UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA APLICADA

TESTANDO O TEOREMA DA SEPARAÇÃO DE FISHER: UMA ABORDAGEM DE SPREAD DA TAXA DE JUROS PARA EMPRESAS BRASILEIRAS NOS ANOS DE 2011 E 2012

Gabriel Filipe Rodrigues Vasconcelos

Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli

TD. 003/2013

Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada - FE/UFJF

Juiz de Fora

2013

TESTANDO O TEOREMA DA SEPARAÇÃO DE FISHER: UMA ABORDAGEM DE SPREAD DA TAXA DE JUROS PARA EMPRESAS BRASILEIRAS NOS ANOS DE 2011 E 2012.

Gabriel Filipe Rodrigues Vasconcelos[1]
Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli[2]

RESUMO:

O teorema da separação de Fisher afirma que todos os indivíduos emprestam e pegam dinheiro emprestado na economia a uma mesma taxa, e a teoria financeira assume que essa taxa é livre de risco. Isso pode não ser verdade quando se trata de pessoas, no entanto pode ser aceitável para empresas. Este trabalho busca construir uma equação para o *spread* da taxa de juros para empresas em cada um dos seus instrumentos de financiamento, para isso é utilizado o modelo conhecido como *Arbitrage Pricing Theory* (APT). Os resultados mostraram a existência de uma taxa livre de risco aceitável, e a possibilidade de que as empresas se financiem a esta taxa via diversificação de instrumentos de financiamento, sendo estes debêntures e outros instrumentos comuns a todas as empresas. Por meio da técnica de otimização de carteiras foi possível construir portfólios para todas as empresas com a mesma taxa de juros e risco bem pequeno, mostrando que, em algum nível, o teorema da separação de Fisher pode ser aceito para empresas.

Palavras Chave: Teorema da separação de Fisher, Otimização de carteira, APT.

ABSTRACT:

The Fisher Separation Theorem says that individuals can land and borrow money at the same interest rate, which the financial theory says is risk free. This is probably not true when we are dealing with people, but a risk free rate may be plausible when dealing with companies. In this paper, we build an equation for company's interest rate spread in each of their financing instruments, to do so we use the Arbitrage Pricing Theory (APT) method. The results show that there is an acceptable risk free rate, and the possibility that companies borrow at this interest rate trough diversification of financing instrument, i.e. debentures, and other common financing instruments. We were able to build portfolios to all companies with the same interest rate, and a very small risk using portfolio optimization, showing that, at some level, the Fisher Separation Theorem may be accepted.

Key Words: Fisher Separation Theorem, Portfolio Optimization, APT.

[1] Universidade Federal de Juiz de Fora
Contato: gabrielrvsc@yahoo.com.br
[2] Universidade Federal de Juiz de Fora
Contato: fernandafinotti.perobelli@ufjf.edu.br

1) INTRODUÇÃO

Os modelos financeiros trabalham com um grande número de premissas, algumas muito fortes de serem defendidas no mundo real. A teoria financeira moderna tem seu marco teórico com o trabalho de Markowitz (1959), construído a partir do modelo de decisão de investimento por média-variância e partindo da teoria da utilidade sob incerteza. As contribuições desse trabalho inspiraram a derivação do modelo de precificação de ativos de risco, o*Capital Asset Pricing Model*(CAPM), introduzido por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966). Embora muito utilizado, o CAPM faz uso de pressuposições muito fortes, uma vez que é construído tendo como basea teoria da utilidade e o modelo de média variância, carregando seus pressupostos de mercado perfeito, informação simétrica, distribuição normal de retornos, função utilidade quadrática, entre outros. Não suficiente, o CAPM pressupõe a existência de uma carteira ótima que, teoricamente, precisaria incluir todos os ativos da economia.

Apesar de seus pressupostos hercúleos, o CAPM continua tendo um papel central na teoria financeira, sendo utilizado nos modelos básicos de avaliação de ativos, tanto em instituições financeiras quanto não financeiras. Sua persistência advém do fato de utilizar um preço único para o risco sistêmico[3], assumido como única fonte relevante de risco para um investidor diversificado. De acordo com o modelo, a quantidade de risco de um ativo será dada pelo coeficiente beta, que mensura a sensibilidade do ativo aos movimentos do mercado de ativos de risco. A partir dessa quantidade de risco e do preço do risco, dado pela inclinação da reta do mercado de títulos (SML), o CAPM estabelece uma relação funcional linear para a avaliação de qualquer ativo com base apenas no retorno livre de risco, na quantidade de risco do ativo sob avaliação (beta) e no preço do risco sistêmico.

Complementando o CAPM no processo de avaliação de ativos, estão as contribuições de Modigliani e Miller (1958; 1963). Esses autores introduzirama discussão dos efeitos da alavancagem financeira no risco do negócio. A partir desses dois marcos teóricos (avaliação de ativos de risco e impactos no risco da estrutura de capital), Hamada (1969) compatibiliza as contribuições dos dois modelos (taxa de retorno justa estimada via CAPM e via proposições de Modigliani e Miller) a partir da estimação de uma relação linear entre os betas alavancados e não alavancados dos ativos. Toda essa construção é feita de forma que seja válido o teorema da separação de Fisher, portanto assumindo que indivíduos e empresas possam emprestar e tomar emprestado recursos financeiros a uma taxa única, livre de risco.

Dizer que empresas podem pegar o quanto desejarem de empréstimo a uma taxa única é o mesmo que assumir que não há risco para o financiador e, dessa forma, não existiria *spread* nas operações de empréstimo, sobre as quais seria cobrada unicamente uma taxa pelo diferimento do consumo do financiador (r*f* ou taxa livre de risco). Na prática, as instituições financeiras que emprestam precisam, no mínimo, cobrir seus custos operacionais, além de se protegerem contra os riscos que estão assumindo. Ho e Saunders (1981) propõem um modelo de *spread* bancário em que demonstram que o *spread* sempre irá existir e apontam quais são seus determinantes, sendo estes a aversão ao risco dos administradores, o tamanho da transação (empréstimo) cedida pelo banco, as estruturas do mercado bancário e a variância das taxas de juros.

Embora o *spread* bancário exista de fato, a teoria financeira moderna é construída sobre os pressupostos de que exista uma taxa livre de risco única na economia e de que todos os indivíduos são tomadores de preço, ou seja, emprestam e tomam emprestado a esta taxa. Partindo-se desse referencial, este trabalho tem como objetivo propor uma carteira de financiamentos de *spread* nulo, de maneira a respeitar a premissa fundamental dos modelos

---

[3] Risco não eliminável via diversificação.

de avaliação de ativos. Para tal, fará uso dos fundamentos teóricos de um modelo complementar ao CAPM, o *Arbitrage Pricing Theory* (APT).

