DADOS PARA O PROJETO DAS PONTES DE PAPEL

Setembro de 2022

1. INDRODUÇÃO

As propriedades do papel que será empregado na construção das pontes foram determinadas pelos integrantes do grupo PET - Engenharia Civil da UFJF através de ensaios mecânicos em corpos de prova (CP's) padronizados. Os resultados das medições são apresentados aqui para servir como referência para o dimensionamento das treliças. Cabe destacar que é necessário adotar um coeficiente de segurança e essa adoção é de responsabilidade do grupo!

2. ENSAIOS À TRAÇÃO

2.1. Corpos de prova

Para os elementos de treliça que estejam submetidos à tração, devem ser empregadas tiras de papel, conforme as instruções contidas no material de apoio para a confecção das pontes publicado no site do PET Civil UFJF. A determinação da resistência à tração do papel-cartão de espessura de **0,22 mm** foi feita através de ensaios realizado em **20** corpos-de-prova (tiras) com 20 cm de comprimento, de diferentes larguras, as quais são listadas na Tabela 1.

Código	Quantidade	Largura (mm)
T1	5	5,0
T2	5	10,0
T3	5	15,0
T4	5	20,0

Tabela 1 - Dimensões dos corpos de prova submetidos à tração.

2.2. Resistência à tração

A resistência à tração σ_t foi considerada como o valor médio da tensão relativa à ruptura dos CPs, dada pela Equação 1.

$$\sigma = \frac{N}{A} \tag{1}$$

Onde:
N é a força normal que atua na barra e
A é a área da seção transversal.

Os valores variaram entre **24,34 MPa** e **37,28 MPa**. A média dos valores, a ser adotada como a resistência real do papel à tração, foi de **29,75 MPa**.

3. ENSAIOS À COMPRESSÃO

3.1. Corpos de prova

Para os elementos da treliça que estejam submetidos à compressão devem ser empregados os tubos de papel retangulares, conforme as instruções contidas no material de apoio para a confecção das pontes publicado no site do PET Civil UFJF. Foram submetidos à compressão, **75** corpos-de-prova prismáticos com seção retangular vazada, com arestas e comprimentos variados, conforme indicado na Tabela 2.

Código	Quantidade	Comprimento (cm)	Larguras L1 × L2 (mm)
C1	5	5,0	10 x 10
C2	5	10,0	10 x 10
C3	5	15,0	10 x 10
C4	5	5,0	15 x 15
C5	5	10,0	15 x 15
C6	5	15,0	15 x 15
C7	5	5,0	20 x 20
C8	5	10,0	20 x 20
C9	5	15,0	20 x 20
C10	5	5,0	20 x 15
C11	5	10,0	20 x 15
C12	5	15,0	20 x 15
C13	5	5,0	15 x 10
C14	5	10,0	15 x 10
C15	5	15,0	15 x 10

Tabela 2 - Dimensões dos corpos de prova submetidos à compressão.
L_1 e L_2 são a maior e menor aresta da área externa da seção transversal, respectivamente.

3.2. Dimensionamento

Para o dimensionamento das barras de compressão, deve-se levar em consideração o Coeficiente de Esbeltez (λ), dado pela Equação 2.

$$\lambda = \frac{C}{\sqrt{\frac{I_{mín}}{A}}} \tag{2}$$

Onde:
C é comprimento da barra;
$I_{mín}$ é o momento de inércia mínimo e
A é a área da seção transversal do perfil.

O momento de inércia mínimo $I_{mín}$ é dado pela Equação 3.

$$I_{mín} = \frac{L_1 {L_2}^3 - l_1 {l_2}^3}{12} \tag{3}$$

Onde:
L_1 é o comprimento da maior aresta da área externa da seção transversal;
L_2 é comprimento da menor aresta da área externa da seção;
l_1 é comprimento da maior aresta da área interna da seção e
l_2 é comprimento da menor aresta da área interna da seção.

Para uma melhor visualização da seção transversal, é trazida na Figura 1, uma ilustração esquemática indicando a espessura do papel (e = 0,22 mm), L_1, L_2, l_1 e l_2.

