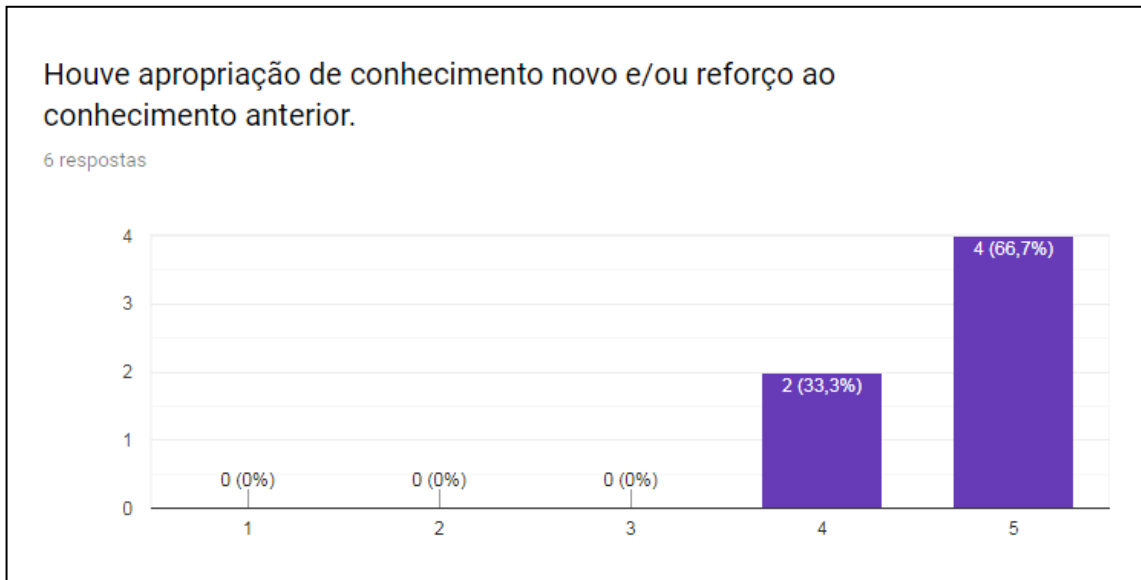
Fonte: Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

**Figura 4 – Respostas à questão 4**



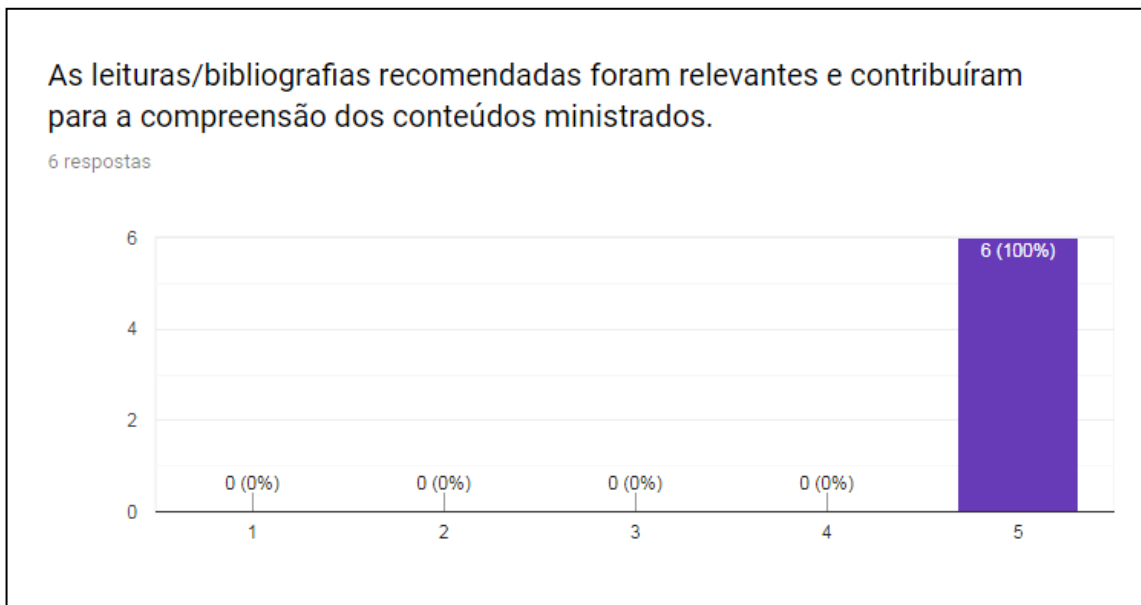
Fonte: Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

**Figura 5 – Respostas à questão 5**



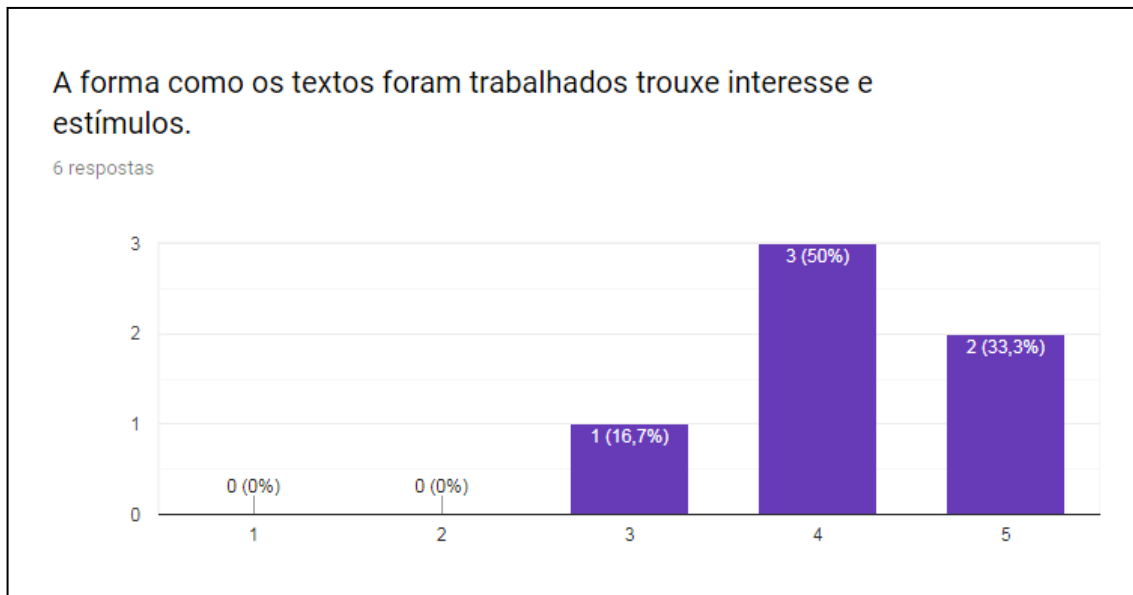
Fonte: Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

**Figura 6 – Respostas à questão 6**



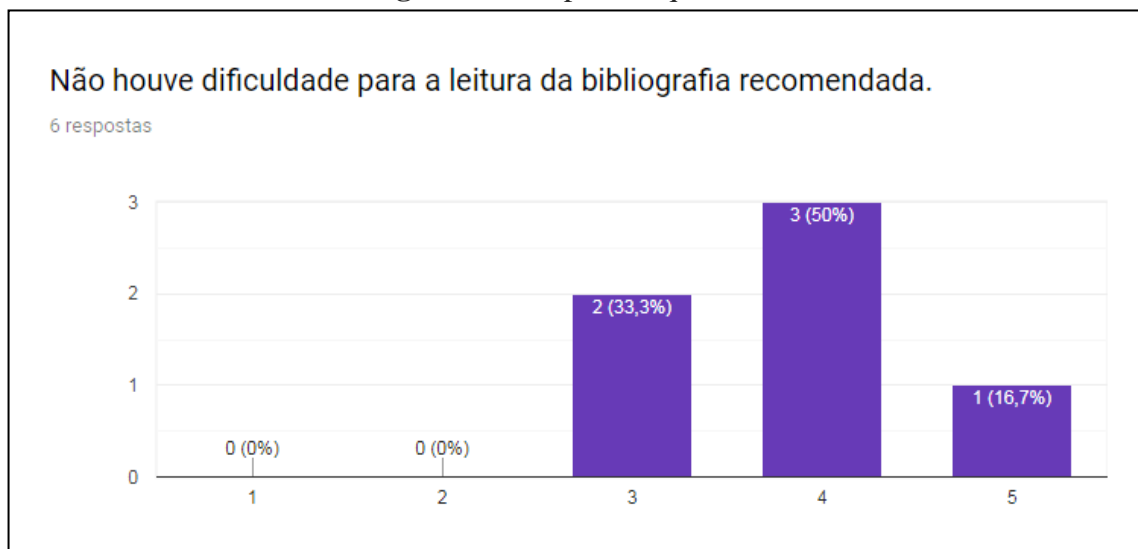
Fonte: Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

**Figura 7 – Respostas à questão 7**



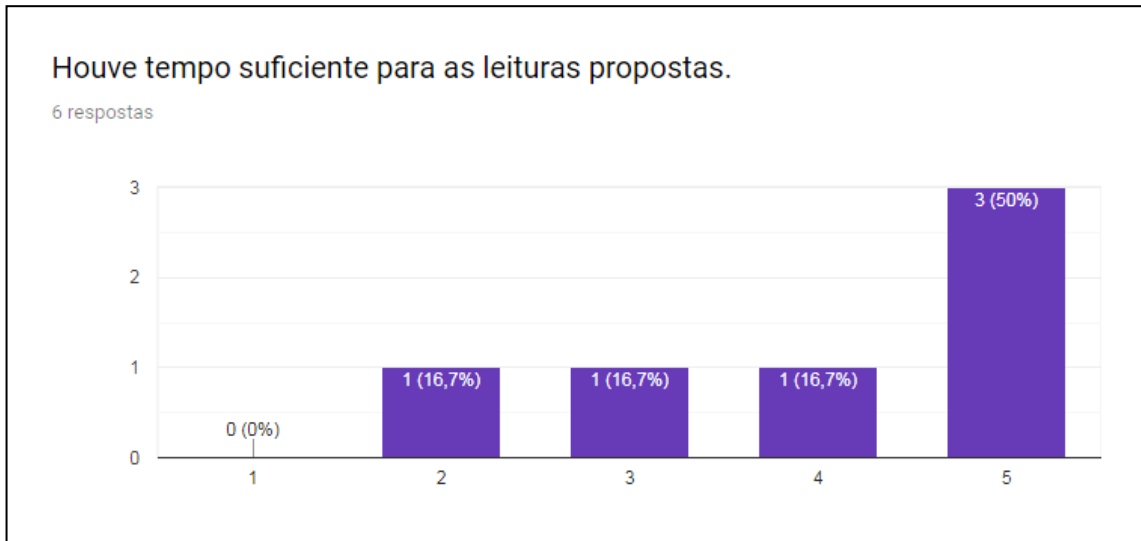
**Fonte:** Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

**Figura 8 – Resposta à questão 8**



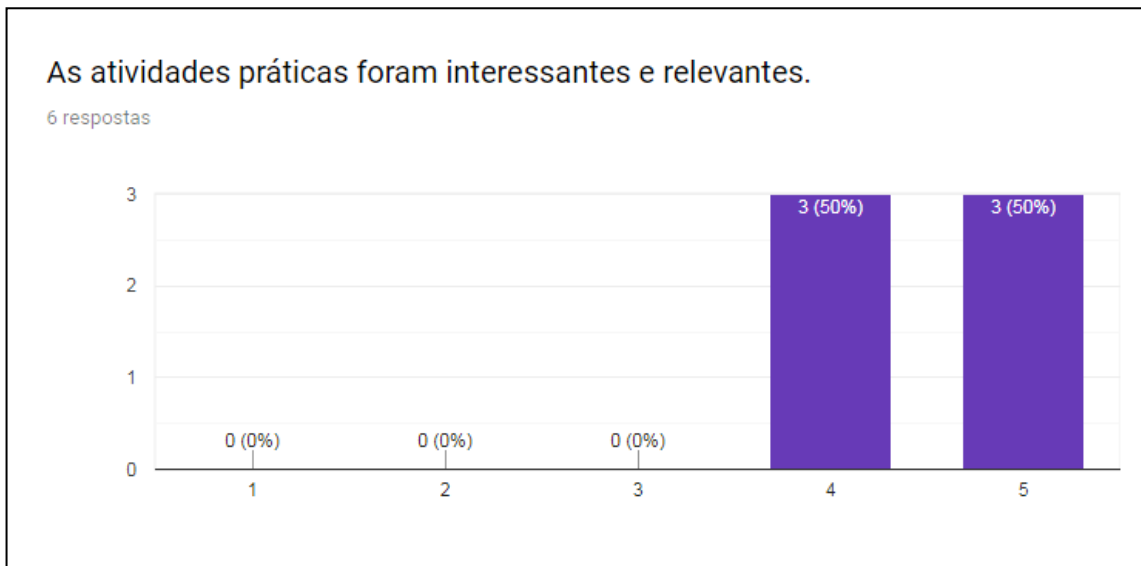
**Fonte:** Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

**Figura 9 – Respostas à questão 9**



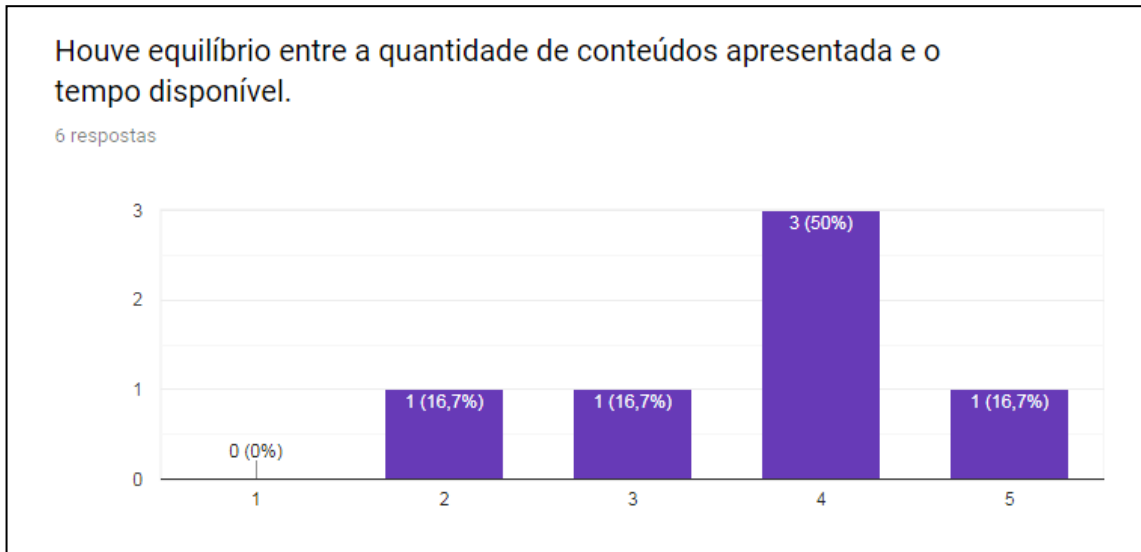
Fonte: Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

**Figura 10 – Respostas à questão 10**



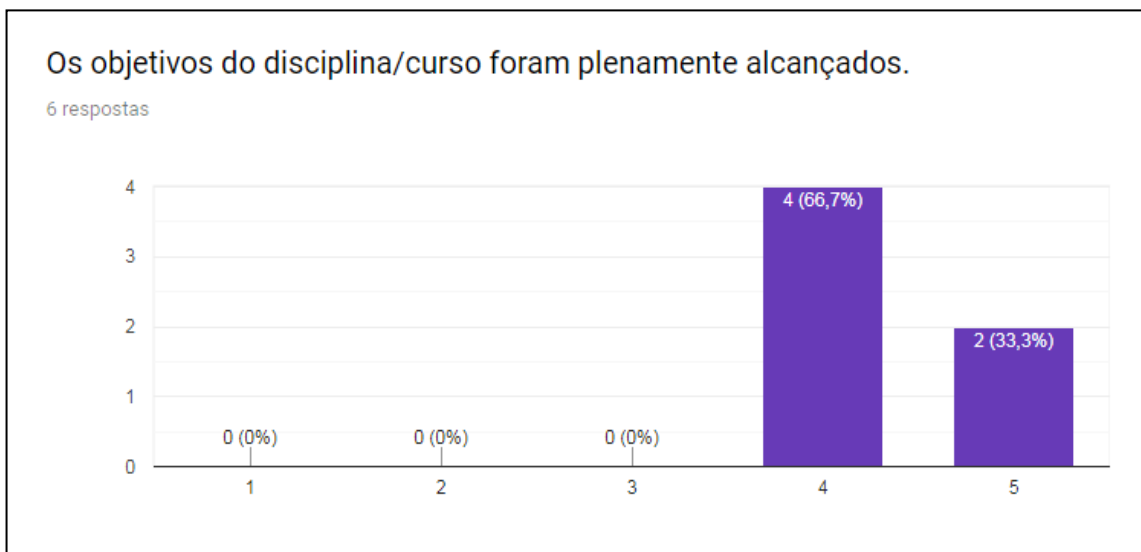
Fonte: Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

**Figura 11** – Respostas à questão 11



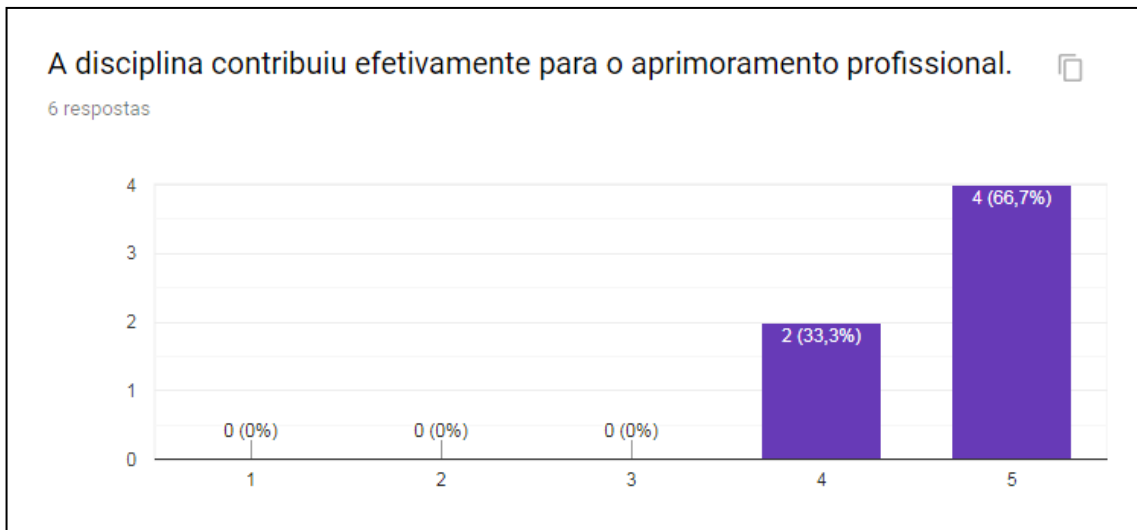
**Fonte:** Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

**Figura 12** – Respostas à questão 12



**Fonte:** Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

**Figura 13** – Respostas à questão 13



**Fonte:** Dados da autora (gerado pelo Google docs.)

Considerando os dados apontados pelos gráficos (figuras de 3 a 13), e a inexperiência com a Modelagem relatada pela maioria dos professores-colaboradores podemos dizer que, de modo geral, esta formação logrou êxito, na opinião dos que participaram desta etapa pós-pesquisa de campo. Mas serão enumerados, a seguir, alguns pontos que chamaram a atenção nestas respostas.

Nas questões 9 e 11, que se referem ao tempo de duração da formação, alguns respondentes se mostraram menos satisfeitos. De fato, ao término curso foi comentado que poderia ser proposta uma continuação, uma segunda formação, para que fosse possível alcançar mais temas de forma mais proveitosa. De fato, em um curso de 60 horas não é possível aprender tudo sobre Modelagem. Mas distribuindo bem os assuntos e as atividades ao longo dessas 60 horas é possível dar ao professor subsídios para que se encoraje a inserir a Modelagem em suas práticas.

Outra queixa recorrente com relação ao tempo, foi a duração de cada encontro. Nossos encontros tinham quatro horas de duração, e mesmo as discussões se estendendo com entusiasmo dos professores-colaboradores, acabavam por se tornarem maçantes. Assim, na versão final do programa disciplinar serão propostos mais encontros com duração menor.