Para criar uma relação linear que busque explicar o *spread* justo de cada instrumento de financiamento, oAPT, criado por Ross (1976), baseia-se em um processo linear de geração de retornos, porém não faz nenhum pressuposto com respeito a utilidade dos agentes, além da monotonicidade[4]. O modelo funciona em qualquer tipo de carteira, seja ela ótima ou não, ao contrario do CAPM, que exige uma carteira ótima. O APT trabalha com vários fatores, e não apenas com a covariância[5] dos ativos com o mercado, como é feito no CAPM.Assim, segundo Copeland e Weston (1992), o CAPM pode ser visto com um caso específico do APT.

Empiricamente, o APT apresentou alguns resultados satisfatórios. Gehr (1975), Roll e Ross (1980), Reiganum (1981) e Chen (1983) testaram o APT utilizando dados de retornos diários de ações da bolsa de valores de Nova York. Para tanto, fez-se uso do instrumento estatístico da análise fatorial para estimar as cargas fatoriais, que têm papel semelhante ao do *beta* no CAPM, por se tratarem de sensibilidades dos retornos dos ativos aos fatores latentes que determinam o comportamento dos retornos desses ativos. A partir das cargas fatoriais estimadas (quantidade de risco do ativo, por fator), utilizaram esse resultado para estimar uma regressão que explicasse os retornos esperados dos ativos.

Roll e Ross (1980) utilizaram 1260 ativos divididos em grupos de 30, por ordem alfabética, e mostraram que existem pelo menos três fatores latentes que explicam os retornos esperados. Eles apontam que a utilização da análise fatorial cria um problema, uma vez que não é possível saber o que os fatores encontrados significam. Embora possam ser interpretados, não passará de uma interpretação feita com base na intuição do autor. Para que o APT seja válido, nenhuma outra variável deve ser significativa na regressão além dos fatores estimados. Os autores utilizaram a variância total dos ativos e verificaram que ela não tinha nenhum poder explicativo se os fatores estivessem incluídos na regressão[6]. Chen (1983) utilizou o retorno dos ativos no último período e o tamanho das firmas no APT,juntamente com os fatores latentes. Os resultadosmostraram queas duas variáveis também não tinham poder de explicação.

Para os fins deste trabalho, foi construída uma carteira de instrumentos de financiamento e indexadores utilizados pelas empresas para captar recursos no Brasil, sendo eles debêntures, financiamentos junto ao BNDES, financiamentos para capital de giro e estoque, hot Money, além de indexadores como câmbio, CDI, SELIC, inflação. A partir desses ativos, os fatores latentesforamestimados para a construção do APT. Se for possível construir uma carteiraótima, única e livre de risco utilizando apenas esses fatores, então, teoricamente, todas as empresas podem se financiar por meio dessa carteira a uma taxa livre de risco.Assim, os fatoreslatentes encontrados via análise fatorial podem ser entendidos como os determinantes do *spread*da taxa de juros, como será explicado mais a frente. É importante lembrar que o *spread* estudado neste trabalho é mais geral que o *spread* bancário, uma vez que envolve ativos de outra natureza, como debêntures e ações, de emissão pública.

Não é de conhecimento dos autores nenhum trabalho que busque explicar o *spread* da taxa de juros utilizando o APT. Porém, há uma vasta literatura sobre o assunto com outros métodos.Pyle (1972) apresentou uma modelagem de comportamento das instituições

[4] A relação de preferência $\succcurlyeq$ definida no conjunto X é monotônica se $x \in X$ e $y \gg x$ implicar que $y \succ x$. Tal preferência será estritamente monotônica se $y \geq x$ e $y \neq x$ implicar que $y \succ x$.

[5] O CAPM utiliza apena o *beta* para explicar os retornos dos ativos, o *beta* é definido como a covariância do ativo *i* com o mercado dividido pela variância da carteira de mercado.

[6] Os retornos dos ativos da amostra apresentaram, em geral, assimetria em suas distribuições, criando uma dependência entre a média e a variância amostral dos mesmos, como é argumentado por Miller e Sholes (1970), porém os autores utilizaram um procedimento proposto por Fama e MacBeth (1973) para corrigir o problema.

financeiras sob incerteza, tratando de depósitos, margens e empréstimos. Ho e Saunders (1981) criaram um modelo, muito discutido na literatura, que trata dos determinantes do *spread* bancário; uma extensão do modelo é feita por Allen (1988). Benston (1972) trata das funções de custo dos bancos; sua principal conclusão mostra que instituições financeiras apresentam economia de escala nos custos operacionais, que levaria a uma margem menor em instituições maiores.

Em um ponto de vista mais aplicado, Saunders e Schumacher (2000) utilizam o modelo criado por Ho e Saunders (1981) em bancos de seis países europeus e dos Estados Unidos. Os resultados empíricos mostram um *trade-off* entre liquidez dos bancos e baixas taxas de juros para os consumidores. O poder de monopólio dos bancos também se mostrou relevante, assim como a taxa de juros macroeconômica. Angbazo (1996) verificou se bancos expostos a alto risco em empréstimos e taxa de juros tendem a buscar margens mais elevadas. Os resultados encontrados variam de acordo com o tamanho dos bancos no que tange à taxa de juros, porém as margens bancárias apresentam uma relação positiva significativa com o risco dos empréstimos.

No Brasil, Oreiro, de Paula, Silva e Hideki (2006) buscaram explicar o motivo das taxas de juros brasileiras não convergirem para os níveis internacionais, mesmo com as políticas externa e cambial mais recentes. Os autores verificamque o *spread* da taxa de juros é discrepante em relação àsvariáveis macroeconômicas e encontram que a volatilidade da taxa de juros, bem como seus níveis elevados, são relevantes para explicar as altas margens dos bancos brasileiros. Similarmente, Silva, Oreiro e de Paula, (2006), também em um ambiente macroeconômico, estudaram a rigidez do *spread* no Brasil, relacionando-a com a instabilidade da economia.Dantas, Medeiros e Capeletto (2011) apontaram o *spread* como a principal variável causadora dos lucros elevados dos bancos, que acabava onerando o setor produtivo. Porém, desta vez, os autores utilizaram variáveis microeconômicas específicas das instituições ofertantes.

A seguir, na sessão 2, será feita uma breve explicação do modelo APT;a sessão 3 apresenta procedimento empírico utilizado. Após apresentar o APT e seus procedimentos, o banco de dados e os resultados dos procedimentos econométricos e estatísticossão tratados na sessão 4. Uma vez estimada a equação do APT, a sessão 5 diz respeito aos resultados encontrados da otimização das carteiras de instrumentos de financiamento. Por último, a sessão 6 proporciona uma conclusão dos resultados encontrados.

2) O MODELO APT

Partindo de um pressuposto de mercado competitivo e sem fricção e levando em conta que os indivíduos acreditam, de forma homogênea, que um conjunto de ativos *A* é governado por um modelo de *k* fatores, então:

$$\tilde{r}_i = E[\tilde{r}_i] + b_{i1}\tilde{\delta}_1 + \cdots + b_{ik}\tilde{\delta}_k + \tilde{\epsilon}_i \qquad (1)$$
$$i = 1, \dots, n$$

Onde, $E[\tilde{r}_i]$ é o retorno esperado do i-ésimo ativo, $\tilde{\delta}_j$ é o j-ésimo fator, de média zero, comum a todos os ativos considerados. Os fatores comuns captam o risco sistemático dos ativos. Os termos b_{ij} mostram a sensibilidade do ativo *i* a movimentos no fator comum *j* e, por último, ϵ_i é um termo de erro que representa o risco não sistemático dos ativos, tal que $E[\tilde{\epsilon}_i|\tilde{\delta}_j] = 0$.

