

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Illa Beghine Soncin

Análise da Eficiência de Fundações Ramificadas

Juiz de Fora

2022

Illa Beghine Soncin

Análise da Eficiência de Fundações Ramificadas

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Miranda Barros

Coorientador: Prof. Dr. Mário Vicente Riccio Filho

Juiz de Fora

2022

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Soncin, Illa Beghine.

Análise da Eficiência de Fundações Ramificadas / Illa Beghine Soncin.
– 2022.

134 f. : il.

Orientador: Marcelo Miranda Barros

Coorientador: Mário Vicente Riccio Filho

Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2022.

1. Fundações. 2. Área de Superfície. 3. Biomimética. I. Barros, Marcelo Miranda, orient. II. Riccio Filho, Mário Vicente, coorient. III. Título.

Illa Beghine Soncin

Análise da eficiência de fundações ramificadas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Aprovada em 17 de fevereiro de 2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Miranda Barros - Orientador(a)

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Mário Vicente Riccio Filho - Coorientador(a)

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof.^a Dr.^a Juliane Cristina Gonçalves

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Luiz Bevilacqua

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Juiz de Fora, 07/02/2022.



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Miranda Barros, Professor(a)**, em 17/02/2022, às 16:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Mario Vicente Riccio Filho, Professor(a)**, em 18/02/2022, às 07:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Juliane Cristina Goncalves, Professor(a)**, em 25/02/2022, às 20:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luiz Bevilacqua, Usuário Externo**, em 09/03/2022, às 09:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **0671118** e o código CRC **648965DA**.

Dedico este trabalho à Deus, minha família e todos que estiveram ao meu lado, não só durante o mestrado, mas por toda a vida.

AGRADECIMENTOS

Agradecer é a forma mais pura de demonstrar reconhecimento àqueles que tornaram a caminhada mais leve. Sem o apoio de tantas pessoas queridas, a conclusão dessa jornada jamais teria sido possível.

Em primeiro lugar agradeço a Deus, a base de tudo em minha vida, que me guia em todos os momentos e ilumina todos os meus passos.

Agradeço aos meus pais, Claiton e Simoni, por tanto carinho e cuidado ao longo da minha vida, por serem meus maiores exemplos de dedicação e por me apoiarem incondicionalmente em tudo. Obrigada por tanto.

Agradeço também aos meus avós, que são tudo na minha vida, carinho, proteção, ternura e amor, e que me dão forças para seguir em frente a cada dia.

Agradeço ao Nelson, por todo o companheirismo e incentivo durante todos esses anos, e, principalmente, por acreditar em mim sempre. Seu apoio foi muito importante para essa conquista.

Agradeço aos meus amigos, que sempre tiveram o poder de tornar os dias mais alegres, e de transformar os momentos difíceis em superação e aprendizado.

Aos melhores do mundo, minha segunda família, que há tantos anos cuida de mim, sem o carinho de vocês eu não estaria aqui hoje.

Aos grandes amigos que acompanharam minha jornada acadêmica e que me acolhem até hoje, em especial a Stela, o Matheus Polidoro, a Beatriz, a Cássia e a Letícia. Vocês tornaram a faculdade mais leve e acolhedora. Obrigada por tudo.

Aos meus companheiros de mestrado, Matheus, Lucas Lucinda e Michel, que em pouco tempo já se tornaram amigos pra vida toda. A amizade de vocês foi fundamental para superar cada desafio da pós-graduação.

Ao Lucas Teotônio, que iniciou a pesquisa sobre fundações ramificadas com tamanha dedicação, e que se tornou um grande amigo ao longo dos últimos anos.

Ao Luiz Fernando Nicodemos, por ter fornecido dados de pesquisa e apoio valiosos para a concepção deste trabalho, e a Sabrina Penasso, por todo o auxílio durante a realização dos ensaios em laboratório e pela companhia tão importante durante a reta final de minha pesquisa.

E também a tantos outros amigos e familiares que me apoiam diariamente e torcem por mim. A todos vocês o meu muito obrigada.

Não poderia deixar de agradecer também aos meus orientadores. Ao Marcelo, por me acompanhar desde a graduação e compartilhar conhecimento e valores. E ao Mário, por toda a dedicação com a minha pesquisa e por todo o aprendizado adquirido. Obrigada por contribuírem tanto na conclusão dessa etapa, com compreensão, paciência e apoio.

Agradeço também a todos os professores do Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil e da graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora, que dividiram tantos conhecimentos valiosos e que me inspiram diariamente na busca pela carreira acadêmica.

Agradeço também aos meus colegas de pós graduação, que dividiram tantos momentos ao longo do mestrado.

Agradeço a Universidade Federal de Juiz de Fora e ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, por me proporcionarem uma experiência acadêmica única, contribuindo para minha formação humana e profissional.

Finalmente, agradeço a CAPES, pelo fomento financeiro proporcionado ao longo do desenvolvimento de toda a minha pesquisa de mestrado.

Cada conquista só tem propósito quando compartilhada.

A sabedoria da natureza é tal que não produz nada de supérfluo ou inútil.

(COPÉRNICO, citado em Humanidades: Ed 10-15, 1986, p. 33).

RESUMO

O estudo das fundações em engenharia civil é de grande relevância, uma vez que tais elementos constituem a base estrutural de praticamente toda edificação. As estacas são elementos de fundação profundos, cujo mecanismo de transferência de cargas ocorre, em muitos casos, quase totalmente pelo atrito lateral, que depende diretamente da área de contato entre estrutura e solo. É fato que sistemas ramificados naturais têm grandes áreas de superfície, como é o caso de árvores que usam suas raízes ramificadas como um sistema de ancoragem capaz de aumentar sua resistência às solicitações como peso próprio e ventos. Neste estudo, desenvolve-se um modelo de estrutura ramificada baseado na geometria fractal, proposto como solução alternativa para fundações. O objetivo da pesquisa consiste em comparar o desempenho de modelos ramificados com o de modelos convencionais de fundação por estaca, sob o ponto de vista de capacidade de suporte, tensões e deslocamentos. O estudo também busca avaliar a eficiência relacionada ao aumento do número de ramos nas estruturas, os impactos gerados pela adoção de diferentes ângulos de ramificação, além da eficiência associada a outros parâmetros de geração do modelo ramificado. Os modelos foram simulados no PLAXIS, software capaz de modelar o comportamento não linear do solo e simular a interface solo-estrutura. As simulações evidenciaram que uma estrutura ramificada comparada a uma estaca padrão de mesmo volume apresenta maior capacidade de carga e menores deslocamentos, sendo, portanto, mais eficiente em ambos os aspectos. A capacidade de carga é crescente quando se comparam modelos com mais ordens, entretanto, há um desaceleramento no crescimento para as estruturas mais ramificadas. O mesmo comportamento é observado no que diz respeito à redução dos deslocamentos. As simulações de estruturas com diferentes angulações mostraram que, até certo ponto, quanto maiores os ângulos de ramificação, maiores as capacidades de carga, porém, ângulos superiores a 60° apresentam um decaimento nas cargas máximas resistidas. Em linhas gerais, os estudos remetem ao conceito de projeto ótimo para estruturas ramificadas sob ambas as óticas, número de ordens ideal e ângulo de ramificação ideal, propondo a existência de uma estrutura otimizada, capaz de incrementar as propriedades resistivas do sistema solo-fundação sem necessitar uma geometria muito complexa. A eficiência dessas estruturas é verificada experimentalmente a partir de um estudo realizado com um modelo de fundação ramificado adaptado sem ângulo de ramificação (inspirado em estacas torpedo), através de ensaios e simulações computacionais, cujos resultados corroboraram a eficiência da utilização de geometrias ramificadas na otimização da resistência de fundações. De maneira geral, pode-se dizer que as estruturas ramificadas apresentam bom potencial para serem utilizadas como solução para o sistema de fundações de uma edificação.

Palavras-chave: Fundações Ramificadas. Área de Superfície. Biomimética. Fractais. Auto-similaridade.

ABSTRACT

Study of foundations in engineering is very relevant since these elements form the basis of virtually any building. Piles are foundation elements that use, in many cases, basically lateral friction as a mechanism for transferring loads, which depends on the surface contact area between the structure and the soil. Branched natural systems have large surface areas, such as tree's roots, that use its branched geometry as an anchor system to increase its ability to withstand requests, like self weight and wind loads. This research presents a branched structure model based on fractal geometry, that may be used as an alternative solution for foundations. The aim of this research is to compare the performance of branched foundation models against standard stake ones. The performance of each model will be discussed for its load capacity, stress levels and displacements. In addition to that, analyse the efficiency related to increasing the number of branches in the structures, the impact due the adoption of different branching angles and the efficiency related to other branched model generation parameters. The model was simulated using PLAXIS, a software capable of modeling the non-linear soil behavior and the interface between soil and structure. The results of the simulations evidence that a branched structure compared to a standard pile with same volume presents higher carrying capacity and lower maximum displacements, showing that this structures are more efficient in both aspects. On the other hand, the rate of increase of load capacity comparing different branched models declines for structures with higher number of branches. The same behavior is observed for the reduction of displacements analysis. Simulating structures with different branch angles shows that, until a certain point, the higher the branching angles the higher the load capacity, however, angles higher than 60° showed a decrease in its load capacity. In general lines, the study suggests the concept of an optimum design model for a branched structure in both parameters, number of branch orders and branch angle, proposing the existence of an optimized structure, capable of increase the soil-foundation mechanical resistance properties without using a very complex geometry. The efficiency of this structural systems was also verified through a study with an adapted branched model that has no branch angle (inspired by torpedo stakes), by using laboratory tests and computational analysis, whose results corroborate the efficiency of using branched geometries in optimizing the resistance of foundation systems. The studies showed that branched structures have a good potential to be used as a solution for edification foundation systems.

Keywords: Branched foundations. Surface Area. Biomimicry. Fractal structures. Self-similarity.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo ramificado inspirado em estruturas naturais	18
Figura 2 – Estacas de eucalipto em campo experimental da Embrapa, Rio Branco - Acre	24
Figura 3 – Estacas metálicas em perfil cravadas no solo	24
Figura 4 – Pátio de estocagem de estacas pré moldadas em concreto	25
Figura 5 – Etapas de execução de estaca Franki	26
Figura 6 – Esquema de execução de estaca broca	27
Figura 7 – Etapas de execução de estaca Strauss	28
Figura 8 – Esquema de execução de estaca hélice contínua	29
Figura 9 – Esquema de execução de estaca raiz	30
Figura 10 – Estado de tensões em um ponto no solo segundo o Círculo de Mohr	31
Figura 11 – Envoltórias de cisalhamento para diferentes tipos de solo segundo Cou- lomb	32
Figura 12 – Envoltória de Ruptura do solo segundo o critério de Mohr-Coulomb	33
Figura 13 – Esforços atuantes em Fundações por Estaca	34
Figura 14 – Esquematização do Método do Tronco de Cone	36
Figura 15 – Colunas centrais da catedral da Sagrada Família em Barcelona - Espa- nha	39
Figura 16 – Beijing Nacional Stadium	40
Figura 17 – Edifício Cubo D’água em Pequim, durante construção	40
Figura 18 – Exemplo de geometria de uma teia de aranha	41
Figura 19 – Padrões de ramificação em redes fluviais	42
Figura 20 – Padrão de repetição de geometrias no desenvolvimento de uma árvore	42
Figura 21 – Exemplos de geometrias de raízes de plantas	43
Figura 22 – Modelos de árvores estudados por Ribeiro, P. (2016)	45
Figura 23 – Modelo bidimensional de fundação ramificada com $n = 3$	46
Figura 24 – Intervalos de variação de γ considerando o estudo de casos realizado	52
Figura 25 – Raízes de $E(d, n)$ para $\gamma = 4$ e valores de $n = 2$ a $n = 10$	53
Figura 26 – $d_{\text{ótimo}}$ vs n para $\gamma < d$ - caso a)	54
Figura 27 – $d_{\text{ótimo}}$ vs n para $\gamma > d$, com $\gamma \leq d^2$ - caso b)	54
Figura 28 – Malhas 3D (à esquerda) e 2D (à direita) geradas para um sistema de fundação por estaca convencional	57
Figura 29 – Modelos bidimensionais de fundações convencional e ramificadas com n até 5 ordens	60
Figura 30 – Capacidades de carga em função do número de ramificações adotado	62
Figura 31 – Tensões totais mediante carga de ruptura (355 kN/m^2) - sistema sem ramificações	62

Figura 32 – Tensões totais mediante carga de ruptura (1005 kN/m^2) - sistema com uma ramificação	63
Figura 33 – Tensões totais mediante carga de ruptura (1880 kN/m^2) - sistema com quatro ramificações	63
Figura 34 – Deslocamentos totais mediante carga padrão - sistema sem ramificações	65
Figura 35 – Deslocamentos totais mediante carga padrão - sistema com quatro ramificações	65
Figura 36 – Modelos de fundação com uma ramificação e θ de 10° a 90°	67
Figura 37 – Capacidades de carga em função do ângulo de ramificação adotado	68
Figura 38 – Deslocamentos totais mediante carga de ruptura (2605 kN/m^2) - $\theta = 30^\circ$	69
Figura 39 – Deslocamentos totais mediante carga de ruptura (3205 kN/m^2) - $\theta = 60^\circ$	69
Figura 40 – Modelos 3D de fundações convencional (esquerda) e ramificada (direita)	71
Figura 41 – Pontos de falha na estrutura ramificada	73
Figura 42 – Deslocamentos totais para os modelos de fundação por estaca convencional (esquerda) e com uma ramificação (direita) para carga de 670 kN	74
Figura 43 – Exemplo de Estaca Torpedo	77
Figura 44 – Esboço inicial de fundação ramificada adaptada	78
Figura 45 – Representação tridimensional de modelos convencional e ramificado adaptado inicial	79
Figura 46 – Representação tridimensional de modelos ramificados adaptados com diferentes configurações geométricas	81
Figura 47 – Modelo Ramificado adaptado final em configurações padrão e invertida	82
Figura 48 – Tensões totais σ_{zz} na seção central para carga de 150 N	82
Figura 49 – Deslocamentos totais u_z na seção central para carga de 50 N	83
Figura 50 – Esquema e imagem de sistema utilizado para pluviação das amostras de solo	85
Figura 51 – Amostras de solo submersas em água	87
Figura 52 – Estufa para secagem de amostras	87
Figura 53 – Amostras de solo após secagem em estufa	88
Figura 54 – Ensaio para determinação de peso específico de solo em condição seca	89
Figura 55 – Prensa de cisalhamento modelo LO 2900	90
Figura 56 – Caixa de cisalhamento e corpo de prova de alumínio	90
Figura 57 – Esquema de pluviação da areia no interior da caixa de cisalhamento	91

Figura 58 – Caixa com corpo de prova posicionada no interior da prensa de cisalhamento e sistema de leitura de dados dos ensaios	92
Figura 59 – Caixa e corpo de prova após a realização do cisalhamento	92
Figura 60 – Gráfico deslocamento vertical vs deslocamento horizontal extraído do ensaio de cisalhamento	93
Figura 61 – Gráfico tensão cisalhante vs deslocamento horizontal extraído do ensaio de cisalhamento	94
Figura 62 – Envoltória de ruptura da interface entre areia e alumínio extraída do ensaio de cisalhamento	95
Figura 63 – Estrutura para realização de ensaio de arrancamento em modelos reduzidos de estacas	96
Figura 64 – Estacas ramificada (a esquerda) e convencional (a direita) confeccionadas em alumínio	97
Figura 65 – Preenchimento da caixa com areia após posicionamento da estrutura	98
Figura 66 – Pendural para aplicação de cargas com anilhas	98
Figura 67 – Modelos convencional e ramificado utilizados para simulação de arrancamento	102
Figura 68 – Deslocamentos totais em 3D (a esquerda) e na seção central (a direita) para o modelo convencional	104
Figura 69 – Deslocamentos totais em 3D (a esquerda) e na seção central (a direita) para o modelo ramificado	105
Figura 70 – Curva força vs deslocamento obtida para os modelos simulados a tração	106
Figura 71 – Modelos convencional e ramificados utilizados para simulação de compressão	107
Figura 72 – Curva força vs deslocamento obtida para os modelos simulados a compressão	108
Figura 73 – Modelos ramificados com parâmetro b variável simulados a tração	110
Figura 74 – Modelos ramificados com parâmetro b variável simulados a compressão	111
Figura 75 – Modelos ramificados com parâmetro d variável simulados a tração	115
Figura 76 – Modelos ramificados com parâmetro d variável simulados a compressão	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do solo de fundação - Argila mole	56
Tabela 2 – Propriedades do concreto estrutural	56
Tabela 3 – Dimensões do modelo de fundação com uma ramificação - $n = 2$	59
Tabela 4 – Dimensões do modelo de fundação com duas ramificações - $n = 3$	59
Tabela 5 – Dimensões do modelo de fundação com três ramificações - $n = 4$	60
Tabela 6 – Dimensões do modelo de fundação com quatro ramificações - $n = 5$	60
Tabela 7 – Capacidades de carga das fundações simuladas	61
Tabela 8 – Deslocamentos e tensões mediante carga de 355 kN/m^2	64
Tabela 9 – Dimensões base dos modelos de fundação para uma ramificação - $n = 2$	66
Tabela 10 – Capacidades de carga para os modelos de $\theta = 10^\circ$ a $\theta = 90^\circ$. . .	67
Tabela 11 – Deslocamentos e tensões mediante carga de 1000 kN/m^2	70
Tabela 12 – Dimensões do modelo de fundação com uma ramificação - $n = 2$.	71
Tabela 13 – Capacidade de carga e deslocamentos máximos para os modelos simulados	75
Tabela 14 – Dimensões do modelo ramificado adaptado com uma ramificação - $n = 2$	78
Tabela 15 – Propriedades preliminares da Areia	79
Tabela 16 – Propriedades do Alumínio	80
Tabela 17 – Deslocamentos máximos obtidos para a carga de 50 N	83
Tabela 18 – Propriedades da areia da praia de São Francisco	86
Tabela 19 – Cargas de Arrancamento experimentais - Modelo Convencional	99
Tabela 20 – Cargas de Arrancamento experimentais - Modelo Ramificado . .	99
Tabela 21 – Propriedades experimentais da Areia	103
Tabela 22 – Capacidades de carga a compressão obtidas para os modelos convencional, ramificado e ramificado invertido	107
Tabela 23 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $b = 3$	109
Tabela 24 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $b = 4$	109
Tabela 25 – Capacidades de carga ao arrancamento obtidas para os modelos com $b = 2$, $b = 3$ e $b = 4$	111
Tabela 26 – Capacidades de carga a compressão obtidas para os modelos com $b = 2$, $b = 3$ e $b = 4$	112
Tabela 27 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 1,1$	113
Tabela 28 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d_{\text{ótimo}} = 1,26$	113
Tabela 29 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 1,4$	113
Tabela 30 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 1,5$	113

Tabela 31 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 1,6$	113
Tabela 32 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 2,0$	114
Tabela 33 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 3,0$	114
Tabela 34 – Capacidades de carga ao arrancamento obtidas para os modelos com valores variados de d	115
Tabela 35 – Capacidades de carga a compressão obtidas para os modelos com valores variados de d	117