Foi unânime a opinião de que os textos sugeridos foram essenciais para a formação, porém alguns respondentes declararam maior dificuldade com a leitura da bibliografia proposta.

Quanto às outras questões desse formulário, foi pedido que dissessem o motivo que os levou a participar do curso, visto os alunos especiais optaram por se inscrever no curso e os alunos regulares, tinham outras disciplinas a sua escolha. Dos seis respondentes cinco manifestaram interesse pela Modelagem, em aprender sobre esta proposta, e um alegou ter se inscrito por sugestão do seu orientador.

Na questão 14, pediu-se que os participantes comentassem, brevemente, sua participação no curso e como ele os influenciou profissionalmente. As respostas, a essa questão, podem ser observadas abaixo.

#### Quadro 4 – Respostas à questão 14

O curso foi muito bom, e bem conduzido no sentido de nos propor discussões interessantes guiados por ótimos referenciais teóricos. Apenas o cronograma de tempo não foi muito bom, pois muito do planejado não pode ser de fato visto durante o curso. E senti falta de um pouco mais de propostas de atividades práticas pequenas, para além de um projeto, como foi a atividade final da disciplina.
Participação ativa. O curso forneceu uma fundamentação teórica e metodológica importante.
Muito boa, aprendizagens e experiências únicas.
Ampliou a visão sobre a modelagem matemática.
A disciplina superou minhas expectativas de forma positiva! As leituras foram importantes na medida em que proporcionaram discussões em sala além de maior conhecimento sobre autores relevantes para a área. A parte prática da disciplina foi a "cereja do bolo", pois vivenciamos a barreira inicial que muitos professores têm ao propor atividades de modelagem... como posso ajudar meus alunos? Qual a resposta? (e nesse contexto... não existe uma receita!) Muito agradável toda a experiência. (Em resumo: Mais atividades práticas => Mais motivação => Mais reflexão => Mais conhecimento => Mais ideias novas). Obrigada!
Além de agregar os referenciais teóricos com as leituras de livros e textos, fortaleceu a perspectiva da investigação e indagação, o que é uma perspectiva contrária do tradicional, transmissão de conhecimento através de resolução de problemas e habilidade em operações.

**Fonte:** Dados da autora.

Durante o curso foi possível ver o envolvimento de cada professor colaborador em cada etapa da formação proposta, mas é interessante saber como ele enxerga sua participação.



Alguns respondentes foram bastante sucintos em suas respostas, mas todos avaliaram positivamente sua participação e mostraram boas influências do curso sobre sua vida profissional.

Ainda que as respostas ao questionário apontem um resultado positivo com relação ao curso de Modelagem, são sabidas suas faltas. Assim, a última questão se caracteriza por um espaço para que o professor-colaborador possa dar sua última contribuição com relação ao programa disciplinar. Dos seis respondentes deste formulário, apenas dois deixaram sugestões. A seguir, dois trechos de comentários de dois professores-colaboradores, que foram transcritos.

**T1:** Penso que diminuir o número de textos propostos no cronograma. Talvez retirar alguns dos que estavam no cronograma, e colocá-los apenas como "propostas de leituras complementares". Além disso, penso que algo muito interessante seria, para além das leituras e discussões teóricas, que se propusessem diferentes momentos mais práticos, com atividades que possam ser exemplos para a sala de aula na Educação Básica. [...] Penso que a parte prática foi onde faltou nos tirar da nossa zona de conforto de só ficar falando de algo que estávamos lendo sobre, e não fazendo de fato. Claro que a atividade do barranco ao final supriu um pouco essa falta do caráter prático.

**T2:** A parte prática poderia ser mais equilibrada e/ou alternada com as leituras (tivemos mais contato com a prática apenas no final do curso), dessa forma poderíamos ter mais experiências práticas ao longo do semestre.

Com esses dois trechos, podemos perceber que a maior queixa foi com relação à parte prática do curso, fato que já foi apontado em outros momentos da formação e deste texto.

Foi sugerido pela banca, na ocasião do exame de qualificação referente a esta pesquisa, fazer um terceiro questionário, agora tratando, particularmente, da prática dos professores que participaram dessa formação. Porém, não houve sucesso na aplicação deste questionário.

## 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa de mestrado começou a ser desenhada desde antes mesmo do primeiro dia letivo do ano de 2016, quando esta que vos fala ingressou no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFJF. Desde a aprovação no processo seletivo para este curso, em contato com o orientador, deu-se início às leituras e as conversas sobre o tema que seria pesquisado. Desde então, esta pesquisa passou por várias mudanças, desde a pergunta da pesquisa, passando por seus objetivos, até a metodologia que seria adotada. E isso não deve ser entendido como erros que foram corrigidos ou propostas falidas. Foram adaptações necessárias para que esta se tornasse uma pesquisa útil aos fins propostos.

O primeiro tema definido foi a Modelagem Matemática. Depois, com as leituras e discussões entre pesquisadora e orientador, decidiu-se que a formação de professores seria um assunto pertinente, relacionado à Modelagem. Assim, ainda após todas as etapas da pesquisa, do exame de qualificação, chegou-se a pergunta final da pesquisa: **O que deve oferecer um curso de formação de professores em Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática de forma a influenciar, positivamente, as práticas docentes dos participantes?**

A partir de então, pensar as etapas desta pesquisa foi a parte fácil. Decidiu-se pelo desenvolvimento de um produto educacional voltado para a formação de professores e que este produto seria um material de apoio para esta formação. Daí estabeleceu-se que os professores, possíveis sujeitos de uma formação apoiada neste material, deveriam ser ouvidos quanto às suas expectativas com relação à Modelagem, ao ensino da Matemática, quanto à presença ou ausência da Modelagem em sua formação e em suas práticas docentes.

A partir disso, ficou acertado que, para o desenvolvimento deste material, seria ofertado um curso de Modelagem Matemática para professores – em formação inicial e/ou continuada – onde o intento foi a construção de um programa formativo. Para isso, estes professores foram convidados a assumir o protagonismo de sua formação e, assim, tornarem-se colaboradores desta pesquisa. Esta colaboração se deu através do compartilhamento de suas opiniões, reações, expectativas, ou seja, sua participação e seu envolvimento foram o ingrediente principal para a construção do manual formativo de Modelagem Matemática – produto final deste trabalho de mestrado.

A parte difícil viria na execução de todo esse projeto. Na primeira etapa – a pesquisa piloto – deparou-se com a resistência por parte dos professores convidados, em responder o questionário proposto. O questionário foi compartilhado com/por muitos professores, porém só se obtiveram vinte e quatro respondentes. Este número de respostas foi suficiente para situar a pesquisadora diante do panorama geral da Modelagem em relação à formação de professores, estando de acordo com pesquisas que discutem este cenário, como fazem Barbosa (2001) e Oliveira (2016).

Superada esta aflição com relação às poucas respostas ao questionário da pesquisa piloto, passou-se a elaboração da primeira versão do programa da disciplina de Modelagem Matemática que seria ofertada. E aí veio outra questão: “Como ser formadora em um curso de Modelagem Matemática se esta que se pretende formadora não teve uma formação em Modelagem Matemática e nunca se utilizou dela em suas práticas?”.

A solução foi estudar. Ler tudo que fosse possível sobre o assunto, conversar com pessoas que já incorporaram a Modelagem em suas práticas, buscar por relatos de experiências, e praticar tudo o que foi lido e observado. Isto posto, a pesquisadora investiu na Modelagem em suas práticas na Educação Básica, afinal não faz sentido querer que outros pratiquem uma proposta que quem a sugere não utiliza. Seria como diz o ditado popular: “Faça o que eu digo. Não faça o que eu faço.”.

Com essa pesquisa ficou clara a necessidade de uma formação não apenas EM Modelagem Matemática, mas uma formação EM e POR MEIO da Modelagem Matemática. Nem todos os professores que participaram da formação proposta tiveram contato com a Modelagem Matemática em um momento anterior em sua formação. Da mesma forma que a pesquisadora questionou sobre sua própria inexperiência com relação à Modelagem, também questionou que a formação que se pretendia ofertar atuasse no sentido de suprir tal falta.

O sentimento de ensinar a ensinar por meio da Modelagem sem ter aprendido por meio dela é como se uma pessoa que nunca cozinhou na vida fosse ensinar uma receita de uma torta a outrem – sabe-se os ingredientes, os procedimentos, mas nunca se teve a experiência de bater os ovos em ponto de suspiro, misturar todos os ingredientes, saber como agir caso aconteça algum imprevisto no preparo para que não se perca toda a receita. Com isso não se desconsidera o sucesso na execução de uma receita nessas condições. Porém as chances de sucesso são reduzidas. Assim também se dá com relação à Modelagem. É possível que se ensine por meio da Modelagem sem ter experienciado de aprender por meio dela. Mas as

chances de sucesso se reduzem à medida em que não se conhece a perspectiva do estudante na realização de tal proposta, e, conseqüentemente, as situações que podem surgir no processo de forma a pensar possíveis formas de intervenção.

De fato, o trabalho com/ por meio da Modelagem considera situações imprevisíveis. Não se pode prever com precisão quais ferramentas matemáticas serão demandadas, por exemplo. Porém, com a prática é possível compreender as características comuns a todas as atividades de Modelagem, fatos recorrentes, o tempo, o andamento. Assim, buscou-se priorizar formar os professores por meio da Modelagem, ao mesmo tempo em que se formava em Modelagem Matemática.

A principal preocupação desta formação, do início ao fim, foi com relação à prática. Porém, no decorrer do curso percebeu-se que a prática não recebeu a devida atenção. Foi proposto o *problema do barranco*, que teve como objetivo ensinar os participantes por meio da Modelagem, onde eles assumiram a posição de aluno diante da atividade. Porém o acompanhamento das etapas da atividade pelos formadores foi insuficiente. Na conclusão da atividade apresentou ótimos resultados, contudo o relato dos professores-colaboradores apontou dificuldade em cumprir algumas etapas do processo – sentiram falta de alguém para direcionar algumas etapas.

Neste sentido, nas discussões com os professores-colaboradores, durante a pesquisa de campo, falou-se sobre os outros percalços, que existe com relação à Modelagem, serem mais fáceis de contornar quando o professor está bem preparado e seguro do trabalho que se propõe a desenvolver. Quando o professor passa segurança aos seus alunos, estes se convencem com mais facilidade de que as atividades de Modelagem podem ser interessantes e proveitosas. Como consequência dos bons resultados dessa prática, acredita-se que escola e família poderão compreender os benefícios dessa proposta e apoiá-la.

De toda forma, o período em que aconteceram os encontros formativos foi muito produtivo. Os professores-colaboradores participaram de forma ativa das discussões levantadas e atividades realizadas. Assim, as preocupações se restringiram a conseguir subsídios para a elaboração do produto educacional pretendido.

Na busca por elementos para embasar a construção desse guia formativo foi possível identificar muitas lacunas no que se refere à presença da Modelagem na prática do professor. É claro que esta é uma opinião bem simplista e otimista de um pequeno grupo de professores,

mas uma opinião baseada em suas experiências. E é fato que as mudanças precisam começar por algum lugar. E acredita-se que pela formação do professor seja a melhor opção. Sabe-se que esta não é a primeira e nem será a última tentativa. Porém buscou-se através dela identificar as principais deficiências com relação à formação em Modelagem e oferecer um caminho para que se tente mudar o atual cenário.

Existem outras formas de ensinar matemática, que podem ser tão proveitosas quanto a que aqui se discute, porém acredita-se no potencial que a Modelagem tem, tanto no sentido de promover a aprendizagem da Matemática de forma a romper com as atuais – nem tão atuais assim – propostas aplicadas nas salas de aula, quanto seu potencial formativo com relação à formação do cidadão crítico e consciente.

Assim o produto final desta pesquisa, intitulado “Modelagem Matemática: um manual formativo” vem propor uma formação feita por professores para professores. Por professores que estão em sala de aula – na Educação Básica e no Ensino Superior, pesquisadora, orientador da pesquisa e professores-colaboradores. Professores que se submeteram a esta formação, que a pensaram, analisaram e validaram. Professores que pretendem a Modelagem em suas práticas.

O material produzido buscou envolver a maior parte dos temas que a Modelagem abraça: sua relação com outras tendências da Educação Matemática, a história da Modelagem, suas perspectivas, sua prática em diversos níveis e modalidades de formação. Apresenta sugestões de discussão, de atividades, de práticas, de leituras, links e ações. Assim, constitui-se num material o mais completo possível, no intento que assim também seja a formação do professor que utilizá-lo em sua formação.

Este material foi desenvolvido como apoio ao formador. Mas, considerando que o professor em formação pode ser (e deseja-se que seja) protagonista em sua própria formação, é direcionado também a ele. Assim, é um material capaz de atingir tanto formador quanto professores em formação, tanto em uma perspectiva de formação inicial, quanto de formação continuada.

De toda forma, o que se deseja é um professor seguro de suas práticas, questionador do seu próprio trabalho, que participe ativamente de sua formação, para que possa atuar de forma a promover ambientes de aprendizagem, que promovam uma aprendizagem efetiva, de

forma insubordinada, criativa e crítica, através da Modelagem Matemática. Assim, espera-se que este humilde trabalho possa contribuir para que isso seja possível.

E como a conclusão de uma pesquisa, por melhores resultados que possa produzir, nunca é uma tarefa conclusa, ao contrário, é sempre passível de melhorias e mudanças, fique este trabalho como um ponto de partida, um convite, para que outros, animados pela Modelagem e tudo o que ela pode oferecer, possam modificá-lo, acrescentando ideias, atualizando discussões, apontando novos caminhos para superar novos obstáculos e compartilhando-o com quem possa ter interesse em desfrutá-lo.

Ainda são muitos os entraves com relação à prática da Modelagem e com relação à formação de professores em Modelagem. O produto desta pesquisa foi elaborado de forma a ajudar a superar parte desses problemas oferecendo uma formação abrangente, reflexiva, participativa e crítica. Porém, o tempo o qual dispôs essa pesquisa não foi suficiente para que se pudessem verificar as influências da formação realizada nas práticas dos professores que participaram dela. Também não foi possível oferecer uma nova formação, baseada no produto educacional desta pesquisa, agora a outros professores, e avaliar sua eficiência. Assim, estas são lacunas que este trabalho deixa, para que sejam preenchidas futuramente.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. **Práticas de Professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações**. Educação Matemática em Revista. São Paulo. N° 46, Edição Temática (setembro). p. 06 – 15, 2015.

ANDRÉ, M. E. **Estudo de Caso: seu potencial na educação**. 1984. Disponível em: < <http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/cp/article/view/1427/1425> >. Acesso em: 07 de novembro de 2016.

ARAÚJO, J. L. Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. **Bolema**. Rio Claro. vol. 26 no. 43 ago. 2012.

\_\_\_\_\_. Brazilian research on modeling in mathematics education. **ZDM The International Journal on Mathematics Education**, Eggenstein, Leopoldshafen, v. 43, n. 3-4, p. 337-348, June. 2010.

ASSIS, L. **Modelagem matemática na formação de professores: algumas contribuições**. 2013. 140 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

BARBIER, R. **A pesquisa-ação**. Trad. Lucie Didio. Brasília: Liber Livro, 2007.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: Concepções e experiências de futuros professores**. 2001, 253f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2001a.

\_\_\_\_\_. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001b.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73- 80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2016. 389p.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em Educação Matemática. **Pro-posições**, vol. 4, n. 1, p. 18-23. São Paulo, 1993.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p. 7-32, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, M. S.; HIEN, N.; LOSS, G. S. Modelagem Matemática no ensino de Matemática na Engenharia. In: Encontro Nacional de Estudantes de Matemática do Sul – XVI EREMATSUL, 2010, Porto Alegre, **Anais...** Porto Alegre, 2010. p. 224-233.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, Consed, Undime, 2016. 651p.

CARDOSO, M. A. M.; GAVIOLLI, I. B.; VERTUAN, R. E. Diferentes encaminhamentos matemáticos no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. In: XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016, São Paulo – SP. **Anais...** São Paulo, SP: UNICSUL, 2016.

CARNEIRO, R. F. **Processos formativos em matemática de alunas-professoras dos anos iniciais em um curso a distância de Pedagogia**. 2012. 309 f. Tese (Doutorado em Ciências Humanas) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

CARVALHO J. B. P. de. O que é Educação Matemática? **Temas e Debates**, n. 3, p. 17-26, São Paulo, 1991.

CEOLIN, A. J.; CALDEIRA, A. D. Obstáculos e dificuldades apresentados por professores de matemática recém-formados ao utilizarem modelagem matemática em suas aulas na educação básica. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n.58, p. 760-776, ago. 2017.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 2012.

DUARTE, J. ; BARROS, A.. **Métodos e Técnicas de Pesquisa em Comunicação**. São Paulo: Atlas S.A, 2006.

FIDELIS, R. **Contribuições da modelagem matemática para o pensamento reflexivo: um estudo**. 2005, 178 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FRANKENSTEIN, M. Educação Matemática crítica: uma aplicação da epistemologia de Paulo Freire. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Educação Matemática**. 2.ed. São Paulo: Centauro, 2005. p. 101-140.

FREIRE, P. **Educação e Mudança**. 12ª Edição. Paz e Terra. Rio de Janeiro, 1979.



FREITAS, J. F. R. B. **As dimensões crítica e reflexiva da Modelagem Matemática no ambiente virtual de aprendizagem (AVA) em cursos de Licenciatura em Matemática na modalidade à distância.** 2016. 113 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2016.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica.** Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GAVANSKI, D. **Uma experiência de estágio supervisionado norteador pela modelagem matemática:** indícios para uma ação inovadora. 1995. 174 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná, Guarapuava, 1995.

GERHARDT, T.; SILVEIRA, D. **Métodos de pesquisa.** PLAGEDER, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4ed. São Paulo: Atlas, 2009.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar.** Rio de Janeiro: Record, 1997.

JACOBINI, O. **A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula.** 2004. 225 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

JÚNIOR, A. J. S.; CARVALHO, A. M.; ALVES, D. B. A Modelagem na Educação Matemática: um projeto com educação ambiental e cultura digital. In: XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016, São Paulo – SP. **Anais...** São Paulo, SP: UNICSUL, 2016.

LIMA, J. A.; SANTOS, A. F. A Modelagem Matemática como metodologia de ensino: um relato de experiência no PIBID. In: XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016, São Paulo – SP. **Anais...** São Paulo, SP: UNICSUL, 2016.

LINARDI, P. R. **Rastros da formação Matemática na prática profissional do professor de matemática.** 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

LOPES, C. E.; D'AMBROSIO, B. S. Professional development shaping teacher agency and creative insubordination. **Ciência & Educação.** Bauru, v. 22, n. 4, p. 1085-1095, 2016.

LUZ, E. F. **Educação a distância e educação matemática:** contribuições mutuas no contexto teórico-metodológico. 2003. 180 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

MACHADO, J. N. Formação do Professor de Matemática: currículos, disciplinas, competências, ideias fundamentais. In: CARVALHO, A. M. P. (Org.) **Formação continuada de professores:** uma releitura das áreas do cotidiano. São Paulo: Cengage, 2017, p. 37-68.

MAGNUS, M. C. M.; CAMBI, B. A Modelagem Matemática e a Educação nos anos iniciais: uma experiência com Pedagogos. In: XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016, São Paulo – SP. **Anais...** São Paulo, SP: UNICSUL, 2016.

MINAYO, M. C. S. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 2001.

MOREIRA, M. A. O mestrado (profissional) em ensino. **Revista Brasileira de Pós-Graduação**, Brasília, v. 1, n. 1, p. 131-142, jul. 2004.

MUTTI, G. S. L. **Práticas pedagógicas de professores da educação matemática num contexto de formação continuada em modelagem matemática na educação matemática**. 2016. 236 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2016.

NÓVOA, A. Para una formación de profesores construida dentro de la profesión. **Revista de Educación**, n. 350, p. 203-218, set./dez. 2009.

OLIVEIRA, W. P. **Modelagem Matemática nas licenciaturas em Matemática das universidades estaduais do Paraná**. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação Comunicação e Artes, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2016.

OLIVEIRA, W. P.; KLÜBER, T. E. Formação de professores em Modelagem Matemática: uma hermenêutica dos relatórios do GT 10 – Modelagem Matemática da SBEM. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.19, n.2, 167-186, 2017.

ROSA, M. Currículo e Matemática: algumas considerações na perspectiva etnomatemática. **PLURES Humanidades**, Ribeirão Preto, n. 6, v. 6, p. 81-96, 2005.