A principal ideia por trás do modelo APT advém do fato de que os retornos dos ativos são uma combinação linear dos *k* fatores comuns e do ativo livre de risco, que é uma constante; se o termo ϵ_i fosse omitido, então essa combinação linear se tornaria exata. Neste caso, é possível expressar o ativo livre de risco e os *k* fatores como uma combinação linear de *k*+1 outros retornos do conjunto *A* de ativos. Como qualquer outro retorno da carteira *A* é uma combinação linear dos *k* fatores, então esses retornos devem também ser uma combinação linear dos *k*+1 retornos. Essa análise mostra que portfólios com os *k*+1 ativos são substitutos perfeitos de todos os outros ativos da carteira *A*;consequentemente, devem ter o mesmo preço. Essa é a ideia central por trás do APT: como existem poucos componentes de risco sistemático, então muitos portfólios são substitutos próximos e devem ter valor semelhante.

Para prosseguir no desenvolvimento do APT, considere um indivíduo que mantém um portfólio de ativos e está pensando em alterar sua composição. O novo portfólio irá diferir do antigo em proporções de investimento x_i, $(i = 1, \dots, n)$ que é a quantidade de reais comprada ou vendida do ativo *i* como fração de toda a renda investida. A soma das proporções x_i é:

$$\textstyle\sum_i x_i = 0 \qquad (2)$$

Portanto, a renda investida é igual nos dois portfólios e para comprar mais de um ativo é preciso vender de algum outro. Portfólios que não utilizam renda, como descrito acima, e apresentam risco nulo, devem, em equilíbrio, ter retorno nulo na média. Estes portfólios são chamados portfólios de arbitragem. Seja o vetor $x \equiv (x_1, \dots, x_n)$ um portfólio de arbitragem, então o retorno adicional obtido da alteração dos portfólios será:

$$\begin{aligned} x\tilde{r} &\equiv \textstyle\sum_i x_i\tilde{r}_i \\ &= (\textstyle\sum_i x_i E[\tilde{r}_i]) + (\sum_i x_i b_{i1})\tilde{\delta}_1 + \cdots + (\sum_i x_i b_{ik})\tilde{\delta}_k + \sum_i x_i \epsilon_i \\ &= xE[\tilde{r}] + (xb_1)\tilde{\delta}_1 + \cdots + (xb_k)\tilde{\delta}_k + x\tilde{\epsilon}_i \end{aligned}$$

Seja $x_i = \frac{1}{n}, \forall\, i = 1, \dots, n$, e seja o portfólio x bem diversificado e sem risco sistemático de forma que:

$$xb_j \equiv \textstyle\sum_i x_i b_{ij} = 0 \qquad (3)$$

O retorno do portfólio x será, então, $x\tilde{r} = xE[\tilde{r}]$. O termo $x\hat{\epsilon}$ é eliminado via diversificação[7]. Portanto, é possível escolher um portfólio de arbitragem livre de risco sistemático e de risco não sistemático. Se o indivíduo estiver satisfeito com seu portfólio e este for um portfólio de equilíbrio, então $xE[\tilde{r}] = 0$. Nenhum portfólio é um portfólio de equilíbrio se for possível obter retorno adicional sem aumentar o risco.

Todo portfólio de equilíbrio construído da forma acima, satisfazendo as condições de não utilizar nenhuma renda e não ter risco, deveter retornos nulos na média.

Da equação (2) obtém-se que o vetor x é ortogonal ao vetor constante e a equação (3) mostra que x é também ortogonal a cada vetor b_j $(j = 1, \dots, k)$. Uma consequência da álgebra linear diz que, se as ortogonalidades acima são validas, então o vetor x deve ser ortogonal, também, ao vetor de retornos esperados, $E[\tilde{r}]$. Uma outra consequência da álgebra linear garante que $E[\tilde{r}]$ deve ser uma combinação linear do vetor constante e dos vetores b_j. Formalmente, existem *k*+1 pesos, $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_k$ tal que:

$$E[\tilde{r}_i] = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \cdots + \lambda_k b_{ik} \qquad (4)$$

Se houver um ativo livre de risco, então seu retorno será dado por λ_0, todos os ativos com $b_j = 0$ devem ter$E[\tilde{r}_i] = \lambda_0$.Uma possível interpretação para λ_j é a de prêmio pelo fator de risco sistemático: $\lambda_0 = E[\delta_j] - r_f$. Onde r_f representa o retorno do ativo livre de risco. Uma demonstração mais detalhada do modelo APT pode ser encontrada em Ross (1976), Roll e Ross (1980) e Copeland e Weston (1992).

Para que cada b_j possa ter uma interpretação semelhante à do *beta* do CAPM é preciso que os *k* fatores,δ_j, sejam independentes entre si, somente assim b_j assumirá a forma:

$$b_{ij} = Cov(r_i, \delta_j)/Var(\delta_j) \qquad (5)$$

A pouca importância da carteira de mercado é um fato relevante do APT. O modelo é derivado usando um conjunto *A,* que é um subconjunto do universo de ativos disponíveis, e não há pressuposições em cima da construção do conjunto *A*. No CAPM é preciso que todos os ativos da economia sejam utilizados na composição da carteira de mercado. Portanto, o APT pode ser testado utilizando apenas um subconjunto de ativos. Roll e Ross (1980) apontam que, apesar de o CAPM ser bastante utilizado, intuitivamente as pessoas estão pensando no APT com apenas um fator de risco sistemático. Tal raciocínio pode ser equivocado, uma vez que nada garante a unicidade do fator utilizado, ou seja, pode haver outros fatores que explicam os retornos esperado que estão omitidos no termo de erro.

Por último, o modelo APT pode ser utilizado para vários períodos, bem como para casos estáticos, o período de tempo podendo ser contínuo ou discreto. O modelo econométrico escolhido para estimar (4) varia de acordo com a conveniência de cada trabalho.

---

[7] O termo $x\hat{\epsilon}$ é eliminado pelo simples fato da diversificação, seja σ^2 a variância não condicional dos termos $\tilde{\epsilon}_i$, por simplicidade, assuma que cada x_i é exatamente igual a $\pm\frac{1}{n}$, então:

$$Var(x\tilde{\epsilon}) = Var\left(\frac{1}{n}\sum_i \tilde{\epsilon}_i\right) = \frac{1}{n^2} Var(\epsilon_i) = \frac{\sigma^2}{n^2}$$

Diversificar significar ter um n elevado, quando n tende a infinito $Var(x\tilde{\epsilon})$ tende a zero, eliminando o risco não sistemático.