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS	21
1.1.1	Objetivo geral	21
1.1.2	Objetivos específicos	21
1.2	ESTRUTURA DO TEXTO	22
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2.1	FUNDAÇÕES E MECÂNICA DOS SOLOS	23
2.1.1	Fundações por estaca	23
2.1.2	Critério de falha de Mohr-Coulomb e envoltória de ruptura dos solos	31
2.1.3	Capacidade de carga geotécnica de fundações profundas	34
2.1.4	Capacidade de carga ao arrancamento de fundações	36
2.2	TRABALHOS SOBRE BIOMIMÉTICA E GEOMETRIAS RAMIFI- CADAS	38
2.2.1	Biomimética e o estudo da natureza como inspiração para o conhecimento	38
2.2.2	Estudos sobre ramificação na natureza e suas aplicações	41
3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA GEOMETRIA RAMI- FICADA	46
3.1	PARÂMETROS E EQUAÇÕES PARA GERAÇÃO DA GEOMETRIA RAMIFICADA	46
3.2	MAXIMIZAÇÃO DA ÁREA DE SUPERFÍCIE E EFICIÊNCIA	50
3.2.1	Definição da eficiência	50
3.2.2	Maximização da eficiência em função da proporção de diâmetro ótimo ($d_{ótimo}$)	51
4	MODELAGEM COMPUTACIONAL DE FUNDAÇÕES RA- MIFICADAS	55
4.1	METODOLOGIA DE SIMULAÇÕES VIA PLAXIS	55
4.2	ANÁLISES - PLAXIS 2D	59
4.2.1	Avaliação da influência do número de ordens de ramificação	59
4.2.2	Avaliação da influência do ângulo de ramificação	66
4.3	ANÁLISES - PLAXIS 3D	71
4.3.1	Modelos Simulados	71
4.3.2	Resultados das simulações	72
5	DESENVOLVIMENTO DE MODELO RAMIFICADO ADAP- TADO BASEADO EM ESTACAS TORPEDO	76
5.1	DESENVOLVIMENTO DA GEOMETRIA RAMIFICADA ADAPTADA	76
5.1.1	Modelagens preliminares	77
5.2	PESQUISA EXPERIMENTAL	84

5.2.1	Caracterização do solo e da interface solo-estrutura	84
5.2.1.1	Dados preliminares da areia	84
5.2.1.2	Preparação das amostras para realização dos ensaios	86
5.2.1.3	Ensaio de determinação de peso específico seco, γ_d , da areia	88
5.2.1.4	Ensaio de cisalhamento direto para caracterização da interface entre areia e alumínio - determinação de R_{inter}	89
5.2.2	Ensaio de Arrancamento em modelos reduzidos de estacas convencional e ramificada adaptada	96
5.2.2.1	Metodologia	96
5.2.2.2	Resultados	99
5.2.2.3	Verificação dos resultados obtidos com base na capacidade de carga ao arrancamento teórica	100
5.3	MODELAGEM COMPUTACIONAL	102
5.3.1	Simulação do ensaio de arrancamento	102
5.3.2	Simulação das estruturas à compressão	107
5.3.3	Análises paramétricas	109
5.3.3.1	Análise da influência do parâmetro b - número de filhos provenientes de cada ramo pai	109
5.3.3.1.1	Simulações de arrancamento	110
5.3.3.1.2	Simulações de compressão	111
5.3.3.2	Análise da influência do parâmetro d - proporção de diâmetro entre ordens adjacentes	112
5.3.3.2.1	Simulações de arrancamento	114
5.3.3.2.2	Simulações de compressão	116
6	CONCLUSÃO	118
6.1	CONCLUSÕES ACERCA DA MODELAGEM COMPUTACIONAL DE ESTRUTURAS RAMIFICADAS	118
6.2	CONCLUSÕES ACERCA DO MODELO DE FUNDAÇÃO RAMIFICADA ADAPTADO EM TORPEDO	121
6.3	TRABALHOS FUTUROS	123
	REFERÊNCIAS	126
	APÊNDICE A – DEDUÇÃO DAS EXPRESSÕES DE $d_{ótimo}$	131

1 INTRODUÇÃO

Fundações são estruturas projetadas a fim de se conferir suporte a todos os demais componentes de uma edificação. As fundações são responsáveis pela absorção das cargas existentes na estrutura como um todo, bem como a transferência destas para o solo onde a mesma encontra-se assentada, que deve ser efetuada de maneira a garantir estabilidade, resistência e segurança a todo o conjunto estrutural. Sendo assim, tratam-se de elementos de extrema relevância no que concerne ao ramo da construção civil.

Diversos são os tipos de fundações existentes na atualidade e a escolha do modelo a ser empregado deve levar em consideração vários fatores ambientais e construtivos, tais como o tipo e o porte da edificação a ser construída e as condições e tipo de terreno sobre o qual a mesma será edificada. As fundações em geral, dividem-se em dois grandes grupos: fundações superficiais e fundações profundas. Segundo Velloso e Lopes (2010), fundações superficiais se diferenciam das profundas de acordo com a profundidade de assentamento de suas bases. Caracterizam-se como profundas aquelas cujas bases localizam-se a uma profundidade superior a oito vezes sua menor dimensão, devendo, ainda, ser igual ou superior a 3 metros. Neste trabalho será dado um enfoque ao estudo de fundações profundas, mais especificamente, fundações por estaca.

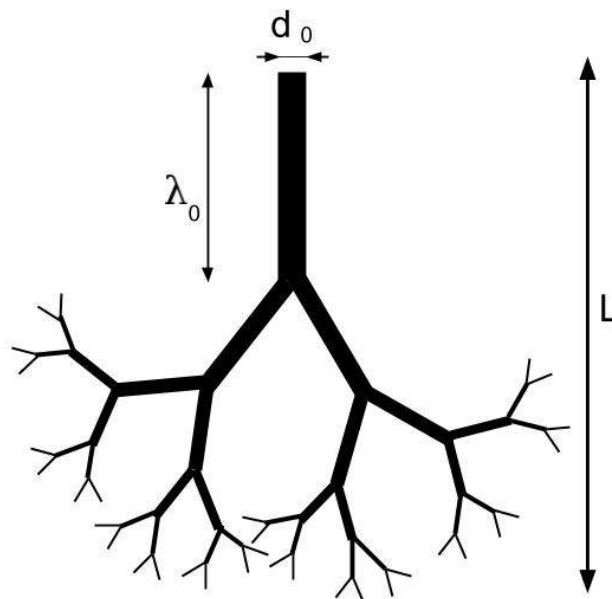
Em se tratando de fundações, uma das medidas de eficiência de seu funcionamento consiste na carga máxima que esta é capaz de suportar sem haver colapso, seja do solo ou da própria estrutura. Tal carga, também chamada de capacidade de carga ou capacidade de suporte, é atingida quando se aplica uma carga vertical, em geral de compressão, gradativamente aumentada sobre o topo da estrutura. Em fundações por estaca, dada a aplicação de tal carregamento, ocorre uma mobilização de tensões resistentes que se dá, por muitas vezes, basicamente por atrito lateral entre o solo e o fuste da estrutura (CINTRA; AOKI, 2010), sendo a parcela de resistência atribuída à base da fundação (resistência de ponta) significativamente inferior. Portanto, estacas que possuem uma maior área de superfície possuirão uma maior área de contato e maior atrito na interface entre o solo e a estrutura e, conseqüentemente, tenderão a apresentar maiores capacidades de carga, sendo assim, mais eficientes no que diz respeito à sustentação estrutural, embora seja válido destacar que, outras propriedades, como a profundidade de assentamento no solo, também interferem na capacidade de carga desses sistemas.

Neste contexto, o estudo propõe a elaboração de um modelo de fundação cuja área de superfície seja significativamente superior ao de um modelo de estaca convencional, tomado como referência, maximizando, assim, a capacidade de carga do sistema. Além disso, o modelo elaborado deve possuir o mesmo volume empregado na construção da estaca de referência, o que leva a um gasto material equivalente. Em um projeto de fundações, além de atender requisitos de resistência e durabilidade, buscar otimizar os

recursos empregados é uma questão de grande destaque no atual cenário da construção civil, visto que a escassez de recursos tem se tornado cada vez mais impactante no mundo todo de maneira generalizada. Partindo dessa premissa, os estudos realizados levaram à elaboração de modelos de fundações ramificadas, estruturas cuja concepção fora inspirada em padrões geométricos de crescimento por ramificação, amplamente presentes na natureza.

É possível observar a presença da ramificação na fauna, como no desenvolvimento do pulmão (HASLETON, 1972) e do sistema cardiovascular (MURRAY, 1926), que apresentam grandes áreas de superfície (MORRIS; HOMANN, 2001). Além disso, o crescimento ramificado também é presente na flora, em raízes e galhos de árvores em geral (HALLÉ, 2010). Em sua pesquisa, Eloy (2011) propõe que os galhos de árvores possuem geometrias ramificadas concebidas de maneira a promover uma maior resistência a esforços laterais de vento. Além disso, uma análise realizada por Bailey et al. (2002), avaliou a influência da geometria de raízes de plantas na resistência ao arrancamento, determinando a eficiência destes sistemas em promover a ancoragem da planta ao solo. A Figura 1 apresenta um modelo de estrutura ramificada inspirado na geometria de raízes de árvores.

Figura 1 – Modelo ramificado inspirado em estruturas naturais



Fonte: Souza e Barros (2016).

Analisando-se os estudos desenvolvidos acerca do tema, pode-se concluir que o padrão geométrico ramificado pode ser uma possível alternativa para o modelo de fundação por estaca convencional, visto que alia a maximização da área superficial e a otimização da eficiência estrutural do modelo.

A geometria proposta é composta de elementos de diferentes tamanhos organizados hierarquicamente, unidos de maneira que os elementos maiores sustentam os elementos menores. As dimensões dos elementos são determinadas segundo leis exponenciais características de sistemas naturais (SOUZA; BARROS, 2016), baseadas no princípio da auto-similaridade, isto é, quando os parâmetros de crescimento/decrescimento que regem a geometria do sistema são constantes, fazendo com que todas as ordens vizinhas se relacionem da mesma maneira (BARROS; BEVILACQUA, 2015).

Inicialmente, foram realizados estudos preliminares (SONCIN et al., 2019) que comprovaram, através de simulações computacionais de modelos bidimensionais de fundações ramificadas (utilizando o software Plaxis 2D), a eficiência das fundações ramificadas não só sob o ponto de vista do aumento da capacidade de suporte do sistema, mas também com relação à redução dos deslocamentos sofridos pelo mesmo, quando comparados aos observados em um modelo de fundação por estaca convencional. Além disso, foi introduzido o estudo da influência do ângulo de ramificação utilizado entre ordens adjacentes nas propriedades resistivas do sistema.

A seguir, ainda fazendo uso de modelagem bidimensional, buscou-se estudar mais a fundo a influência do grau de ramificação da fundação, isto é, o número de ordens ramificadas a ser adotado na concepção do modelo, objetivando a comprovação da existência de um número ótimo de ramificações que maximize a capacidade de suporte do sistema. Além disso, foi realizado um estudo aprofundado acerca da significância da variação do ângulo de ramificação empregado, através da simulação de modelos de fundação com ângulos variando de 10° a 90° .

Para complementar os estudos realizados, buscando tornar a avaliação da eficiência do modelo ramificado ainda mais representativa, foram realizadas simulações em software tridimensional (Plaxis 3D). Foram realizadas simulações preliminares que tiveram como objetivos: o ajuste do modelo solo-estrutura para um sistema de fundação por estaca cilíndrica, de maneira que a capacidade de carga obtida na simulação fosse compatível com a capacidade de carga prescrita por metodologia teórica; e a construção e simulação, dentro do mesmo modelo solo-estrutura já consolidado, de uma fundação com geometria ramificada com duas ordens.

A parte final da pesquisa realizada consistiu na criação de um modelo de fundação ramificado adaptado, seguindo a formulação matemática descrita, porém, sem a presença do ângulo de ramificação. Tal modelo foi proposto a fim de se apresentar uma aplicação real e viável para estruturas ramificadas, uma vez que a execução de fundações com angulações pré determinadas seria extremamente custosa considerando as tecnologias disponíveis na atualidade. O modelo estrutural desenvolvido foi inspirado na geometria de estacas torpedo, estruturas muito utilizadas pela indústria petrolífera, para a ancoragem de plataformas offshore. Segundo Encarnação (2009), estacas torpedo conferem grande

resistência lateral e axial aos sistemas de ancoragem de plataformas em alto mar, pois possuem aletas laterais que proporcionam uma maior área de contato entre a estaca e o solo. Tais componentes remetem aos ramos das fundações ramificadas, cujo papel também consiste na maximização da área de superfície do sistema. Logo, a combinação dos dois modelos se encaixa no propósito e finalidade das estruturas ramificadas.

Para avaliar a eficiência da nova geometria proposta, inicialmente, foram realizados ensaios em laboratório em modelos convencional e ramificado adaptado em torpedo (ambos em escala reduzida), buscando trazer a análise para o campo experimental, aumentando assim a confiabilidade nos resultados. As estruturas foram submetidas à ensaio de arrancamento, para possibilitar a comprovação, através dos parâmetros de resistência extraídos, da eficiência da ramificação em estruturas de fundação na prática.

Finalmente, foram realizadas simulações no Plaxis 3D utilizando-se os mesmos modelos ensaiados em laboratório, visando o ajuste computacional da modelagem realizada. Por fim, foram feitas simulações de análises paramétricas com modelos adaptados em diferentes configurações geométricas, a fim de se refinar a modelagem estrutural, buscando encontrar a configuração ótima, ou seja, aquela que apresentasse os melhores resultados em termos de cargas suportadas e deslocamentos sofridos pelo conjunto solo-fundação.

1.1 OBJETIVOS

Nas seções a seguir são descritos os objetivos geral e específicos da pesquisa desenvolvida.

1.1.1 Objetivo geral

O estudo realizado teve como principal objetivo avaliar a eficiência de estruturas ramificadas de fundação, através da análise de propriedades mecânicas como capacidade de suporte, tensões e deslocamentos. As ferramentas para avaliar o desempenho de tais elementos estruturais consistiram em simulações em modelagem bidimensional (Plaxis 2D) e tridimensional (Plaxis 3D), além de ensaios em laboratório de modelo de estrutura ramificada em escala reduzida.

1.1.2 Objetivos específicos

Fazem parte dos objetivos específicos desta pesquisa os seguintes itens:

- a) comprovação da eficiência do modelo de fundação ramificado frente à um modelo de estaca convencional, através de simulações bidimensionais de tais modelos sob aplicação de cargas de compressão incrementais;
- b) estudo da otimização da geometria ramificada, realizado também através de simulações bidimensionais. Tal estudo se baseia na análise dos efeitos causados pelo aumento do número de ramificações na fundação e na avaliação dos impactos decorrentes da variação do ângulo de ramificação adotado entre ordens consecutivas que compõe a estrutura;
- c) realização de modelagem tridimensional de geometrias ramificadas, visando a obtenção de resultados mais próximos da realidade, que permitam uma comprovação maior da eficiência de fundações ramificadas;
- d) estudo de modelo de fundação ramificado adaptado sem angulação, inspirado em estacas torpedo, visando apresentar uma aplicação prática imediata às fundações ramificadas. As análises realizadas consistem na realização de ensaio em laboratório de modelo reduzido de fundação ramificada adaptada e simulações computacionais tridimensionais.

1.2 ESTRUTURA DO TEXTO

A dissertação desenvolvida é constituída de seis capítulos, incluindo o presente, em que é descrita a introdução da pesquisa realizada, contextualizando sua relevância no campo da engenharia civil. Além disso, o capítulo discute de forma breve as análises e abordagens que serão realizadas ao longo do desenvolvimento da pesquisa, contendo ainda seus principais objetivos e métodos.

O segundo capítulo é composto pela revisão bibliográfica acerca dos temas abordados pela pesquisa em questão, incluindo uma revisão de conteúdos relacionados a fundações e mecânica dos solos, além de alguns estudos presentes na literatura sobre a ramificação na natureza e suas aplicações em biomimética.

O terceiro capítulo descreve a formulação matemática teórica utilizada para a geração das leis de formação da geometria ramificada proposta, incluindo um estudo acerca da maximização de sua área de superfície.

O quarto capítulo consiste no desenvolvimento de modelos computacionais de geometrias ramificadas, incluindo: Descrição da metodologia utilizada para a realização da modelagem computacional das estruturas estudadas, contendo um passo a passo de como foram realizadas as simulações dos modelos solo-fundação, utilizando o software Plaxis; Análises e resultados das simulações realizadas, através da apresentação de tabelas e gráficos extraídos da interface do software, contendo ainda discussões e comparativos acerca dos resultados obtidos para os diversos modelos simulados.

O quinto capítulo é composto pelo estudo de um modelo geométrico ramificado adaptado sem ângulo de ramificação, contendo como tópicos: a realização de análises em laboratório de modelos estruturais em escala reduzida, através de ensaio de arrancamento via carregamento incremental dos modelos de fundação convencional e ramificado adaptado, além de um comparativo entre o desempenho dos modelos, por meio de fotografias, tabelas e gráficos montados com os dados obtidos nos experimentos; Simulações computacionais dos modelos ensaiados visando o ajuste da modelagem, além de demais análises paramétricas com novas geometrias e configurações.

Por fim, o sexto capítulo contém as conclusões extraídas através de todas as análises realizadas ao longo da pesquisa. Neste capítulo constam ainda as considerações finais sobre os estudos desenvolvidos, bem como propostas de trabalhos futuros que possibilitem a continuação da pesquisa sobre fundações ramificadas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A parte inicial da pesquisa realizada consistiu na realização de uma breve revisão bibliográfica acerca de temas relevantes para o desenvolvimento da mesma. Foram feitos estudos teóricos sobre fundações e mecânica dos solos, além de um levantamento de pesquisas relacionadas a biomimética e geometrias ramificadas.

2.1 FUNDAÇÕES E MECÂNICA DOS SOLOS

Nesta etapa do trabalho buscou-se realizar um breve estudo sobre estruturas de fundação por estaca, abrangendo temas como tipos de estacas, determinação de capacidade de carga teórica de estacas à compressão e ao arrancamento, além de uma descrição resumida da metodologia proposta por Mohr-Coulomb acerca da envoltória de ruptura dos solos.

2.1.1 Fundações por estaca

As fundações constituem, como já mencionado, a base estrutural de praticamente toda edificação, sendo responsáveis pela fixação da superestrutura ao solo de assentamento da mesma, conferindo suporte e segurança à estrutura. Durante a realização do trabalho em estudo, o modelo de fundação profunda por estaca foi escolhido como referência para comparativo com o modelo ramificado proposto como solução alternativa.

Para contextualizar a pesquisa acerca desse tipo de elemento estrutural, são listados, a seguir, alguns exemplos de modelos de estacas, bem como suas aplicações e formas de execução. Destaca-se que existem diversas formas de classificar elementos de fundação por estaca, porém, optou-se pela divisão segundo o critério de processo de execução, que divide esses elementos em estacas pré-moldadas, estacas moldadas in loco e estacas mistas:

- a) estacas pré-moldadas: consistem em estruturas pré fabricadas com diferentes tipos de materiais, como madeira, aço e concreto, e que são cravadas no solo por meio de diferentes processos, como prensagem, percussão ou vibração. Alguns exemplos deste tipo de fundação são:
 - estacas de madeira: consistem de elementos, em geral, cravados no solo por percussão com auxílio de pilões. Segundo Azeredo (1997), a utilização da madeira possui vantagens como facilidade de obtenção, transporte e manuseio (corte e emenda). Entretanto, estacas de madeira possuem a limitação de só poderem ser empregadas abaixo do nível d'água, isto porque a água fornece proteção contra ataques de microorganismos aeróbios que causam o seu apodrecimento. No Brasil, a madeira mais utilizada para a confecção de estacas é a de eucalipto (Figura 2);

Figura 2 – Estacas de eucalipto em campo experimental da Embrapa, Rio Branco - Acre



Fonte: Araújo et al. (2010).

- estacas metálicas: segundo a NBR 6122: Projeto e execução de fundações (ABNT, 2019), estacas metálicas são elementos, em geral, constituídos de aço, moldados em perfis (laminados ou soldados), tubos ou trilhos. Tais elementos são assentados no solo, tal como na Figura 3, por meio de cravação, geralmente por percussão via bate estaca. Velloso e Lopes (2010) citam como vantagens da utilização de estacas metálicas, dentre outras, sua alta resistência à flexão e compressão, facilidade no transporte e manuseio (corte e emenda) e baixa vibração durante a cravação (sendo uma alternativa à utilização de estacas de concreto, por exemplo), o que é extremamente necessário quando a obra localiza-se próxima a edificações sensíveis a perturbações;

Figura 3 – Estacas metálicas em perfil cravadas no solo



Fonte: Escola Engenharia (2021).