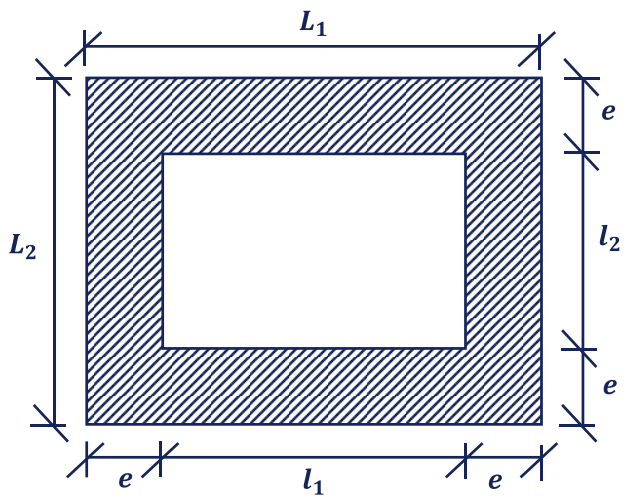

Figura 1 – Esquema da seção transversal da barra de papel para compressão.

Com base no Coeficiente de Esbeltez, as barras são classificadas como curtas ou esbeltas e o dimensionamento à compressão deve considerar a natureza da barra, como indicado a seguir:

- **Barras curtas** (λ < 40): a resistência à compressão é constante e é dada pelo valor da tensão de ruptura média fornecida neste edital (σ).

- **Barras esbeltas** (λ > 40): a resistência à compressão varia com o valor de λ. Para cada valor, a resistência é igual ao valor da tensão σ_c dada pela Equação 4.

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \tag{4}$$

Onde E é o módulo de elasticidade do papel.
Observação importante: Os ensaios para os corpos de prova à compressão foram todos para barras curtas. Não é recomendada a concepção de barras esbeltas por conta de sua estabilidade, mas no caso de o grupo optar pelo seu uso, deve ser utilizada a Equação 4 adotando E = 600 MPa, ponderando a resistência à compressão de forma suficientemente segura para que a estrutura suporte a carga demandada.

3.3. Resistência à compressão

Para os ensaios à compressão das barras curtas (λ<40), o valor da tensão de compressão variou entre **1,85 MPa** e **5,34 MPa**. O valor médio, a ser adotado como resistência real à compressão nas barras curtas, é de **3,34 MPa**.

4. RESULTADOS DOS ENSAIOS

Após terem sido feitos os ensaios, os mesmos foram inseridos em um gráfico que também mostra um eixo marcando a tensão média de ruptura. Os gráficos são apresentados na Figura 2, Figura 3 e Figura 4.