É importante que os retornos gerados pela equação (1) representem o menor período de negociação possível.

3) PROCEDIMENTO EMPÍRICO

O procedimento utilizado para a construção e teste do modelo APT é semelhante ao utilizado por Gehr (1975), Roll e Ross (1980), Reiganum (1981) e Chen (1983), e pode ser dividido em dois passos. Em primeiro lugar, estima-se os retornos esperados e os b_{ij} (cargas fatoriais) a partir das séries de dados de retorno dos ativos. O segundo passo é a estimação da equação (4), sendo a variável dependente os retornos esperados, podendo estes serem calculados com períodos de tempo diferentes dentro da amostra.

Sendo os retornos dos ativos gerados pela equação (1), então é possível construir um teste de hipótese para o APT, sendo ele:

H_0: existem constantes diferentes de zero $(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_k)$ tal que:
$E[\tilde{r}_i] - \lambda_0 = \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik}$ para todo i.

Para estimar os coeficientes b_{ij} utiliza-se a ferramenta estatística conhecida como análise fatorial. A modelagem é feita de tal forma que estes coeficientes sejam as cargas fatoriais, a estimação das mesmas é feita utilizando a matriz de covariância amostral $\hat{V}$. Os procedimentos tradicionais de análise fatorial estão disponíveis detalhadamente em Mingoti (2007).

Partindo da equação (1), a variância populacional, V, pode ser decomposta em:

$$V = B\Lambda B' + D$$

Onde $B = [b_{ij}]$ é a matriz das cargas fatoriais, Λ é a matriz de covariância dos fatores e D é a matriz diagonal das variâncias individuais dos ativos. Seja G uma matriz ortogonal, tal que $GG' = I$, então a construção matriz V pode ser manipulada de forma que seu resultado não seja alterado:

$$\begin{aligned} V &= BGG'\Lambda GG'B' + D \\ &= (BG)(G'\Lambda G)(BG)' + D \end{aligned}$$

Note que tanto a estrutura como o valor de V se mantiveram os mesmos, uma vez que o lado direito da equação foi multiplicado apenas pela matriz identidade. A análise fatorial é bem flexível em sua construção, os fatores estimados podem ser ortonormais, de forma que sejam independentes e apresentem variância igual à unidade, podem somar 1 ou -1 deixando a variância livre. Em outras palavras, qualquer transformação ortogonal escolhida para estimar B utilizando $\hat{V}$ será equivalente. Embora cada transformação ortogonal altere a forma da hipótese nula do APT, a região de rejeição continua a mesma, uma vez que:

$$\begin{aligned} E[R] - \lambda_0 &= B\lambda \\ &= (BG)(G'\lambda) \end{aligned}$$

Portanto, os retornos continuam sendo gerados por um processo linear, com os pesos alterados pela transformação ortogonal. Para tornar a ideia mais clara, imagine um procedimento semelhante, seja $x = yz$, é possível expressar a mesma equação da forma $x = (\frac{1}{10}y)(10z)$. Note que nada mudou no resultado da equação, apenas foi feita uma ponderação de forma que o primeiro elemento seja menor, e o segundo elemento maior.

Com o objetivo de preservar a interpretação de b_{ij} semelhante à do *beta* do CAPM, é mais conveniente uma transformação que proporcione fatores independentes com variância igual à unidade, desta forma $b_{ij} = \frac{Cov(\delta_k, r_i)}{1}$. Estes serão exatamente os resultados das cargas fatoriais.

Vale a pena ressaltar que esse procedimento difere das formas tradicionais de aplicação da análise fatorial, que são brevemente resumidas por Simões (2004) e aplicadas em um exemplo, menos regional e mais financeiro, por Bezerra e Corrar (2006). No procedimento do APT não há uma rotação arbitrária dos fatores com o objetivo de interpretá-los, embora alguma interpretação ainda possa ser feita.

Uma vez estimados os retornos esperados e os b_{ij}, o passo seguinte é a estimação da equação (4).Este trabalho terá uma pequena diferença com relação aos que foram citados no decorrer do texto: o procedimento da fatorial deve ser feito de uma forma que seja possível a construção de um painel de cargas fatoriais, possibilitando verificar a presença de efeitos não observados no modelo e permitindo uma estimação bastante robusta independente da existência de tais efeitos. A utilização dos dados na forma de painel é justificada pela não estacionariedade das séries de debêntures, a estimação da $E[r_i]$ tem pouco sentido quando calculada para séries não estacionárias, em períodos muito grandes, a utilização dos dados em painel permite que as séries sejam divididas em duas partes, e as esperanças calculadas passam a tratar de um período menor. A equação estimada é:

$$E[r_i] = \lambda_0 + \lambda_1 \hat{b}_{i1t} + \cdots + \lambda_k \hat{b}_{ikt}$$

O APT não será rejeitado se a hipótese$\lambda_1 = \cdots = \lambda_k = 0$ for rejeitada. Porém isso não prova que a teoria é verdadeira, uma vez que, estatisticamente, não é possível provar que uma teoria é válida apenas rejeitando uma hipótese de que ela seja falsa.

4) DADOS E RESULTADOS DO APT

O banco de dados conta com 91 debêntures obtidas via Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais (ANBIMA), mais 14 instrumentos de financiamento comuns às empresas brasileiras obtidos no sistema de séries temporais do Banco Central do Brasil e no Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA). Foram construídas as séries de retornos diários para todos os instrumentos de financiamento para os anos de 2011 e 2012, corrigindo-as para amortizações e valores nominais. Para as séries de debêntures foram utilizadas apenas séries com preços calculados com base em contratos, as regras de cálculo estão disponíveis no Caderno de Debêntures da ANBIMA. Isso decorre do fato de serem poucos os títulos com dados para mercado secundário. Apenas as debêntures registradas em todo o período de 2011 a 2012 foram utilizadas, e algumas delas apresentavam correlação perfeita, impossibilitando a permanência de ambas na amostra[8].

Procedimento da Análise Fatorial

Roll e Ross (1980) sugerem que a análise fatorial seja estimada por máxima verossimilhança, porém os autores trabalham com amostras muito grandes, além de dividirem os ativos em grupos de 30 devido a limitações tecnológicas da época. A divisão em grupos permite o aumento de graus de liberdade, uma vez que, a estimação passa a ser feita com um número menor de variáveis e um número grande de observações para cada variável. Porém tal divisão da amostra cria alguns problemas, em primeiro lugar, devido à arbitragem na construção dos grupos[9], e, em segundo lugar, ao comparar os resultados em cada grupo, não há nenhuma forma de garantir que os fatores encontrados têm o mesmo significado em cada procedimento.

Os instrumentos de financiamento foram agrupados em um único grupo. Para isso, fez-se necessária a estimação da análise fatorial via componente principal. A retirada dos ativos com correlação perfeita permitiu uma matriz de covariância definida positiva e os testes de ajustamento da análiseforam conduzidos normalmente.