- estacas de concreto pré-moldado: consistem em estruturas de fundação que conferem alta resistência à compressão, flexão e cisalhamento ao sistema solo-fundação. Além disso, uma de suas grandes vantagens, de acordo com Velloso e Lopes (2010), consiste no alto controle de qualidade, tanto na execução quanto na cravação. Porém, estacas confeccionadas com tal material também possuem desvantagens, como alta vibração durante o processo de cravação e dificuldade no transporte e movimentação, que devem ser realizados da forma mais cuidadosa possível (destaca-se que estacas em concreto só são armadas para o transporte e elevação, uma vez que, quando colocadas em posição horizontal, comportam-se como vigas). A Figura 4 mostra um pátio de estocagem de estacas pré moldadas em concreto;

Figura 4 – Pátio de estocagem de estacas pré moldadas em concreto

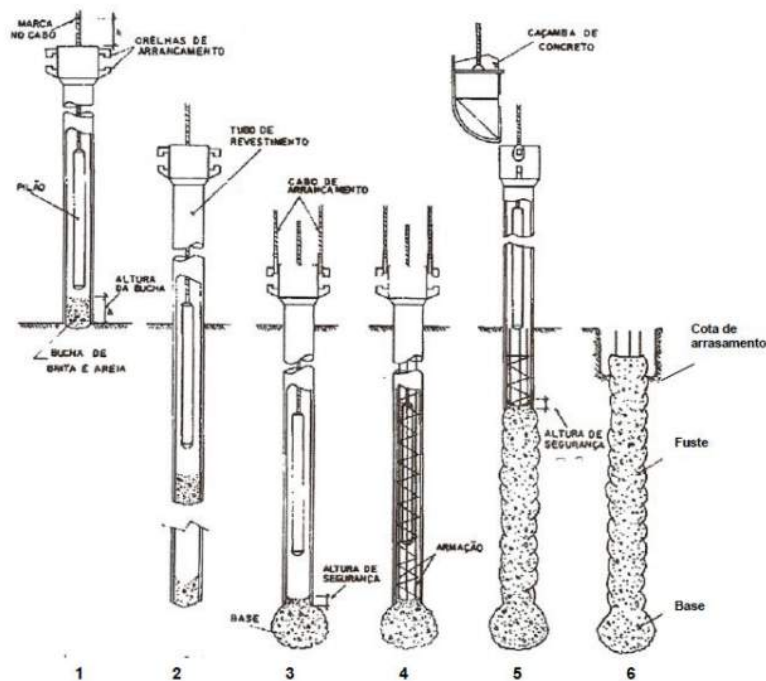


Fonte: Pereira Filho (2016).

- b) estacas moldadas in loco: consistem em estruturas de fundação construídas no próprio canteiro de obras. Seu processo de execução se divide em perfuração do terreno, realizada previamente através de escavação ou cravação, e posterior preenchimento da área perfurada, na maioria dos casos, com concreto. Dentre diversos tipos de estacas moldadas in loco, destacam-se:

- estaca Franki: consistem em estruturas de fundação cuja base é alargada por processo de apiloamento. O processo executivo de estacas Franki padrão tem início com a cravação, através de golpes sucessivos de um pilão, de um tubo metálico cuja ponta é preenchida por uma bucha seca (tampão granular, em geral, constituído de brita e areia ou concreto magro). A seguir, executa-se o alargamento da base através de apiloamento do material granular, que pressiona o solo adjacente formando um bulbo, conforme pode ser visualizado na Figura 5. Por fim, realiza-se o posicionamento da armadura e posterior concretagem do furo, concomitantemente com a retirada do tubo metálico.

Figura 5 – Etapas de execução de estaca Franki

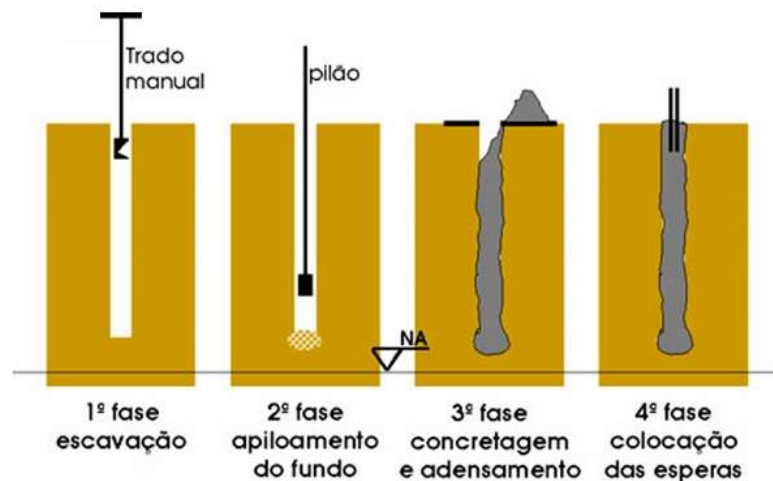


Fonte: Hachich et al. (1998).

De acordo com Hachich et al. (1998), estacas do tipo Franki possuem como vantagens sua elevada resistência, apresentando altas capacidades de carga, além de poderem ser executadas abaixo do nível d'água, sendo ideais para solos submersos. Porém, estas estruturas geram altos índices de vibração durante sua execução, podendo causar interferências em estruturas vizinhas, logo, não é recomendada sua utilização nas proximidades de edificações sensíveis a vibrações;

- estaca broca: segundo Rebello (2008), a estaca broca é um tipo de fundação moldada in loco, como pode ser observado na Figura 6, através de perfuração do solo com auxílio de um trado rotativo (também denominado broca), seguida de preenchimento do furo com concreto, sem que seja executado qualquer tipo de revestimento adicional. Consiste em um modelo de fundação profunda de baixo custo e fácil execução, entretanto, apresenta algumas desvantagens, como a limitação na profundidade máxima permitida para esta estaca, que é de apenas 6 metros, para não prejudicar a verticalidade da estrutura, além do fato desta fundação não poder ser utilizada abaixo do nível d'água, uma vez que o acúmulo de água no furo pode prejudicar a concretagem;

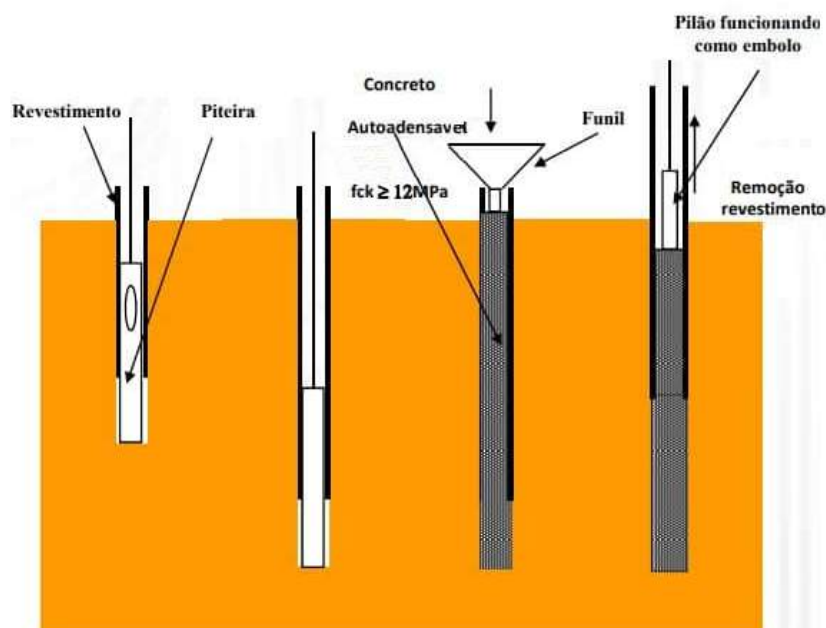
Figura 6 – Esquema de execução de estaca broca



Fonte: Rebello (2008).

- estaca Strauss: este tipo de estaca caracteriza-se por ser executada através de escavação do solo via sonda ou piteira (balde Strauss), seguida de revestimento total ou parcial do furo com tubos metálicos rosqueáveis, e posterior concretagem in loco. A Figura 7 apresenta o esquema de execução de uma estaca Strauss.

Figura 7 – Etapas de execução de estaca Strauss

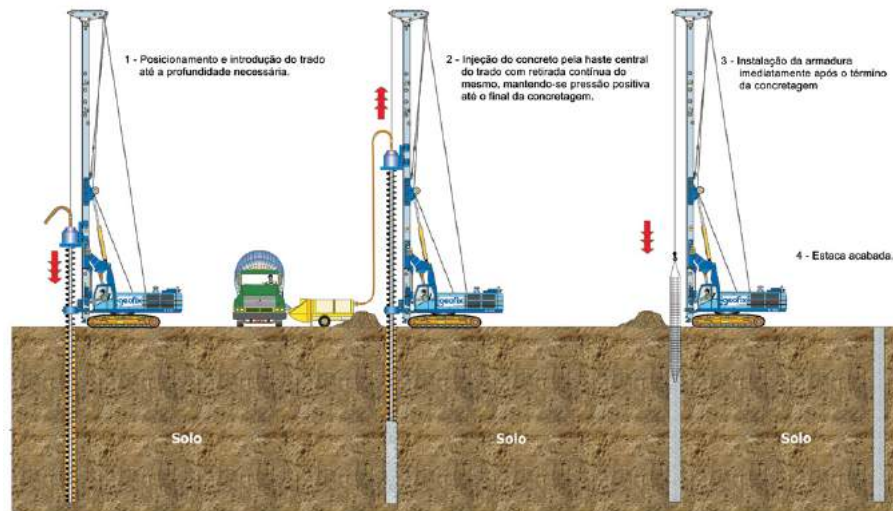


Fonte: Total Construção (2021).

Dentre as vantagens da utilização desse tipo de estaca Rebello (2008) destaca o uso de equipamentos simples e leves, que podem ser transportados em qualquer tipo de terreno, sendo ideais para construções em regiões acidentadas, e a ausência de vibrações durante a execução. Porém, o autor salienta que este modelo de fundação não é recomendado em caso de escavações abaixo do nível d'água e em solos moles (argilas saturadas ou areias submersas), pois nesses casos há o risco de ocorrência de estrangulamento do fuste durante a concretagem;

- estaca hélice contínua: estas fundações caracterizam-se por processo de escavação do solo via trado rotativo helicoidal e posterior concretagem através de haste central localizada no próprio trado, simultânea a retirada do mesmo, conforme pode ser observado na Figura 8. Após a concretagem, o processo é finalizado com a colocação da armadura.

Figura 8 – Esquema de execução de estaca hélice contínua

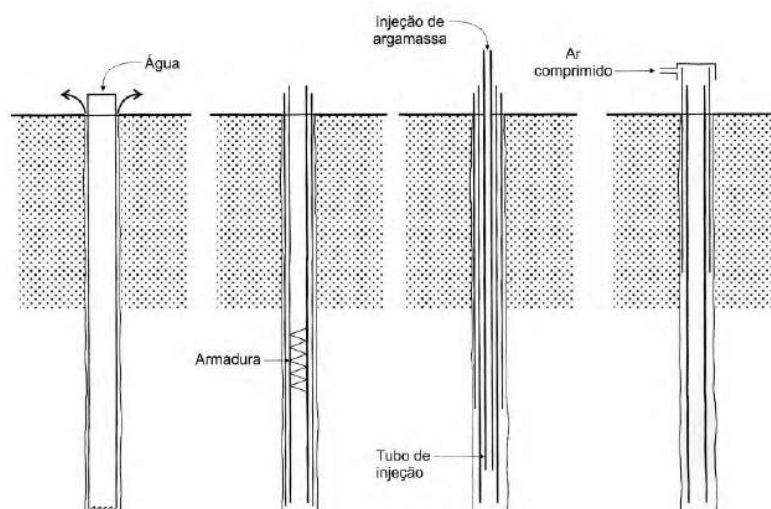


Fonte: Geofix (2021).

De acordo com Rebello (2008), a estaca hélice consiste em um dos modelos de fundação profunda com mais alto controle executivo e de qualidade, uma vez que todo o seu processo de execução é monitorado eletronicamente. Essas estruturas apresentam alta produtividade e podem ser executadas em quase todo tipo de solo, inclusive abaixo do nível d'água, além disso, não provocam vibrações no solo durante sua construção. Como pontos negativos, citam-se o custo elevado (o número de estacas deve compensar o custo de mobilização do maquinário), e o fato dessas estruturas requererem equipamento de grande porte, necessitando terrenos planos para sua locomoção, não sendo indicadas para relevos acidentados;

- estaca raiz: segundo Velloso e Lopes (2010), o processo de execução de estacas raiz consiste de perfuração rotativa do solo, seguido de aplicação de revestimento metálico no furo e posicionamento da armadura, e, finalmente, preenchimento da perfuração com argamassa de cimento e areia, adensada por pressão, em geral, de ar comprimido. O procedimento de execução pode ser visualizado na Figura 9.

Figura 9 – Esquema de execução de estaca raíz



Fonte: Velloso e Lopes (2010).

Um das grandes diferenças das estacas raiz, com relação aos modelos anteriormente citados, é o fato destas estruturas poderem ser executadas com diferentes angulações no terreno, sendo muito utilizadas para contenção de encostas, por exemplo. Além disso, sua execução não produz vibrações no solo, e, quando da utilização de ferramentas adequadas, essas estacas podem até atravessar blocos de rocha ou peças de concreto (utilização como reforço de fundações pré existentes).

- c) estacas mistas: consistem em sistemas de fundação que resultam da combinação entre elementos pré moldados e elementos moldados in loco (ou ainda, da combinação de elementos constituídos de diferentes materiais), podendo ser fruto da associação de quaisquer tipos de estacas descritos, embora algumas combinações sejam mais usuais que outras. Uma das combinações mais comuns consiste na associação entre uma base moldada in loco e um fuste pré moldado, cravado posteriormente. Tal combinação é muito utilizada em solos de alta resistência, em que a cravação não é viável nas regiões mais profundas.

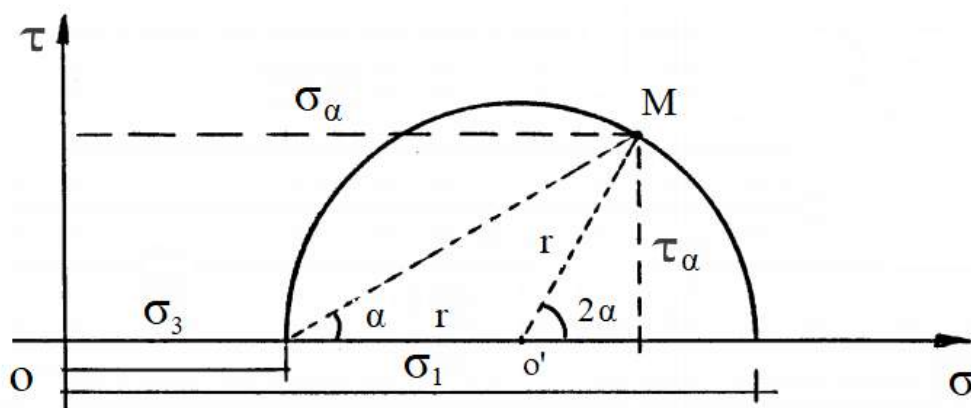
2.1.2 Critério de falha de Mohr-Coulomb e envoltória de ruptura dos solos

Simular o comportamento de estruturas complexas como solos consiste em um grande desafio da modelagem computacional, uma vez que o solo é um meio heterogêneo, composto por diversos materiais dotados de diferentes características e propriedades. Diversas são as metodologias e critérios existentes, sejam estes teóricos ou empíricos, que permitem a obtenção de resultados satisfatórios em se tratando da determinação do comportamento e dos parâmetros de resistência dos solos, essenciais para a elaboração de projetos de estruturas de fundações. A escolha da metodologia mais adequada deve ser realizada caso a caso, de acordo com o problema a ser analisado.

Para a realização da modelagem do problema solo-fundação estudado optou-se pela utilização do modelo constitutivo de solo elastoplástico com critério de falha de Mohr-Coulomb, que permite simular com boa precisão o comportamento heterogêneo dos solos, uma vez que utiliza como base métodos, em boa parte, de origem empírica. A seguir, descreve-se, de forma breve, os princípios empregados no desenvolvimento dessa teoria.

Estudos realizados por Labuz e Zang (2012) acerca do critério de falha de Mohr-Coulomb, explicam que, segundo a metodologia proposta por Mohr é possível, através das tensões máxima e mínima atuantes em determinado ponto do solo (σ_1 e σ_3 , respectivamente), construir o chamado Círculo de Mohr. Tal círculo, ilustrado na Figura 10, em seu estado plano, representa o lugar geométrico dos pontos de coordenadas σ e τ , que definem o estado de tensões em um ponto no interior de uma massa de solo.

Figura 10 – Estado de tensões em um ponto no solo segundo o Círculo de Mohr



Fonte: Adaptado de Marangon (2018).

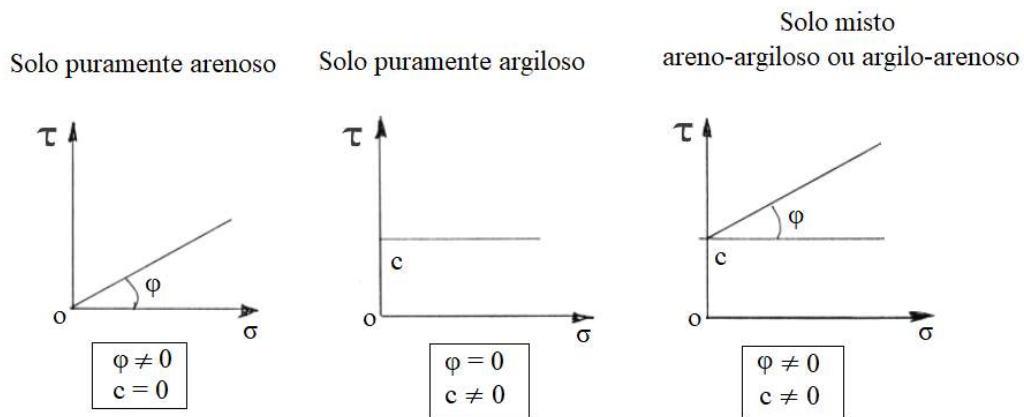
Por sua vez, os estudos realizados por Coulomb mostram que a resistência interna dos solos, representada pela tensão cisalhante, τ , é fruto do somatório da resistência gerada pela tensão normal, σ , que promove o atrito entre os grãos que compõe o solo (traduzido no ângulo de atrito, ϕ), com a resistência oriunda da ligação físico-química existente entre esses grãos (representada pela coesão, c). Tal somatório encontra-se descrito na Eq. (2.1).

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (2.1)$$

A partir da Eq. (2.1) é possível, com base nas tensões normal e cisalhante correspondente para diferentes pontos no interior do solo, obter a chamada Envoltória de Coulomb, na qual os pontos de coordenadas (σ, τ) que encontram-se abaixo da linha delimitada pela equação da reta, encontram-se em equilíbrio.

A Figura 11 apresenta a envoltória de Coulomb para diferentes tipos de solo. Observa-se que solos puramente granulares (arenosos) não possuem coesão entre os grãos ($c = 0$), ao passo que solos puramente finos (argilosos) não possuem atrito interno entre as partículas que os compõe ($\phi = 0$). Entretanto, grande parte dos solos que encontramos na prática é composta por uma mistura de frações finas e granulares, caracterizando-se como solos mistos.

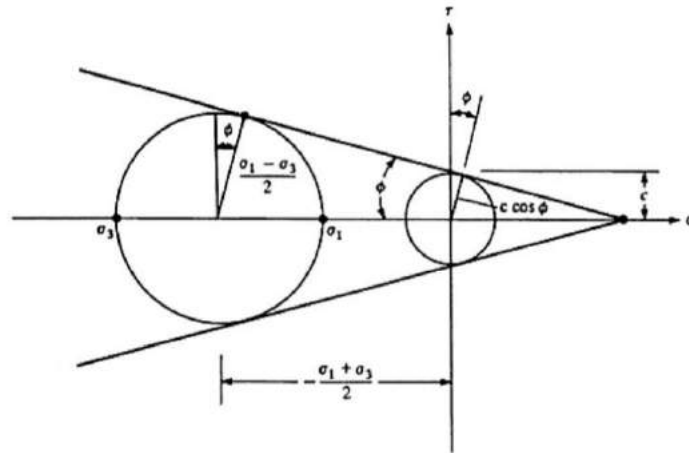
Figura 11 – Envoltórias de cisalhamento para diferentes tipos de solo segundo Coulomb



Fonte: Adaptado de Marangon (2018).