ROSA, M.; OREY, D. C. Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem! **Bolema**. Rio Claro, SP. V. 16, nº 20, pp. 01-16. Ago. 2003.

SANTANA, T. S.; BARBOSA, J. C. A Intervenção do Professor em um Ambiente de Modelagem Matemática e a Regulação da Produção Discursiva dos Alunos. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 991-1020, ago. 2012.

SCANDIUZZI, P. P. Água e Óleo: Modelagem e Etnomatemática? **Bolema**. Rio Claro, SP. V. 15, nº 17, pp. 52-68. 2002.

SILVEIRA, E. **Modelagem Matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações**. 2007. 197f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Setor de Educação, UFPR, Curitiba, 2007.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na Sala de Aula: resistências e obstáculos. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 1021-1047, ago. 2012.

SILVEIRA, A.; FERREIRA, G. P.; SILVA, L. A. da. A evolução da Modelagem Matemática ao longo da história, o surgimento da Modelagem no Brasil e suas contribuições enquanto estratégia de ensino de matemática. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CIBEM 7, 2013, Montevideu, Uruguai. **Anais...** Montevideu, 2013. P. 2875-2882.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001. 160 p.

\_\_\_\_\_. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, SP, ano 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

STAHL, N. P. **O ambiente e a modelagem matemática no ensino de cálculo numérico**. 2003. 145 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. Rio de Janeiro: Record, 2016.

TAMBARUSSI, C. M. **A formação de professores em Modelagem Matemática: considerações a partir de professores egressos do Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná - PDE**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação Comunicação e Artes, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel. 2015.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 4ª Ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2010.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez Editora, 2005.

VERTUAN, R. E.; BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. O papel da mediação e da intencionalidade em atividades de Modelagem Matemática. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 5., Petrópolis. **Anais...** Petrópolis, SIPEM, 2012.

YIN, R. K. **Estudo de Caso: planejamento e métodos**. Porto Alegre: Bookman, 2001.

## APÊNDICE A – PRIMEIRA VERSÃO DO PROGRAMA DISCIPLINAR

### 1. CRONOGRAMA

DATAS	TEMA	BIBLIOGRAFIA
23/03	Modelagem em Educação Matemática brasileira: contexto histórico	<p>9. BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. <i>Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia</i>, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.</p> <p>10. ARAÚJO, J. L. Brazilian Research on Modelling in Mathematics Education. <i>ZDM Mathematics Education</i>. 42:337–348. DOI 10.1007/s11858-010-0238-9. 2010. <b>(Resenhar)</b></p>
06/04	Modelagem e Paulo Freire	<p>1. FRANKENSTEIN, M. Educação matemática crítica: uma aplicação da Epistemologia de Paulo Freire. In. BICUDO, M. A. V. (Org.) <i>Educação Matemática</i>. 2. Ed. São Paulo: Centauro, 2005.</p> <p>2. FREIRE, P. <i>Conscientização: Teoria e Prática da Libertação: uma introdução ao pensamento de Paulo Freire</i>. 3ª Edição – 2ª Reimpressão. São Paulo: Centauro, 2008. <b>(Resenhar)</b></p>
06/04	Modelagem e Educação Matemática Crítica	<p>1. ARAÚJO, J. L. Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. <i>Bolema</i>. vol. 26 no. 43 Rio Claro ago. 2012. <a href="http://dx.doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300005">http://dx.doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300005</a></p> <p>2. ROSA, M.; REIS, F. S.; OREY, D. C. A Modelagem Matemática Crítica nos Cursos de Formação de Professores de Matemática. <i>Acta Scientiae</i>. Canoas, RS. v. 14 n.2 p.159- 184 maio/ago. 2012.</p>
13/04	Modelagem e Formação de Professores	<p>1. BORBA, M. C.; HERMINIO, M. H. B. A noção de interesse em projetos de Modelagem matemática. Disponível em:</p>

		<p><a href="https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/3283">https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/3283</a></p> <p>2. BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. Disponível em: <a href="http://www.ufrgs.br/espamat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_VI/pdf/Mod-Mat-formacao-professores.pdf">www.ufrgs.br/espamat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_VI/pdf/Mod-Mat-formacao-professores.pdf</a></p> <p>3. MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. <i>Modelagem em Educação Matemática</i>. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2011. (<b>Resenhar</b>)</p>
20/04	Modelagem e Formação de Professores	<p>1. ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Práticas de Professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações. <i>Educação Matemática em Revista – EMR</i>. São Paulo. N° 46, Edição Temática (setembro). p. 06 – 15, 2015.</p> <p>2. CALDEIRA. A. D. Modelagem Matemática, Currículo e Formação de Professores: Obstáculos e Apontamentos. <i>Educação Matemática em Revista – EMR</i>. São Paulo. N° 46, Edição Temática (setembro). p. 53 – 62, 2015. (<b>Resenhar</b>)</p>
27/04	Modelagem e Formação de Professores	<p>1. SOUZA, E. G.; LUNA, A. V. A. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. <i>REVEMAT</i>. Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática (junho), p. 57-73, 2014.</p> <p>2. KLÜBER, T. E. Formação De Professores de Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Questões Emergentes. <i>Educere et Educare</i>. UNIOESTE, Cascavel: Vol. 12 Número 24 Jan./Abr. 2017</p>
04/05	Modelagem e outras Tendências em Educação Matemática	<p>1. MALHEIROS, A. P. S. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e Educação Matemática. <i>Bolema</i>. Rio Claro, SP. V. 26, n° 43, pp. 89-110. Ago. 2012.</p> <p>2. ROSA, M.; OREY, D. C. Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem! <i>Bolema</i>. Rio Claro, SP. V. 16, n° 20, pp. 01-16. Ago. 2003.</p>

04/05	Modelagem e outras Tendências em Educação Matemática	<ol style="list-style-type: none"> <li>3. SCANDIUZZI, P. P. Água e Óleo: Modelagem e Etnomatemática? <i>Bolema</i>. Rio Claro, SP. V. 15, nº 17, pp. 52-68. 2002.</li> <li>4. ROSA, M.; OREY, D. C. Contextualizando a Etnomodelagem. In.: ‘, M.; OREY, D. C. <i>Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemática locais</i>. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.</li> </ol>
11/05	Modelagem e outras Tendências em Educação Matemática	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. MALHEIROS, A. P. S.; FRANCHI, R. H. O. As Tecnologias da Informação e Comunicação nas produções sobre Modelagem no GPIMEM. In.: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Orgs.) <i>Tecnologias Digitais e Educação Matemática</i>. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.</li> <li>2. BORBA, M. C.; VILLARREAL, M.; SOARES, D. S. Modeling Using Data Available on the Internet. In: HIRSCH, C. R.; MCDUFFIE, A. R. <i>Mathematical Modeling and Modeling Mathematics</i>. Annual Perspectives in Mathematics Education. United States of America: NCTM National Council of Teachers of Mathematics, 2016. p. 143–152 (<b>Resenhar</b>)</li> </ol>
18/05	Modelagem no contexto internacional	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. KAISER, G., SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. <i>The International Journal on Mathematics Education</i>, 38(3), 302–310. 2006. <a href="http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a9.pdf">http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a9.pdf</a> Acesso em 17 jan. 2014.</li> <li>2. CIRILLO, M.; BARTELL, T. G.; WAGNER, A. A. Teaching Mathematics for Social Justice through Mathematical Modeling. In: HIRSCH, C. R.; MCDUFFIE, A. R. <i>Mathematical Modeling and Modeling Mathematics</i>. Annual Perspectives in Mathematics Education. United States of America: NCTM National Council of Teachers of Mathematics, 2016. p. 87 – 96.</li> </ol>

25/05	Modelagem e sala de aula: Educação Básica	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ALMEIDA; L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Editora Contexto, 2012.</li> <li>2. TORTOLA, E. <i>Configurações de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental</i>. 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina. Londrina, PR, 2016.</li> <li>3. CANEDO JR., N. R.; KISTEMANN JR., M. A. <i>O movimento das pesquisas em Modelagem Matemática em Minas Gerais – Brasil</i>. Disponível em: <a href="https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9nespp100">https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9nespp100</a></li> <li>4. SOARES, D. S.; VIER, G. Os Diálogos em um Ambiente de Análise de Modelos e Tecnologias: queda de um objeto com resistência do ar. Educere et Educare. UNIOESTE, Cascavel: Vol. 12 Número 24 Jan./Abr. 2017. <b>(Resenhar)</b></li> </ol>
01/06	Modelagem e sala de aula: Educação Básica	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. CEOLIM, A. J., CALDEIRA. A. D. Modelagem Matemática na Educação Matemática: Obstáculos Segundo Professores da Educação Básica. <i>Educação Matemática em Revista – EMR</i>. São Paulo. N° 46, Edição Temática (setembro). p. 25– 34, 2015.</li> <li>2. SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. <i>Bolema</i>. Rio Claro, SP. V. 26, n° 43, pp. 249-275. Ago. 2012.</li> <li>3. CANEDO JR., N. R.; KISTEMANN JR., M. A. <i>Reflexões sobre o fazer modelagem no contexto da educação básica</i>. Revista Ensino da Matemática em Debate. Disponível em: <a href="https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/26234/18881">https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/26234/18881</a></li> </ol>
08/06	Modelagem e sala de aula: Educação Superior	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. VERTUAN, R.E.; SILVA, K. P.; BORSSOI, A. H. Modelagem Matemática em Disciplinas do Ensino Superior: o que Manifestam os Estudantes?</li> </ol>

		<p>Educere et Educare. UNIOESTE, Cascavel: Vol. 12 Número 24 Jan./Abr. 2017.</p> <p>2. SOARES, D.; BORBA, M. C. <i>Os Caminhos da Modelagem no “Pós”-GPIMEM</i>: desenvolvendo uma árvore genealógica. Disponível em: <a href="http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/soares_borba/soares&amp;borba-revemmat2014.pdf">http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/soares_borba/soares&amp;borba-revemmat2014.pdf</a></p> <p>3. GALLEGUILLOS, J. <i>Modelagem Matemática Online</i>: O papel do professor. Disponível em: <a href="http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/autores/galleguillos_ebrapem_2013.pdf">http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/autores/galleguillos_ebrapem_2013.pdf</a></p>
15/06	Apresentação oral de artigos	<p>Bolema vol.26 no.43 Rio Claro Aug. 2012. Edição Temática Modelagem. Disponível em: <a href="http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_issuetoc&amp;pid=0103-636X20120003">http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_issuetoc&amp;pid=0103-636X20120003</a></p>
15/06	Apresentação oral de artigos	<p>Bolema vol.26 no.43 Rio Claro Aug. 2012 Edição Temática Modelagem. Disponível em: <a href="http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_issuetoc&amp;pid=0103-636X20120003">http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_issuetoc&amp;pid=0103-636X20120003</a></p>
22/06	Apresentação	Apresentação de Propostas de Projetos de Modelagem
29/06	Apresentação	Apresentação de Propostas de Projetos de Modelagem

## 2. DINÂMICA DOS ENCONTROS

As dinâmicas em sala ocorrerão fundamentalmente por meio dos diálogos sobre os textos, que devem assim ser **integralmente** lidos previamente às aulas. Para cada texto, cada pessoa deverá elaborar, pelo menos, duas questões, as quais deverão ser entregues por escrito no início de cada aula. Tais questões deverão subsidiar o debate e o diálogo crítico que nos permita uma aproximação e aprofundamento sobre algumas das principais questões sobre Modelagem em Educação Matemática.



### 3. AVALIAÇÃO

O desempenho do aluno será avaliado pela participação nas atividades programadas, pela entrega das questões no início de cada aula e pelos trabalhos, que serão:

- Resenhas (Entrega no dia assinalado no Cronograma);
- Avaliação Escrita (1 avaliação dissertativa na última aula do mês com duração de 50 minutos, com temas abordados nos textos lidos e debatidos nas aulas);
- Apresentação das duplas dos artigos do Bolema;
- Apresentação dos projetos de Modelagem Matemática (Entrega da Versão 1: 01 de junho).

### 4. LINKS INTERESSANTES

- Artigos Revista Alexandria (Temática Modelagem):  
<http://alexandria.ppgect.ufsc.br/publicacoes-2009/v2-n2-072009/> Acesso em 14 Fev. 2017.
- Artigos Revista Acta (Temática Modelagem):  
<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/issue/view/30> Acesso em 14 Fev. 2017.
- Artigos Revista Bolema (Temática Modelagem):  
[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_issuetoc&pid=0103-636X20120003&lng=pt&nrm=i](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_issuetoc&pid=0103-636X20120003&lng=pt&nrm=i), acesso em 14 Fev. 2017.
- Artigos EMR (Temática Modelagem):  
<http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/issue/view/57> Acesso em 04 Jul. 2016.
- REMATEC - Edição Temática, disponível em:  
<http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/issue/view/18> Acesso em 04 Jul. 2016.

- REVEMAT -- Edição Temática, disponível em:  
<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/view/2153> Acesso em 04 Jul. 2016.
- Educere et Educare - Edição Temática, disponível em: <http://e-revista.unioeste.br/index.php/educereeteducare/issue/view/830> Acesso em 12 de junho de 2017.
- Obras de Paulo Freire para download:  
<http://www.pragmatismopolitico.com.br/2013/04/obra-completa-de-paulo-freire-gratis-para-download.html>

## 5. ALGUMAS REFERÊNCIAS:

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Práticas de Professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações. *Educação Matemática em Revista – EMR*. São Paulo. N° 46, Edição Temática (setembro). p. 06 – 15, 2015.

ALMEIDA; L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

ARAÚJO, J. L. Brazilian Research on Modelling in Mathematics Education. *ZDM Mathematics Education*. 42:337–348. DOI 10.1007/s11858-010-0238-9. 2010.

ARAÚJO, J. L. Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. *Bolema*. vol.26 no.43 Rio Claro ago. 2012.  
<http://dx.doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300005>

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M.; SOARES, D. S. Modeling Using Data Available on the Internet. In: HIRSCH, C. R.; MCDUFFIE, A. R. *Mathematical Modeling and Modeling Mathematics. Annual Perspectives in Mathematics Education*. United States of America: NCTM National Council of Teachers of Mathematics, 2016. p. 143–152.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática, Currículo e Formação de Professores: Obstáculos e Apontamentos. *Educação Matemática em Revista – EMR*. São Paulo. N° 46, Edição Temática (setembro). p. 53 – 62, 2015.

CIRILLO, M.; BARTELL, T. G.; WAGNER, A. A. Teaching Mathematics for Social Justice through Mathematical Modeling. In: HIRSCH, C. R.; MCDUFFIE, A. R. *Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*. Annual Perspectives in Mathematics Education. United States of America: NCTM National Council of Teachers of Mathematics, 2016. p. 87 – 96.

DECÁLOGO 1: amarás a deus sobre todas as coisas. Direção: Krzysztof Kieslowski, Produção: Versátil. Polônia: Telewizja Polska, 1989, 1 DVD.

FRANKENSTEIN, M. Educação matemática crítica: uma aplicação da Epistemologia de Paulo Freire. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) *Educação Matemática*. 2. Ed. São Paulo: Centauro, 2005. FREIRE, P. *Conscientização: Teoria e Prática da Libertação: uma introdução ao pensamento de Paulo Freire*. 3ª Edição – 2ª Reimpressão. São Paulo: Centauro, 2008.

KAISER, G., SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302– 310. 2006. <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a9.pdf> Acesso em 17 jan. 2014.

KLÜBER, T. E. Formação De Professores de Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Questões Emergentes. *Educere et Educare*. UNIOESTE, Cascavel: Vol. 12 Número 24 Jan./Abr. 2017.

MALHEIROS, A. P. S. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e Educação Matemática. *Bolema*. Rio Claro, SP. V. 26, n° 43, pp. 89-110. Ago. 2012.

MALHEIROS, A. P. S.; FRANCHI, R. H. O. As Tecnologias da Informação e Comunicação nas produções sobre Modelagem no GPIMEM. In.: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Orgs.) *Tecnologias Digitais e Educação Matemática*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. *Modelagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2011.

ROSA, M.; OREY, D. C. *Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemática locais*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ROSA, M.; OREY, D. C. Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem! *Bolema*. Rio Claro, SP. V. 16, n° 20, pp. 01-16. Ago. 2003.

ROSA, M.; REIS, F. S.; OREY, D. C. A Modelagem Matemática Crítica nos Cursos de Formação de Professores de Matemática. *Acta Scientiae*. Canoas, RS. v. 14 n.2 p.159-184 maio/ago. 2012.

SCANDIUZZI, P. P. Água e Óleo: Modelagem e Etnomatemática? *Bolema*. Rio Claro, SP. V. 15, n° 17, pp. 52-68. 2002.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. *Bolema*. Rio Claro, SP. V. 26, n° 43, pp. 249-275. Ago. 2012.

SOARES, D. S.; VIER, G. Os Diálogos em um Ambiente de Análise de Modelos e Tecnologias: queda de um objeto com resistência do ar. *Educere et Educare*. UNIOESTE, Cascavel: Vol. 12 Número 24 Jan./Abr. 2017.

SOUZA, E. G.; LUNA, A. V. A. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. *REVEMAT*. Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática (junho), p. 57-73, 2014.

STRECK, D. R.; REDIN, E.; ZITKOSKI, J. J. (Orgs). *Dicionário Paulo Freire*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2008.

TORTOLA, E. *Configurações de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina. Londrina, PR, 2016.

VERTUAN, R.; SILVA, K. P.; BORSSOI, A. H Modelagem Matemática em Disciplinas do Ensino Superior: o que Manifestam os Estudantes? . *Educere et Educare*. UNIOESTE, Cascavel: Vol. 12 Número 24 Jan./Abr. 2017.