Como o objetivo é construir um painel de b_{ij}, intuitivamente o procedimento seria uma análise fatorial para cada ano da amostra, no caso 2011 e 2012. Porém o resultado seria o mesmo da separação dos ativos em grupos, não haveria forma de dizer, com certeza, que o fator *k* da análise de 2011 representaria o mesmo que o fator *k* da análise de 2012. Para garantir fatores que tivessem o mesmo significado, as séries de retorno dos dois anos foram agrupadas de forma latitudinal, resultando em cargas fatoriais na forma b_{ijt} com apenas uma análise fatorial. Tal procedimento garante que o score do fator *k* será exatamente o mesmo para os dois anos.

---

[8] No caso de uma regressão seria possível manter debêntures com correlação perfeita, porém na análise fatorial isso resulta em autovalores negativos, impossibilitando a aplicação de testes de ajustamento da mesma.

[9] Os autores fizeram uma divisão por ordem alfabética dos ativos.

Os resultados da fatorial são apresentado na tabela 1. Mingoti (2007) sugere que o número de fatores escolhidos seja baseado no critério de Kaiser (1958), onde são selecionados os fatores com autovalores maiores ou iguais a 1. O resultado foi a seleção de 15 fatores, que é um resultado bom para um banco de dados com 210 variáveis, porém não tão bom para o APT, uma vez que, no caso de ações, a maioria dos trabalhos encontram 4 ou 5 fatores. Porém, o critério final na determinação do número de fatores é a significância das cargas fatoriais na regressão. Para verificar a adequacidade da fatorial foi utilizado o critério de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) proposto por Kaiser (1970). O resultado do critério foi de 0,885, que é um bom resultado[10].

TABELA 1: Variância Total Explicada

Componente	Autovalor	% da Variação	% Acumulada
1	92,341	43,972	43,972
2	82,200	39,143	83,115
3	4,980	2,371	85,486
4	3,229	1,538	87,024
5	2,025	0,964	87,988
6	1,852	0,882	88,870
7	1,467	0,699	89,569
8	1,360	0,648	90,217
9	1,240	0,590	90,807
10	1,209	0,576	91,383
11	1,188	0,566	91,948
12	1,117	0,532	92,480
13	1,086	0,517	92,997
14	1,052	0,501	93,498
15	1,003	0,478	93,976
16	0,992	0,439	94,415

FONTE: Elaboração própria com auxilio do software IBM SPSS 20

Note que os dois primeiros componentes encontrados são consideravelmente maiores que os demais e explicam sozinhos 83,12% da variância do conjunto de instrumentos de financiamento. Com uma breve análise das cargas fatoriais, verificou-se que o primeiro fator está altamente correlacionado aos instrumentos indexados à Selic ou ao CDI no ano de 2012, o mesmo é valido para o segundo fator no ano de 2011.

Modelos Estimados

Tendo em mãos as cargas fatoriais e os retornos esperados, foram estimadas as equações do APT para os anos de 2011 e 2012 separadamente e para os dois anos juntos, na forma de painel. Sendo os fatores derivados dos próprios retornos, o APT só será válido se os mesmos explicarem todo o risco sistemático dos instrumentos de financiamento. Existem várias variáveis que podem ser introduzidas na equação do modelo, porém nenhuma delas deve se mostrar significativa se os fatores estiverem presentes. Um possível problema apontado por Miller e Scholes (1970) indica que distribuições assimétricas podem resultar em uma possível correlação do retorno esperado amostral dos ativos com a variância amostral dos mesmos, isso poderia invalidar o APT caso a variância tenha poder de explicação na regressão estimada. Como todas as cargas fatoriais foram construídas com um único procedimento de análise fatorial, uma *dummy* de ano também invalidaria o modelo, caso significativa.

A existência de efeitos não observados não invalida o APT, porém dizer que há efeitos não observados é o mesmo que dizer que existe uma constante para cada instrumento de financiamento, fazendo com que não exista uma taxa livre de risco única, violando o teorema da separação de Fisher.A tabela 2 apresenta os resultados das regressões robustas estimadas

[10] Rice (1977) indica que um KMO 0,8 seria uma fatorial bem ajustada, Pereira (1999) trabalha com faixas para o KMO, onde 0,5 seria ruim e 0,9 seria ótimo.

por OLS para os dois anos individualmente e por POLS para os anos em conjunto. Para a estimação das regressões foram assumidas algumas hipóteses:

$E[U_i|B_i] = 0$ (Exogeneidade estrita)

$rank\ E[B'B] = K$ (não há relação linear exata entre as variáveis explicativas)

As primeiras regressões estimadas apresentaram heterocedasticidade.Por este motivo foram estimadas regressões robustas.

TABELA 2: Regressões do APT

	OLS 2011	OLS 2012	POLS(a)	POLS(b)	POLS(c)
b1			-0,0050* (0,0040)	-0,0052 (0,0011)	
b2			0,0006* (0,0101)		0,0087** (0,0045)
b3		0,0204 (0,0067)	0,0112* (0,0164)	0,0104** (0,0056)	0,0217 (0,0095)
b4	0,0637 (0,0168)	0,1670 (0,0633)	0,0931 (0,0241)	0,0925 (0,0181)	0,1018 (0,0193)
b5	0,0849 (0,0173)	0,1033* (0,0691)	0,1020 (0,0254)	0,1014 (0,0220)	0,1093 (0,0239)
b6	0,0791 (0,0345)	0,1140* (0,0765)	0,0992 (0,0349)	0,0996 (0,0334)	0,1042 (0,0334)
b7	-0,1291 (0,0602)	-0,687* (0,0482)	-0,0809 (0,0323)	-0,0815 (0,0319)	-0,0733 (0,0319)
Cons.	0,0508 (0,0010)	0,04545 (0,0024)	0,0471 (0,0075)	0,0476 (0,0008)	0,0410 (0,0034)
R^2	0,71	0,54	0,60	0,60	0,59
n	105	105	210	210	210

*Não significativo

**Significativo apenas a 10%.

FONTE: Elaboração própria com auxílio do software Stata 12.

Os modelos para o anos de 2011 e 2012 foram explicados por 4 e 5 fatores respectivamente, a constante de 0,05% em 2011 representa a taxa livre de risco diária do período. A Selic média da amostra em 2011 é de 0,044%, como a mesma também possui variância, ela não é perfeitamente livre de risco fazendo com que uma constante um pouco maior seja aceitável. O mesmo aconteceu no ano de 2012, onde a Selic média da amostra é de 0,032%. Os fatores 5, 6 e 7 não são significativos na regressão do ano de 2012, porém um teste de multiplicadores de Lagrange[11] para significância conjunta dos três fatores mostrou que são significativos quando inseridos juntos na regressão.

O fatores b1 e b2 representam os instrumentos de financiamento indexados à Selic nos anos de 2012 e 2011 respectivamente. Esses fatores se tornam significativos nos modelos com a retirada da constante.