Combinando-se as duas metodologias descritas, foi elaborado o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, em que, através da construção de diferentes Círculos de Mohr, para diferentes pontos do solo avaliados, é possível determinar uma reta tangente que representa a chamada Envoltória de ruptura do solo, tal como pode ser observado na Figura 12, que nada mais é que a mesma reta proposta pela envoltória de Coulomb.

Figura 12 – Envoltória de Ruptura do solo segundo o critério de Mohr-Coulomb



Fonte: Adaptado de Chen e Saleeb (1982).

Tal envoltória também pode ser descrita matematicamente segundo a Eq. (2.2), que correlaciona as tensões principais e os parâmetros de resistência interna do solo (c e ϕ). Dessa forma, a reta que constitui a envoltória de ruptura representa o lugar geométrico dos pontos correspondentes ao plano de ruptura do solo.

$$\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) + \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) \sin \phi - c \cos \phi = 0 \quad (2.2)$$

Devido à sua eficiência na representação do comportamento heterogêneo dos solos, a metodologia de simulação de solos baseada no modelo de Mohr-Coulomb é amplamente utilizada em conjunto com o método dos elementos finitos no estudo de fundações e geotecnia (CHEN; SALEEB, 1982).

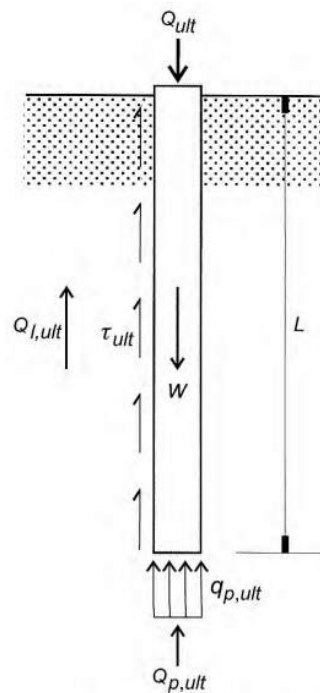
2.1.3 Capacidade de carga geotécnica de fundações profundas

Assim como na determinação do critério de ruptura dos solos, também existem diversas metodologias para se determinar a capacidade de carga geotécnica dos solos, que, como já mencionado, consiste na carga limite máxima (Q_{ult}) que o conjunto solo-fundação é capaz de suportar sem que haja a ruptura do mesmo.

Velloso e Lopes (2010) definem que, sob o ponto de vista estático, o equilíbrio entre solo e fundação se dá através do equilíbrio entre as forças: carga aplicada (Q_{ult}), peso próprio da fundação (W) e resistência oferecida pelo solo que, por sua vez, se divide em resistência lateral ($Q_{l,ult}$) e resistência de ponta ($Q_{p,ult}$). O equilíbrio descrito, representado pela Eq. (2.3), pode ser observado na Figura 13.

$$Q_{ult} + W = Q_{p,ult} + Q_{l,ult} \quad (2.3)$$

Figura 13 – Esforços atuantes em Fundações por Estaca



Fonte: Velloso e Lopes (2010).

A parcela de resistência de ponta, para uma estaca de base circular, pode ser calculada, segundo a formulação prescrita por Terzaghi, de acordo com a Eq. (2.4) e a Eq. (2.5).

$$Q_{p,ult} = A_b Q_p \quad (2.4)$$

$$Q_p = 1,2cN_c + \gamma L N_q + 0,6\gamma(B/2)N_\gamma \quad (2.5)$$

Nas expressões, Q_p representa a resistência de ponta unitária, A_b e B representam a área da seção transversal e o diâmetro da estaca, c e γ representam a coesão e o peso específico do solo, e N_c , N_q e N_γ são os chamados fatores de capacidade de carga do solo, determinados de acordo com o ângulo de atrito interno (ϕ) do mesmo e consultados em tabelas de correlação elaboradas por diversos autores, como Bowles (1968).

Já a parcela de resistência de fuste, ou resistência lateral, é calculada segundo a Eq. (2.6) e a Eq. (2.7).

$$Q_{l,ult} = U \sum (\tau_l \Delta_l) \quad (2.6)$$

$$\tau_l = c + \sigma_h \mu \quad (2.7)$$

Nas equações citadas, U representa o perímetro da estaca (suposto constante), τ_l representa a resistência lateral unitária associada à camada de solo (Δ_l) avaliada, σ_h corresponde à tensão horizontal contra a superfície lateral da estaca e μ equivale ao coeficiente de atrito do solo, sendo $\mu = \tan\phi$.

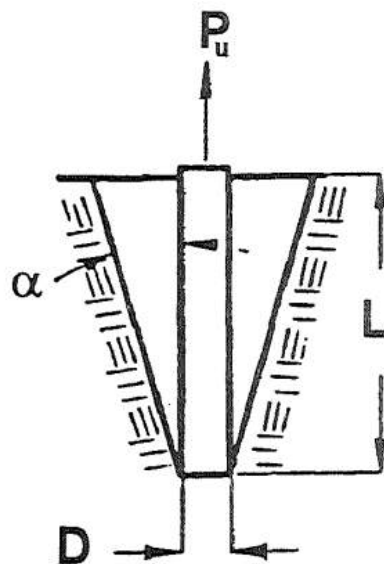
O cálculo da capacidade de carga geotécnica teórica de fundações é de grande relevância, uma vez que permite ajustar, por exemplo, modelos computacionais de sistemas solo-fundação, a fim de se proporcionar a obtenção de resultados numéricos condizentes aos que seriam obtidos em uma análise de campo.

2.1.4 Capacidade de carga ao arrancamento de fundações

Ainda que boa parte dos sistemas de fundações empregados na atualidade baseiem-se em carregamentos de compressão, existem muitos modelos estruturais de fundações que trabalham à tração. Como exemplos pode-se citar: construções rurais, dentre estas galpões metálicos e silos verticais (PASCHOALIN FILHO; CARVALHO, 2010); torres de linhas de transmissão; além de edificações portuárias e estacas torpedo (DANZIGER, 1983), estruturas que funcionam como âncoras para a fixação de plataformas de petróleo em alto mar (off-shore). Para tais sistemas estruturais, determina-se a chamada capacidade de carga ao arrancamento, que consiste na carga máxima de tração a ser aplicada no sistema solo-fundação sem que ocorra a ruptura do mesmo.

Existem vários métodos que podem ser empregados no cálculo da capacidade de carga ao arrancamento teórica de fundações. Dentre estes, o mais antigo e mais utilizado atualmente no Brasil consiste no método do Tronco de Cone. Segundo a metodologia descrita por Campelo (1994), a capacidade de carga ao arrancamento com base nesse método é calculada através do somatório dos pesos da estrutura de fundação (P_f) e do solo (P_s) contido em um tronco de cone cuja geratriz forma um ângulo α com a vertical, além disso sua base menor deve corresponder à base da fundação (circular ou retangular) e sua base maior, à interseção da superfície lateral com o nível do terreno. O esquema descrito pode ser observado na Figura 14

Figura 14 – Esquemática do Método do Tronco de Cone



Fonte: Campelo (1994).

Desta forma, a carga última à tração (P_u) é determinada segundo a expressão descrita na Eq. (2.8).

$$P_u = P_f + P_s \quad (2.8)$$

Considerando-se uma fundação por estaca de base circular de diâmetro D e comprimento L , pode-se desenvolver tal expressão de acordo com a Eq. (2.9).

$$P_u = P_f + C_1 L + C_2 L^2 + C_3 L^3 \quad (2.9)$$

Os valores de C_1 , C_2 e C_3 encontram-se, respectivamente, na Eq. (2.10), Eq. (2.11) e Eq. (2.12), em que γ corresponde ao peso específico do solo de assentamento da fundação.

$$C_1 = \left(\frac{\pi}{4}\right) D^2 \gamma \quad (2.10)$$

$$C_2 = \left(\frac{\pi}{2}\right) D \gamma \tan \alpha \quad (2.11)$$

$$C_3 = \left(\frac{\pi}{3}\right) \gamma (\tan \alpha)^2 \quad (2.12)$$

O ângulo α também é chamado de ângulo de mobilização do tronco de cone, e sua determinação consiste na maior incerteza relacionada ao método, uma vez que existem várias discussões de diversos autores acerca de como representá-lo.

De maneira geral, as pesquisas sobre o parâmetro α levam a crer que o mesmo depende de parâmetros do solo tais como o ângulo de atrito interno ϕ , a coesão c , o peso específico γ e a profundidade de assentamento, além de propriedades da própria estrutura de fundação, como dimensões, forma da base e modo de instalação. Entretanto, usualmente, utiliza-se como base ângulos variando de $\alpha = 15^\circ$ até $\alpha = 30^\circ$ pois, dentro desta faixa, as cargas de arrancamento teóricas mostram-se mais próximos das extraídas de ensaios realizados em campo (CAMPELO, 1994).

A utilização do método do Tronco de Cone apresenta vantagens como a facilidade de aplicação e cálculo simplificado da carga de arrancamento. Entretanto, trata-se de uma metodologia antiga que não explica a ruptura de acordo com os conceitos mais recentes de mecânica dos solos, além disso, a incerteza acerca do parâmetro α leva a resultados não muito precisos. De qualquer forma, trata-se de uma metodologia amplamente utilizada que pode fornecer uma boa base para a determinação da carga de arrancamento teórica de fundações em geral.

2.2 TRABALHOS SOBRE BIOMIMÉTICA E GEOMETRIAS RAMIFICADAS

A ramificação está presente de infinitas formas na natureza, contemplando fauna e flora, como já mencionado. Sendo assim, pode-se dizer que a natureza é a principal fonte de inspiração para o trabalho realizado. Nesse contexto, o estudo da relação entre natureza e ciências e suas aplicações em engenharia civil é de grande relevância para a pesquisa desenvolvida.

2.2.1 Biomimética e o estudo da natureza como inspiração para o conhecimento

Não é recente o estudo de comportamentos presentes na natureza e sua aplicação nos mais diversos campos do conhecimento. A biomimética, ciência que busca estudar, aprender e replicar modelos de desenvolvimento naturais, vem desempenhando um importante papel na história da humanidade. Segundo Martins (2012), a biomimética busca analisar a natureza como um modelo a ser estudado e entendido, para que seja possível conhecer suas configurações, processos e sistemas. Trata-se de um ramo da ciência que busca aprender com a natureza, buscando formas sustentáveis de tirar proveito de toda a sua vastidão, ao invés de simplesmente extrair seus recursos de forma indiscriminada.

Embora o termo Biomimética seja relativamente recente, proposto inicialmente por Janine M. Benyus (BENYUS, 1997), em 1997, em seu livro "*Biomimicry: Innovation Inspired by Nature*", o aprendizado do homem através da observação da natureza remete aos tempos pré-históricos, em que nossos antepassados começaram a imitar comportamentos observados nos animais, tais como a utilização de peles para se aquecerem e ossos e chifres como armas para caça e defesa, conforme estudado por Navarro (2006). Desde estes tempos remotos até os dias atuais, o estudo da biomimética se faz presente em grande parte, senão na totalidade, dos campos de estudo das ciências modernas, abrangendo desde as ciências humanas e biológicas até as ciências exatas, como é o caso da engenharia civil.

É possível observar, em diversas edificações, formas e padrões que remetem a natureza, até mesmo em construções muito antigas. Um dos maiores exemplos consiste na catedral da Sagrada Família em Barcelona, na Espanha, projetada pelo arquiteto Antoni Gaudí em 1883. Segundo Almeida (2011), o arquiteto se inspirou em florestas para projetar as colunas que compõe o templo. Tais estruturas possuem o formato de árvores e se ramificam para dar sustentação a abóbada e o telhado, conforme pode ser visto na Figura 15.

Figura 15 – Colunas centrais da catedral da Sagrada Família em Barcelona - Espanha



Fonte: Deutsche Welle (2021).

Vale citar que, tamanha a grandiosidade do monumento arquitetônico, a catedral encontra-se em construção até os dias atuais, sendo que Gaudí deixou projetos e modelos a serem seguidos por seus sucessores ao longo da construção. Estima-se que, após sua finalização, prevista para 2026, cem anos após a morte do arquiteto, a edificação, hoje declarada patrimônio mundial pela UNESCO, se torne a igreja mais alta do mundo.

Com o passar dos anos, o número de edifícios inspirados na natureza cresceu de forma acelerada e, na atualidade, tais edificações têm se tornado uma forte tendência arquitetônica. De acordo com Detanico et al. (2010), dois exemplos, extremamente atuais e modernos, são o Ninho de Pássaro e o Cubo D'água, construídos na China, para os jogos olímpicos de 2008. O primeiro, mostrado na Figura 16, consiste em um estádio cujas arquibancadas são cobertas por vigas e treliças de aço entrelaçadas, que lembram a forma e configuração de ninhos de pássaros. Já o segundo, apresentado na Figura 17, consiste em um edifício construído para abrigar as modalidades aquáticas a serem disputadas durante a realização dos jogos, cuja estrutura metálica de base e design externo foram inspirados na geometria e formato de bolhas.

Figura 16 – Beijing Nacional Stadium



Fonte: Wordpress (2021).

Figura 17 – Edifício Cubo D'água em Pequim, durante construção



Fonte: Primavera Pequim (2021).

Essas e outras centenas de edificações, construídas por muitos engenheiros e arquitetos ao longo dos últimos séculos, são exemplos de aplicações da Biomimética na prática em engenharia civil. Os exemplos aqui citados evidenciam como o aprendizado com a natureza e a réplica de suas geometrias e formatos pode ser fonte de inspiração, não só no campo da construção civil, mas também em diversas outras áreas do conhecimento.

2.2.2 Estudos sobre ramificação na natureza e suas aplicações

À primeira vista, sistemas ramificados naturais podem passar despercebidos para as pessoas em geral, mas basta um olhar mais atento para constatar sua onipresença. É possível observar a presença da ramificação em escalas micro e macro, compreendendo desde os menores elementos até os mais monumentais. Um exemplo interessante da ramificação em pequenos elementos são as teias de aranha (Figura 18), comparadas por Kim e Park (2018) a estruturas de cabos, muito utilizadas em engenharia civil. Assim como os cabos, as teias de aranha possuem uma distribuição geométrica que possibilita o vencimento de grandes vãos e espaços de forma a gerar uma estrutura final de peso reduzido, conferindo leveza e estabilidade simultaneamente.

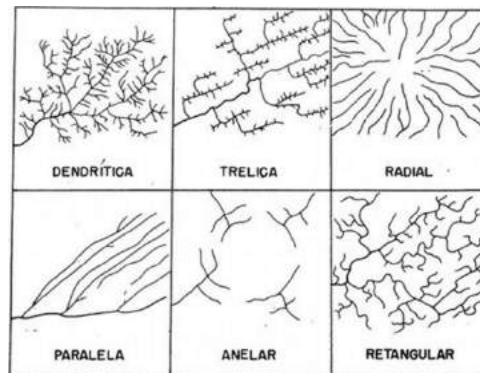
Figura 18 – Exemplo de geometria de uma teia de aranha



Fonte: Kim e Park (2018).

Já em se tratando da ramificação em grande escala, podemos citar como exemplo os canais de redes fluviais, extensos corpos d'água que podem cobrir milhares de quilômetros sobre a superfície terrestre. De acordo com Manna (1998), canais fluviais são corpos hidricos compostos por um rio principal que se ramifica, dando origem a diversos cursos d'água menores, organizados hierarquicamente segundo uma ordem decrescente de comprimentos e capacidades de fluxo. Um fato interessantes é o de que a ramificação em redes de rios pode ocorrer segundo diversos padrões de drenagem, conforme pode ser observado na Figura 19, mostrando que a ramificação é um fenômeno adaptável, que pode ser moldado segundo as necessidades de cada sistema em particular.

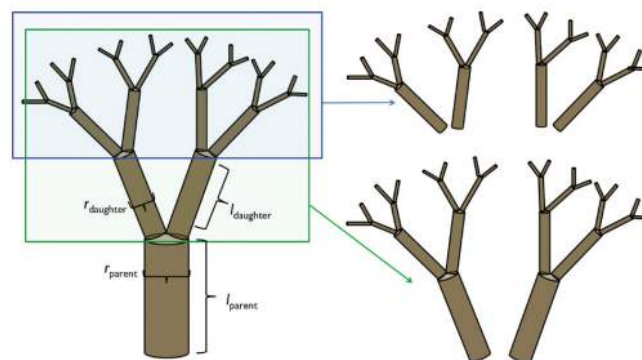
Figura 19 – Padrões de ramificação em redes fluviais



Fonte: Sobre Geologia (2021).

Além dos exemplos citados e de tantos outros mais, uma das formas de ramificação mais encontradas na natureza, e talvez uma das mais evidentes, consiste na ramificação presente em plantas e árvores, conforme já mencionado. Segundo Ferreira Filho (2015), a formação de uma árvore se dá através do desenvolvimento de um pequeno broto, que se divide em ramos que, por sua vez, se dividem em novos ramos, em um processo contínuo. Desta forma, pode-se dizer que uma árvore nada mais é do que um conjunto de árvores menores que a compõe, que se ramificam em um padrão de repetição que configura a auto-similaridade do processo evolutivo da árvore (Figura 20).

Figura 20 – Padrão de repetição de geometrias no desenvolvimento de uma árvore



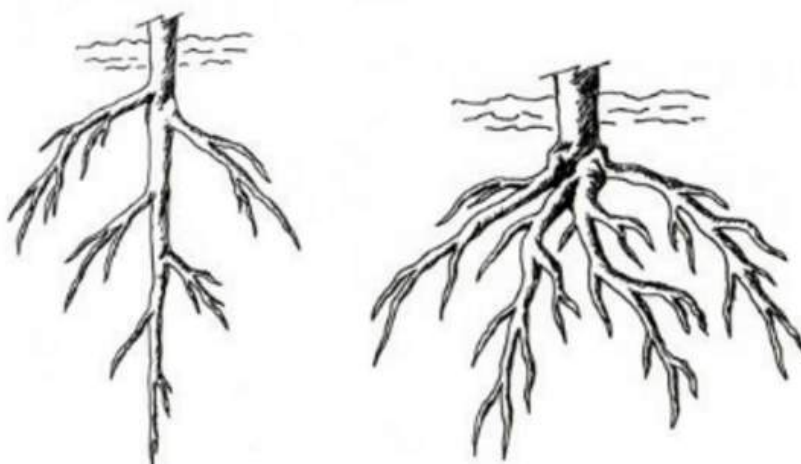
Fonte: Bentley et al. (2013).

Diversos pesquisadores já estudaram o processo de ramificação em árvores, bem como suas origens e fatores de influência. De acordo com Richter (1970), Leonardo da Vinci foi um dos principais estudiosos que desenvolveu pesquisas acerca desse fenômeno, entre os séculos XV e XVI. Em suas anotações ele aponta que, se agrupados, os galhos que compõem uma árvore possuiriam a mesma área do tronco principal da mesma, discorrendo sobre a existência de um padrão geométrico nesses elementos naturais.

Desde tal época até os tempos atuais, diversas teorias acerca do processo de ramificação em árvores já foram discutidas por muitos pesquisadores. Uma destas teorias, desenvolvida por Eloy (2011), propõe que o processo de ramificação em árvores se dá, dentre outros fatores, de acordo com as solicitações provocadas pela ação dos ventos, de forma que a tensão de flexão provocada pelo vento se mantenha constante ao longo de todo o tronco da árvore, garantindo maior resistência e estabilidade a esses sistemas naturais. Por sua vez, Alves (2015), em seus estudos, observa que a arquitetura de árvores, suas ramificações e a geometria final de suas copas, influenciam diretamente na capacidade de interceptação de água de chuvas por esses elementos. Através de medições reais, a autora mostra que árvores com maiores áreas e volumes de copa são capazes de captar mais água que árvores com menores áreas. Logo, os estudos mostram que, através de processos distintos de ramificação, as árvores podem aumentar sua área superficial e sua capacidade de armazenar água para nutrir sua estrutura.

De maneira semelhante ao processo observado na formação do tronco e dos galhos de uma árvore, padrões de ramificação também são observados no desenvolvimento de raízes em plantas. Em seus estudos, Mickovski (2002) explica que o sistema radicular de vegetais, em geral, se desenvolve de acordo com dois fatores principais: Influências genéticas e fatores externos decorrentes do ambiente e do solo onde a planta se encontra. Dessa forma, o sistema de raízes de uma planta é capaz de se desenvolver segundo a melhor configuração e geometria, para garantir um melhor aproveitamento dos recursos e nutrientes do solo, e, ainda, conferir a resistência necessária para a sustentação da planta acima da superfície. A Figura 21 mostra dois exemplos de geometrias de sistemas radiculares.