## APÊNDICE B – I RETIFICAÇÃO DO CRONOGRAMA

04/05	Modelagem e outras Tendências em Educação Matemática	<p>5. MALHEIROS, A. P. S. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e Educação Matemática. <i>Bolema</i>. Rio Claro, SP. V. 26, n° 43, pp. 89-110. Ago. 2012.</p> <p>6. ROSA, M.; OREY, D. C. Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem! <i>Bolema</i>. Rio Claro, SP. V. 16, n° 20, pp. 01-16. Ago. 2003.</p>
04/05	Modelagem e outras Tendências em Educação Matemática	<p>7. SCANDIUZZI, P. P. Água e Óleo: Modelagem e Etnomatemática? <i>Bolema</i>. Rio Claro, SP. V. 15, n° 17, pp. 52-68. 2002.</p> <p>8. ROSA, M.; OREY, D. C. Contextualizando a Etnomodelagem. In.: ROSA, M.; OREY, D. C. <i>Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemática locais</i>. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.</p>
11/05	Modelagem e outras Tendências em Educação Matemática	<p>3. MALHEIROS, A. P. S.; FRANCHI, R. H. O. As Tecnologias da Informação e Comunicação nas produções sobre Modelagem no GPIMEM. In.: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Orgs.) <i>Tecnologias Digitais e Educação Matemática</i>. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.</p> <p>4. BORBA, M. C.; VILLARREAL, M.; SOARES, D. S. Modeling Using Data Available on the Internet. In: HIRSCH, C. R.; MCDUFFIE, A. R. <i>Mathematical Modeling and Modeling Mathematics</i>. Annual Perspectives in Mathematics Education. United States of America: NCTM National Council of Teachers of Mathematics, 2016. p. 143–152 (<b>Resenhar</b>)</p>

18/05	Modelagem no contexto internacional	<p>3. KAISER, G., SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. <i>The International Journal on Mathematics Education</i>, 38(3), 302–310. 2006.  <a href="http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a9.pdf">http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a9.pdf</a>  Acesso em 17 jan. 2014.</p> <p>4. CIRILLO, M.; BARTELL, T. G.; WAGNER, A. A. Teaching Mathematics for Social Justice through Mathematical Modeling. In: HIRSCH, C. R.; MCDUFFIE, A. R. <i>Mathematical Modeling and Modeling Mathematics</i>. Annual Perspectives in Mathematics Education. United States of America: NCTM National Council of Teachers of Mathematics, 2016. p. 87 – 96.</p>
25/05	Modelagem e sala de aula: Educação Básica	<p>5. ALMEIDA; L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. <i>Modelagem Matemática na Educação Básica</i>. São Paulo: Editora Contexto, 2012.</p> <p>6. TORTOLA, E. <i>Configurações de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental</i>. 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina. Londrina, PR, 2016.</p>
01/06	Modelagem e sala de aula: Educação Básica	<p>4. CEOLIM, A. J., CALDEIRA. A. D. Modelagem Matemática na Educação Matemática: Obstáculos Segundo Professores da Educação Básica. <i>Educação Matemática em Revista – EMR</i>. São Paulo. N° 46, Edição Temática (setembro). p. 25– 34, 2015.</p> <p>5. SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. <i>Bolema</i>. Rio Claro, SP. V. 26, n° 43, pp. 249-275. Ago. 2012.</p>
08/06	Modelagem e sala de aula: Educação Superior	<p>4. VERTUAN, R.E.; SILVA, K. P.; BORSSOI, A. H. Modelagem Matemática em Disciplinas do Ensino Superior: o que Manifestam os Estudantes? <i>Educere et Educare</i>. UNIOESTE, Cascavel: Vol. 12 Número 24 Jan./Abr. 2017.</p> <p>5. SOARES, D.; BORBA, M. C. <i>Os Caminhos da</i></p>

		<p><i>Modelagem no “Pós”-GPIMEM: desenvolvendo uma árvore genealógica.</i> Disponível em: <a href="http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/soares_borba/soares&amp;borba-revemmat2014.pdf">http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/soares_borba/soares&amp;borba-revemmat2014.pdf</a></p>
15/06	Apresentação oral de artigos	<p>Bolema vol.26 no.43 Rio Claro Aug. 2012. Edição Temática Modelagem. Disponível em: <a href="http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_issuetoc&amp;pid=0103-636X20120003">http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_issuetoc&amp;pid=0103-636X20120003</a></p> <p>Bolema vol.26 no.43 Rio Claro Aug. 2012 Edição Temática Modelagem. Disponível em: <a href="http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_issuetoc&amp;pid=0103-636X20120003">http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_issuetoc&amp;pid=0103-636X20120003</a></p>
22/06	Apresentação	Apresentação de Propostas de Projetos de Modelagem
29/06	Apresentação	Apresentação de Propostas de Projetos de Modelagem

## APÊNDICE C – II RETIFICAÇÃO DO CRONOGRAMA

<b>DATAS</b>	<b>TEMA</b>	<b>BIBLIOGRAFIA</b>
08/06	Aula Prática Solução do problema do barranco	-
15/06	Aula Prática Solução do problema do barranco	-
29/06	Aula Prática - Apresentação da solução do problema do barranco; - Videoconferência sobre prática docente e Modelagem Matemática.	-



## APÊNDICE D – FICHA DE AVALIAÇÃO DE DISCIPLINA

Esta ficha consiste na sua avaliação sobre a disciplina de Modelagem Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, considerando suas expectativas, anteriores ao curso, e sua visão atual sobre o tema, como forma de averiguar a pertinência desse curso para a formação continuada de professores em relação à Modelagem Matemática.

Aproveitamos a ocasião para agradecer sua colaboração neste trabalho!

1. Pseudônimo utilizado na pesquisa

---

2. O que te levou a se inscrever nesta disciplina?

---

---

Classifique as questões a seguir de acordo com a escala, onde 1 corresponde a "DISCORDO TOTALMENTE" e 5 corresponde a "CONCORDO TOTALMENTE".

3. A estrutura geral foi bem concebida/organizada.

1            2            3            4            5

4. Os conteúdos são compatíveis com a natureza do curso e da área do conhecimento.

1            2            3            4            5

**5.** As leituras/bibliografias recomendadas foram relevantes e contribuíram para a compreensão dos conteúdos ministrados.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**6.** A forma como os textos foram trabalhados trouxe interesse e estímulos.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**7.** Não houve dificuldade para a leitura da bibliografia recomendada.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**8.** Houve tempo suficiente para as leituras propostas.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**9.** As atividades práticas foram interessantes e relevantes.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**10.** Houve equilíbrio entre a quantidade de conteúdos apresentada e o tempo disponível.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**11.** Os objetivos do disciplina/corso foram plenamente alcançados.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**12.** A disciplina contribuiu efetivamente para o aprimoramento profissional.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**13.** Comente, brevemente, como foi sua participação neste curso, e como te influenciou profissionalmente.

---

---

---

---

**14.** Deixe aqui sugestões para aprimorar este curso.

---

---

---

---

## APÊNDICE E – PRIMEIRA ATIVIDADE AVALIATIVA

### Avaliação do Conhecimento- Modelagem Matemática

**Pseudônimo Utilizado:** \_\_\_\_\_

**Instruções:** Esta avaliação deve ser feita sem consulta e de forma individual de preferência. Apresente de forma legível e organizada seus conhecimentos.

**Tempo de duração:** 3 horas.

**QUESTÃO 1:** Araújo (2010) faz um breve resumo da trajetória da Modelagem Matemática, no que diz respeito a Educação Matemática, bem como nos informa sobre o panorama das pesquisas sobre Modelagem, à época. Assim, ela enfatiza que a perspectiva sócio-crítica, apesar de não ser a única linha de desenvolvimento da Modelagem no mundo, era a que caracterizava os trabalhos realizados no Brasil até então, e que esta, está fortemente associada ao nome de **Barbosa (2001)**. Este educador, por sua vez, argumenta que a Matemática deve ser um meio para questionar situações sociais.

Dessa forma, de acordo com as suas leituras realizadas e as discussões levantadas nos nossos encontros até este ponto do curso, e de acordo com suas opiniões e experiências, argumente sobre esta perspectiva de Modelagem, seus impactos, a curto prazo, nas salas de aula de Matemática, e, a longo prazo, na sociedade.

**QUESTÃO 2:** Não há um consenso na comunidade dos educadores matemáticos sobre uma definição do que seja Modelagem Matemática. Dentro desta perspectiva, Pesquisadores com destaque na área e de várias gerações apresentam pontos de vista que divergem em algum sentido.

**Biembengut (2004)**, assim como **Bassanezi (2004)**, enxergam a modelagem como procedimento para a obtenção de uma modelo. Dessa forma, este método não surge da educação matemática para solucionar uma questão na própria área, mas é um método externo, com características da matemática aplicada, utilizado para o ensino-aprendizagem de matemática.

**Barbosa (2001)** acredita que Modelagem seja um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes podem (e devem) desenvolver seu senso crítico diante de situações sociais, sendo a Matemática um meio para questionar tais situações. Por meio da busca por soluções para tais questões cria-se um cenário favorável à exploração e compreensão de conceitos matemáticos.

**Burak (1992)**, por sua vez, concebe Modelagem como uma alternativa metodológica para o ensino de matemática. Seu mote é o trabalho em grupo, onde o estudante se sente mais motivado a aprender e o professor deixa de ser a figura central do processo de ensino-aprendizagem. Para ele o modelo matemático não precisa se caracterizar por uma fórmula matemática, como na matemática aplicada. O procedimento para chegar a uma solução para o problema proposto pode ser considerado modelo.

Existem ainda outros olhares sobre a Modelagem. **Disserte** sobre a sua visão a respeito deste assunto? **Como** você entende o desenvolvimento de uma proposta didática para o ensino de Matemática com Modelagem?

**QUESTÃO 3:** Você foi convocado para dar uma prova-aula (nível ensino fundamental) para ingresso numa escola particular na sua cidade (25 aulas semanais). Para tal, Você deve entregar a uma banca avaliadora um plano de aula com o tema: **“Modelagem na sala de aula de Matemática-Ensino fundamental: desafios e obstáculos”**.

Dessa forma, **elabore**, detalhadamente, um plano de aula sobre esse tema que será apresentado à banca avaliadora da sua aula. Lembre-se de que você quer muito conquistar essas aulas na escola dos seus sonhos.

**QUESTÃO 4:** **Disserte** sobre a importância e a relevância da Modelagem na sala de aula de Matemática (até 30 linhas).

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. **Brazilian Research on Modelling in Mathematics Education**. *ZDM Mathematics Education*. 42:337–348. DOI 10.1007/s11858-010-0238-9. 2010.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros de professores. Tese (Doutorado em Educação Matemática). 253f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, C. R. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**. 2ª ed. Blumenau: Edifurb, 2004. V. 1. 134 p.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. 2v. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/252996> . Acesso em: 02 de fevereiro de 2018.

## APÊNDICE F – TERMO DE ANUÊNCIA

### Termo de Anuência

**Título do trabalho:** O papel de um curso de modelagem na atuação de professores e na criação de cenários para investigação em Modelagem Matemática: desafios e incertezas.

**Pesquisador:** Edyenis Rodrigues Frango

**Orientador da Pesquisa:** Marco Aurélio Kistemann Jr.

**Ref.:** Solicitação de deferimento dos procedimentos do projeto supracitado

O presente documento tem por objetivo solicitar autorização para os procedimentos relativos à pesquisa de mestrado, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, que será desenvolvido na disciplina de Modelagem Matemática, disciplina do programa anteriormente citado, principalmente ao que se refere à coleta e utilização de dados.

A coleta de dados se dará por meio de aplicações de questionários, registros escritos, de áudio, e de imagem. Para tanto, sempre que necessário, nos comprometemos a solicitar autorização dos participantes e acrescentamos que o participante tem total liberdade de se desligar da pesquisa a qualquer momento.

O material coletado será de uso exclusivo para análises desse trabalho que tem como objetivo analisar a modelagem matemática na formação de professores. Nas transcrições e registros escritos os mesmos terão seus nomes substituídos por pseudônimos preservando a identidade dos sujeitos.

As informações provenientes das análises do material coletado poderão ainda ser utilizadas pelos pesquisadores em publicações e eventos científicos.

Eu, \_\_\_\_\_, inscrito na disciplina de modelagem matemática do programa de pós-graduação em educação matemática da universidade federal de juiz de fora, estou ciente das informações sobre a pesquisa apresentadas acima, e afirmo estar de acordo com as mesmas.

Juiz de Fora, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2018.

---

Edyenis Rodrigues Frango  
(Pesquisador)

---

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr.  
(Orientador)

---

Participante da Pesquisa

## ANEXO A – PROBLEMA DO BARRANCO - ARTIGO 1

### MODELAGEM MATEMÁTICA: UM OLHAR SOBRE O “BARRANCO”

*Azul  
Dante  
J. Jones  
Vivi*

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. O LEITO DE PROCUSTO



Fonte: disponível em

<https://danielmcarlos.wordpress.com/2016/07/21/ca-ma-de-procusto/>

Uma das principais características dos mitos é sua riqueza simbólica que admite várias apreciações.

Na mitologia grega, Procusto era o cruel senhor de uma propriedade em Coridalos, na Ática, a caminho entre Atenas e Elêusis, onde os misteriosos ritos eram realizados. Procusto era hospitaleiro, convidava os viajantes para descansar em sua casa e lhes oferecia um generoso jantar, em seguida convidava-os a pernoitar numa cama muito especial, um leito de ferro, exatamente do seu tamanho, onde os viajantes se deitavam. Se o hóspede fosse maior

ou menor que a cama, seria mutilado ou esticado até que atingisse o tamanho correto. Não havia perdão nem desculpas. A vítima nunca se ajustava ao comprimento ideal porque Procusto, secretamente, tinha duas camas de tamanhos diferentes.

O que fazemos quando existe alguma tensão em nosso sistema educacional é buscar resolver essas tensões ajustando os problemas a um palavreado enfeitado, ideias superficiais e construímos uma narrativa para fugir do problema. Concordamos com Taleb (2011) quando este afirma que:

Ademais, parecemos ignorar deste ajuste regressivo, muito ao jeito de alfaiates que se orgulham sobremaneira de apresentarem o fato perfeito – mas o fazem pela alteração cirúrgica dos membros dos seus clientes. Poucos se apercebem, por exemplo, de que estamos a mudar os cérebros das crianças com comprimidos para que elas se ajustem ao programa escolar, e não o contrário (TALEB, 2011, p. 12).

A educação não deve prescindir dos diversos olhares e saberes, tampouco deve utilizar métodos de medidas únicas, ajustando todos em seu leito pré-concebido. Como educadores, respeitamos as diferenças e caminhamos com os alunos ou oferecemos camas com as medidas que queremos?

Guillon (2018) afirma que “O contraste é a condição de uma experiência original. Um mestre instrui-nos por aquilo que nos dá. Estimula-nos por aquilo que lhe falta, e que nos induz a sermos o nosso próprio mestre interior”.

Isso nos mostra a profunda inadaptação de nossos alunos à regulação dos atuais programas e avaliações, incumbidos de desestimular quem pensa e faz diferente. Parece-nos que a educação brasileira, para nos restringir apenas à nossa realidade, busca formatar um certo tipo de consciência, não permitindo que os múltiplos olhares sejam expostos e discutidos com esmero. Dessa maneira Procusto triunfa e a Educação fica mutilada.

## 1.2. OBJETIVO E MOTIVAÇÃO

O objetivo central desse projeto é a inserção da Modelagem Matemática em sala de aula. Sua pertinência é estimular a busca da resolução de um problema a partir de estratégias que permitam uma discussão investigativa sustentada por atividades práticas.

Nossa motivação enquanto educadores é possibilitar aos alunos uma aprendizagem fundamentada em ideias críticas, inerentes à prática pedagógica. Que não sejamos cúmplices



de um sistema educacional fechado. Que compartilhemos novos olhares tecendo uma nova apresentação de ensino.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática auxilia o professor a desenvolver projetos na sala de aula, de uma forma contextualizada, possibilitando uma aprendizagem além da semi-realidade dos exercícios e livros didáticos.

Em relação à semi-realidade, Skovsmose (2000, p.76) revela que:

[...] é totalmente descrita pelo texto do exercício; nenhuma outra informação é relevante para a resolução do exercício; mais informações são totalmente irrelevantes; o único propósito de apresentar o exercício é resolvê-lo. Uma semi-realidade é um mundo sem impressões dos sentidos [...], de modo que somente as quantidades mensuradas são relevantes.

Outro posicionamento frente à Modelagem Matemática que nos influenciou durante as reflexões foi de Barbosa. Para este, o

[...] papel do professor é acompanhar os alunos em todas as fases, intervindo na condução das atividades, como direcionador do processo e não dos estudantes. Não se trata de fazer alguma coisa para os estudantes, mas com os estudantes. (BARBOSA, 2001, p. 40)

Consideramos relevante o artigo *Brazilian research on modelling in mathematics education*. *ZDM Mathematics Education* (2010), escrito por Jussara de Loiola de Araújo, no qual a autora busca apresentar um panorama atual da pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira, tratando-o conforme três perspectivas. A primeira perspectiva aborda as raízes históricas desse campo de conhecimento no Brasil, destacando a relação com a comunidade internacional, pesquisas de mestrado e doutorado e alguns fóruns importantes dedicados à modelagem matemática no Brasil. Destaca-se os professores Rodney Bassanezi e Ubiratan D'Ambrosio como pioneiros na área de Modelagem Matemática, quando estavam ensinando no Instituto de Matemática, Estatística e Ciências Computação na Universidade Estadual de Campinas (IMECC / UNICAMP), no final da década 1970 e início da década 1980.

A autora salienta a influência da matemática aplicada na modelagem em educação matemática no Brasil, principal área de trabalho de Bassanezi e também dos estudos

desenvolvidos por D'Ambrosio no campo da etnomatemática. No que se refere ao relacionamento com a comunidade internacional acentua-se que apesar do desenvolvimento da modelagem matemática tanto no Brasil como no cenário internacional terem sido influenciados pela matemática aplicada, “a formação e consolidação do sistema nacional e as comunidades internacionais quase ocorreram em paralelo” Barbosa (2007). Ela observa também que grande parte dos artigos de autores brasileiros publicados na 11ª Conferência Internacional Congresso de Educação Matemática pertencem a uma perspectiva sócio-crítica. Segundo a análise da autora já existe uma maior participação de brasileiros em eventos internacionais. Mas essa participação ainda é pequena, principalmente por causa de problemas com idiomas estrangeiros.

Interessante notar a crítica que os autores citados acima fazem sobre a pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil: a falta de rigor metodológico. Jussara(2010) assevera que juntamente com as críticas à falta de rigor metodológico, os dois movimentos (brasileiro e internacional) também compartilham uma preocupação em relação à "lacuna substancial entre as ideias expressas no debate educacional e em currículos inovadores por um lado, e a prática cotidiana de ensino por outro " (Blum et al. 2007).

A terceira e última perspectiva é a descrição e análise de pesquisas apresentadas em recentes eventos científicos no Brasil, conforme com os objetivos declarados pelos autores. Destaca-se nesta perspectiva que muitos dos estudos analisados ainda apresentam os problemas apontado por Silveira (2007) e Barbosa (2007): considerável repetição dos temas investigados, falta de rigor e clareza em relação ao escopo, objetivos que são muito gerais, falta de coerência entre os objetivos e outros elementos da pesquisa e modificações para o objetivo ao longo da pesquisa com os resultados que não respondem necessariamente à proposta inicial. A autora destaca que estamos no processo de aprender o ato de pesquisar e que área de Modelagem Matemática deixou para trás uma situação em que argumentação em defesa da Modelagem e relatórios das experiências eram as únicas atividades sendo envolvidas. Surgindo daí pesquisas de ponta.

### **3. O PROBLEMA**

Nosso ponto de partida, foi norteado na busca de respostas para duas perguntas:

**“Quantos sacos de terra foram necessários para fazer a contenção do barranco, próximo ao departamento de física, na ocasião do seu desmoronamento?”**

**“Qual volume de terra caiu do barranco?”**

Era necessário, então, definir uma proposta de modelagem para fundamentar a resolução dessas questões.

Nossa ideia era desenvolver um projeto adequado e aplicável à sala de aula tanto para alunos do 9º ano do ensino fundamental quanto para os do ensino médio.

Partimos, então, de uma primeira hipótese: O volume cúbico de terra que caiu foi, aproximadamente, o mesmo utilizado para realizar a contenção do barranco.

Realizamos, também, uma entrevista com um especialista na área de Terraplanagem, na busca de um auxílio com as medições e estimativas.

#### **4. PROPOSTA DE SOLUÇÃO**

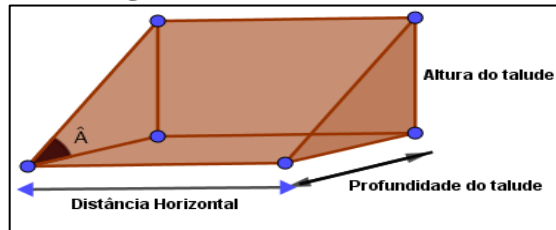
Após a proposta do problema, discutimos as possíveis estratégias que poderiam ser utilizadas para resolver o problema em diversos momentos. Observamos a estrutura do talude (barranco) e anotamos as medidas iniciais que não dependiam de cálculo: a distância horizontal (vista de frente) e a quantidade de patamares com os sacos de terra que fazem a contenção do mesmo para posterior modelagem. Através das medições encontramos:

- Distância horizontal: 18 metros.
- Quantidade de patamares: 8 blocos com três andares de sacos de terra.

Posteriormente, fizemos vários desenhos para modelar a estrutura do talude na tentativa de calcular o volume de terra atual.

Uma das primeiras modelagens do talude discutidas foi considerá-lo com a forma de um prisma triangular conforme a Figura 1. Porém, apesar de ser possível calcular a altura e profundidade do talude usando o ângulo de visada através da Trigonometria, analisamos que seria pouco viável considerar a descida do talude como uma reta já que os degraus que contém os sacos de terra possuem uma forma irregular.