A regressão (a), estimada por POLS, apresentou indícios de multicolinearidade entre os fatores 1, 2 e 3. Por esse motivo foram estimadas as regressões (b) e (c), em que, a 10% de significância, todos os fatores são estatisticamente diferentes de zero. A menor taxa livre de risco encontrada foi de 0,041% ao dia na regressão (c), porém o menor desvio padrão da constante é referente a (b). Um desvio mínimo é preferível, uma vez que o conceito de livre de risco utilizado é aquele de variância nula. A possível causa para uma maior constante em (b) pode ser o fato da presença de b1 e exclusão de b2; como b1 se refere a ativos indexados à Selic no ano de 2012, a constante representaria algo mais próximo da taxa livre de risco de 2011. Como a Selic de 2011 foi, na média, maior que a de 2012, então é normal que a taxa livre de risco também o seja. O sinal negativo em b1 também sustenta as conclusões acima, pois como este é próximo da unidade para instrumentos de financiamento indexados à Selic

[11] Um simples teste F não pode ser utilizado em regressões onde a hipótese de homocedasticidade é violada e os estimadores robustos são estimados. A utilização do teste LM é sugerida por Wooldridge (2002 p. 58-60)

de 2012, o fato de ser negativo penaliza mais estes instrumentos que os demais. Por último, o R^2 da regressão (b) se apresentou ligeiramente maior do que aquele encontrado para a regressão (c).

Assim, o primeiro passo para a não rejeição do APT foi concluído com a rejeição da hipótese nula de $\lambda_1 = \cdots = \lambda_k = 0$. Cada λ_j é exatamente o coeficiente estimado para cada b_{ij}. Como foi mostrado, todos os b_{ij} são significativos a 10% e a grande maioria a 5%. A próxima sessão tem como objetivo testar o APT para efeitos não observados e poder de explicação da *dummy* de ano, variância amostral e desvio padrão amostral. Qualquer existência de significância de outras variáveis que não os fatores invalida o APT. Os efeitos não observados, por sua vez, não invalidam o modelo se estes forem do tipo aleatório. Já efeitos fixos invalidam o APT (se forem causados por variáveis omitidas) devido à hipótese de que todo o risco sistemático deve ser explicado pelos b_{ijt} obtidos na análise fatorial. Portanto, viés de variável omitida não pode existir.

Testando o APT

Aos modelos estimados anteriormente, foram inseridas a *dummy* de ano, o desvio padrão amostral e a variância amostral, todos não significativos. Sendo assim a validade do APT foi mantida.

Para testar a presença de efeitos não observados, o procedimento tradicional seria o teste de Breuch e Pagan (1980). Seja c_i um possível termo não observado da equação do APT, de forma que,$E[\tilde{r}_{it}] - \lambda_0 = \lambda_1 b_{i1t} + \cdots + \lambda_k b_{ikt} + c_i + v_{it}$, a hipótese a ser testada é $\sigma_c^2 = 0$. Se confirmada, então os estimadores de POLS são consistentes e não é necessário mais nenhum tratamento nas regressões. Porém, o Breuch Pagan assume distribuição normal nos resíduos. Os termos de erro das regressões (a), (b) e (c) se distanciam bastante de uma distribuição normal, tanto na assimetria quanto na curtose, a primeira chegando próximo de 4, em (b), e a última superando o valor de 37, em (c). Ao ignorar o problema de distribuição dos resíduos, o teste levou a uma rejeição da hipótese nula, indicando existência de efeitos não observados.

No entanto, ignorar a hipótese de normalidade pode levar a uma falsa rejeição. Wooldridge (2002) sugere uma versão robusta do teste de Breuch Pagan, também utilizando o princípio dos multiplicadores de Lagrange, que pode ser utilizada sem restrições de distribuição. Sob a hipótese de exogeneidade estrita e mantendo a mesma hipótese nula, a estatística do teste se distribui, assintoticamente, como uma normal padronizada. Os resultados do teste levaram a uma aceitação da hipótese nula de $\sigma_c^2 = 0$ para as regressões (a), (b) e (c). Foi feito também um teste comum de multiplicadores de Lagrange apenas para verificar a existência de correlação das variáveis explicativas, no caso, as cargas fatoriais com o erro. Esse teste é mais fraco e não diz nada sobre efeitos aleatórios, porém o mesmo resultou na aceitação da hipótese nula de inexistência de correlação.

Dos três testes utilizados para efeitos não observados, dois indicaram a inexistência dos mesmos, apenas o teste de Breuch Pagan rejeitou a hipótese nula, mas os dados não atendam ao pressuposto de normalidade do teste. Portanto, a inexistência de efeitos não observados pode ser aceita, concluindo todos os testes do APT, de forma queo modelo foi assumido como válido.

Existem algumas possíveis formas de viés que não foram tratadas. Como exemplo, a retirada de alguns instrumentos de financiamento da amostra, visando tornar a matriz de covariância dos mesmos definida positiva, o que pode causar algum viés de seleção. O fatoda distribuição dos retornos dos instrumentos de financiamento ser bem diferente das distribuições de retornos das ações (por exemplo, existem quebras nas distribuições causadas por variações na Selic resultantes das reuniões do COPOM e, como muitos retornos não são calculados com preços de mercado, estes são sempre positivos em grande parte dos instrumentos da amostra).A equação (1) utiliza os fatores de média zero, δ_j; porém Roll e Ross (1980) apontam que, para qualquer que seja o banco de dados, os fatores encontrados na análise fatorial nunca terão uma média exatamente de zero, embora se aproximem de tal valor. Como os fatores estimados têm média muito próxima de zero, essa fonte de viés foi desprezada. Um outro problema advém do fato de que instrumentos de financiamento comuns a todas as empresas, como capital de giro, nota promissória, entre outros, foram utilizados com seus retornos médios devido à indisponibilidade de dados diários por empresa. Possivelmente, mesmo se tais dados estivessem disponíveis, o grande número de variáveis poderia criar problemas na análise fatorial, pois o número de variáveis se tornaria maior que o número de observações. Por último, o fato das debêntures serem indexadas a variáveis macroeconômicas torna suas séries autocorrelacionadas, mas isso não implica em autocorrelação dos b_{ijt}, de forma que não são criados problemas para o APT. De toda forma, a existência de autocorrelação difere as séries utilizadas de séries de retorno de ações e deve ser explicitada.

Como equação de melhor ajuste, foi escolhida a regressão (b), pelo maior R^2 e menor desvio padrão da constante. Neste trabalho, o APT tem então a seguinte forma:

$$E[\tilde{r}_{it}] = 0,0475 - b_{i1t}0,005 + b_{i3t}0,01 + b_{i4t}0,09 + b_{i5t}0,1 + b_{i6t}0,1 - b_{i7t}0,08 + \hat{v}_{it}$$

O *spread* é determinado por seis fatores de risco sistêmico, mais um componente de risco não sistêmico dado por $\hat{v}_{it}$. Embora não seja possível saber o que cada fator representa, tendo em mãos os retornos esperados dos mesmos e a covariância de cada um deles com certo instrumento de financiamento, é possível determinar seu *spread* em equilíbrio. No caso da equação (1), se os valores diários dos fatores e os retornos esperados dos instrumentos de financiamento forem conhecidos, então se torna possível uma estimativa dos juros a pagar de cada instrumento em um determinado dia.