Figura 21 – Exemplos de geometrias de raízes de plantas



Fonte: Toda Materia (2021).

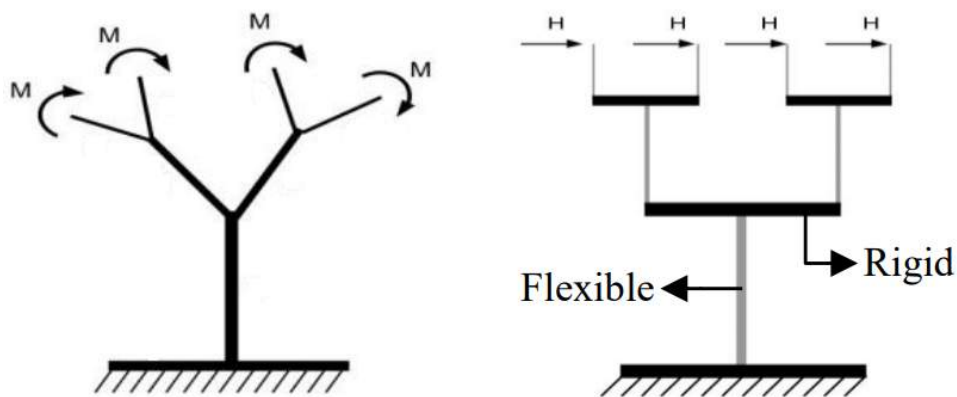
Em seus estudos, Coutts et al. (1999) postula que, em se tratando da resistência ao arracamento promovida por sistemas de raízes em plantas, quanto maior a distância em x e em y (considerando-se um plano cortando o tronco central paralelo à superfície do solo) entre a extremidade de um ramo da raíz e o tronco central da árvore, maior será a ancoragem promovida na estrutura como um todo, pois, dessa forma, maior será o braço de alavanca gerado e, conseqüentemente, maior será o momento necessário para que ocorra o arrancamento da raíz. O autor ainda frisa que, dobrando-se a distância entre a extremidade e o tronco principal, pode-se dobrar a ancoragem do sistema de raízes. De maneira geral, quanto mais ramificada é a raíz, alcançando distâncias cada vez maiores de seu ramo principal, maior será a resistência ao arrancamento possuída por tal sistema natural.

Seguindo por um caminho semelhante, Stokes et al. (1996) também estuda fatores que influenciam na resistência ao arrancamento de raízes. Em sua pesquisa, o autor realiza diversas observações, dentre as quais, pode-se citar: a simetria do sistema de raízes influencia diretamente na capacidade de ancoragem do mesmo, sendo que quanto mais simétrico em relação a seu eixo central a raíz seja, maior será a resistência da árvore como um todo a esforços laterais de vento (COUTTS, 1983); um sistema de raízes com mais ramos de espessuras menores possuirá uma maior área de superfície total, aumentando a resistência e tornando mais eficiente a transferência de cargas e tensões para o solo (ENNOS, 1990); a resistência ao arrancamento de um sistema de raízes aumenta com o aumento da profundidade atingida pelo mesmo no interior do solo, pois, quanto maior é tal profundidade, maior será a resistência ao cisalhamento obtida; Essas e outras observações levam, novamente, a conclusão de que o grau de ramificação do sistema de raízes de uma planta interfere diretamente no beneficiamento de sua resistência mecânica.

Embora o processo de resposta a estímulos mecânicos observada em plantas de maneira geral (que configura o fenômeno da tigmomorfogênese), seja, a nível celular, ainda desconhecido, os estudos desenvolvidos acerca do tema conduzem à conclusão de que esses sistemas naturais são capazes de moldar suas geometrias de forma a garantir o melhor funcionamento de sua estrutura. Plantas e árvores adequam suas formas de maneira a garantir sua sobrevivência nos mais diversos ambientes, seja incrementando sua capacidade de absorção de água e nutrientes do solo ou garantindo a sustentação necessária para resistir a cargas externas provocadas por ventos, chuvas e demais intempéries. A observação desses sistemas ramificados naturais permite comprovar a eficiência da ramificação no incremento de propriedades resistivas de sistemas em geral.

Por fim, cabe citar aqui que alguns estudos já em andamento acerca de possíveis aplicações para geometrias ramificadas, têm levado a resultados promissores, como é o caso da pesquisa desenvolvida por Ribeiro, P. (2016), que propõe a utilização de estruturas ramificadas como base para a geração de energia elétrica. O modelo proposto pela autora consiste de árvores ramificadas artificiais, instrumentadas com material piezelétrico, capaz de converter energia mecânica em energia elétrica. O estudo se baseia na simulação de deformações mecânicas causadas pelo vento nas estruturas ramificadas, através da aplicação de diferentes solicitações, como momentos concentrados ou cargas horizontais concentradas nas extremidades de seus ramos. Os modelos base de árvores ramificadas utilizados pela autora, bem como as propostas de solicitações mencionadas, podem ser observados na Figura 22

Figura 22 – Modelos de árvores estudados por Ribeiro, P. (2016)



Fonte: Adaptado de Ribeiro, P. (2016).

Através de análises matemáticas e numéricas, os estudos buscaram compreender os esforços gerados por essas solicitações, de maneira a se alcançar uma maior geração de energia. Ao longo do desenvolvimento da pesquisa (RIBEIRO, P. et al., 2019), foi constatado que os parâmetros geométricos de geração da estrutura ramificada influenciam diretamente na quantidade de energia produzida. Além disso, observou-se que é possível obter um conjunto de parâmetros tal que seja capaz de gerar uma geometria cujas solicitações gerem mínima tensão no ramo central da estrutura e máxima energia em suas extremidades. Logo, esses estudos também apontam para a ramificação como instrumento para a maximização de propriedades de interesse em estruturas. A aplicação de estruturas ramificadas no campo da geração de energia renovável é de grande relevância, uma vez que fornece uma alternativa às fontes de energia convencionais, que tem se tornado cada vez mais escassas na atualidade.

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA GEOMETRIA RAMIFICADA

Para construir a geometria proposta, foram realizados diversos estudos teóricos e matemáticos envolvendo parâmetros de geração pré determinados. A seguir, são descritas as formulações utilizadas na geração do modelo de fundação ramificado e no desenvolvimento das expressões de maximização de área de superfície e otimização da geometria gerada.

3.1 PARÂMETROS E EQUAÇÕES PARA GERAÇÃO DA GEOMETRIA RAMIFICADA

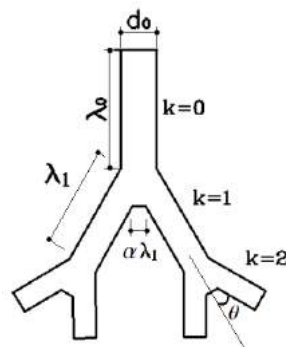
Para a concepção do modelo de fundação proposto, foram considerados os seguintes parâmetros de geração, que funcionam como dados de entrada para a geometria da estrutura: o número de ordens, n , que a fundação ramificada possuirá, a quantidade de ramificações ou ramos posteriores, b , provenientes de cada ramo anterior ou ramo "pai", além dos parâmetros d e λ , que indicam, respectivamente, as proporções de diâmetro e comprimento existentes entre ordens sucessivas, sendo estes últimos, os parâmetros que ditam o crescimento/descrescimento da fundação como um todo.

O primeiro ramo da fundação, também chamado de ramo inicial ou ramo progenitor, constitui a primeira ordem da estrutura, ou seja, a ordem $k = 0$, tendo, portanto, comprimento λ_0 e diâmetro d_0 . Cada elemento pertencente à uma ordem k se divide em b elementos na ordem posterior $k + 1$, de tal forma que o número de elementos N_k constituintes da ordem k pode ser obtido segundo a Eq. (3.1).

$$N_k = b^k \quad (3.1)$$

A Figura 23 mostra um exemplo de modelo ramificado, em representação bidimensional, com $n = 3$ ordens e $b = 2$ ramos provenientes de cada ramo anterior.

Figura 23 – Modelo bidimensional de fundação ramificada com $n = 3$



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O modelo de fundação proposto tem como princípio básico para sua geometria a auto-similaridade, isto é, os parâmetros que correlacionam as ordens que compõem a estrutura devem ser constantes. Assim sendo, adota-se os mesmos valores de b , d e λ para todas as ordens. Além disso, foi adotado ainda λ igual a d , pois desta forma é possível dizer que o sistema possui similaridade geométrica, ou seja, elementos de ordens diferentes, embora possuam tamanhos diferentes, manterão o mesmo formato em todas as ordens, para que a fundação como um todo possa manter seu formato constante.

Um dos princípios utilizados como base para a formulação matemática da geometria ramificada foi o de que o modelo de fundação proposto deveria apresentar gasto material equivalente ao de uma fundação por estaca cilíndrica convencional, sendo assim, ambos os modelos deveriam possuir o mesmo volume. O volume de uma estaca cilíndrica convencional de diâmetro D e comprimento L é dado pela Eq. (3.2).

$$V_{estaca} = \frac{\pi D^2 L}{4} \quad (3.2)$$

Já o volume de uma fundação ramificada com n ordens, obtido através da soma dos volumes de cada elemento cilíndrico que a compõe, é dado pela Eq. (3.3)

$$V = \sum_{k=0}^{n-1} \left[\frac{N_k (\pi d_k^2 \lambda_k)}{4} \right] \quad (3.3)$$

A formulação proposta determina que o diâmetro do ramo progenitor, d_0 , deva ser o mesmo do adotado para a estaca padrão, ou seja, $d_0 = D$. Sendo assim, de acordo com Souza e Barros (2016), é possível determinar o comprimento do ramo progenitor, λ_0 , igualando-se as Eq. (3.2) e (3.3). A expressão que descreve λ_0 encontra-se na Eq. (3.4), em que $\gamma = b/\lambda$.

$$\lambda_0 = L \left[\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right]^{-1} \quad (3.4)$$

Cabe destacar aqui uma breve análise matemática acerca da expressão de λ_0 . Em primeiro lugar, é possível observar que, para $\gamma > d^2$, o valor da parcela de somatório na Eq. (3.4) tenderá a infinito, logo, seu inverso tenderá a zero. Tal fato indica que, à medida que o valor de n aumenta, mais próximo de zero será o valor de λ_0 . Considerando-se aplicações práticas, deseja-se garantir um comprimento finito para o ramo progenitor à medida que se aumenta o valor de n , logo, neste trabalho, será considerado que $\gamma \leq d^2$.

Em segundo lugar, como foi considerado na expressão o parâmetro $\gamma = b/\lambda$, é válida uma avaliação dos diferentes valores que este pode assumir e seus impactos na geometria da fundação como um todo.

Quando se considera $\gamma > 1$, pode-se dizer que $b/\lambda > 1$ e, portanto, $b > \lambda$. Isto indica que o decréscimo no comprimento de cada ordem k é inferior ao número de filhos em cada ramificação, o que resulta em um aumento do comprimento total ($N_k \lambda_k$) da ordem e , conseqüentemente, em um maior preenchimento do espaço pela fundação. Por outro lado, quando se considera $\gamma < 1$, pode-se dizer que $b/\lambda < 1$ e, portanto, $b < \lambda$. Logo, o decréscimo no comprimento de cada ordem k será superior ao número de filhos da mesma, o que resultará em uma redução no comprimento total ($N_k \lambda_k$) da ordem e , conseqüentemente, em um menor preenchimento do espaço pela fundação.

A análise dos impactos da utilização de modelos com $\gamma > 1$ e $\gamma < 1$ pode levar a constatações importantes acerca das propriedades físicas e mecânicas de geometrias ramificadas. Entretanto, tal análise não foi aprofundada ao longo do desenvolvimento desta pesquisa, devendo, portanto, ser estudada posteriormente em pesquisas futuras.

Finalmente, para fechar a formulação matemática do modelo ramificado, são determinadas as expressões que definem os comprimentos e diâmetros das demais ordens que compõe a estrutura, que se encontram nas Eq.(3.5) e Eq. (3.6), respectivamente.

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k / \lambda \quad (3.5)$$

$$d_{k+1} = d_k / d \quad (3.6)$$

Cabe destacar a presença de dois elementos geométricos que, apesar de não estarem presentes no desenvolvimento matemático das expressões que determinam os comprimentos e diâmetros das ordens que compõem a estrutura, são de grande relevância na concepção dos modelos ramificados. O primeiro elemento é o chamado ângulo de ramificação, θ , que consiste na inclinação relativa entre ramos adjacentes da fundação. O valor de θ se mantém constante para todas as ordens constituintes da estrutura.

O segundo elemento consiste nos patamares geométricos presentes nas regiões de encontro entre ramos. Tal elemento é adotado a fim de se reduzir a angulosidade acentuada presente nessas áreas, pois, tal como já pesquisado e comprovado em estudos anteriores (SONCIN, 2019), regiões angulosas em estruturas, em geral, estão sujeitas a significativa concentração de tensões quando da aplicação de carregamentos diversos. Os patamares possuem larguras variáveis, calculadas como sendo uma parcela fixa, α , do comprimento dos ramos de cada ordem que compõe a fundação. Destaca-se que tais patamares só foram inseridos nos modelos ramificados bidimensionais, simulados no Plaxis 2D. Para a construção das geometrias ramificadas tridimensionais, os patamares de ramificação

foram suprimidos, devido à complexidade da inserção dos mesmos através das ferramentas gráficas do software Plaxis 3D. Os parâmetros geométricos ângulo de ramificação (θ) e patamar entre ramos adjacentes (representado pela expressão $\alpha\lambda$), podem ser visualizados na Figura 23.

Em resumo, dadas as dimensões D e L da fundação padrão que servirá de base para a estrutura ramificada e determinando-se os parâmetros básicos para a geração da geometria do modelo (n , b , d , λ , θ e α), é possível gerar uma infinidade de fundações ramificadas.

3.2 MAXIMIZAÇÃO DA ÁREA DE SUPERFÍCIE E EFICIÊNCIA

Tal como já estudado anteriormente ao longo da introdução e da Revisão bibliográfica realizadas, espera-se que fundações que possuem maior área de superfície são capazes de gerar um maior atrito na interface entre o solo e a estrutura, conferindo, conseqüentemente, maiores capacidades de carga aos sistemas de fundação. Neste contexto, a maximização da área de superfície da estrutura de fundação ramificada, quando comparada a uma estaca cilíndrica de mesmo volume, foi adotada como sendo o fator de eficiência mais relevante na concepção das geometrias em estudo.

3.2.1 Definição da eficiência

A área de superfície de uma estaca convencional pode ser dada, segundo a Eq. (3.7) como a área superficial de um cilindro de diâmetro D e comprimento L .

$$S_{estaca} = \pi DL \quad (3.7)$$

Por sua vez, a área de superfície de uma fundação ramificada com n ordens, dada pela Eq. (3.8), é obtida através do somatório das áreas de superfície de todos os elementos cilíndricos que a compõe.

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} [N_k(\pi d_k \lambda_k)] \quad (3.8)$$

Determina-se, então, o fator de eficiência e , como sendo a razão entre a área de superfície total de uma estrutura ramificada e a área de superfície de uma estaca cilíndrica convencional de mesmo volume, ou seja, $e = S/S_{estaca}$. Desenvolvendo-se os termos dessa expressão, é possível obter a Eq. (3.9), tal como descrito por Souza e Barros (2016). Vale lembrar, novamente, que $\gamma = b/\lambda$

$$e = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d}\right)^k}{\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^k} \quad (3.9)$$

3.2.2 Maximização da eficiência em função da proporção de diâmetro ótimo ($d_{\text{ótimo}}$)

Para tornar possível uma análise matemática aprofundada acerca da eficiência associada ao modelo geométrico de fundação proposto, considerou-se que o parâmetro γ possui um valor conhecido (pré estabelecendo-se os valores de b e λ). Logo, uma vez que a Eq. (3.9) depende apenas dos parâmetros d e γ , foi utilizado como referência para a maximização da eficiência, o parâmetro d .

O estudo realizado consistiu em encontrar o valor de d , doravante $d_{\text{ótimo}}$, que coincidissem com um ponto de máximo da função de e , capaz de maximizar, conseqüentemente, a área superficial do modelo de fundação ramificado. Matematicamente, isto equivale a realizar a derivada parcial da Eq. (3.9) com relação ao parâmetro d , e obter o valor de d que faça com que tal derivada valha zero, configurando um ponto crítico da função. Além disso, é necessário verificar se tal ponto crítico consiste em um máximo da função. Para isso, é necessário determinar a derivada segunda da função aplicada à esse ponto e verificar se a mesma possui valor negativo, condição necessária para que um extremo de uma função seja, de fato, um máximo da mesma.

Realizando-se a primeira derivada da Eq. (3.9) em função de d , é possível obter, sem que sejam feitas quaisquer considerações, a Eq. (3.10), deduzida por Souza e Barros (2016).

$$E(d, n) = 2 \left[\sum_{k=0}^{n-1} k \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right] \left[\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d} \right)^k \right] - \left[\sum_{k=0}^{n-1} k \left(\frac{\gamma}{d} \right)^k \right] \left[\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right] \quad (3.10)$$

É necessário eliminar os somatórios da Eq. (3.10), a fim de se tornar viável a continuidade do desenvolvimento da expressão. Para a realização de tal simplificação são utilizadas as séries geométrica (Eq. (3.11)) e aritmético-geométrica (Eq.(3.12)).

$$\sum_{k=0}^{n-1} \alpha^k = \frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1} \quad (3.11)$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} k \alpha^k = \frac{\alpha - \alpha^n}{(1 - \alpha)^2} - \frac{\alpha^n (n - 1)}{1 - \alpha} \quad (3.12)$$

Utilizando-se tais séries, a expressão da derivada da eficiência (Eq. (3.10)) igualada à zero, pode ser transformada na Eq. (3.13). Nota-se que a expressão depende apenas dos parâmetros n , d e γ .

$$2 \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)\right]^2} - \frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n (n-1)}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)\right]} \right] - \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right) - \left(\frac{\gamma}{d}\right)^n}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]^2} - \frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n (n-1)}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]} \right] = 0 \quad (3.13)$$

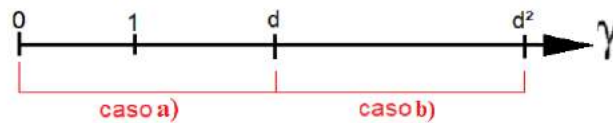
A partir deste ponto do desenvolvimento matemático, não foram visualizadas mais simplificações para a Eq. (3.13) sem que se assumam determinadas considerações a respeito dos valores a serem assumidos pelos parâmetros que compõe a expressão.

Partindo do caso geral onde se admite que $\gamma > 0$ (sendo b e λ sempre valores positivos), $d > 1$ (para garantir que os ramos progenitores sejam sempre maiores que seus filhos) e $\gamma \leq d^2$ (para garantir que o comprimento do ramo progenitor tenha um valor finito), o estudo será separado em dois casos, enumerados nos itens a seguir:

- a) $\gamma < d$;
- b) $\gamma > d$, com $\gamma \leq d^2$.

Os intervalos de estudo podem ser visualizados na Figura 24:

Figura 24 – Intervalos de variação de γ considerando o estudo de casos realizado



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Além disso, visando simplificar o parâmetro n , admite-se que $n \rightarrow \infty$, ou seja, avalia-se $d_{\text{ótimo}}^{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} d_{\text{ótimo}}$. A avaliação da expressão para o caso de n finito será comentada posteriormente.