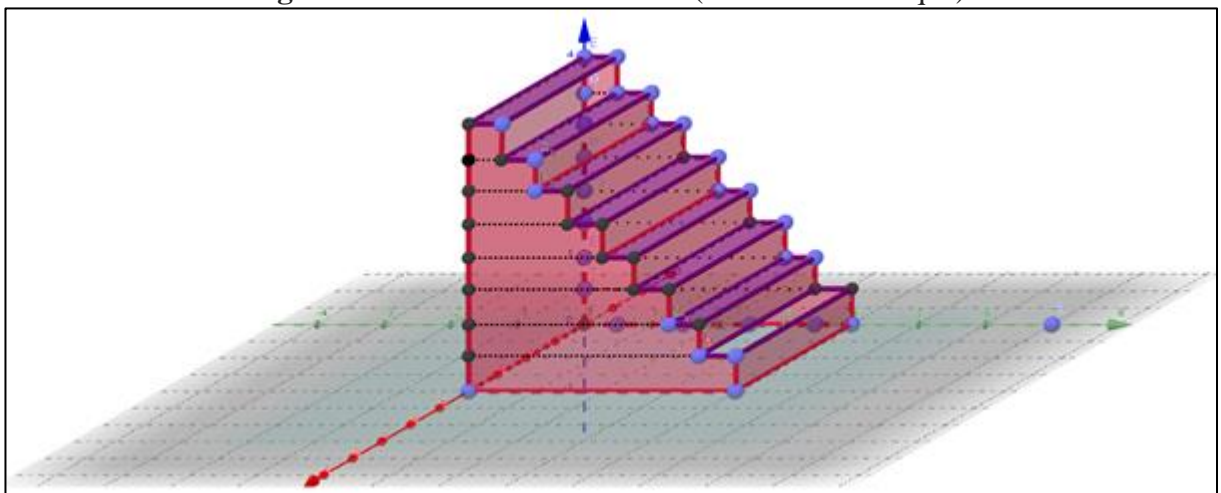
**Figura 1 - Modelo inicial do talude**



Fonte: elaborado pelo autor

Analisando a estrutura do talude, observamos que em cada patamar havia: três andares de sacos de mesma medida e dois sacos de terra visíveis de profundidade. Dessa forma, como estratégia para a modelagem final consideramos o talude com a forma semelhante à de uma escada conforme a Figura 2.

**Figura 2 - Modelo final do talude (vista lateral oblíqua)**



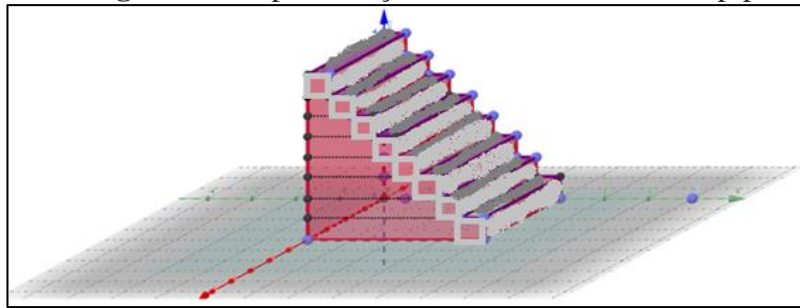
Fonte: elaborado pelo autor

As figuras 1 e 2 foram criadas com o *software* Geogebra<sup>4</sup> com o objetivo de representar graficamente o modelo do talude e facilitar na visualização da solução do problema.

A estratégia utilizada para calcular a estimativa da quantidade de sacos de terra que atualmente fazem a contenção do talude foi baseada no cálculo do volume do prisma reto retangular (paralelepípedo) da extremidade de cada patamar do modelo destacado na Figura 3.

<sup>4</sup> O GeoGebra é um *software* Livre de Matemática Dinâmica que relaciona conceitos de Geometria e Álgebra numa única ferramenta. Disponível em: <http://www.geogebra.org>

**Figura 3** – Representação do volume do Paralelepípedo



Fonte: elaborado pelo autor

Dessa forma, com a medida da distância horizontal e quantidade de patamares encontradas anteriormente, pesquisamos o tamanho do saco de terra utilizado para a contenção. As dimensões encontradas para o saco de terra foram 0,45 x 0,60 x 0,20 em metros, dispostos no talude conforme mostra a Figura 4.

**Figura 4** – Dimensões do saco de terra no talude



Fonte: elaborado pelo autor

Diante disso, como a distância horizontal do talude é de 18 metros e a largura de cada saco de terra é de 0,45 metros, concluímos que existem 40 sacos de terra em cada andar. Para realizar o cálculo do volume de terra nos patamares de cada paralelepípedo mostrado anteriormente, devemos considerar:

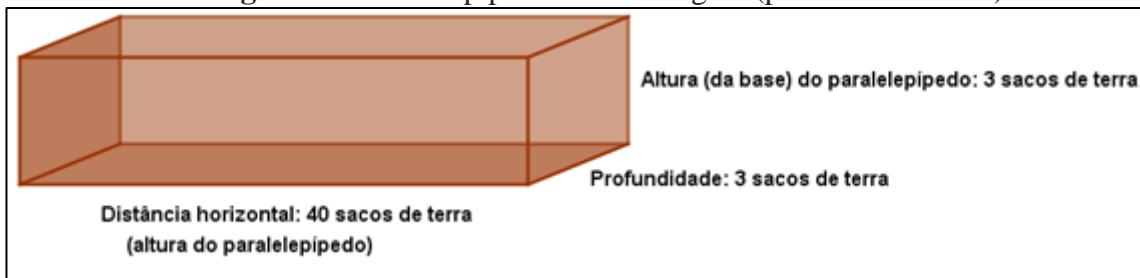
- O talude possui oito patamares (paralelepípedos).

- Cada patamar possui três andares de terra.
- Em cada patamar foram adotados três sacos de terra como profundidade para a contenção.
- Em conversa com o especialista para o cálculo do volume final é necessário acrescentar uma aproximação de 30% do volume encontrado.

É importante salientar que apesar de serem visíveis apenas dois sacos de terra como profundidade do talude, seria necessário pelo menos mais um saco de terra para que a contenção tivesse uma estrutura estável, por isso adotamos três como uma aproximação da profundidade do paralelepípedo do modelo.

Assim, calculamos a quantidade total de sacos de terra que foram necessários para realizar a contenção do talude usando como referência a Figura 5.

**Figura 5** – Paralelepípedo da modelagem (patamar do talude)



Fonte: elaborado pelo autor

Dessa forma, temos que o total de sacos de terra utilizados na contenção foram:

- 40 (distância horizontal)
- 3 (profundidade)
- 3 (altura da base)
- 8 (patamares)

$$\text{Total de sacos de terra} = 40 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 8$$

$$\text{Total de sacos de terra} = 2880$$

Portanto, obtemos o volume final de terra ( $V_{final}$ ) aproximado da contenção do talude:

$$V_{(saco\ de\ terra)} = 0,40 \cdot 0,60 \cdot 0,20$$

$$V_{(saco\ de\ terra)} = 0,054\ m^3$$

$$V = 2880 \cdot 0,054 \text{ m}^3$$

$$V = 155,52 \text{ m}^3$$

$$V_{final} = 155,52 \text{ m}^3 + 30\% \text{ de } 155,52 \text{ m}^3$$

$$V_{final} = 202,176 \text{ m}^3$$

Logo, encontramos como resultado aproximado da proposta do problema que foram necessários 2880 sacos de terra para realizar a contenção do talude e o volume de terra retirado foi 202,176 m<sup>3</sup>.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, diferentes formas de pensar e modelar sobre o problema foram encontradas, uma vez que, trabalhos que envolvam modelagem, proporcionam uma visão diversificada e ao mesmo tempo comum de cada membro do grupo.

Diante disso, após o reconhecimento do local a ser modelado e os possíveis caminhos sugeridos para solucionar o problema, pelos membros do grupo, optou-se por calcular o volume de terra que deslizou do barranco, através da quantidade dos sacos de terra que foram enchidos com o volume deslocado, visto que, não seria fácil, diante da irregularidade do local, realizar uma projeção da situação anterior ao deslizamento.

Assim conclui-se que o objetivo foi alcançado, pois conseguimos estimar o volume de terra do deslizamento. Além disso, nota-se a importância de discussões e divergências entre os membros do grupo, principalmente nos problemas que envolvam modelagem matemática, porque compartilhar saberes, opiniões e diferentes formas de pensar, foram essenciais para solucionar os obstáculos que surgiram no decorrer do trabalho.

Um dos pontos de dificuldade encontrados pelo grupo, foi realizar projeções e aproximações necessárias para o cálculo do volume, sem superestimar ou subestimar o volume total encontrado. Uma vez que, os membros do grupo não tinham experiência com a terraplanagem e os coeficientes que geralmente são utilizados para cálculos nessa área.

Assim notou-se que, os problemas de modelagem matemática despertam a curiosidade e a motivação de todos os envolvidos. A relação entre a realidade e a matemática torna o processo interessante e as estratégias usadas para a solução colocam em prática uma análise crítica presente no pensamento de cada um. Aprender a ouvir e a ser ouvido ajudam, não só nos processos de modelagem matemática, mas também na sociedade em si, buscando soluções para qualquer problema encontrado.

## REFERÊNCIAS

APOLODORO. **Biblioteca**. Introdução de Javier Arce, tradução de Margarita R. Sepúlveda. Madri: Editorial Gredos, 1995 (Biblioteca Clásica Gredos, 85).

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores**. São Paulo: UNESP, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. (2007). Sobre a pesquisa em modelagem matemática no Brasil. In J. L. Araújo & R. A. Corrêa (Eds.). **Proceedings from V Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática** [CD ROM] (pp. 82–103). Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto/Universidade Federal de Minas Gerais.

BLUM, W., GALBRAITH, P. L., HENN, H.-W., & NISS, M. (2007). Preface. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. xi–xiv). New York: Springer.

DE LOIOLA ARAÚJO, Jussara. Brazilian research on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 42, n. 3-4, p. 337-348, 2010.

GUITTON, J. **O Trabalho Intelectual** – Conselhos para os que estudam e para os que escrevem. Tradução de Lucas Félix de Oliveira Santana. Campinas: Kírion, 2018.

SILVEIRA, Everaldo. Modelagem matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações. **Unpublished Master's Dissertation. Curitiba: Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, 2007.**

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para Investigação. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

TALEB, N N. **A Cama de Procusto** – Aforismos filosóficos e práticos. Tradução de Rita Almeida Simões. Alfragide: Dom Quixote, 2011.



## ANEXO B – PROBLEMA DO BARRANCO – ARTIGO 2

### PROBLEMA DO BARRANCO PROPOSTO PELO PROF. DR. MARCO AURÉLIO KISTEMANN JUNIOR.

*Um dia um barranco, causou um certo espanto.*

*Hoje, chamado talude, pode ser que concepções mude.*

*Alice*

*Maria*

*Ester*

#### 1. INTRODUÇÃO

Participando do curso Modelagem Matemática, ofertado no primeiro semestre de 2018, como disciplina do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, sob orientação do professor Marco Aurélio Kistemann Junior, e da mestrandia Edyenis Rodrigues Frango, fomos convidadas a desenvolver um primeiro trabalho prático, elaborando uma modelagem matemática para uma situação real observada. A situação proposta era de um talude de terra que fora reconstruído após acidente nas dependências desta Universidade anos atrás (maiores informações são descritas no decorrer do trabalho).

De início, realizar uma atividade prática envolvendo modelagem matemática nos parecia um desafio grande e quase inatingível, dada nossa pouca (nenhuma) vivência neste âmbito de atividades. Mas após muito estudo teórico e interessantes discussões, das quais participamos no decorrer do curso, passamos a ver tal prática como necessária para que pudessemos visualizar a modelagem matemática propiciando a aprendizagem matemática e influenciando a construção de novas concepções dessa ciência.

Ainda não chegamos num consenso em relação à definição de modelagem matemática, uma vez que foram muitas as definições encontradas durante os estudos teóricos realizados. Mas pudemos vivenciar momentos, por meio desta proposta de trabalho prático, e refletir à luz de alguns autores, percebendo algumas concepções que, por hora, melhor explicitam a forma como vemos a modelagem matemática. Uma destas concepções é a de Bassanezi (2002) *apud* Araújo (2012), que entende por modelagem a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. (ARAÚJO, 2012, p.841).

No desenvolvimento desta proposta de modelagem matemática, tivemos que nos dedicar a pesquisas sobre desabamento de terra, suas causas, como também alguns métodos existentes para a contenção de taludes. Fizemos entrevistas com pessoas que entendiam do assunto, como engenheiros, e procuramos compreender vários aspectos relacionados ao fenômeno a ser analisado. Logo percebemos quão complexo era tudo isso, pois em cada etapa das pesquisas fomos identificando novas variáveis envolvidas no problema.

Nesse sentido, acreditamos que vivenciamos o que é descrito por Barbosa (2001) quando entende a modelagem “como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. (BARBOSA, 2001, p.2).

Acreditamos que o desenvolvimento deste trabalho nos propiciou visualizar a modelagem matemática como possibilidade metodológica que permite ensinar os alunos a fazer pesquisa. Isto é, nas palavras de Schmitt e Bienbengut (2007) *apud* Herminio e Borba (2010),

[...] “Assim, promover Modelagem Matemática no ensino implica também, ensinar o estudante em qualquer nível de escolaridade a fazer pesquisa, sobre um tema de seu interesse. Assim, além de uma aprendizagem matemática mais significativa possibilita o estímulo à criatividade na formulação e na resolução de problemas e senso crítico em discernir os resultados obtidos”. (HERMINIO e BORBA, 2010, p. 115).

Ao passarmos para a etapa de análise da situação por meio de objetos matemáticos, percebemos que cada uma das integrantes do grupo a identificou dentro de seu próprio campo de conhecimento matemático, procurando compreender e descrever tal situação. Nesse momento, pudemos perceber o quão rico é, em termos de aprendizagem, compartilhar e também se envolver com a produção de conhecimento do outro. Assim, concordamos com Almeida e Silva (2015), quando afirmam que “a incorporação de atividades de modelagem,

nas aulas de Matemática, pressupõe que os professores estejam preparados para desempenhar um papel ativo na organização, na implementação e na avaliação destas atividades”. Nos sentimos partindo do “*aprender sobre modelagem matemática*” para o “*aprender por meio da modelagem matemática*”, descrito por estes mesmos autores. (ALMEIDA e SILVA, 2015, p.7-8).

Também percebemos que estar diante de conjecturas na tentativa de modelar a situação proposta, nos trouxe um convívio incômodo com a nossa “*ansiedade matemática*”<sup>5</sup>. Quando achávamos que podíamos partir para a formatação do modelo, surgiam novos questionamentos, outras variáveis, e, quanto mais esses momentos se repetiam, mais nos víamos ansiosas, tentando fazer ajustes para que pudéssemos aplicar determinadas ferramentas matemáticas e chegar a um modelo matemático do problema proposto.

Essa experiência proporcionou contato com sentimentos que envolvem o aluno no processo de aprendizagem, como dito por Frankenstein (2005): “[...] mudança individual crítica ocorre quando os alunos superam sua ansiedade matemática e aprendem Matemática, eles têm uma experiência profunda, concreta, de que as coisas podem mudar.”(FRANKESTEIN, 2005, p.136).

A princípio, tentamos representar o problema proposto através de dois possíveis entendimentos que surgiram a fim de descrever o modelo. No entanto, os questionamentos e as incertezas que os envolviam eram tão significantes que trouxe uma “insegurança” ao lidar com os objetos matemáticos selecionados pelo grupo. Essa situação colocou-nos novamente no ponto de partida, onde nos sentimos ainda mais apreensivas, pois, para cada “olhar matemático” que tínhamos da situação, enxergávamos uma teia de conhecimentos que deveriam ser conjugados à Matemática.

Depois de muitas pesquisas, muitas discussões, muitas incertezas, desenvolvemos nossa análise e descrição matemática para a situação proposta. Nos tópicos a seguir, buscamos detalhar o desenvolvimento da atividade e o modelo matemático ao qual chegamos, de modo a explicitar o máximo de detalhes pertinentes para um bom entendimento do caminho que trilhamos.

---

<sup>5</sup> O termo “ansiedade matemática” surgiu no texto de Frankenstein, quando este foi proposto para leitura e discussões durante o curso de Modelagem Matemática, e chamou a atenção de todos nós.

## 2. PROBLEMA PROPOSTO

Observando um talude de terra nas dependências da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) - campus base, ficamos sabendo que o que víamos era o resultado da reconstrução do talude depois de um deslizamento de terra ocorrido em 2016 (Figura I). E então fomos questionados sobre esta situação: *Qual volume de terra (quantos sacos de terra) foi necessário para fazer a contenção do barranco próximo ao prédio do departamento de Física na ocasião do seu desmoronamento? Qual volume de terra foi retirado do talude? Quantos caminhões foram necessários para essa retirada?*

**Figura I** – Foto do barranco observado



**Fonte:** os autores.

## 3. CONTEXTUALIZAÇÃO

Em 14 de maio de 2016, chuvas fortes causaram deslizamentos de terra na cidade de Juiz de Fora, Minas Gerais. E dentre os desastres registrados nesta data, houve deslizamento entre a plataforma da Faculdade de Engenharia e o Instituto de Ciências Exatas (ICE), no campus da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

Conforme reportagem do G1 (2016)<sup>6</sup>, no momento do deslizamento não havia nenhum carro no estacionamento do (hoje chamado antigo) prédio do ICE. Após o deslizamento a área atingida pelo talude foi isolada. Apesar dos transtornos, ninguém se feriu.

Na reportagem da página UFJF Notícias (2016)<sup>7</sup> entende-se que o talude de terra que deslizou era considerado seguro, mas alguns fatores poderiam ter provocado problemas de escoamento correto das águas da chuva nestes dias em 2016. Além disso, o volume de chuva registrado foi acima do esperado na região.

As obras para a recuperação do talude que deslizou em 2016 foram concluídas em junho de 2017, pela empresa de engenharia Nivelar, contratada por dispensa de licitação, conforme prevê o inciso IV, do artigo 24, da Lei nº 8.666/93, que discorre sobre as possibilidades de casos de emergência ou calamidade pública. Assim, de acordo com reportagem publicada na página UFJF Notícias (2017), após a conclusão das obras na tarde do dia primeiro de junho, o trânsito foi liberado na região.

#### **4. RESOLUÇÃO PROPOSTA (MODELAGEM DA SITUAÇÃO)**

Das pesquisas que realizamos sobre o assunto, vimos que foram utilizados sacos de aniagem para a construção de contenção de encosta. Nesse caso os sacos têm a função de forma, para compactar a terra do talude. Além disso, soubemos que há geogrelha e que os sacos de aniagem utilizados têm o objetivo também ecológico, pois serviram de solo para germinar um “muro verde” com o passar do tempo.

Inicialmente, pensamos que os primeiros dados importantes a considerar seriam as medidas destes sacos ali empilhados na construção do talude observado. Vimos que os sacos de terra são sacos de 25 Kg, como se vê na figura a seguir.

---

<sup>6</sup> Reportagem disponível em: <<http://g1.globo.com/mg/zona-da-mata/mgtv-2edicao/videos/v/deslizamento-de-encosta-e-registrado-na-ufjf/5450976/>> (acesso em 18.05.2018)

<sup>7</sup> Reportagem disponível em: <<http://www.ufjf.br/noticias/2016/11/16/ufjf-trabalha-para-recomposicao-de-encosta-entre-a-faculdade-de-engenharia-e-o-ice/>> (acesso em 18.05.2018)

**Figura II** – Foto do peso em uma das embalagens  
**Fonte:** os autores.



E nos interessamos também em calcular qual seriam as dimensões destes sacos, pensando que haveria uma média a considerar (um “saco médio”). Para isso, escolhemos três diferentes sacos, os quais consideramos mais “inteiros” dentre os sacos dispostos nas primeiras fileiras (embaixo) do talude reconstruído. Optar por sacos das primeiras fileiras foi uma questão prática ao medi-los, pois não seria seguro subir no talude para conferir as medidas de sacos de fileiras mais acima, por exemplo. Obtivemos as seguintes medidas, pensando nos sacos sendo aproximados como três paralelepípedos.

**Quadro I** – Dados dos três sacos escolhidos

Sacos	Largura (cm)	Comprimento (cm)	Altura (cm)
1	37,5	46,5	22
2	39	47,5	23
3	37	49	20
Médias	37,83	47,66	21,66

**Fonte:** os autores.



**Figura III** – Foto identificando os três sacos escolhidos



**Fonte:** os autores.

Ainda observando o talude por completo, percebemos que são feitas pilhas de três em três sacos de terra:

**Figura IV** – Foto de fileira de três sacos empilhados



**Fonte:** os autores.

Observamos que essas fileiras de sacos (as fileiras visíveis) foram colocadas em forma de uma escada, onde a altura de cada “degrau” é sempre a mesma, três sacos de terra. Essa contenção possui 25 degraus.