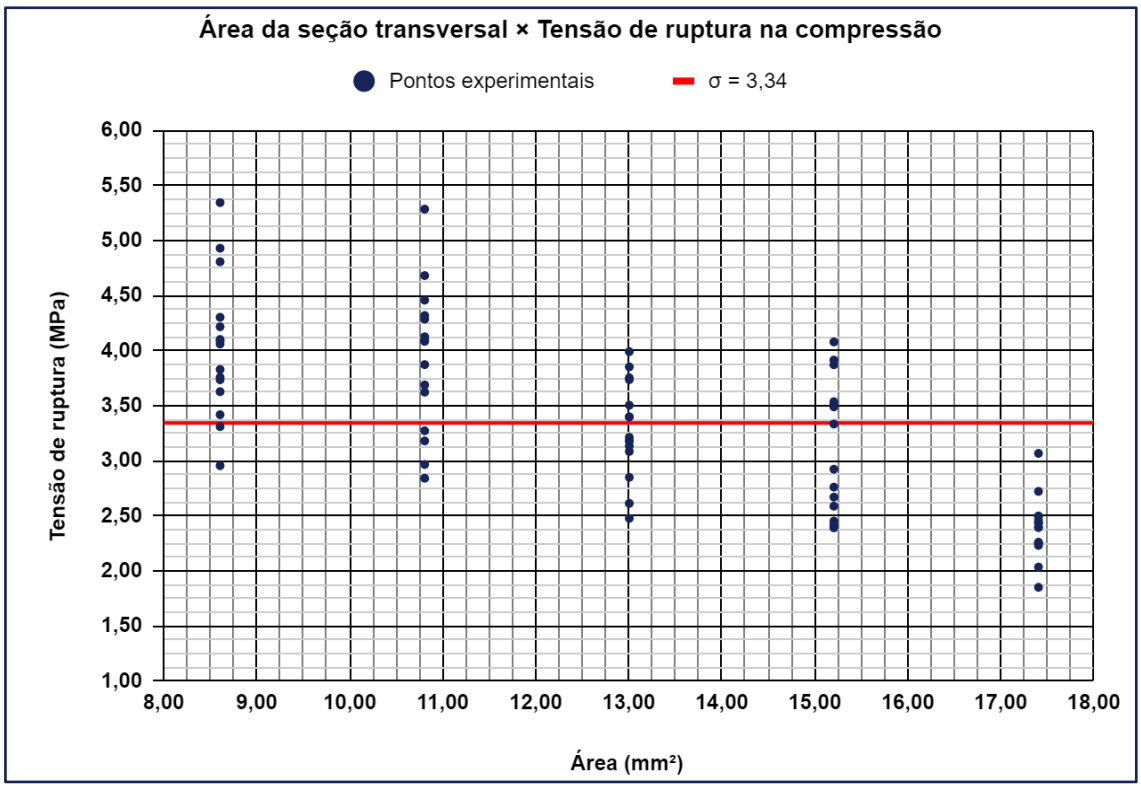

Figura 2 - Gráfico Tensão x Área da seção transversal na compressão.

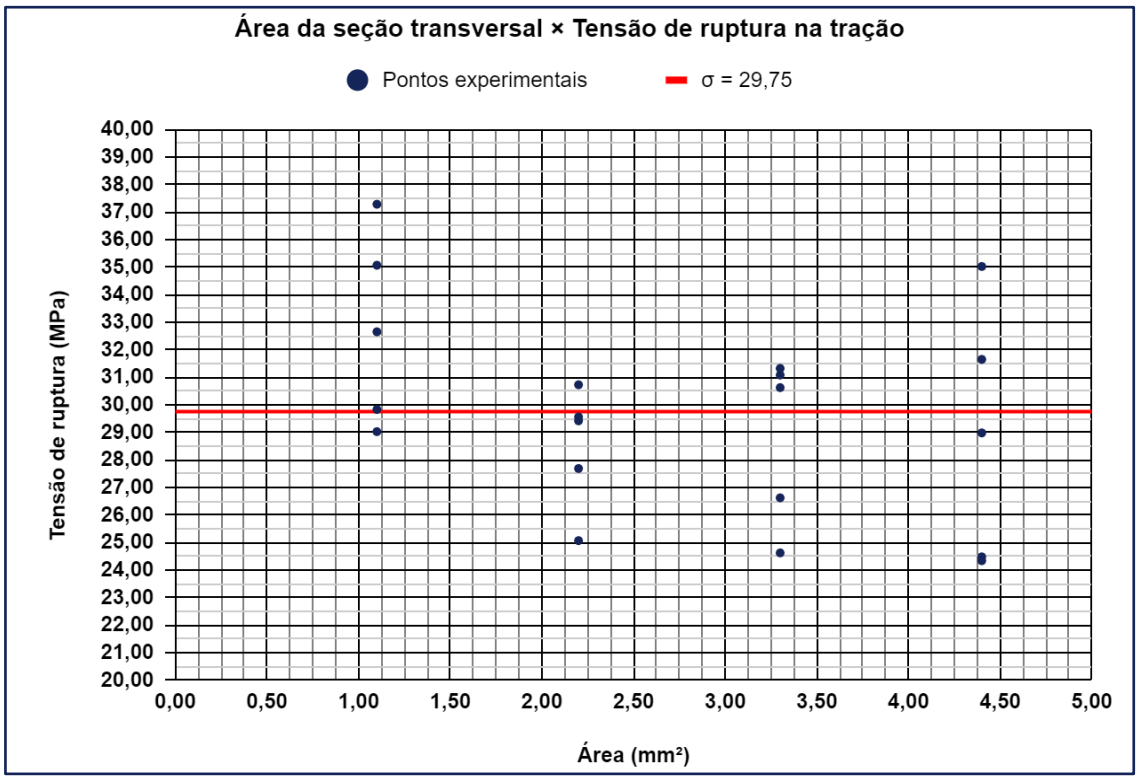

Figura 3 - Gráfico Tensão x Área da seção transversal na tração.