A partir da análise dos dois casos descritos foi possível, isolando-se o parâmetro d na Eq. (3.13) e utilizando-se artifícios matemáticos apropriados, obter as expressões que descrevem as proporções de diâmetro ótimas para ambos os casos. A expressão que descreve $d_{\text{ótimo}}$ para o caso a) encontra-se na Eq. (3.14) e a expressão para o caso b) encontra-se na Eq. (3.15). Vale destacar que os desenvolvimentos matemáticos utilizados na dedução dessas expressões encontram-se no Apêndice A.

a)

$$d_{\text{ótimo}} = 1 + \sqrt{1 - \gamma} \quad (3.14)$$

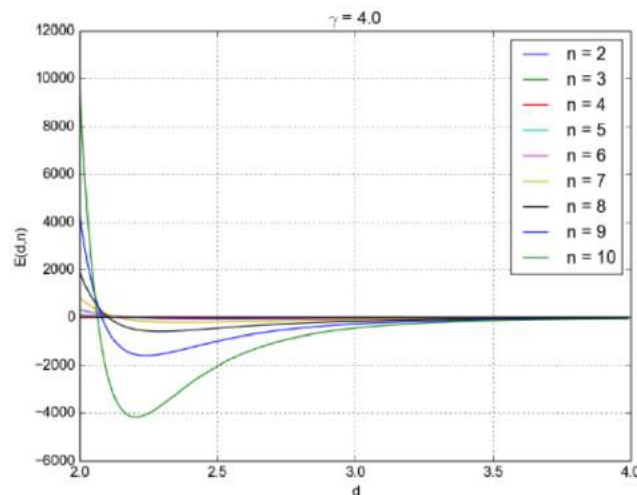
b)

$$d_{\text{ótimo}} = \sqrt{\gamma} \quad (3.15)$$

Como descrito anteriormente, é necessário verificar a derivada segunda nos pontos críticos da função encontrados, que correspondem aos valores de $d_{\text{ótimo}}$ para o caso a) e para o caso b), para a comprovação de que os mesmos representam valores de máximo e, portanto, fatores de maximização da eficiência de fundações ramificadas. Entretanto, este estudo não foi concluído, devendo ser realizado em trabalhos futuros.

Os valores de $d_{\text{ótimo}}$ obtidos para os dois casos em questão foram testados através de um programa desenvolvido em linguagem Python para obter as raízes da função que descreve a derivada da eficiência (Eq. (3.10)) numericamente. A Figura 25 representa um modelo com $\gamma = 4$, em que podem ser observadas as raízes da expressão de $E(d, n)$ para diferentes valores de n . Avaliando-se as curvas representadas é possível observar que tais raízes se aproximam de $d = 2$ ($d_{\text{ótimo}} = \sqrt{\gamma} = 4$) à medida que o valor de n cresce. Tal fato corrobora a expressão proposta pelo caso b) e se encaixa em seus pré-requisitos ($\gamma > d$ e $\gamma \leq d^2$).

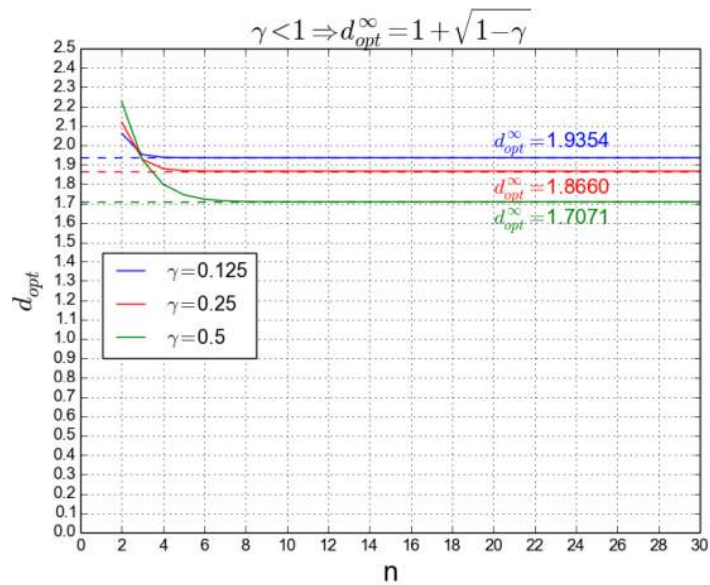
Figura 25 – Raízes de $E(d, n)$ para $\gamma = 4$ e valores de $n = 2$ a $n = 10$



Fonte: Souza e Barros (2016).

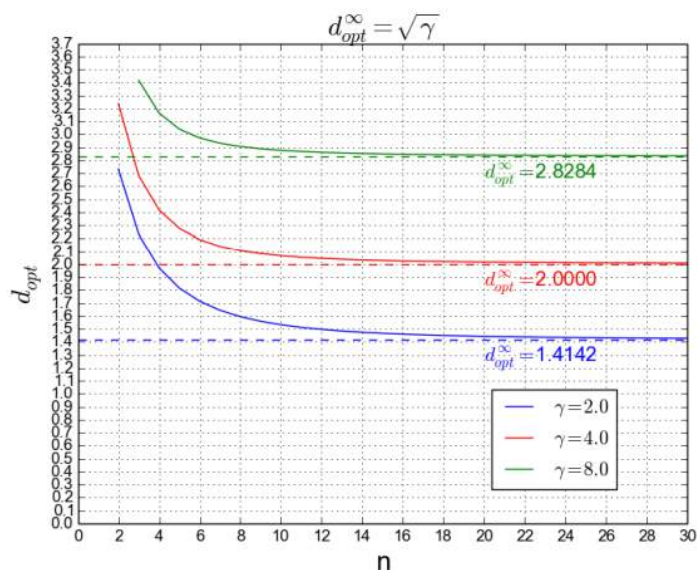
Não foi possível determinar as raízes da equação que descreve a derivada da eficiência (Eq. (3.10)) para valores finitos de n . Entretanto, Souza e Barros (2016) realizaram uma análise numérica utilizando linguagem Python, em que foram determinados os valores de $d_{\acute{o}timo}$ para diferentes valores finitos de n . Os resultados obtidos mostram um comportamento assintótico, em que os valores de $d_{\acute{o}timo}$ tendem, à medida que n aumenta, para os valores propostos pelas expressões de $d_{\acute{o}timo}$ encontradas para $n \rightarrow \infty$, conforme pode ser observado na Figura 26 para o caso a) e na Figura 27 para o caso b).

Figura 26 – $d_{\acute{o}timo}$ vs n para $\gamma < d$ - caso a)



Fonte: Souza e Barros (2016).

Figura 27 – $d_{\acute{o}timo}$ vs n para $\gamma > d$, com $\gamma \leq d^2$ - caso b)



Fonte: Souza e Barros (2016).

4 MODELAGEM COMPUTACIONAL DE FUNDAÇÕES RAMIFICADAS

Para realizar a simulação do modelo de fundação ramificado foi utilizado o software Plaxis 2D/3D, ferramenta computacional que executa a análise numérica dos sistemas inseridos via Método dos Elementos Finitos (MEF), permitindo ainda a simulação da interação entre diferentes meios, o que faz-se necessário uma vez que, no estudo de fundações, é necessário considerar o contato da estrutura com o solo de fundação em que a mesma é assentada (LEE et al., 2002).

4.1 METODOLOGIA DE SIMULAÇÕES VIA PLAXIS

Para a concepção do modelo computacional, inicialmente, é necessário inserir as propriedades e condições dos materiais a serem empregados na análise, que vão interferir diretamente na resistência do sistema solo-fundação e, conseqüentemente, nos resultados obtidos. Neste trabalho optou-se pela utilização do modelo constitutivo de solo elastoplástico, com critério de falha segundo Mohr-Coulomb, devido a sua aplicação amplamente difundida em se tratando de problemas de mecânica dos solos e geotecnia modelados em elementos finitos (SOUZA et al., 2018).

O material escolhido para o solo de fundação foi a argila mole, especificamente da própria biblioteca do Plaxis, "Lesson 2 - Clay", disposta em uma camada única, sob a condição não drenada. Já o material constituinte da estrutura adotado foi o concreto, este com modelagem linear elástica. Vale destacar que o concreto foi tratado sob condição drenada, uma vez que, quando comparado ao solo de fundação em seu entorno, este possui baixa permeabilidade. As Tabelas 1 e 2 contém, respectivamente, as propriedades do solo e do material da estrutura de fundação. O parâmetro E corresponde ao módulo de elasticidade do material, sendo E_{ref} o módulo de elasticidade efetivo e E_{oed} o módulo de elasticidade oedométrico. Já o parâmetro G_{ref} representa o módulo de elasticidade transversal. O parâmetro γ equivale ao peso específico do material, em que γ_{unsat} representa o peso específico não saturado e γ_{sat} , o peso específico saturado. Finalmente, os parâmetros C_{ref} , ϕ e ν equivalem, respectivamente, à coesão efetiva, ao ângulo de atrito interno e ao coeficiente de Poisson do material.

Tabela 1 – Propriedades do solo de fundação - Argila mole

Parâmetro	Valor assumido
$E_{ref}(kN/m^2)$	1,00E+04
$E_{oed}(kN/m^2)$	1,61E+04
$G_{ref}(kN/m^2)$	3003,70
$\gamma_{unsat}(kN/m^3)$	16,00
$\gamma_{sat}(kN/m^3)$	18,00
$C_{ref}(kN/m^2)$	5,00
$\phi(^{\circ})$	25,00
ν	0,35

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 2 – Propriedades do concreto estrutural

Parâmetro	Valor assumido
$E_{ref}(kN/m^2)$	2,00E+07
$G_{ref}(kN/m^2)$	8,33E+06
$\gamma_{unsat}(kN/m^3)$	25,00
$\gamma_{sat}(kN/m^3)$	25,00
ν	0,20

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

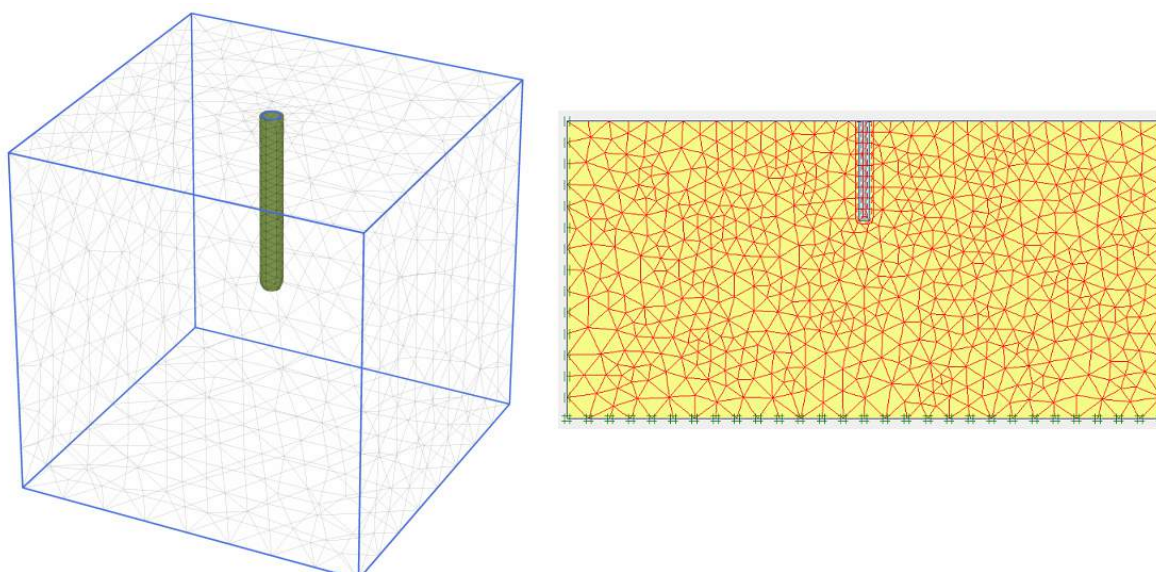
Após a definição dos materiais que compõem o sistema estrutural, insere-se a geometria que delimita o mesmo. As dimensões do domínio de solo adotado para inserção das fundações, sejam no modelo bidimensional ou no tridimensional, são definidas através de repetidas simulações do modelo em espaços diferentes, até que se determine aquele ideal, ou seja, aquele cujas interferências nos resultados devido ao confinamento da estrutura na região sejam pouco significativas. A seguir, é inserida a geometria do elemento de fundação, sempre centralizada dentro do domínio estabelecido, utilizando-se as ferramentas gráficas de cada um dos softwares (2D e 3D). Ressalta-se que as dimensões de todos os modelos de fundação simulados foram determinadas através dos parâmetros que governam a geometria ramificada, calculados segundo a formulação teórica que descreve a mesma.

Tal como já mencionado, o software adotado permite a simulação do comportamento no contato entre solo e estrutura. Sabe-se que o mecanismo de transferência de carga entre estruturas de fundação e seus respectivos solos de assentamento se dá tanto na direção normal, quanto na tangencial. A força normal é transmitida de forma contínua dada a aplicação de um carregamento no conjunto solo-fundação, enquanto que a transferência da força tangencial depende de como se dá o comportamento na interface entre tais componentes, que pode variar de áspero, com nenhum deslizamento relativo entre o solo e a fundação, a liso, onde pode ocorrer o deslizamento relativo entre os materiais.

Para simular o comportamento dessa interface existente entre os diferentes materiais e determinar a parcela de força que é transmitida na direção tangencial, o software, baseado na metodologia de atrito de Mohr-Coulomb, utiliza o parâmetro R_{inter} , que consiste em um fator de redução do coeficiente de atrito, μ , dado por $\mu = \tan\phi$, onde ϕ representa o ângulo de atrito do solo. Nesta etapa do trabalho, foi utilizado $R_{inter} = 0,7$, seguindo-se os estudos realizados por Souza et al. (2018).

Tal como prescreve a modelagem de problemas em elementos finitos, é necessário gerar uma malha (seja ela bidimensional ou tridimensional) que delimite o sistema em análise, em cujos pontos os resultados de interesse serão determinados. O PLAXIS permite gerar a malha de forma automática (malha de elementos triangulares de 15 nós para a modelagem 2D e malha de elementos tetraédricos de 10 nós para a modelagem 3D), sendo necessário somente informar o grau de refinamento desejado para a mesma. Para a modelagem bidimensional, foi utilizada a opção de refinamento "Very Fine", que corresponde ao nível máximo de refinamento permitido pelo software. Já na modelagem tridimensional, optou-se pela opção "Coarse", que apresenta um grau de refinamento menor mas ainda eficiente. A redução do nível de refinamento adotado foi necessária devido ao fato de que as simulações tridimensionais exigem um gasto computacional significativamente maior (em certos casos, são necessários dias para completar uma simulação). Cabe destacar que, em ambas as modelagens (2D e 3D), o software aplica de forma automática um refinamento extra na região que compreende as estruturas de fundação. A Figura 28 representa exemplos de modelos de malhas 3D e 2D.

Figura 28 – Malhas 3D (à esquerda) e 2D (à direita) geradas para um sistema de fundação por estaca convencional



Após a definição de todo o modelo solo-fundação, é possível iniciar a simulação do sistema, que segue a mesma metodologia tanto para os modelos 2D quanto para os modelos 3D. A mesma se baseia em estágios ou fases a serem aplicadas ao modelo estrutural criado. Primeiramente deve-se impor o estágio inicial, denominado "fase inicial", no qual o conjunto estrutural está submetido somente a seu peso próprio, levando ainda em consideração a posição do nível d'água, (N.A). Destaca-se que, em todas as simulações realizadas nesta etapa da pesquisa, o nível d'água foi considerado coincidente com a superfície do terreno. Em seguida, são determinados novos estágios de carregamento, definidos através da aplicação de cargas distribuídas no topo das estruturas, incrementadas gradativamente a cada estágio acrescentado, até que se atinja a ruptura do sistema. Adotou-se um acréscimo de carga de 5 kN/m^2 entre fases sucessivas, o que permitiu obter uma precisão de 5 kN/m^2 na determinação da capacidade de suporte do sistema, equivalente ao último estágio de carregamento imposto, que deflagra a ruptura do modelo.

Para todos os estágios impostos, o software permite o monitoramento das tensões atuantes, bem como deslocamentos, através de imagens e gráficos gerados pelo output do programa. Desta forma, é possível realizar análises detalhadas acerca da eficiência das estruturas simuladas.

4.2 ANÁLISES - PLAXIS 2D

Nesta etapa do desenvolvimento da pesquisa, foram realizadas diversas modelagens computacionais de fundações ramificadas, buscando comparar o desempenho dessas estruturas frente a um modelo convencional de estaca cilíndrico, além de observar o comportamento destas dada a variação de alguns de seus parâmetros de geração. As análises abordadas e os resultados obtidos encontram-se nas seções a seguir.

4.2.1 Avaliação da influência do número de ordens de ramificação

O primeiro estudo realizado nesta etapa consistiu na avaliação, através de simulações bidimensionais, da eficiência do número de ordens de ramificação em uma fundação ramificada, sendo simuladas estruturas com até $n = 5$ ordens. Para a concepção de tais estruturas, foi utilizado como base um modelo de estaca cilíndrica convencional com diâmetro, $d_0 = 0,5 \text{ m}$, e comprimento, $L = 5,0 \text{ m}$. Os parâmetros para a geração das geometrias ramificadas adotados foram: $b = 2$, $\lambda = d = 1,6$, $\theta = 30^\circ$ e $\alpha = 0,6$. Desta forma, utilizando-se as expressões descritas na Formulação Teórica, foram obtidas as dimensões dos modelos de fundação ramificada para $n = 2$ a 5 ordens, que encontram-se nas Tabelas 3 a 6, respectivamente.

Tabela 3 – Dimensões do modelo de fundação com uma ramificação - $n = 2$

ordem k	diâmetro d_k (m)	comprimento λ_k (m)
0	0,50	3,36
1	0,31	2,10

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 4 – Dimensões do modelo de fundação com duas ramificações - $n = 3$

ordem k	diâmetro d_k (m)	comprimento λ_k (m)
0	0,50	2,90
1	0,31	1,81
2	0,20	1,13

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 5 – Dimensões do modelo de fundação com três ramificações - $n = 4$

ordem k	diâmetro d_k (m)	comprimento λ_k (m)
0	0,50	2,71
1	0,31	1,70
2	0,20	1,06
3	0,12	0,66

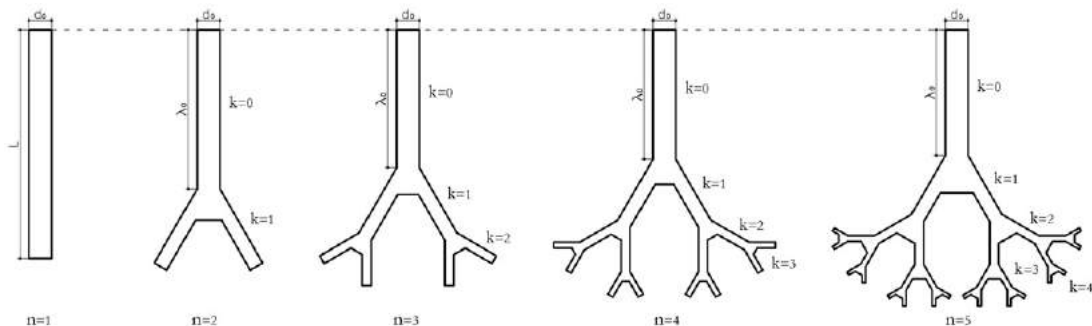
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 6 – Dimensões do modelo de fundação com quatro ramificações - $n = 5$

ordem k	diâmetro d_k (m)	comprimento λ_k (m)
0	0,50	2,63
1	0,31	1,64
2	0,20	1,03
3	0,12	0,64
4	0,08	0,40

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A Figura 29 mostra a geometria das fundações convencional e ramificadas gradas a partir dos parâmetros anteriormente descritos.

Figura 29 – Modelos bidimensionais de fundações convencional e ramificadas com n até 5 ordens

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Todos os modelos foram inseridos em um domínio retangular de solo de 30 metros de largura por 15 metros de altura (em x e y , respectivamente).

Tal como mencionado no capítulo anterior, as simulações de todos os modelos em estudo baseiam-se em fases de carregamento. Assim sendo, todas as estruturas simuladas foram submetidas a diferentes cargas distribuídas, incrementadas gradativamente até a ruptura, para que se obtivesse as capacidades de suporte dos sistemas modelados.