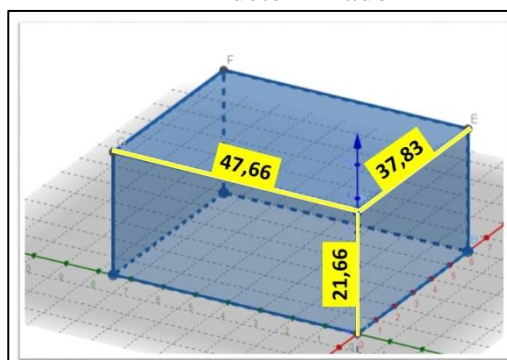
A partir da coleta destes dados iniciais surgiu uma dúvida referente ao corte que teria sido feito no talude antes dessa reconstrução. Sugestões diferentes foram mencionadas no decorrer do trabalho, e preocupações quanto à estabilidade das escavações surgiram. Após conversas informais, pesquisas em materiais didáticos e entrevista com o Engenheiro responsável pela obra, Emílio César Rocha Coelho, conseguimos ter acesso ao corte que foi

realizado na obra. Desse modo o modelo que apresentamos a seguir é o resultado de todas essas pesquisas e de muitos momentos de discussão em grupo para o desenvolvimento dessa ideia.

## 5. MODELO

Uma representação do “saco médio”, que determinamos com os dados do Quadro I anteriormente, pode ser visualizada da seguinte forma:

**Figura V** – Representação do “saco médio” determinado



**Fonte:** os autores (utilizamos o GeoGebra 3D Online<sup>8</sup>).

Assim teríamos um paralelepípedo médio a considerar, de volume 39.052,499 cm<sup>3</sup> de terra, isto é: cada saco colocado na reconstrução do talude corresponderia, em média à aproximadamente **0,039052 m<sup>3</sup>** de terra.

A nossa altura média está sendo considerada 21,66 cm por saco de terra empilhado. Como vimos na figura V anteriormente, podemos dizer que cada fileira de três sacos empilhados terá aproximadamente 64,98 cm de altura, em média. Logo, como o talude todo está feito contendo 25 fileiras empilhadas, temos uma altura total de 16,24 m. Ou seja, temos um empilhamento de 16,24 m. correspondente à distância vertical:

---

<sup>8</sup> Disponível em: <<https://www.geogebra.org/>>



**Figura VI** – Distância Vertical aproximada do talude  
**Fonte:** os autores.



Observando as fotos do talude por completo, percebemos que as quantidades de sacos em cada fileira, ao longo de sua altura não é a mesma. Assim, usando o mesmo procedimento de estimativa das medidas do “saco médio”, (Quadro I), calculamos a largura de uma “fileira média”, a partir de três medidas e utilizando a média do comprimento dos sacos, conseguimos:

**Quadro II** – Dados das três fileiras escolhidas

Fileira	Quantidade de sacos na fileira	Medida da Fileira (m)
1	99	15,72
2	156	24,78
3	120	19,06
Médias	125	19,85

**Fonte:** Os autores

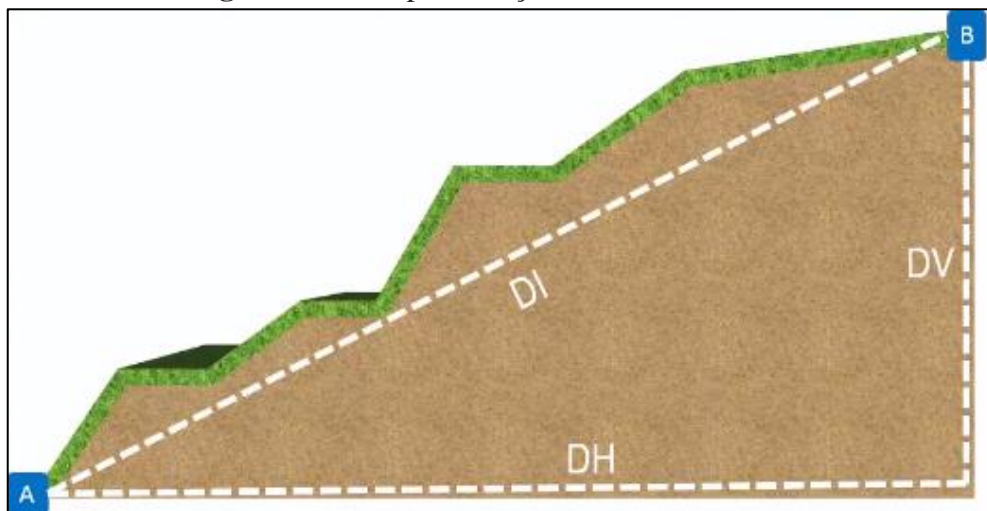
Para calcular o volume de terra que possui os sacos de aniagem colocados na contenção foi utilizado o seguinte cálculo:

- Média do número de sacos por fileira \* volume de cada saco\* número de fileiras.
- $125 * 0,039 * 25 = 121,87\text{m}^3$

Portanto, chegamos no volume total de terra dos sacos de aniagem colocados na contenção, considerando apenas o que era visível numa primeira observação do talude. E para responder à segunda pergunta relacionada ao volume total de terra retirado do talude, percebemos que seria necessário calcular o volume total de terra do talude onde foi realizado a obra.

Para isso, usamos o cálculo do volume de um prisma de base triangular (lateral do talude), neste caso um triângulo retângulo. Na lateral do talude, temos três grandezas lineares associadas, distância inclinada (DI), distância vertical (DV) e distância horizontal (DH).

**Figura VII** – Representação da lateral do talude



**Fonte:** Vídeo aula disponível no Youtube - Canal Dose de Engenharia<sup>9</sup>

Como podemos observar na figura acima, denotamos um ponto A e fizemos uma mensuração de uma distância real ao ponto B, desconsiderando as irregularidades do barranco. O valor de DV foi encontrado anteriormente, 16,25m. Para achar o valor de DH, utilizamos a medida estimada na largura de cada degrau e multiplicamos esse valor pela quantidade de degraus.

$$DH = 0,3783 * 25$$

$$DH = 9,46 \text{ m}$$

<sup>9</sup> Disponível em: < Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=k7JOrLGi5-k&list=PL6WrhsCqHP0LGRqMopEm0Q7KoaQblRHgh/>>

O triângulo desenhado é a base do prisma, assim temos a área estimada da base desse prisma.

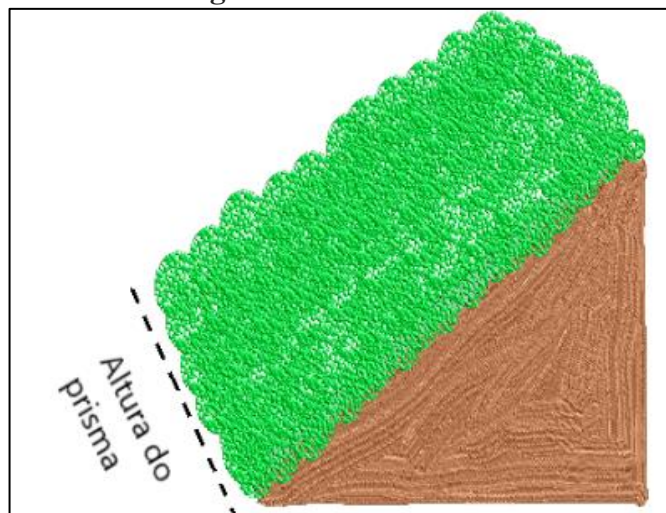
$$A_b = \frac{DH * DV}{2}$$

$$A_b = \frac{9,46 * 16,25}{2}$$

$$A_b = 76,86 m^2$$

Precisamos também estimar a altura desse prisma. Neste caso a altura do prisma é a frente do talude. Para essa altura consideramos a média feita entre os tamanhos das fileiras.

**Figura VIII** – Frente do talude



Fonte: Os autores

$$V_t = \text{Área da base} \times \text{altura do prisma}$$

$$V_t = 76,86 * 19,85$$

$$V_t = 1525,67 m^3$$

Esse volume aproximado encontrado é referente ao talude inteiro, considerando até a altura DH. Para achar o volume da terra que foi retirado do talude precisamos subtrair o



Cálculo volume do prisma após deslizamento e/ou retirada da terra.

$$(DH)^1 = DH - (\text{medida em metros que foi retirado de terra})$$

$$(DV)^1 = \text{tg}(\alpha) * (DH)^1$$

$$(A_b)^1 = \frac{(DV)^1 * (DH)^1}{2}$$

Como a altura do prisma continuará a mesma, pois o tamanho da frente do talude não sofreu alteração, temos:<sup>11</sup>

$$V^1 = (A_b)^1 * 19,85 \text{ m}^3$$

Assim, o volume retirado de terra é:

$$V = Vt - V^1$$

$$V = 1525,67 - (V^1) \text{ m}^3$$

Parte da pista também sofreu deslizamento de acordo com a notícia publicada no site da UFJF e em entrevista o engenheiro Emílio nos informou que a mesma foi recuperada na sua totalidade com o mesmo traçado, assim decidimos que esse volume não influencia o nosso resultado final.

O volume (V) encontrado não é ainda nosso resultado final, pois o volume encontrado é diferente do que precisa ser carregado no caso de aterro ou corte. Ao escavar o solo, a terra fica solta resultando em um maior volume. Esse efeito é conhecido como empolamento e é expresso em porcentagem. Corresponde um aumento de 30%, de acordo com GBC Engenharia<sup>12</sup>.

Portanto, para responder a segunda pergunta proposta (qual volume de terra foi retirado do talude), fizemos:

$$\text{Volume retirado do talude} = V * 1,3$$

---

<sup>11</sup> Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=k7JOrLGi5-k&index=1&list=PL6WrhsCqHP0LGRqMopEm0Q7KoaQbIRHgh/>>

<sup>12</sup> Disponível em: <<http://gbcengenharia.com.br/blog/calculo-de-empolamento-e-contracao-do-solo/>>

E para a terceira pergunta que tínhamos (quantidade de caminhões necessários para essa retirada) o cálculo foi realizado considerando um caminhão de  $x \text{ m}^3$ .

$$\text{Quantidade de Caminhões} = \frac{\text{Volume retirado do talude}}{x}$$

**Quadro III** – Valores estimados

Medida em metros que foi retirado a terra	3 m
Ângulo do novo triângulo	30°
Capacidade do caminhão em $\text{m}^3$	15

Fonte: Os autores

A medida de três metros foi informada pelo engenheiro Emílio. O ângulo de 30° foi escolhido de acordo com o material impresso da aula 4, sistema de contenção, prof. Dr. Francisco Ferreira Cardoso, na tabela 1, p-4, que estabelece limite nas escavações da talude. O caminhão de 15  $\text{m}^3$ , por ser um tamanho padrão utilizado nesse tipo de prestação de serviço.

$$(DH)^1 = 10 - 3 = 7$$

$$(DV)^1 = \text{tg}(30^\circ) * 7 = 4,04\text{m}$$

$$(A_b)^1 = \frac{4,04 * 7}{2} = 14,14\text{m}^2$$

$$V^1 = 14,14 * 19,85$$

$$V^1 = 280,68\text{m}^3$$

$$V = 1525,67 - 280,68$$

$$V = 1245 * 1,3 = 1618,5\text{m}^3$$

$$\text{Quantidade de Caminhões} = \frac{1618,5}{15}$$

$$\text{Quantidade de Caminhões} = 108$$

## 6. E JÁ QUE ESTAMOS NA ERA DIGITAL...

Depois de elaborar a proposta de modelo para a situação do barranco observado, pensamos em uma maneira mais atual de abordar o problema. E então, também propomos um aplicativo elaborado por meio do *App inventor*<sup>13</sup>, um *software* educativo idealizado pela *Google* em 2009, e uma das suas características é permitir que pessoas sem qualquer nível de experiência em programação possam criar programas para o sistema operacional *android*. Ele usa uma interface gráfica bem simples, onde a funcionalidade dos componentes é exposta ao desenvolvedor através de blocos permitindo construir o aplicativo sem ter que escrever o código tradicional, da mesma forma que montar um quebra cabeça. Podendo ser também usado facilmente em sala de aula.

**Figura X** – Demonstração dos blocos feitos para o aplicativo do problema  
Fonte: Página pessoal dos autores no site do App Inventor.



Para criar um aplicativo no site é preciso possuir uma conta *gmail*, e fazer *login* com sua conta. Tudo que for criado pelo projetor ficará salvo podendo abrir em outro computador através do *login* com sua conta.

<sup>13</sup> É um *software web* criado pela universidade americana Massachusetts Institute of Technology (MIT), veja o site: <<http://appinventor.mit.edu/explore/front.html>>.

Esse aplicativo que elaboramos foi pensado para realizar os cálculos quando forem propostos outros valores estimados no Quadro III. Como foi mencionado na resolução do problema, alguns dos dados foram propostos por nós sem a certeza da veracidade dos mesmos, assim com o aplicativo deixamos esses dados como variáveis. Outro pesquisador que tiver acesso a outros valores com mais precisão, por exemplo, poderá substituí-los e encontrar a solução sem precisar realizar toda a operação novamente. Ou seja, a pessoa não necessita saber como será realizado os cálculos, pois, o aplicativo instruirá somente a substituir os valores das variáveis e irá calcular o resultado final.

Para ter acesso ao aplicativo é preciso ter um aparelho *android* e ter instalado o aplicativo *MIT AI2 Companion* e pedir que a pessoa envie o arquivo na extensão apk, só baixar o arquivo e o aplicativo será instalado. O mesmo procedimento pode ser feito no computador.

Em anexo seguem as telas do aplicativo.

## **7. ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Verificando os valores encontrados no modelo proposto, continuamos as pesquisas para analisar a coerência (ou não) deles. Nessa etapa sentimos a insegurança que se manifestou por várias indagações. Como teríamos certeza se nossos valores estão corretos? Estamos acostumados a resolver problemas cuja resposta pode ser conferida ou testada. Como saber se alguma variável importante foi desconsiderada? E isso implicaria numa interpretação muito reduzida ou incorreta do problema. Estamos acostumados a resolver problemas cujos dados são ajustados a fim de que a matemática seja apresentada de forma perfeita. Existem outras possibilidades de interpretações e consequentemente outras descrições ou respostas do problema por outros grupos, então como faríamos a validação do modelo?

Procuramos responder algumas das nossas indagações fazendo analogias com situações que serviram como parâmetro para analisar os valores que encontramos. Pesquisamos sobre o volume de terra que é utilizado para reconstrução de taludes, quantidade de caminhões utilizados e o custo dessas obras.



Assim, com toda investigação feita acreditamos que conseguimos chegar em uma boa estimativa para as indagações feitas de início, quando nos foi proposto este trabalho. No final do nosso modelo, decidimos deixar a situação descrita ainda em função de algumas variáveis, pois são variáveis das quais não conseguimos testar a veracidade. Não como estamos acostumados a trabalhar. Assim, a cada estudo e informação mais próxima do que foi feito na obra de contenção, o pesquisador apenas substituiria os valores destas variáveis.

## 8. CONCLUSÃO

Ao realizar esta atividade em busca de um modelo matemático percebemos um novo cenário em que a aprendizagem pode ocorrer de forma diferente, mais interativa, mais complexa, mais reflexiva, mais significativa.

Deparamos-nos com muitas dificuldades que ao longo do trabalho foram se tornando desafios. A primeira delas que poderíamos citar é referente ao desconhecimento do fenômeno investigado, deslizamento de taludes de terra, que colocou-nos diante da complexidade da produção do conhecimento. Percebemos a interação entre áreas do conhecimento ao pesquisarmos sobre o assunto, como também a integração entre elas, sem destaques maximizados ou minimizados, sem considerar uma em detrimento da outra, mas de forma harmônica.

Outra se refere ao fato de estarmos na posição de alunos conjugada com a de professor proporcionando momentos ímpares de reflexão para nossa prática como mediador da aprendizagem. Enquanto alunos, vivenciamos a “ansiedade matemática” que nos impulsionou “providenciar” um modelo matemático utilizando os conhecimentos que tínhamos, sem analisar as várias conexões que caracterizam o fenômeno em questão. Enquanto professores experienciamos a inquietude de ter nossas certezas matemáticas abaladas, intensificada pela percepção da impotência da matemática ao tentar descrever um fenômeno que para ser compreendido necessita ser tecido por múltiplas áreas do conhecimento. Ainda na figura de professores, com esse trabalho de modelagem matemática, resgatamos nosso potencial de pesquisador que é, muitas vezes, minado pelo livro didático que direciona e formata nossas aulas e as concepções que temos da matemática.

O fato de termos que descrever matematicamente um fenômeno desconhecido colocou-nos diante de questionamentos relacionados às nossas concepções acerca da

Matemática como uma linguagem que muitas vezes é apresentada como definitiva e inquestionável. Cada vez que um novo componente aparecia em nossas pesquisas, ficávamos mais conscientes da responsabilidade de analisar com muita cautela antes de propor uma análise matemática. Refletimos então sobre a ideologia da certeza, tratada por Ole Skovsmose (2001), que pode ser desconstruída durante o processo de modelagem, pois quando temos que fazer escolhas por umas variáveis e desconsiderar outras, a “exatidão”, característica atribuída à matemática, é abalada.

Podemos dizer que, durante a execução deste trabalho de modelagem matemática, algumas reflexões sobre nossa prática pedagógica, produziram um movimento para a “conscientização” explicitada por Paulo Freire (2008) quando escreve,

[...] Aqueles que estão “conscientizados” apoderam-se de sua própria situação, inserem-se nela para transformá-la, ao menos com seu projeto e com seus esforços. Portanto, a conscientização não pode pretender nenhuma “neutralidade”. Como consequência que é da educação, demonstra que esta também não poderia ser neutra, porque se apresenta sempre, queiramos ou não, como “a forma própria de uma ação do homem sobre o mundo”. (FREIRE, 2008, p. 40).

Ao realizar tantas pesquisas sobre o assunto do deslizamento, bem como da reconstrução de taludes após deslizamentos de terra, algo nos chamou atenção. E acreditamos que seria uma temática interessante de ser abordada em um trabalho de modelagem matemática: nossa indagação é referente ao custo expressivamente alto para reconstrução da encosta. Acreditamos que seja uma boa sugestão para trabalho futuro.

## **11. SUGESTÃO PARA TRABALHO FUTURO**

Abaixo se pode ver uma planilha que encontramos quando realizamos algumas de nossas pesquisas sobre a situação do talude reconstruído nas dependências da UFJF:

**Figura XI – Planilha de Gastos**

Serviço	Valor contratado (R\$)
Serviços preliminares	39.661,28
Administração local	79.893,44
Remoção do talude desmoronado no ICE	126.086,44
Recomposição do talude e área desmoronada	521.833,27
Recomposição de redes de captação pluvial	190.436,46
Bocas de lobo e poços de visita	105.742,45
Serviços complementares	50.338,12
<b>Total</b>	<b>1.113.991,36</b>

Fonte: Proinfra

Fonte: Notícias UFJF<sup>14</sup>

Portanto, seria interessante como sugestão para um trabalho futuro, calcular uma estimativa de gasto para a contenção do barranco. Detalhando porque uma obra aparentemente pequena gerou um custo elevado para a Faculdade. Realizar o orçamento de uma obra é uma das etapas mais importantes dela. Quando um orçamento é mal feito pode trazer transtornos futuros como a falta de capital para terminar os serviços planejados e o prolongamento dos prazos de execução. “O preço final será composto com base no custo direto, no prazo da obra e nos encargos sobre ele incidentes, definindo, assim, as despesas indiretas e a taxa de Benefícios e despesas Indiretas (BDI) reais” (Mozart Bezerra da Silva; Manual do BDI - 2005, p.2). Assim recomendamos, inicialmente, que fosse elaborada uma planilha de orçamento e custo dessa obra.

<sup>14</sup> Disponível em: <<http://www.ufjf.br/noticias/2017/06/01/proinfra-conclui-obras-de-recuperacao-de-encosta-proxima-ao-ice/>>

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Práticas de Professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações. Educação Matemática em Revista - EMR. São Paulo, n.46, Edição Temática (setembro). p.6-15, 2015.

ARAÚJO, J. L. Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. Bolema, Rio Claro, vol. 26 n.43, p.839-859, 2012.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. Bolema, Rio Claro, n.15, p.5-23, 2001.

CARDOSO, F. F. Sistemas de Contenção. Notas de aula do Curso Tecnologia da Construção de Edifícios I. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Construção Civil, São Paulo, 2002.

HERMINIO, Maria Helena Garcia Barbosa; BORBA, Marcelo de Carvalho. A Noção de Interesse em Projetos de Modelagem Matemática. Educação Matemática Pesquisa, v.12, n.1, 2010.

FRANKENSTEIN, M. Educação matemática crítica: uma aplicação da Epistemologia de Paulo Freire. In. BICUDO, M. A. V. (Org.) Educação Matemática. 2. Ed. São Paulo: Centauro, p.101-137, 2005.