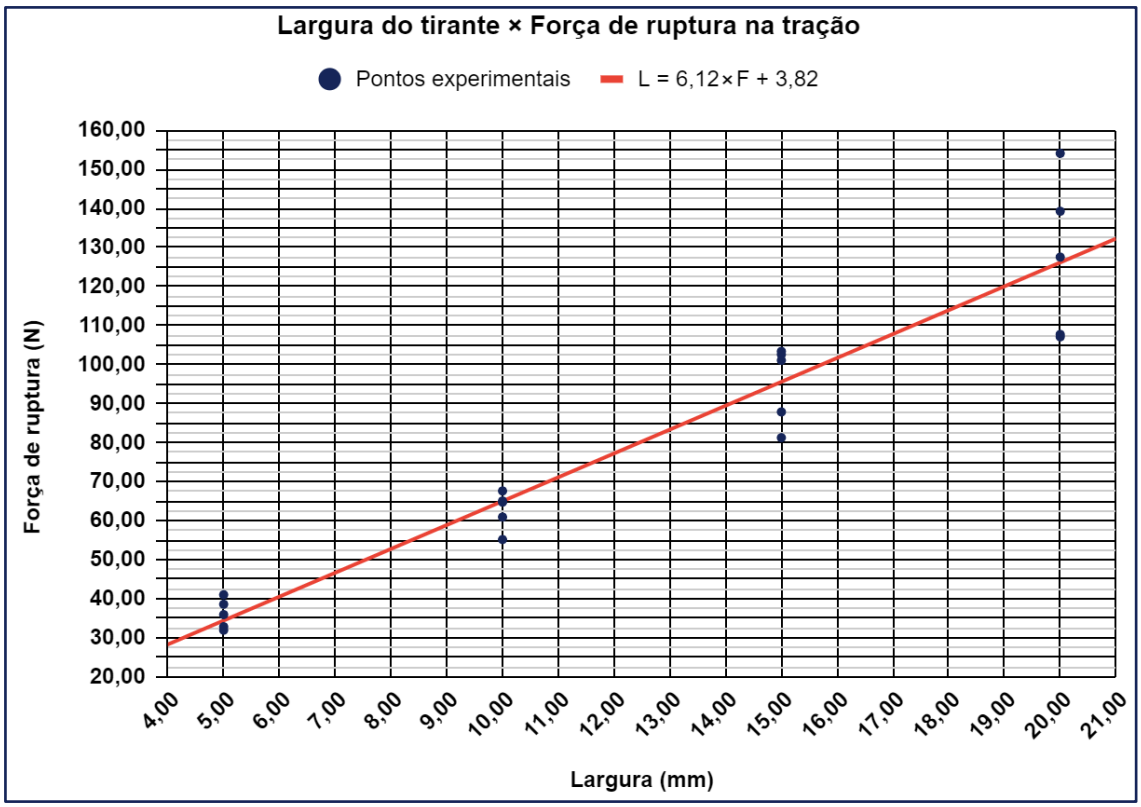

Figura 4 - Gráfico Força axial x Largura da tira.

4.1. Tabela resumo

A seguir, na Tabela 3, é apresentado um resumo dos resultados supracitados.

Solicitação	Dimensionamento
Tração	Tensão máxima de 29,75 MPa.
Compressão em barras curtas	Tensão máxima de 3,34 MPa ou relação $L = 6{,}12 \cdot F + 3{,}82$, com L em milímetros e F em Newtons.
Compressão em barras esbeltas	Usar equação (4), com E = 600 MPa.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O dimensionamento das barras é feito utilizando parâmetros limites para o rompimento desses elementos. Pensando nisso, é importante embutir segurança e pensar nos aspectos construtivos da ponte. Para isso, os projetistas das pontes de papel devem adotar seus próprios coeficientes de segurança, além de estipular uma seção mínima que facilite o corte das peças.

Por exemplo, o cálculo da largura de um tirante (para tração) pode indicar um valor 1,05 mm, porém, é inviável adotar essa medida pela dificuldade em cortar a peça, portanto, sugere-se usar 5 mm como largura mínima.

Já em relação ao coeficiente de segurança, pode ser adotado um valor que majore a carga (um valor maior que 1, que multiplique a carga a ser analisada para aumentar seu valor) ou, alternativamente, um valor que minore a resistência (um valor menor que 1, que multiplique a resistência do material para diminuir seu valor).