Destaca-se que o software considera os carregamentos distribuídos em uma profundidade unitária (em z) para todos os modelos simulados. As capacidades de carga encontradas e as diferenças percentuais relativas entre as mesmas podem ser observadas na Tabela 7

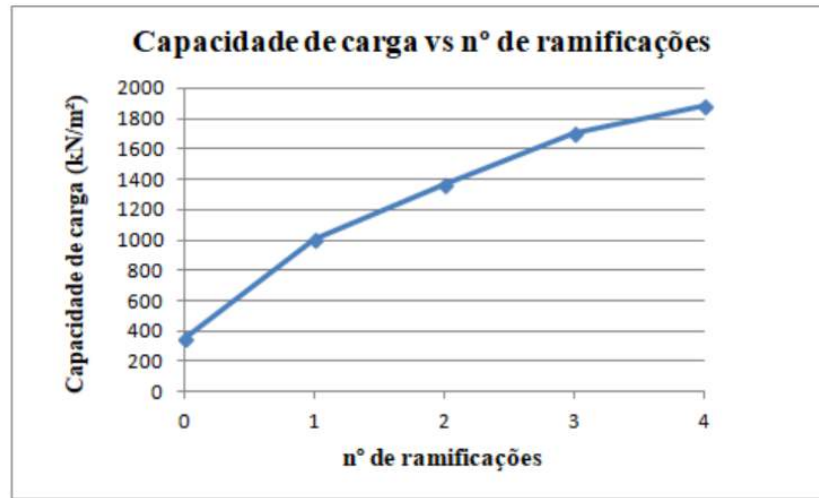
Tabela 7 – Capacidades de carga das fundações simuladas

Modelo de fundação	Capacidade de carga (kN/m^2)	Diferença com relação ao modelo anterior (%)
Estaca convencional ($n = 1$)	355	-
Uma ramificação ($n = 2$)	1005	+183,1
Duas ramificações ($n = 3$)	1365	+35,8
Três ramificações ($n = 4$)	1705	+24,9
Quatro ramificações ($n = 5$)	1880	+10,3

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Os resultados observados mostram que, conforme esperado, as estruturas ramificadas aumentam a capacidade de carga do sistema de fundação consideravelmente. Com apenas uma ramificação o valor chega a cerca de três vezes o valor encontrado para o modelo convencional e o aumento é progressivo conforme se adicionam novas ordens de ramificação. Entretanto, o aumento percentual entre ordens é decrescente, sendo de somente 10% entre os modelos com três e com quatro ramificações. Apesar de não haver redução na capacidade de carga do modelo, como observado no estudo anterior (SONCIN et al., 2019), os resultados corroboram a hipótese proposta anteriormente, de que o aumento no número de ramificações somente é vantajoso e viável até certo ponto, pois o gasto em termos de complexidade de projeto e viabilização da execução para modelos com muitas ramificações não é compensado uma vez que o aumento da capacidade de carga do modelo não é tão significativo, o que fica evidente ao se observar o gráfico da Figura 30, cuja curvatura é suavizada à medida que se aumenta o número de ramificações. Por este motivo não foram realizadas simulações com modelos ainda mais ramificados, visto que os estudos dão indícios acerca da existência de um número ótimo de ramificações sob a perspectiva da capacidade de carga de fundações.

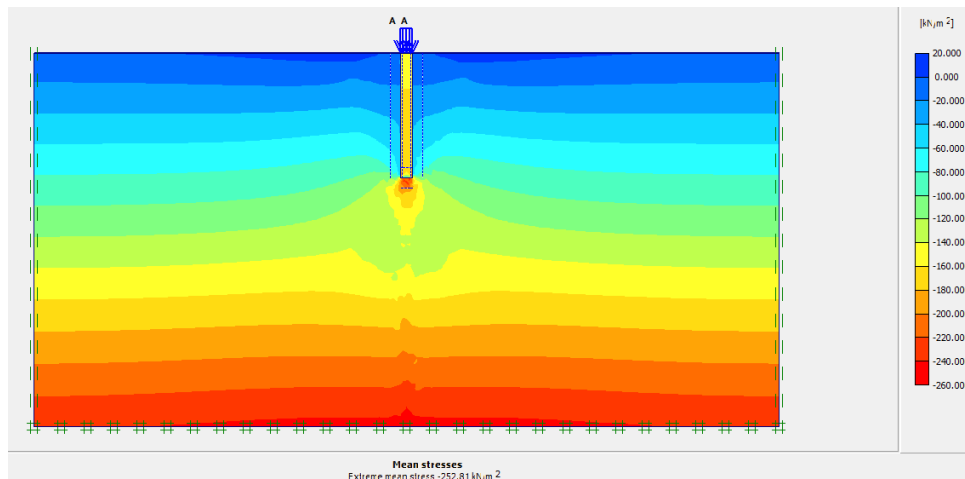
Figura 30 – Capacidades de carga em função do número de ramificações adotado



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Cabe destacar aqui um aspecto significativo com relação às tensões normais totais obtidas nas simulações realizadas. O modelo de fundação cilíndrico convencional apresentou, sob atuação de sua carga de ruptura, tensões máximas localizadas no solo, na região imediatamente abaixo da base da fundação, conforme pode ser observado na Figura 31.

Figura 31 – Tensões totais mediante carga de ruptura (355 kN/m^2) - sistema sem ramificações



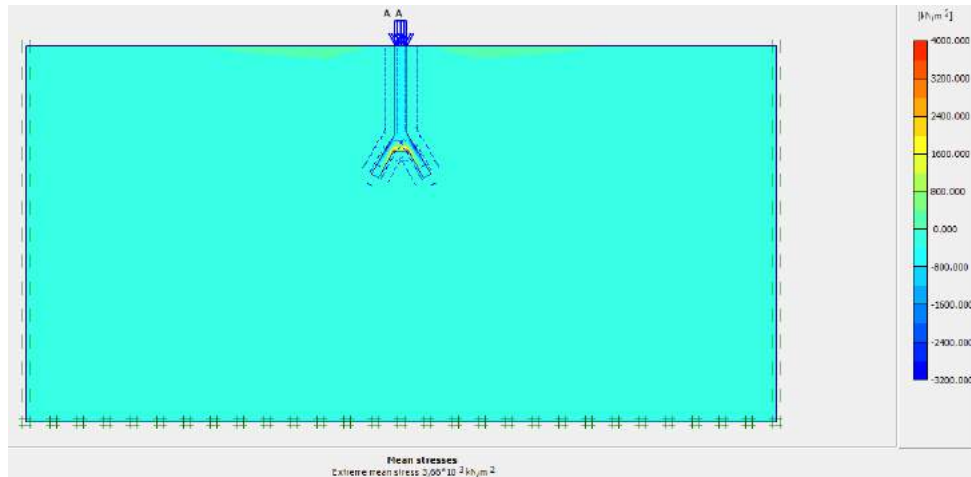
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Já os modelos ramificados, em sua totalidade, apresentaram, sob suas respectivas cargas de ruptura, os maiores valores de tensões localizados nas próprias estruturas de fundação, especificamente nas regiões de ramificação. Tais resultados eram esperados, uma vez que regiões angulosas são propícias a concentração de tensões (mesmo com a redução

da angulosidade proporcionada pela inserção dos patamares, os ângulos nos encontros entre os ramos ainda são significativos).

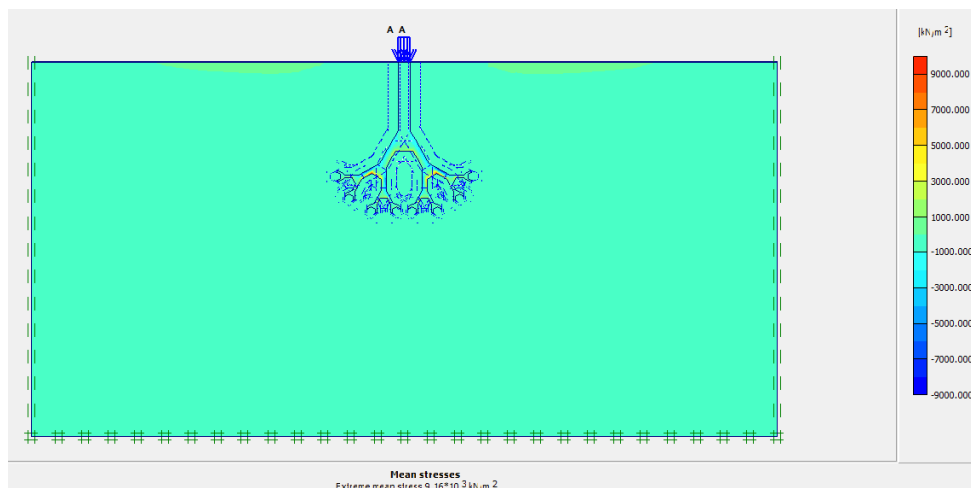
As Figuras 32 e 33 mostram as tensões totais observadas para os modelos com uma e com quatro ramificações, respectivamente, exemplificando o comportamento descrito.

Figura 32 – Tensões totais mediante carga de ruptura (1005 kN/m^2) - sistema com uma ramificação



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 33 – Tensões totais mediante carga de ruptura (1880 kN/m^2) - sistema com quatro ramificações



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Além da carga de ruptura, todas as fundações foram submetidas a uma "carga padrão", adotada como sendo a carga de ruptura do modelo sem ramificações (355 kN/m^2), a fim de se obter os deslocamentos totais e tensões totais máximas associados à mesma,

permitindo assim a realização de um comparativo entre a eficiência dos modelos ramificados e do modelo convencional quando submetidos a um mesmo carregamento. Os resultados obtidos para as fundações simuladas encontram-se na Tabela 8, bem como as diferenças percentuais relativas observadas com relação aos deslocamentos totais.

Tabela 8 – Deslocamentos e tensões mediante carga de 355 kN/m^2

Modelo de Fundação	Deslocamento máximo (mm)	Diferença com relação ao modelo anterior (%)	Tensão máxima (kN/m^2)
Estaca convencional (n = 1)	102,37	-	-252,8 (solo)
Uma ramificação (n = 2)	10,59	-89,6	1270,0 (estrutura)
Duas ramificações (n = 3)	9,21	-13,0	-1300,0 (estrutura)
Três ramificações (n = 4)	8,25	-10,4	1600,0 (estrutura)
Quatro ramificações (n = 5)	7,46	-9,6	1190,0 (estrutura)

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

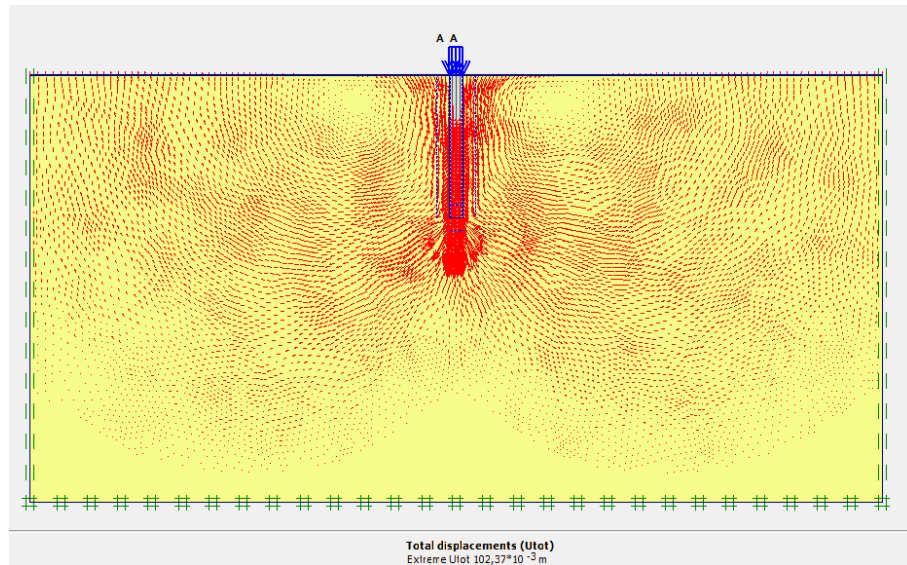
Através do comparativo realizado, fica evidente que os modelos ramificados reduzem consideravelmente os deslocamentos e recalques sofridos pelas fundações quando comparados ao modelo convencional, sendo uma importante propriedade dessas estruturas. Entretanto, a redução não é tão significativa com o aumento do número de ordens, chegando a menos de 10% quando comparam-se os modelos com três e quatro ramificações.

Não foi observado um padrão constante de variação entre as tensões totais, não sendo possível estabelecer conclusão acerca da eficiência dos modelos ramificados na redução das tensões atuantes. Entretanto, destaca-se que, para todos os modelos ramificados, as tensões máximas são observadas na própria estrutura, e não no solo de fundação, tal como nas simulações anteriormente realizadas.

Por fim, cabe destacar que, apesar de reduzirem significativamente os deslocamentos totais sofridos pelo sistema, as fundações ramificadas geram maiores interferências horizontais nas porções de solo adjacentes às mesmas. As Figuras 34 e 35 representam, respectivamente, os deslocamentos totais dada a aplicação da carga padrão de 355 kN/m^2 nos modelos sem e com quatro ramificações, por meio de vetores que indicam a direção dos deslocamentos, sendo que quanto maior a concentração destes, maior é a interferência dos deslocamentos na região.

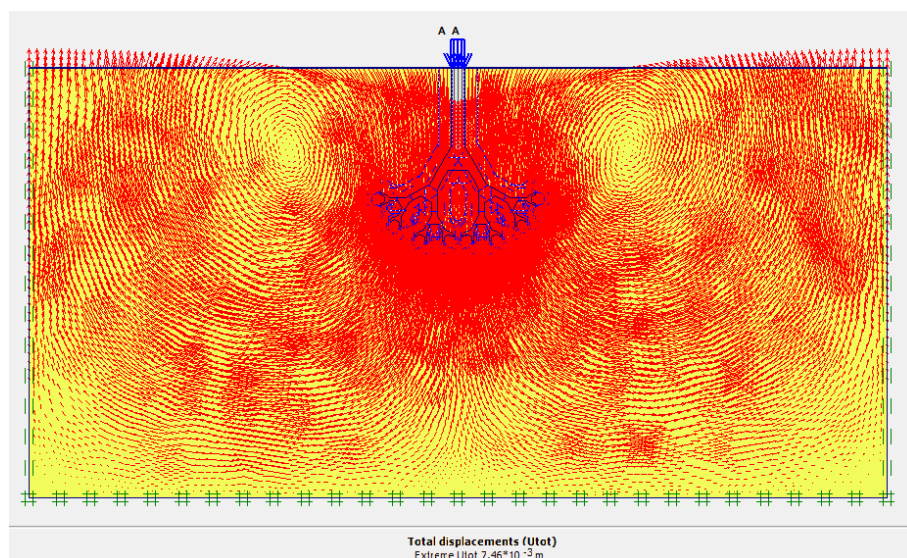
Observando-se as Figuras 34 e 35, fica evidente que a estrutura ramificada apresenta uma propagação de efeitos significativamente maior na direção horizontal. O mesmo ocorre em todos os modelos ramificados, sendo que quanto mais ramificado, maior é tal interferência. Tal fenômeno deve ser levado em consideração na elaboração de projetos, visto que tal propagação de efeitos pode causar interferências em estruturas vizinhas.

Figura 34 – Deslocamentos totais mediante carga padrão - sistema sem ramificações



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 35 – Deslocamentos totais mediante carga padrão - sistema com quatro ramificações



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

4.2.2 Avaliação da influência do ângulo de ramificação

O segundo estudo realizado consistiu em uma análise acerca da aplicação de diferentes ângulos de ramificação em estruturas ramificadas, a fim de se determinar qual a influência de tal ângulo sobre as propriedades resistivas do sistema solo-fundação. Para tanto, foram simuladas no Plaxis 2D estruturas com ângulos de $\theta = 10^\circ$ a $\theta = 90^\circ$, com intervalos de 10° entre as mesmas.

Estudos preliminares realizados (SONCIN et al., 2019) mostraram que o comportamento de todos os modelos ramificados foi semelhante, independentemente do número de ramificações adotado. Assim sendo, a fim de se reduzir o número de estruturas a serem modeladas e o conseqüente custo computacional associado, optou-se pela simulação somente do modelo com uma ramificação, adotando-se que os resultados observados podem ser estendidos aos demais modelos.

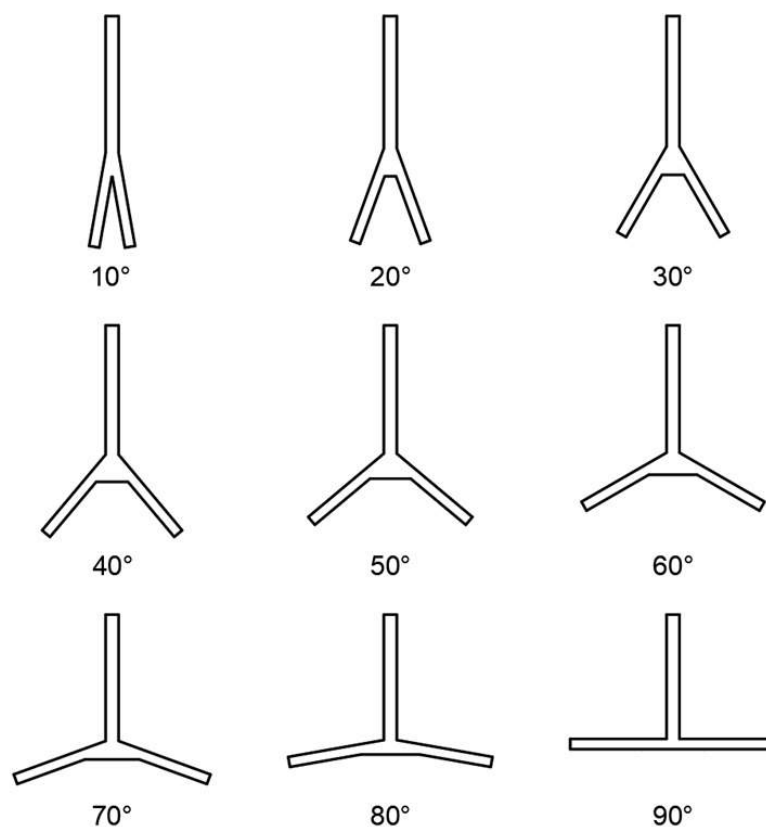
Para a realização do estudo, foi utilizada como base de geração da geometria ramificada uma estaca cilíndrica convencional com diâmetro, $d_0 = 0,5 \text{ m}$, e comprimento, $L = 10,0 \text{ m}$. Os parâmetros adotados para o modelo ramificado foram $b = 2$, $\lambda = d = 1,26$ e $\alpha = 0,7$. A Tabela 9 mostra as dimensões gerais dos modelos simulados.

Tabela 9 – Dimensões base dos modelos de fundação para uma ramificação - $n = 2$

ordem k	diâmetro d_k (m)	comprimento λ_k (m)
0	0,50	5,00
1	0,40	3,97

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Todos os modelos possuem as mesmas dimensões, sendo variável somente o ângulo de ramificação adotado na região central. A Figura 36 mostra a geometria das nove fundações simuladas. Cabe destacar que, tal como no estudo anteriormente realizado, também foi adotado como domínio de solo um espaço retangular de 30 metros de largura por 15 metros de altura.

Figura 36 – Modelos de fundação com uma ramificação e θ de 10° a 90° 

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

De forma similar ao estudo da sessão anterior, todos os modelos foram submetidos a carregamentos incrementais até que o software acusasse a ruptura do sistema. A Tabela 10 a seguir, mostra as capacidade de carga obtidas para cada um dos modelos simulados ($\theta = 10^\circ$ a $\theta = 90^\circ$), e as diferenças percentuais obtidas entre as mesmas.