Uma vez feitos os testes do APT, a sessão seguinte tem como o objetivo montar uma carteira ótima de *spread* zero, utilizando instrumentos de financiamento. Caso seja possível, então, teoricamente, as empresas podem se financiar à taxa livre de risco utilizando tal carteira.

5) CARTEIRAS ÓTIMAS DE FINANCIAMENTO

O banco de dados conta com diversas debêntures e instrumentos de financiamento comuns a todas as empresas. Os resultados do APT mostraram uma taxa livre de risco com o desvio padrão bem pequeno, porém,o modelo que uma empresa pode se financiar com debêntures de outra empresa. Para relaxar esse pressuposto, foram construídas carteiras ótimas de instrumentos de financiamento com debêntures apenas de uma empresa por carteira. No entanto, para que a carteira ótima seja válida, deve-se assumir que os instrumentos de financiamento são perfeitamente divisíveis e que as empresas são tomadoras de preço, no sentido de que podem se financiar o quanto quiserem com o mesmo instrumento de financiamento a taxas constantes.

Foram construídas carteiras ótimas para quatro empresas utilizando suas debêntures e todos os instrumentos de financiamentos comuns da amostra. Obviamente, é possível que existam outras formas de financiamento não incluídas, principalmente para empresas que se financiam em mercado internacional, porém, de acordo com o APT, se com n instrumentos existir uma carteira ótima cuja taxa de retorno seja a taxa livre de risco, com $n+1$instrumentos tal carteira também existirá. Desta forma, deixar alguns instrumentos fora da amostra não prejudicaria os resultados.

Tomando como livre de risco a taxa representada pela constante da equação do APT escolhida, no caso 0,0475, o problema de otimização será:

$$\min \sigma_p \ s.a. \ \sum_{1}^{n} w_i = 1 ; w_i \geq 0 ; E[R_p] = 0{,}0475$$

Onde $\boldsymbol{w_i}$ é a participação do ativo i no portfólio ótimo e $\boldsymbol{E[R_p]}$ é o retorno esperado do portfólio ótimo. Os valores de w_i são não negativospois, se as empresas estiverem compradas em algum instrumento de financiamento, elas não estarão utilizando o mesmo para se financiar. A tabela 3 apresenta os resultados para as quatro empresas selecionadas. Para nenhuma delas foi encontrada uma carteira com risco exatamente zero, porém os valores encontrados são consideravelmente pequenos.

TABELA 3: Resultados da Otimização

	Vale	Cemig	Votorantim	Odebrecht
Debênture	0,7129	0,1191	0	0,2273
CDI	0	0,6982	0,7129	0,5426
SELIC	0,0209	0	0	0
Abensflu	0,2294	0,0090	0,0208	0,0313
Abenspos	0	0,1591	0,2293	0,1676
Abenspre	0	0	0	0
Cgiroflut	0	0	0	0

Cgiropos	0	0	0	0
Cgiropre	0	0	0	0
DUPpre	0	0	0	0
Outrasflut	0,0313	0,01450	0,0313	0,03124
HMpre	0,0054	0	0,0054	0
NPpre	0	0	0	0
CGpre	0	0	0	0
CGpos	0,0001	0	0,0002	0
$\sum$	1	1	1	1
Retorno	0,0475	0,0475	0,0475	0,0475
Risco	0,0050	0,0042	0,0050	0,0049

Legenda: Abens - Aquisição de bens pessoa jurídica
Cgiro - Capital de giro
DUP – Desconto de duplicatas
Outras - Outras operações pessoa jurídica
HM – Hot Money
NP – Nota Promossória
CG – Conta Garantida
Fonte: Elaboração própria com auxilio do Solver do Microsoft Excel

É possível que algumas empresas sejam capazes de se financiar a uma taxa menor que a livre de risco com uma variância ainda menor, porém isso só pode ser verificado se forem conhecidos os retornos diários de todas as formas de financiamentos utilizadas por todas as empresas. Como não foram feitas restrições na quantidade máxima ou mínima de quanto utilizar de cada forma de financiamento, algumas delas tiveram peso igual a zero.

Embora a otimização não tenha sido feita para todas as empresas, ao observar o caso da Votorantim, pode-se concluir que qualquer empresa que tenha acesso aos instrumentos de financiamento utilizados pode se financiar com a mesma carteira, uma vez que a participação da debênture é nula, e apenas os instrumentos de financiamento comuns foram utilizados.

Os resultados mostram que é possível que todas as empresas se financiem a uma mesma taxa, com risco quase nulo, porém a possibilidade de existirem formas de financiamento fora da amostra poderia fazer com que algumas empresas pudessem encontrar soluções ótimas com uma taxa menor que a livre de risco do APT.

Um melhor resultado seria obtido para o caso em que todas as restrições com relação à utilização de cada forma de financiamento fossem conhecidas para cada empresa. Vale a pena observar que, embora tenha sido encontrada uma taxa livre de risco, não existe um ativo que represente essa taxa, a mesma só pode ser obtida por meio de uma carteira. Em 1972, Black sugeriu uma extensão para o CAPM de modo a solucionar o problema da inexistência de um ativo livre de risco. O autor propôs a construção de uma carteira cujo*beta*fosse nulo, e a utilização da mesma como carteira livre de risco. A otimização da tabela 3 segue o mesmo princípio de Black, porém no contexto do APT e de instrumentos de financiamento. A carteira encontrada para a Votorantim poderia ser a carteira livre de risco.

Nesse contexto empírico, é possível que o teorema da separação de Fisher seja respeitado, de forma que as empresas emprestem e tomem emprestado a uma mesma taxa. Porém, a pressuposição de que as empresas podem se financiar o quanto quiserem com o mesmo instrumento de financiamento pode ser muito forte para o mundo real. Considerando queexistemrestrições específicas para cada empresa, em cada um dos instrumentos de financiamento, os resultados da tabela 3 podem se tornar inalcançáveis. No caso de restrições muito diferentes entre as empresas, teorema da separação de Fisher seria violado.

6) CONCLUSÃO

Este trabalho conclui que, em algum nível, a premissa dos modelos financeiros clássicos de que empresas se financiam a uma taxa livre de risco pode ser aceita. Para chegar a essa conclusão foi construído um modelo APT para uma amostra de 105 instrumentos de financiamento utilizados por empresas no Brasil nos anos de 2011 e 2012, individualmente e na forma de painel. A modelagem foi feita usando como variável dependente os retornos esperados, explicado apenas por fatores latentes extraídos via análise fatorial das séries históricas dos retornos dos instrumentos de financiamento.