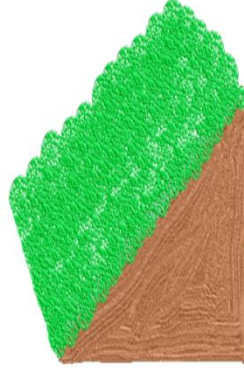
SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: A questão da democracia. Campinas, SP: Papyrus. (Coleção perspectiva em Educação Matemática), p.127-148, 2001.

FREIRE, P. Conscientização: Teoria e Prática da Libertação: uma introdução ao pensamento de Paulo Freire. 3ª Edição – 2ª Reimpressão. São Paulo: Centauro, 2008.

## ANEXOS



### **Modelo Barranco**



Clique aqui para começar

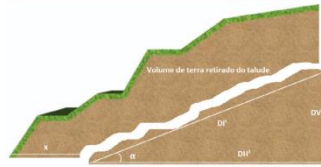


Observando um talude de terra nas dependências da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), ficamos sabendo que o que víamos era o resultado da reconstrução do talude depois de um deslizamento de terra ocorrido em 2016. E então fomos questionados sobre esta situação: Qual volume de terra foi retirado do talude? Quantos caminhões foram necessários para essa retirada?



INICIAR

Para responder as perguntas anteriores é preciso saber duas variáveis, medida em metros da escavação do pé do talude ( $x$ ) e o ângulo do triângulo que ficou após o recorte ( $\alpha$ ).



Digite o valor de  $x$  (em metros)

Digite o valor do Ângulo  $\alpha$

Digite o valor de  $x$  (em metros)

Digite o valor do Ângulo  $\alpha$

Calcular  $DH^1$

Calcular  $DV^1$

CALCULAR VOLUME DO TRIÂNGULO 1

Volume de terra retirada

Número de caminhões

Voltar

## **ANEXO C – PROBLEMA DO BARRANCO – ARTIGO 3**

# **A BUSCA POR UMA SOLUÇÃO PARA UM PROBLEMA ENVOLVENDO MODELAGEM MATEMÁTICA: O USO DO TEODORITO**

1415926535897932  
Erickison

### **1. INTRODUÇÃO**

Este artigo pretende mostrar a resolução de um problema envolvendo modelagem matemática proposto durante a disciplina Modelagem Matemática oferecido pelo Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Inicialmente será demonstrado um breve referencial teórico dissertando sobre o surgimento da modelagem matemática, uso em sala de aula e dificuldades encontradas pelos educadores durante sua abordagem.

O texto trata da resolução de um problema envolvendo o volume de terra retirada após o deslizamento do talude na parte posterior do prédio onde funciona o Curso de Física da Universidade Federal de Juiz de Fora. O problema teve como principal objetivo levar os alunos a se enveredarem pelo mundo da modelagem matemática, mostrando suas facetas, ligações e contextualizações com o mundo real. Criando certo desconforto, obrigando o educador aluno a sair de sua área de domínio e buscar horizontes alheios onde não se exerga mais que um palmo a sua frente e o passo seguinte é descoberto durante o processo.

Esse desconforto é o mesmo sentido pelos alunos em escolas primárias e ou secundárias, quando em sua pouca experiência de vida questionam seus professores sobre a necessidade da matemática e fazem a pergunta:

Quando vou usar isso na vida real?

Infelizmente, muitos professores não estão preparados para responder tal pergunta. Não por falta de conhecimento matemático, mas sim por falta de contextualização e aplicação. A cultura matemática a coloca em um pedestal, inacessível a todos “mortais”, sempre a exibindo como uma ciência para os mais dotados e capazes. O que torna impossível transformar a matemática “convencional” em algo compreensível para todos alunos.

Uma das grandes dificuldades na educação matemática é a internalização por parte do aluno dos temas e conceitos. Muitas vezes os temas abordados não fazem conexão com o dia a dia do aluno o que para Davis e Hersh (1998) encerra o sentido de se conhecer e aprender matemática. “A Matemática provém da conexão da mente com o mundo externo e tal conexão simultaneamente cria a Matemática e transforma nossas percepções do mundo externo e estas criam então novas conexões” (DAVIS; HERSH, p. 293).

O que não pode ser alcançado pois, geralmente os problemas propostos já vêm modelados e já têm resposta. O aluno é guiado por meio de um curso “Self Service” como diria nosso amigo Marco Antônio Kistenmarken onde as escolhas já foram feitas e todas as respostas já estão prontas.

Na tentativa de solução do problema, várias formas foram pesquisadas. Desde métodos topológicos com utilização de ferramentas de alta tecnologia, utilização de métodos preditivos, criação de polinômios através de métodos de interpolação com apoio do software Matlab indo até a tentativa de ligar para empresa e adquirir os volumes sem se dar o trabalho de pesquisar.

O maior trade off da Modelagem matemática na educação matemática consiste em não haver resposta certa ou errada pois, existem várias formas de chegarmos á mesma resposta e um problema pode ter várias respostas ou até não ter resposta seja por falta de arcabouço matemática ou por falta de meios para validar o modelo no momento de sua criação.

Como será demonstrado no decorrer do trabalho, a dupla seguiu o caminho da curiosidade pela lente do aluno do ensino médio, que será chamado neste trabalho como aluno secundarista (do segundo grau), que questiona o professor sobre a necessidade da matemática na vida real e questiona como os dados foram obtidos.



Infelizmente, ou felizmente, o único resultado palpável encontrado pela equipe foi a construção dos equipamentos de medida e conhecimento prático de sua utilização através de momentos prazerosos na construção civil, aprendendo matemática com quem usa matemática, sem saber matemática (matemática pura, rebuscada, com seus lemas, postulados e corolários). Pode parecer confuso e contraditório mas é o fiel retrato do trabalhador brasileiro na construção civil. Os passos serão demonstrados através de narração e imagens. A ideia de utilizar as lentes do aluno secundarista se dá pela grande dificuldade dos professores de abordarem determinados temas em sala de aula e fazerem com que os alunos consigam exergar aplicação no dia-a-dia. Como exemplo, pode-se citar as aulas de trigonometria onde tudo é perfeito. Os ângulos sempre são dados, o ponto de visão, a altura, a distância, e o aluno não consegue visualizar isso em seu cotidiano. E foi partindo desse sentimento que se deu a continuidade do trabalho.

O artigo foi finalizando relatando a experiência do educador aluno sendo instigado a desenvolver um modelo para solucionar um problema com a modelagem como ferramenta. Pode-se concluir de antemão que nenhum dos participantes terá no futuro o mesmo pensamento sobre a modelagem. O que antes era visto como utopia, hoje é visto como algo tangível. O que antes era tabu, hoje é realidade. O que antes era visto como antiquado, hoje é visto como forma de torna a matemática em algo divertido, prazeroso e desafiador seja por parte do educador seja por parte do educando.

## **2. REFERENCIAL TEÓRICO**

Segundo Araújo (2010), D'Ambrósio e Bassanezi foram responsáveis pelo surgimento dos estudos referentes a modelagem matemática na educação matemática no Brasil, com apoio de outros pesquisadores que já se interessavam pela pesquisa nessa área. Os estudos e as pesquisas envolvendo a modelagem matemática foram se desenvolvendo e essa demanda cresceu, principalmente, com o surgimento de novos cursos de especialização envolvendo a área na busca de obter meios de atrair a atenção dos discentes e gerar

aprendizagem significativa. A troca de experiências com pesquisadores fora do país contribuiu para o crescimento do tema, mas não foi seu principal motivo.

Araújo (2010) apud Silveira (2007), relata que os programas de modelagem em educação matemática não estão contribuindo com mudanças nas salas de aula devido as dificuldades encontradas pelos docentes na tentativa de utilização da modelagem por motivos que muitas vezes fogem das mãos do mesmos, como cumprimento de prazos pré-estabelecidos por pessoas que muitas vezes não estão em sala de aula e criam currículos engessados com prazos curtos contribuindo para uma “educação bancária” onde o aluno é preparado para os vestibulares e concursos e não para vida. Sendo assim, a matemática é ferramenta única e exclusiva para aprovação em concurso. O que tira das mãos do docente o maior objeto de barganha, o tempo. Tempo versus aprendizagem. Os currículos não são criados para que o aluno consiga transformar a matemática em sua aliada, mas sim, como uma inimiga a ser vencida através de provas, onde o que é avaliado não é o que ele aprendeu com a matemática, mas sim o quanto da matemática ele aprendeu( a matemática como um fim e não como um meio). O sistema educacional através de seus currículos mensura a capacidade do aluno fazer prova ao invés de medir seu conhecimento sobre o “tema”. Logo o docente precisa descarregar o maior número de informações sobre do discente, na expectativa de ele absorver um maior volume (digamos que proporcionalmente). Tal evento explica, sem justificar, o baixo número de professores que utilizam a modelagem matemática na educação matemática, mesmo depois do investimento feito em cursos de pós-graduação, formação continuada e aperfeiçoamento

Segundo Hermínio e Borba (2000):

Burak (2004), a Modelagem Matemática vem ao encontro das expectativas do educando, por dar sentido ao que ele estuda, por satisfazer suas necessidades, seus interesses, alcançando seus objetivos. O aluno passa a trabalhar com mais entusiasmo e perseverança formando atitudes positivas em relação à matemática, ou seja, há o despertar do gosto pela disciplina (HERMINIO e BORBA, 2010).

Atualmente, os discentes almejam entender o objetivo e a aplicabilidade dos conteúdos, este fato, facilita a introdução da modelagem em sala de aula, pois esta os leva a pesquisar, raciocinar e investigar soluções para os problemas propostos despertando seu interesse. As aulas tradicionais de matemática (expositivas) não o fazem, porém quando há envolvimento de alguma situação do cotidiano é possível notar a diferença nos resultados, pois a curiosidade gera interesse e esse induz a descoberta que por sua vez gera conhecimento

que cria aprendizagem significativa. Pode-se resumir tal evento como conhecer a matemática através do mundo. Algo que era feito há muitos séculos. Uma vez que a matemática surgiu da necessidade do homem de resolver problemas.

Na busca da utilização da modelagem matemática como ferramenta para lecionar, o docente necessita estar preparado para execução de um trabalho que exigirá conhecimentos e esclarecimentos durante sua aplicação, por isso Almeida e Silva (2015) afirmam que:

O desenvolvimento da atividade de modelagem envolve procedimentos como a busca de informações, a identificação e a seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de um modelo matemático, a resolução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução identificando a sua aceitabilidade (ou não). A incorporação de atividades de modelagem, nas aulas de Matemática, pressupõe que os professores estejam preparados para desempenhar um papel ativo na organização, na implementação e na avaliação destas atividades. (ALMEIDA e SILVA, 2015)

Cabe ao docente atrelar a atividade abordada ao conteúdo e estar preparado para avaliar o desenvolvimento do aluno e da turma desempenhando a mediação nas pesquisas e resoluções quando solicitadas ou necessárias, para que as soluções sejam aceitáveis ao final da tarefa proposta.

Silveira e Caldeira (2012) destaca um ponto de extrema importância na relação entre a modelagem e o docente:

[...] aponta a insegurança dos professores diante do novo como uma das principais características. Aspecto de suma importância para as aplicações com a Modelagem, porque não se trata de buscar soluções, modificando a estrutura da escola e/ou sua forma de organização. Deparamo-nos, nesse sentido, com uma questão pessoal. A insegurança faz com que o professor resista no que diz respeito às mudanças. Decorrente disso, o professor sente, pela própria insegurança diante do novo, a falta de um profissional que tenha maior experiência e domínio sobre a Modelagem para acompanhá-lo durante as aulas. Isto fica evidente quando há relatos, nas teses e dissertações, de atividades de Modelagem em que havia o acompanhamento e auxílio do pesquisador na sala de aula. Nesses casos foi possível perceber uma tranquilidade do professor em trabalhar com as atividades. No entanto, percebemos que os professores, muitas vezes, desistiam das atividades quando esse pesquisador ia embora, alegando que não tinham mais interesse em continuar com o trabalho. (SILVEIRA e CALDEIRA, 2012)

Essa insegurança e despreparo vem prejudicando o ensino e aprendizagem nas escolas, pois o docente não está se preparando para a transformação que vem ocorrendo no mundo. Além da modelagem nas escolas, os docentes não estão explorando o uso das novas tecnologias como aliadas no ensino e aprendizagem dos conteúdos, deixando de lado grandes

aliados que despertam o interesse dos alunos e tornaria suas aulas mais interessantes e produtivas. Muitos docentes estão fadados ao comodismo e não querem inovar suas aulas em benefício de seus discentes.

### **3. PROBLEMA**

Durante as aulas de Modelagem Matemática, ministrada pelo Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr. do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na Universidade Federal de Juiz de Fora foram discutidos vários artigos com a finalidade de compreender o ensino e aprendizagem a partir da Modelagem Matemática.

Na metade do semestre o professor lançou um desafio na turma envolvendo modelagem matemática, da seguinte forma:

Os alunos foram levados à parte posterior do prédio do departamento de Física da Universidade Federal, onde houve no dia 14 de novembro de 2016, o escorregamento de um talude existente entre a Faculdade de Engenharia e o Instituto de Ciências Exatas. Tal evento foi explanado pelo professor que narrou em detalhes o trabalho para retirada da terra e recomposição do mesmo.

Após a explanação, foi solicitado pelo professor que os alunos mensurassem a quantidade de terra que fora retirada para a recomposição do talude, uma vez que a terra teve que ser removida. Logo, o objetivo era de calcular o número de caminhões de terra que foram retirados. Para tal, fora sugerido pelo professor que os alunos se dividissem em duplas ou grupos de 3 para análise e resolução do problema.

A primeira impressão era de uma solução simples. Que poderia ser elaborada em poucas horas com uma trena, algumas fórmulas e um pouco de pesquisa na internet. Porém, a tarefa se mostrou hercúlea, uma vez que, não estávamos em uma sala de aula tradicional. Os dados não foram divulgados, na realidade nem eram conhecidos, os ângulos de visão não foram informados, assim como outros parâmetros importantes para a resolução não estavam no enunciado do problema eis que surge a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Aprender matemática através do mundo.

### 3.1.VISUALIZANDO O PROBLEMA

**Figura 1** – Região investigada



**Fonte:** os autores.

Foi informado aos alunos sobre a contratação de uma empresa para realização do reparo, porém nenhum dado sobre o talude foi divulgado, volume de terra retirado, material utilizado na recuperação, etc. A única observação levantada foi que usássemos a criatividade.

## 4. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Partindo da visualização do problema, houve a necessidade de entendimento do que havia sido pedido. Qual era o objetivo. O que estava sendo buscado? Qual a medida?

Para Lachtermacher (2007) os processos de modelagem têm um ciclo marcado por: identificação do problema, formulação do modelo, análise dos cenários possíveis, interpretações dos resultados, implementação e monitoramento. Os dois últimos refletem a adaptação de realidade e são responsáveis por atestar a acurácia do modelo. A escolha do

autor não foi aleatória. Nos processos de previsão de demanda e análise por simulação existem etapas muito bem definidas e a busca por modelos de previsão que tenham maior acurácia é constante. Um modelo pode se adaptar a uma série temporal e não a outra, pode ser melhor com um tipo de produto que outro. Logo, existe um campo da matemática chamado pesquisa operacional que visa preencher tais lacunas com modelos voltados para otimização, algoritmos para traçar rotas, modelos de previsão, reconstrução e etc. Como já foi explanado por vários autores, a modelagem matemática na educação matemática emergiu de campos da matemática aplicada. Devido a necessidade do homem de resolver problemas reais com a matemática optou-se no primeiro momento ir na matemática aplicada buscar material para servir de alicerce para nossas especulações. A modelagem oriunda de problemas reais segundo Biembengut (1999, p. 36) pode ser “um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente”. Em nossa pesquisa o aluno foi o próprio professor-pesquisador.

A identificação do problema foi apresentada na descrição feita pelo professor, quando houve o primeiro contato com o talude.

Já na fase de criação do modelo debateu-se durante muitos dias qual abordagem seria a melhor. A busca inicial foi por uma ferramenta preditiva. Que pudesse prever a quantidade de terra que havia antes do escorregamento. Para tal, após uma pesquisa que parecia não ter resultado a ferramenta que mais se adequou foi a interpolação. Existem vários métodos de interpolação, podemos citar os mais conhecidos: linear, polinomial, método interpolador por Lagrange, polinômio interpolador por Newton, método das diferenças finitas e método do mínimo dos quadrados.

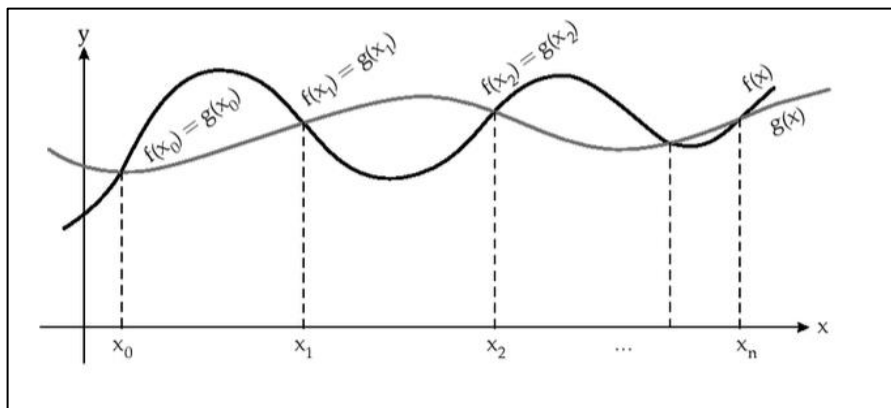
Para Jarletti (2018):

“os métodos de interpolação remontam aos tempos de Kepler (1571-1630) e Newton. O primeiro astrônomo e matemático alemão, tinha acesso a um conjunto de observações astronômicas da posição dos planetas no céu. Interpolando a posição entre os pontos observados, ele pode determinar a trajetória dos planetas em torno do sol. Mais tarde Newton usou esses mesmos dados e técnica para determinar deduzir as leis da gravidade”

Interpolando consiste em aproximar uma função desconhecida  $f(x)$  (ou muito complexa) de outra função  $g(x)$  escolhida entre um grupo de funções e que satisfaça algumas propriedades (CAPUTO, 1969). No processo de escolha da função, opta-se sempre pelo menos complexo. Uma vez que o tempo de cálculo da função varia com o nível de

complexidade e com o algoritmo utilizado. A escolha o algoritmo é outro fator de suma importância, devido ao fator P versus NP (algoritmo de tempo polinomial e algoritmo de tempo não polinomial. No primeiro, a cada variável adicionado o tempo cresce de acordo com um polinômio, no segundo cresce de forma exponencial tornando o problema intratável. Um exemplo simples é o exemplo do caixeiro viajante que a medida que o número de variáveis cresce o tempo tende a infinito transformando o problema em intratável).

**Figura 2 – Interpolação Polinomial**



**Fonte:** Os autores.

Para auxílio resolução do problema, trabalharíamos com interpolação polinomial. A função interpoladora é um polinômio semelhante a:

$$g(x) = P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

O grau do polinômio pode ser menor o igual a n, onde n é o número de equações presente na tabela:

$$a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + \dots + a_n x_0^n = f(x_0)$$

$$a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \dots + a_n x_1^n = f(x_1)$$

$$a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots + a_n x_n^n = f(x_n)$$

Como não nos foi dada as funções para encontrarmos o polinômio interpolador, deveríamos encontrar alguns pontos no terreno. Seis pontos para cada polinômio, sendo 3 de cada lado do deslizamento e com auxílio do software Matlab conseguiríamos encontrar os polinômios que passavam exatamente nos pontos descritos. Com isso, obteríamos as curvas e o polinômio interpolador. Com ambos, teríamos material suficiente para recriar o terreno (claro que com algumas diferenças pois estaríamos utilizando modelos preditivos). Ao iniciar

a coleta dos dados, verificou-se a inexistência de características importantes, como profundidade da secção tirada, altura do talude em relação ao solo, inclinação em relação ao eixo Y (uma linha imaginária normal à linha que foi utilizada como referência de altura) em cada um dos pontos. Entendeu-se que o processo mais complexo seria na coleta de dados pois depois de definido os pontos, o software através da função PollyFit faria o ajustamento com o método Mínimo dos Quadrados e traria os coeficientes que melhor se ajustassem aos dados (um pouco mais complexo que isso, mas ainda simples se comparado com o processo de coleta).