Uma taxa de 0,0475% ao dia foi encontrada utilizando o modelo APT e foi mostrado, via otimização de carteira, que empresas podem se financiar a esta taxa via diversificação de instrumentos de financiamento de forma que a variância de suas carteiras seja mínima. Porém, é possível que existam outras formas de financiamento que não estão na amostra que poderiam permitir que algumas empresas se financiassem a uma taxa menor do que a livre de risco encontrada, principalmente no caso de instrumentos de financiamento internacionais.

Como cada instrumento de financiamento possui suas próprias restrições, e estas variam para cada empresa, é possível também que em alguns casos a carteira livre de risco não seja alcançada. Além disso, a modelagem só é válida para empresas e não para investidores individuais. Para pessoas físicas, é muito improvável que o teorema da separação de Fisher seja válido.

A validade do APT foi testada ao inserir algumas variáveis citadas na literatura como correlacionadas com os retornos esperados, sendo estas a variância e o desvio padrão amostral dos retornos individuais. No caso das regressões em painel, foi testada também a *dummy* de ano. Todos os testes aceitaram a hipótese de que estas variáveis não têm poder de explicação na equação do APT, fazendo com que o modelo não fosse invalidado.

Os resultados mostraram que o *spread* da taxa de juros, para instrumentos de financiamentos utilizados por empresas, pode ser explicado por 4 e 5 fatores no caso dos anos de 2011 e 2012 respectivamente. Tratando-se do painel, o primeiro teste foi feito com 7 fatores e apresentou multicolinearidade entre os três primeiros. O resultado final resultou em 6 fatores latentes que explicam o *spread* para os dois anos em conjunto.

A otimização de carteiras permite também que investidores mais avessos ao risco encontrem carteiras ótimas de instrumentos de financiamento afim de maximizar o retorno dado um risco, ou minimizar o risco dado um retorno.

7) REFERÊNCIAS

ALLEN, L. The Determinants of Bank Interest Margins: A Note. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 23, num. 2, p. 231-235,Junho 1988.

ANGBAZO, L. Commercial Bank Net Interest Margins, Default Risk, Interest-Rate Risk, and off-Balance Sheet Banking. *Journal of Banking & Finance*, vol. 21, p. 55-87, 1977.

Associação Brasileira das Entidades de Mercado Financeiro e de Capitais, <www.debentures.com.br> Acessado em 01/02/2012.

BENSTON, G. J. Economies of Scale in Financial Institutions. *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 4, p. 312-341, Maio 1972.

BEZERRA, F. A., CORRAR, L. J. Utilização da Análise Fatorial na Identificação dos Principais indicadores para a Avaliação do Desempenho Financeiro: Uma Aplicação nas Empresas de Seguros. *Revista de Contabilidade e Finanças*, num. 42, p. 50-62,2006.

BLACK, F. Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. Journal of Business, p. 444-45, Julho 1972.

CHEN, N. F. Some Empirical Tests of the Theory of Arbitrage Pricing. *Journal of Finance*, p. 1393-1414, Dezembro 1983.

COPELAND, T., WESTON, J. F.*Financial Theory and Corporate Policy*. Massachusetts, Addison- Wesley Publishing Company, Maio 1992.

DANTAS, J. A., MEDEIROS, O. R., CAPELLETTO, L. R. Determinantes do Spread Bancário Ex-Post no Mercado Brasileiro. *Trabalhos Para Discussão, Banco Central do Brasil*, num. 242, p. 130-157, Maio 2011.

FAMA, E. F., MACBETH, J. D. Risk, Return, and Equilibrium Empirical Tests. *Journal of Political Economy*, vol. 38, p. 607-636, Maio 1973.

GERH, A., JR. Some Tests of The Arbitrage Pricing Theory. *Journal of the Midwest Finance Association*, p. 91-105, 1975.

HAMADA, R. S. The Effect of Firm's Capital Structure on Systematic Risk of Common Stocks. *Journal of Finance*, p. 435-452, Maio 1969.

HO, T. S. Y, SAUNDERS, A. The Determinants of Bank Interest Margins: Theory and Empirical Evidence. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 16, Num. 4, p. 581-600, Junho 1981.

KAISER, H. F., Rice, J. Little Jiffy, *Psychometrika*, vol. 25, p. 401-415, 1970.

KAISER, H. F. The Varimax Criterium for Analitic Rotation in Factos Analysis. *Psychometrika*, vol. 23, p.187-200, 1958.

LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risk Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, vol 47, p. 13-37, Fevereiro 1965.
MARKOWITZ, H.Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. *John Wiley & Sons*, New York, 1 edition, 1959.
MILLER, M. H., SCHOLES, M. Rates of Return in Relation to Risk: A Re-Examination of Some Recent Findings. *Studies in The Theory of Capital Markets*, New York: Praeger, p. 47-48, 1972.
MINGOTI, S. A.*Análise de Dados Através de Métodos de Estatística Multivariada: Uma Abordagem Aplicada*, Editora UFMG, Cap. 4, 2007.
MODIGLIANI, F., MILLER, M. H. Corporate Income Taxes and the Cost of Capital. *American Economic Review,* p. 433-443, Junho 1963.
MODIGLIANI, F., MILLER, M. H. The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment. *American Economic Review*, p. 261-297, Junho 1958.
MOSSIN, J. Equilibrium and Capital Asset Market. *Econometrica*, vol 34, p. 768-783, Outubro 1966.
PYLE, D. H. Theories of Financial Institutions under Uncertainty. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 7, num. 5, p. 2009-2029, Dezembro 1972.
REINGANUM, M. R. The Arbitrage Pricing Theory: Some Empirical Results. *Journal of Finance*, p. 313-321, Maio 1981a.
ROLL, R., ROSS, S. An Empirical Investigation of The Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Finance*, p. 1073-1103, Dezembro 1980.
ROSS, S. A.. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*. Vol 13, Dezembro 1976. 341-360.
SAUNDERS, A., SCHUMACHER, L. The Determinants of Bank Interest Rate Margins: An International Study. Journal of International Money and Finance, vol 19, p. 813-832, 2000.
SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, *Journal of Finance*, vol. 19, p. 425-442, Janeiro 1963.
SILVA, G. J. C., OREIRO, J. L. C., PAULA, L. F., HIDEKI, F. Determinantes Macroeconômicos do Spread Bancário no Brasil: Teoria e Evidência Recente, Economia Aplicada, São Paulo, vol. 10, num. 4, 2006.
SILVA, G. J. C., OREIRO, J. L. C., PAULA, L. F. Instabilidade Macroeconômica e Rigidez do Spread Bancário no Brasil**:**Avaliação Empírica e Proposição de Política. *Economia e Tecnologia*, ano 2, vol 6, p. 21-33, 2006.
SIMÕES, R.. Métodos de Análise Regional: Diagnóstico para o Planejamento Regional. *Ministério da Integração*, 2004.
Sistema de Série Temporais, Banco Central do Brasil, <www.bc.gov.br> Acessado em 01/02/2013.
WOOLDRIDGE, J. M. *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. Massachussetts: Institute of technology, 2002.