Nos primeiros passos da coleta vieram outras perguntas e talvez as mais interessantes durante o trabalho. Como vamos encontrar a altura? Como vamos calcular a inclinação em cada um dos pontos? Como vamos explicar isso para alguém? Perguntas aparentemente simples, mas que fizeram emergir um sentimento de revolta, de que tínhamos jogado nosso tempo fora até aquele momento. A equipe se recusou a procurar métodos de cálculos topográficos oriundos da Engenharia civil, pois se tratava de professores de matemática tentando resolver um problema do cotidiano. Foi quando uma pergunta ainda mais tensa pairou sobre o ar. Quando formos contar a nossos alunos sobre a saga do barranco (talude), eles entenderão o que estará sendo dito? Conseguirão compreender a matemática envolvida no processo? A aplicação dos conteúdos contextualizada na resolução do problema? Ou será que a matemática utilizada na resolução continuará no pedestal inacessível para humanos comuns, rebuscada com seu excesso de formalismo?

Justamente o excesso de formalismo que afasta as pessoas da matemática antes mesmo de conhecê-la, Bassanezi (2002) faz uma comparação entre a matemática e um jogo onde quem perde é que não consegue jogar. Os treinadores (professores) estão tão preocupados com as regras (formalismo) que se esquecem do jogo (fazer matemática).

Partindo das lições de Bassanezi, houve uma mudança nas pesquisas, procurava-se encontrar algo que pudesse ser aplicado em uma turma de primeiro ano do ensino médio e que levasse os alunos a descobrir a matemática, em especial a trigonometria de forma prática. Trazendo significado aos conteúdos abordados. Nesse sentido, Herminio e Borba (2010, p.115) afirmam a importância de:

[...] proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações-problemas de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um



conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos matemáticos. (HERMINIO; BORBA, 2010)

O educador deverá estar atento ao ambiente e convivência de seus discentes para relacionar os conteúdos a suas práticas diárias, dando significados aos conteúdos abordados. Assim, possibilitará um maior interesse dos alunos por tal conhecimento, pois tem noção de sua aplicabilidade no cotidiano.

Para que possamos obter resultados significativos é necessário passar por essa experiência enquanto aluno para posteriormente aplicá-lo de forma adequada e moderada. Voltamos ao exemplo da trigonometria, quando apresentamos situações em sala de aula onde utilizamos a trigonometria como subsídio para os cálculos de altura e inclinação, os dados como distância de X a Y e ângulo de visão de um determinado ponto sempre são apresentados, mas o aluno acaba não entendendo o processo de aquisição dos dados e qual sua acurácia.

Para suporte aos cálculos, os engenheiros utilizam uma ferramenta chamada teodolito, que tem a finalidade de medir ângulos verticais e horizontais com precisão.

**Figura 3 – Teodolito**



Fonte: Gerscovich, 2016.

O objetivo da equipe foi buscar solução a partir da investigação e da modelagem matemática. Então, partindo do princípio de modelagem na educação (onde o professor é educador e educando), resolvemos entender melhor como funciona o teodolito e optamos por investigar o processo de medição tentando criar nossas próprias ferramentas.

O processo de medição com uso do teodolito sempre é alvo de exercícios em sala de aula, sempre são informados o ângulo de visão do observador, a altura do mesmo e sua distância do objeto alvo da mensura. Depois de muitas tentativas e projetos fracassados, conseguimos construir um teodolito rudimentar.

Segue ilustrado na figura 4 o teodolito elaborado durante o processo de resolução do problema:

**Figura 4 – Teodolito manual**



Fonte: os autores.

O teodolito exposto na figura 4 foi resultado de muitas tentativas (várias noites perdidas assim como várias formas de não o fazer) porém depois de entendido suas particularidades, pode ser reproduzido sem grandes dificuldades e será demonstrado a seguir.

Materiais e ferramentas necessários para elaboração do teodolito:

- Uma tábua;
- Uma régua de madeira para fazer uma haste;
- um parafuso com porca;
- dois pedaços de elástico (para travar o laser);
- folhas de papel;
- laser (o laser foi escolhido devido a facilidade de marcar o ponto);
- uma base para prender o equipamento e realizar os testes necessários;
- uma furadeira para fazer os furos;

Tendo em mãos os materiais, devemos fazer dois furos na lateral da haste para prender o laser com o barbante ou elástico. Dois furos na direção do laser para que possam servir de marcação durante o processo e um furo maior no centro da tábua para prender a haste na

tábua. Realizado esse processo, basta prender o material a uma base firme para que a haste seja nivelada e adequada para iniciar os trabalhos.

A mecânica é simples. Na fase de preparação para a medida, coloca-se o teodolito em um local em frente ao objeto a ser medido. Em nosso exemplo, utilizamos a altura de uma parede branca e contávamos com a ajuda do Sr. Semeão, um pedreiro que estava reformando um imóvel próximo à região onde estávamos conduzindo os testes. Procura-se uma posição estável que possa garantir sua perpendicularidade com o solo (prumo – que ele esteja paralelo a uma reta imaginária orientada para o centro da terra com o apoio da gravidade).

Devemos garantir que a haste, ilustrado na figura 5, que irá medir a angulação esteja em um ângulo de zero grau. Para tal, utilizamos um nível que foi fixado na parte inferior da haste, conforme ilustrado na figura 5. Tal procedimento, evita que tenhamos que fazer uma transferência de nível, pois garantimos que a altura inicial seja transportada para o objeto do outro lado.

**Figura 5** – Identificação da haste com o laser



**Fonte:** os autores

**Figura 6** – Visualização do nível sob a haste



**Fonte:** os autores

Fazemos as marcações no papel com auxílio dos dois furos presentes na haste (os dois furos servirão de pontos) conforme ilustrado na figura 7. Os furos marcam os pontos que serão utilizados para construir os segmentos de reta com auxílio de uma régua. Podemos utilizar o segundo furo para traçar o arco gerado e calcular seu ângulo central.

**Figura 7** – Marcação da reta inicial



**Fonte:** os autores.

Com auxílio do laser que foi colocado na ponta do equipamento, conforme figura 5, conseguimos fazer a marcação de mesmo nível no outro lado com a ajuda do Sr. Semeão.

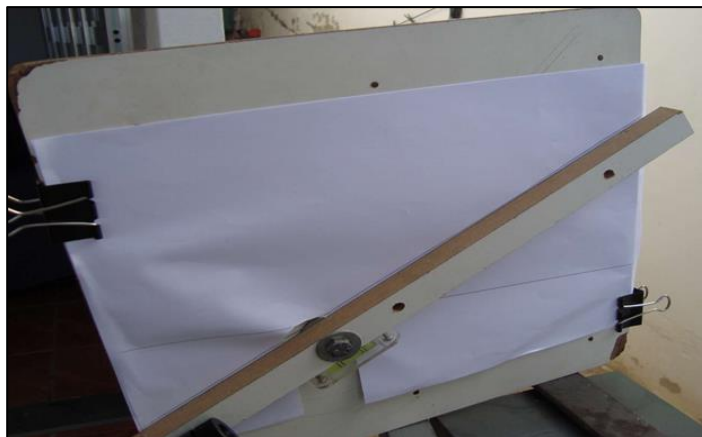
**Figura 8** – Marcação de um ponto



**Fonte:** os autores.

O laser ligado possibilita a observação da inclinação até a extremidade da parede para fazer a marcação na tábua, onde utilizamos o furo maior para fazer a marcação do arco, e em seguida, retiramos a folha e medimos a inclinação, conforme ilustrado na figura 9.

**Figura 9** – Identificação de pontos para ver a inclinação



Fonte: os autores.

O próximo passo é marcar no chão o ponto que serviu de eixo de rotação, com o auxílio de um prumo de centro. O prumo, uma ferramenta amiga dos pedreiros que garante que os objetos estejam sempre “retos”, utiliza a força peso para garantir que a descarga de peso aconteça sempre na vertical, auxiliando o pedreiro para que a parede seja uma sequência de pontos pertencentes a uma reta imaginária orientada para o centro da terra, evitando decomposições de força. O prumo de centro utiliza o mesmo princípio, mas sua função é fazer a transposição do centro de um objeto, conforme figura 10.

**Figura 10** – Transposição do centro



Fonte: os autores.

Em seguida, com o auxílio de uma trena, tiramos a medida da marcação até a parede, conforme ilustração da figura 11:

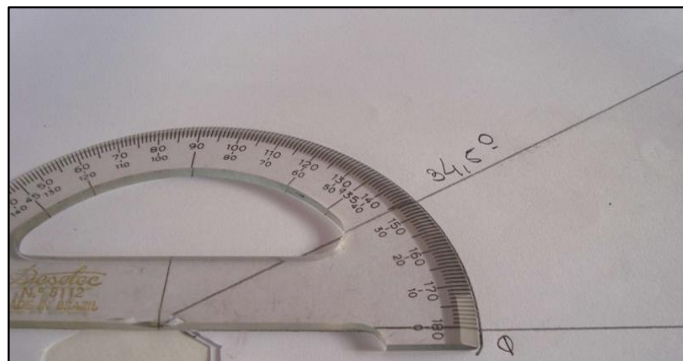
**Figura 11 – Medição da marcação**



**Fonte:** os autores.

Já com as medidas em mãos, verificamos a inclinação com o auxílio de um transferidor, conforme figura 12:

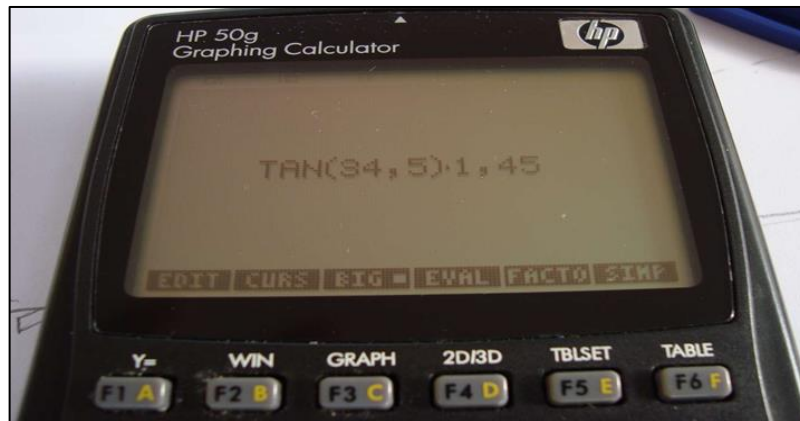
**Figura 12 – Medindo o ângulo com o transferidor**



**Fonte:** os autores.

Com auxílio de uma calculadora realizamos os cálculos para encontrar a altura relativa ao centro de rotação da haste, conforme figura 13:

**Figura 13** – Calculadora científica



**Fonte:** os autores.

Se quisermos saber a altura da parede em relação ao piso em que estamos, basta somar à altura encontrada a altura do centro de rotação. Se quisermos saber a altura da parede, basta somar à altura encontrada a altura do chão ao ponto que foi marcado na figura 8.

Tecnicamente, o nosso problema estaria resolvido se, somente se, o estacionamento fosse plano e não houvesse nenhuma inclinação (nivelado) o que não é verdade e que torna o processo um pouco mais complicado.

Para tal, deveríamos pegar uma altura qualquer e garantir que todos os pontos de medida fossem iguais. Logo, a altura medida em todos os pontos do barranco seria relativa ao mesmo referencial. Se pegássemos um metro, e medíssemos um metro de altura como referência estaríamos somente replicando a inclinação (caimento) em 1 (um) metro.

Para tal, fomos buscar referências na física e na construção civil. O procedimento é conhecido como nivelamento: Segundo CHAVES (1981), o correto nivelamento consiste em uma operação de transportar as referências de nível de um local para outro, tendo a definição de uma determinada altura, conseguindo estabelecer desta forma um plano horizontal.

Com uma mangueira de nível conforme a figura 13 e um pouco de Lei de Stevin, conseguimos replicar o mesmo nível (altura) em vários lugares diferentes.



**Figura 14 – Mangueira de nível**



Fonte: os autores.

**Figura 15 – Identificação do nível e marcação do nível**



Fonte: os autores.

**Figura 16 – Verificação dos níveis**



Fonte: os autores.



O nosso trabalho se encerrou com a criação de ferramentas para a medição e entendimento das técnicas utilizadas no dia-a-dia para garantir que as medidas sejam iguais em qualquer ponto. Garantir que um prédio esteja “aprumado”, um piso nivelado, uma altura medida partindo de uma origem completamente acadêmica. O objeto de toda a nossa pesquisa se resumiu na criação e utilização de um teodolito.

O processo de modelagem nem sempre trará resultados tangíveis (em alguns casos as criações durante o processo serão a própria), porém proporciona a visualização e resolução de um problema de várias formas, descoberta de técnicas e equipamentos de outras áreas, além da oportunidade de o aluno ser ativo na construção do seu conhecimento, criando seus caminhos, estratégias e ferramentas.

Na modelagem, o aluno é desafiado a investigar e criar oportunidade de aprimorar seus conhecimentos de forma multidisciplinar com os conteúdos adquiridos e outros exigidos ao longo da resolução do problema, levando o discente a buscar formas de chegar à resolução ou próximo dela.

Nesse caso, o aluno é o ator principal de seu aprendizado tornando o conteúdo da trigonometria interessante e prático aos seus olhos.

Durante esse trabalho tivemos a oportunidade de constatar que a vida real é uma sopa de letrinhas onde não existe matemática, física e química e sim problema e solução, pois aprendemos com um pedreiro que só estudou até o 6º ano do ensino fundamental, em algumas tardes, mais que em alguns períodos da graduação, com professores Doutores.

Pode-se vivenciar a definição de modelagem matemática segundo Barbosa (2001) que descreve a modelagem como “[...] uma oportunidade para os alunos indagarem diferentes situações por intermédio da matemática, sem procedimentos fixados previamente”.

## 5. CONCLUSÃO

Por meio deste trabalho notamos a diferença em resolver um problema dado em sala de aula pelo professor a partir dos conteúdos abordados sem a presença da modelagem matemática e outro com aplicação dos nossos conhecimentos na resolução de um problema que buscamos solucionar sem a certeza de um resultado exato. Com a proposta do professor na resolução de encontrar o volume de terra retirada do talude em questão, ilustrado na figura 1, nós alunos e também professores, sentimo-nos entusiasmados em utilizar a modelagem matemática para solucionar tal problema, pois estamos envolvidos com os pensamentos e teorias dos pesquisadores da área e podemos ter a oportunidade de participar de uma atividade podendo expor os conhecimentos adquiridos durante o curso.

Enfrentamos muitas dificuldades na resolução do problema, principalmente, quanto a forma de resolvê-lo matematicamente com a presença da modelagem. Mas, em nossos estudos fomos capacitados e enriquecidos com vários conhecimentos, desde orientações de um simples pedreiro a conhecimentos de engenheiros e físicos.

Notamos que a modelagem matemática vem para trabalhar os conteúdos dessa forma, contribuindo com nosso desenvolvimento e nos proporcionando adquirir novos conhecimentos utilizando os existentes com nossa bagagem.

Esta experiência nos mostrou a importância da utilização da modelagem matemática para o ensino e aprendizagem com os alunos, despertando o interesse através da investigação e dos próprios conhecimentos atrelados aos conteúdos abordados.

Percebemos que podemos fazer a diferença em nossa sala de aula apresentando os conteúdos de forma investigativa, formando cidadãos críticos e independentes, preparados para atuarem e atenderem as necessidades que o mercado de trabalho e cenário educacional vem exigindo na atualidade.

Seria fácil falar de modelagem, expor teorias e práticas sem nunca a ter vivido. Os conhecimentos tornam-se confusos, difusos, abstratos e em certos momentos até inconvenientes, pois estamos sempre em busca de respostas exatas, tanto é verdade que se dá o nome a matemática de Ciência Exata. Em sua concepção pode até ser, mas não em sua plenitude, pois problemas tão simples encontram-se abertos até hoje como o Último teorema

de Fermat que demorou mais de 300 anos e precisou de um campo completamente novo da matemática para ser provado. Essa ideia de exatidão e formalismo cria uma falsa sensação de que a matemática só pode ser feita nos Campus, nas salas de aula universitárias e não na vida. Um pesquisador que trabalha com matemática aplicada tem menos prestígio que um pesquisador que trabalha com matemática pura. Um educador matemático em muitos momentos não é considerado matemático. Ele tem licença para ensinar matemática. Um educador que utiliza a matemática aplicada é considerado por muitos, louco. E em meio dessas loucuras surge algo ainda pior, o processo de modelagem pode além de não trazer resultado exato, não trazer resultado algum. Já que existe a possibilidade de não obter resultado algum, por que alguém a utilizaria?

Quando vamos além da definição de um processo para criação de modelos, e partimos para a definição de se questionar de forma matemática, a direção do processo pode mudar e o que fica é o processo. O que você aprendeu no processo?

Aprendemos a questionar a matemática, questionar como as coisas são e como são ensinadas. Em uma de nossas experiências aprendemos a utilizar trigonometria na prática, houve um dia que estávamos na sala de aula com duas réguas de madeira presas no mesmo ponto e um prumo de centro no ponto de uma, conseguimos demonstrar para os colegas presentes porque o seno e o cosseno variam no círculo trigonométrico. O prumo ia ficando cada vez mais próximo da origem à medida que aumentávamos a angulação e cada vez mais perto da ponta da régua à medida que abaixávamos. Mostramos o porquê do seno de  $90^\circ$  ser 1 e cosseno de  $0^\circ$  também. Coisa que alguns nunca tinham entendido. Conseguimos medir uma parede com 2 cm de diferença(erro) sem uma trena. Entendemos o processo de nivelamento, e como um nível de mão e um prumo funcionam. Na prática.

O que aprendemos? Aprendemos que somos professores, e nosso meta é sermos educadores. Pegar a matemática rebuscada, formal e inacessível e transformar em uma linguagem simples que qualquer um pode ler e entender. É igualar todos os alunos, diferenciando cada um. Auxiliando nas suas dificuldades, entendendo os desvios de curso que são normais no processo de educação e garantir que todos consigam absorver o conteúdo à sua maneira na mesma intensidade. Como diria Feynman citado por Kistemann Jr. “um conceito só está bem fundamentado se você conseguir explicar para uma criança” logo, o que aprendemos é que a matemática é bela quando faz sentido e que temos o dever de auxiliar

nossos alunos a enxergar esse sentido e que uma das melhores ferramentas que conhecemos até hoje é a Modelagem Matemática. Agradecemos a oportunidade de ter conhecido um pouco sobre o tema e podemos dizer já não somos mais os mesmos de antes do curso. Heráclito citado por Cortella (2016) ressalta que "Nenhum homem toma banho duas vezes no mesmo rio, pois, quando volta a ele, nem o rio é o mesmo nem mais o homem o é".

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. **Práticas de Professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações.** *Educação Matemática em Revista – EMR*. São Paulo. N° 46, Edição Temática (setembro). p. 06 – 15, 2015.

ARAÚJO, J. L. **Brazilian Research on Modelling in Mathematics Education.** *ZDM Mathematics Education*. 42:337–348. DOI 10.1007/s11858-010-0238-9. 2010.

BASSANEZI, Carlos Rodney. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática.** São Paulo, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. (1990). **Modelagem matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus.** Dissertação de Mestrado. Rio Claro, Unesp.

CAPUTO, Homero Pinto. **Matemática para a Engenharia.** Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A, 1969.

CHAVES, I.B. & DINIZ, E.J. (1981) **Erosividade de chuvas no Estado da Paraíba.** In: Encontro Nacional de Pesquisa sobre Conservação do Solo, 3, Recife, 1980. Anais, Recife, p.136-147.

CORTELLA, Mario Sergio. Não espere pelo eptáfio!. **Provocações filosóficas.** Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2016.

GERSCOVICH, Denise M.S. **Estabilidade de taludes.** 2ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2016.

HERMINIO, Maria Helena Garcia Barbosa; BORBA, Marcelo de Carvalho. **A Noção de Interesse em Projetos de Modelagem Matemática**. 2000. 17 p. (Pesquisa em Educação Matemática) - São Paulo, 2010. 12.

JARLETTI, Celina. **Cálculo numérico**. Curitiba: InterSaber, 2018.

LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa Operacional na tomada de decisões: modelagem em Excel**. 4ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. **Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos**. Bolema. Rio Claro, SP. V. 26, n° 43, pp. 249-275. Ago. 2012.

SPERANDIO, Décio; MENDES, João Teixeira; SILVA, Luiz Henry Monken e. **Cálculo numérico**. 2ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2014.