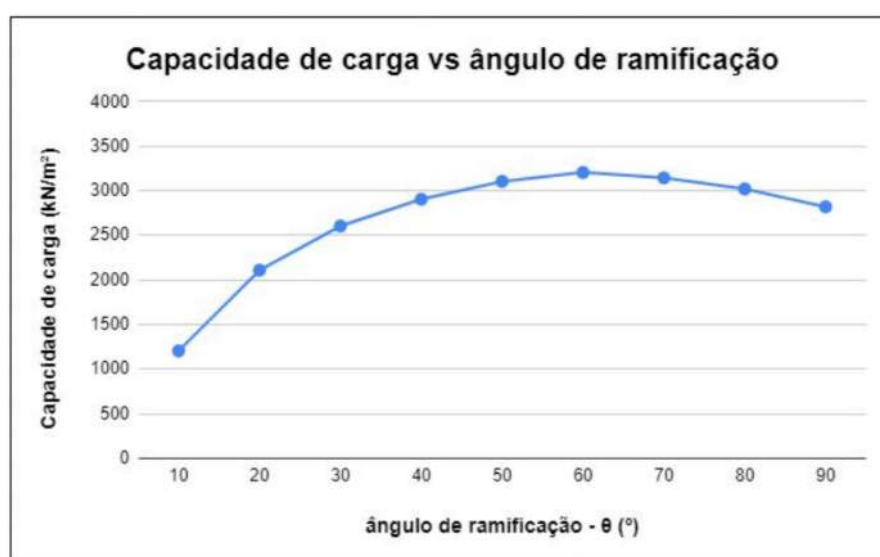
Tabela 10 – Capacidades de carga para os modelos de $\theta = 10^\circ$ a $\theta = 90^\circ$

$\theta(^{\circ})$	Capacidade de carga (kN/m^2)	Diferença com relação ao modelo anterior (%)
10	1205	-
20	2110	+75,10
30	2605	+23,46
40	2905	+11,52
50	3105	+6,88
60	3205	+3,22
70	3145	-1,87
80	3020	-3,97
90	2820	-6,62

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Através da avaliação dos resultados obtidos percebe-se que, como já mencionado, para ângulos maiores, as capacidades de suporte a princípio também são maiores, aumentando consideravelmente até cerca de $\theta = 50^\circ$. Porém, a partir de $\theta = 60^\circ$, as cargas máximas suportadas tendem a decair, não sendo mais vantajoso o aumento do ângulo, o que pode ser observado com clareza no gráfico apresentado na Figura 37. Portanto, pode-se concluir que, assim como existe um número ótimo de ramificações, também deve existir o ângulo ótimo de ramificação, capaz de tornar a estrutura mais eficiente sob o ponto de vista de capacidade de suporte.

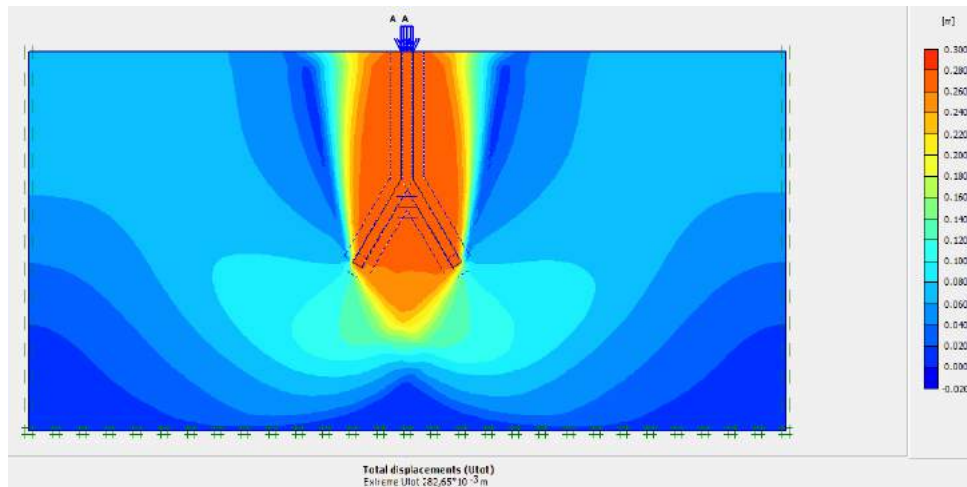
Figura 37 – Capacidades de carga em função do ângulo de ramificação adotado



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

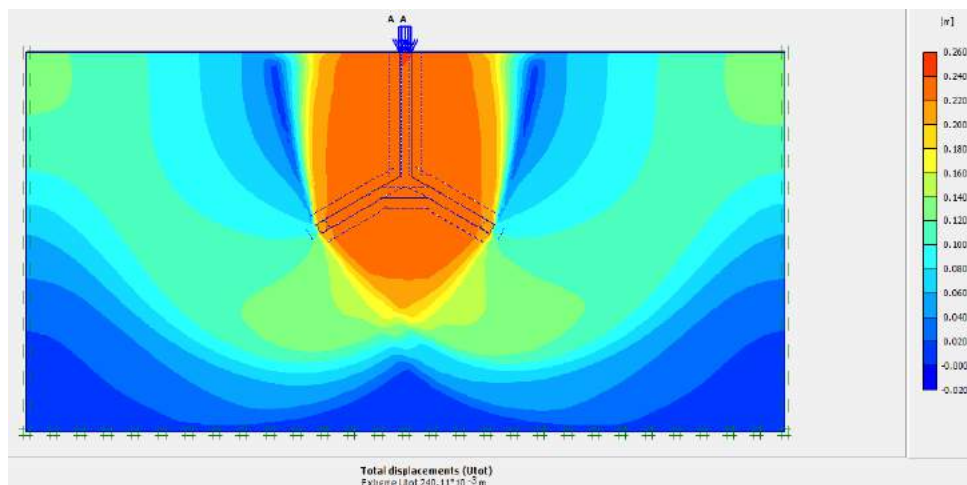
As Figuras 38 e 39 a seguir representam os deslocamentos totais dos modelos com ângulos de $\theta = 30^\circ$ e $\theta = 60^\circ$, sob atuação de suas respectivas cargas de ruptura. Embora não seja possível traçar um comparativo direto entre os deslocamentos totais das estruturas, visto que encontram-se sujeitas a carregamentos diferentes, é possível perceber, através de uma análise visual das cunhas de solo movimentadas, que o modelo com maior angulação apresentou maiores interferências horizontais provocadas pela fundação no solo ao seu entorno.

Figura 38 – Deslocamentos totais mediante carga de ruptura (2605 kN/m^2) - $\theta = 30^\circ$



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 39 – Deslocamentos totais mediante carga de ruptura (3205 kN/m^2) - $\theta = 60^\circ$



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Por fim, repetindo-se mais uma vez a metodologia aplicada na seção anterior, os modelos foram submetidos a uma "carga padrão", que neste caso foi adotada como sendo de 1000 kN/m^2 , para comparar o comportamento das estruturas quando submetidas a um mesmo carregamento. A Tabela 11 mostra os deslocamentos totais máximos e tensões totais máximas para cada modelo de fundação simulado, dada a aplicação do carregamento padrão adotado. Cabe destacar que, neste caso, todas as tensões máximas foram identificadas na própria estrutura de fundação.

Tabela 11 – Deslocamentos e tensões mediante carga de 1000 kN/m^2

$\theta(\acute{z})$	Deslocamento máximo (mm)	Diferença com relação ao modelo anterior (%)	Tensão máxima (kN/m^2)
10	62,30	-	10740
20	27,24	-56,28	4790
30	19,97	-26,69	5090
40	17,42	-12,77	4940
50	16,33	-6,26	4730
60	16,07	-1,59	4790
70	16,52	+2,69	4370
80	17,86	+8,11	-3970
90	20,88	+16,91	-6540

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

É possível observar que, até $\theta = 60^\circ$, quanto maior o ângulo de ramificação utilizado, menores são os deslocamentos máximos encontrados. Entretanto, tal redução cessa para ângulos maiores que $\theta = 60^\circ$, indicando, novamente, a provável existência de um ângulo ótimo, desta vez sob o ponto de vista de redução de deslocamentos e recalques.

Comparando-se o resultado obtido com o estudo anteriormente realizado (Figura 37), percebe-se que o ângulo equivalente à redução máxima dos deslocamentos ($\theta = 60^\circ$) corresponde ao mesmo em que foi observado o início do decaimento das capacidades de carga obtidas, sugerindo uma tendência a um comportamento estrutural semelhante para as duas perspectivas (capacidade de carga e deslocamentos). Este comparativo permite inferir a conclusão de que, para cada modelo de fundação gerado, poderá ser determinado um único ângulo de ramificação que seja ideal sob ambas as perspectivas.

De maneira geral, no caso das simulações realizadas, o ângulo $\theta = 60^\circ$ apresentou os melhores resultados, podendo ser considerado ótimo sob a ótica de eficiência estrutural, suportando maiores carregamentos e sofrendo menores deslocamentos. Entretanto, cabe destacar que utilizando $\theta = 20^\circ$ já é possível aumentar significativamente a resistência da estrutura com relação a um modelo com $\theta = 10^\circ$, podendo esta angulação ser considerada ótima sob a perspectiva de maior aumento percentual de resistência entre modelos avaliados.

Por fim, cabe observar que, com relação às tensões máximas, há uma tendência de redução das mesmas com o aumento do ângulo de ramificação adotado, entretanto, os resultados são mais irregulares, não sendo possível inferir uma conclusão exata com relação à tal propriedade.

4.3 ANÁLISES - PLAXIS 3D

Embora a modelagem bidimensional possibilite a realização de análises e obtenção de resultados satisfatórios em termos comparativos entre diferentes modelos de fundação avaliados (análise relativa), ela não possibilita a extração de resultados próximos a realidade em se tratando de aplicações reais de estruturas em campo (análise experimental), uma vez que, ao configurar uma geometria plana como possuindo uma profundidade unitária, as simulações fornecerão resultados distorcidos quando comparados aos de um sistema estrutural complexo tridimensional real. Logo, a fim de se obter a comprovação da eficiência das fundações ramificadas sob uma perspectiva mais próxima da realidade, foram realizadas simulações utilizando-se o software Plaxis 3D.

4.3.1 Modelos Simulados

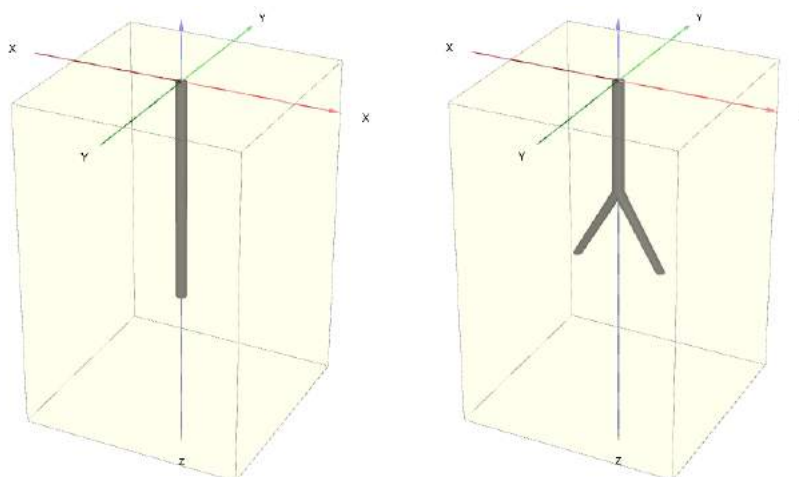
Nesta etapa da pesquisa somente foram simulados os modelos convencional, de diâmetro $d_0 = 0,5 \text{ m}$ e comprimento $L = 10,0 \text{ m}$, e o modelo com uma ramificação ($n = 2$). Os parâmetros adotados para a geometria ramificada foram: $b = 2$, $\lambda = d = 1,26$, $\theta = 30^\circ$. As dimensões do modelo ramificado encontram-se na Tabela 12 e as geometrias espaciais dos modelos de fundação simulados encontram-se na Figura 40. Destaca-se que os modelos foram inseridos em um domínio de dimensões $x = 10 \text{ m}$, $y = 10 \text{ m}$ e $z = 15 \text{ m}$.

Tabela 12 – Dimensões do modelo de fundação com uma ramificação - $n = 2$

ordem k	diâmetro $d_k \text{ (m)}$	comprimento $\lambda_k \text{ (m)}$
0	0,50	5,00
1	0,40	3,97

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 40 – Modelos 3D de fundações convencional (esquerda) e ramificada (direita)



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

4.3.2 Resultados das simulações

Inicialmente, foi realizada a simulação do modelo de estaca convencional. Repetindo-se o procedimento das simulações bidimensionais, o modelo foi submetido a fases de carregamento incrementais até sua ruptura. A capacidade de carga encontrada foi de 3410 kN/m^2 ou, multiplicando-se pela área da seção transversal da estaca ($A_b = 0,196 \text{ m}^2$), 670 kN , e o deslocamento total máximo decorrente de tal carregamento foi de $81,46 \text{ mm}$.

Para compatibilizar as simulações com modelos reais de fundações, faz-se necessária verificação teórica dos resultados encontrados, a fim de se comprovar a validade da modelagem realizada, bem como o ajuste dos parâmetros computacionais adotados (como por exemplo, o nível de refinamento de malha adotado). Para tanto, realizou-se o cálculo da capacidade de carga geotécnica teórica do modelo através da metodologia proposta por Velloso e Lopes (2010), tal como descrito no capítulo de revisão bibliográfica, segundo a Eq. (4.1).

$$Q_{ult} + W = Q_{p,ult} + Q_{l,ult} \quad (4.1)$$

A parcela de resistência de ponta ($Q_{p,ult}$), utilizando-se $A_b = 0,196 \text{ m}^2$, $L = 10 \text{ m}$, $B = 0,5 \text{ m}$, $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ e fatores de capacidade de carga $N_c = 14,8$, $N_q = 5,6$ e $N_\gamma = 3,2$ (para solos de baixa resistência, como é o caso das argilas), é calculada pela Eq. (4.2) como sendo:

$$Q_{p,ult} = A_b(1,2cN_c + \gamma LN_q + 0,6\gamma(B/2)N_\gamma) = 217 \text{ kN} \quad (4.2)$$

Já a parcela de resistência lateral ($Q_{l,ult}$), é calculada segundo a Eq. (4.3), adotando-se $U = 1,57 \text{ m}$, $c = 5 \text{ kN/m}^2$, $R_{inter} = 0,7$, $\phi = 25^\circ$ e 10 camadas de solo com $\Delta_l = 1 \text{ m}$ e $\sigma_h = \gamma h$, sendo h a profundidade no meio da camada.

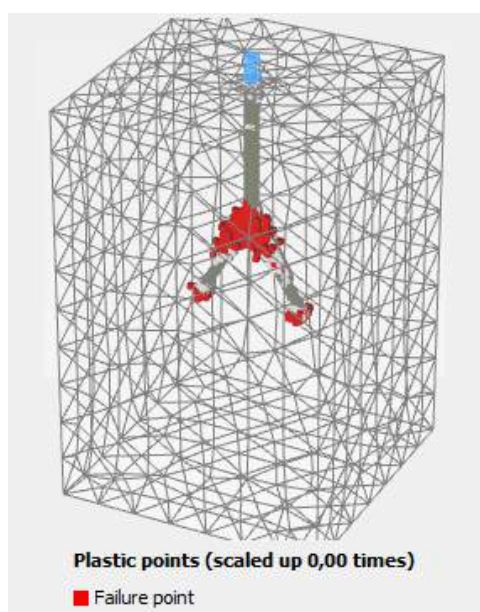
$$Q_{l,ult} = U \sum [(c + \sigma_h(R_{inter} \tan \phi))\Delta_l] = 540 \text{ kN} \quad (4.3)$$

Logo, sendo $W = \gamma_{concreto} A_b L = 49 \text{ kN}$, a capacidade de carga teórica da estaca equivale à 708 kN , consideravelmente próxima à carga encontrada na simulação via Plaxis 3D, com uma diferença de somente $5,4\%$ entre os resultados. Portanto, pode-se concluir que a modelagem realizada é válida.

A seguir foi realizada a simulação do modelo com uma ramificação, utilizando a metodologia já empregada e consolidada para o modelo convencional. Porém, após a etapa de geração da geometria, que se baseou na geração de volumes cilíndricos separados e posterior junção dos mesmos, ocorreu uma falha na geração automática de malha realizada pelo software. Devido à complexidade da geometria ramificada, o programa não conseguiu construir uma malha adequada para a fundação como um volume único (todos os níveis de refinamento possíveis foram testados). Sendo assim, foi necessário particionar a geometria em dois volumes, sendo estes a parte do ramo principal e a parte com os ramos abaixo deste, para que fosse possível obter uma malha que permitisse prosseguir com a simulação do modelo.

A simulação, no entanto, revelou-se falha, uma vez que o modelo rompeu com uma carga menor que a do modelo sem ramificações, suportando somente 2450 kN/m^2 ou 480 kN . Investigando os resultados obtidos, observou-se uma concentração de tensões na região de conexão entre os volumes, e verificando o histórico de "plastic points" (Figura 41), ou pontos de plasticidade (que indicam onde ocorreu a ruptura do modelo), foi possível perceber que a falha no sistema se deu justamente em tal região, e o resto do sistema ainda encontra-se abaixo de seu potencial resistivo. Tais evidências levam a crer que a separação da fundação em dois volumes não é a forma mais satisfatória de realizar a simulação da fundação, pois o modelo acaba rompendo na região de encontro entre os mesmos.

Figura 41 – Pontos de falha na estrutura ramificada



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

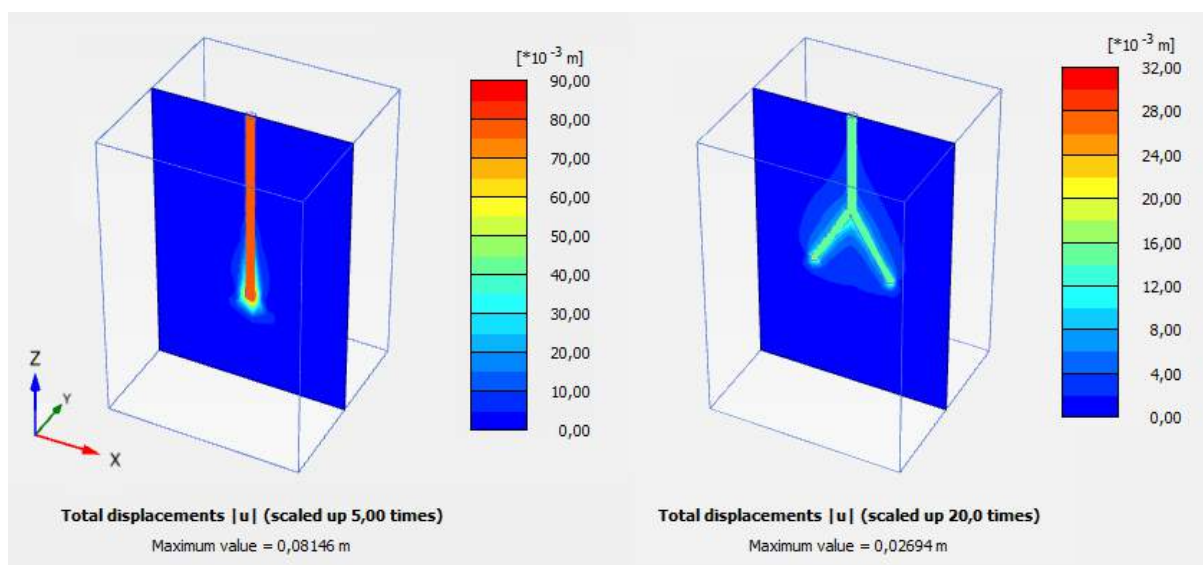
Para solucionar tal limitação, foi proposta uma alteração no módulo de elasticidade do concreto, visando aumentar a resistência na região de junção entre ramos, possibilitando a mobilização da resistência de todo conjunto solo-fundação. Desta forma, passou-se a utilizar um módulo de elasticidade fictício para o concreto de valor $E_c = 2 \times 10^9 \text{ kN/m}^2$.

Cabe destacar aqui que o comparativo entre as fundações continua válido, uma vez que o módulo de elasticidade do material da fundação não interfere, em geral, na capacidade de carga do sistema, visto que a ruptura ocorre, de forma generalizada, no solo, e não na estrutura. Tal fato foi comprovado através de uma simulação prévia realizada no modelo sem ramificações utilizando $E_c = 2 \times 10^9 \text{ kN/m}^2$ em que, como esperado, não foram observadas alterações na capacidade de carga ou nos deslocamentos e tensões resultantes.

Refazendo a simulação do modelo ramificado, obteve-se uma capacidade de carga de 3850 kN/m^2 , ou 755 kN , superior a do modelo sem ramificações. Ainda que tal aumento seja inferior ao obtido nas simulações 2D, vale lembrar que o modelo ainda apresenta potencial resistivo a ser explorado, uma vez que o problema gerado pela falha na junção dos volumes ainda é presente. Tal limitação pode ser estudada futuramente em novos trabalhos.

Além do aumento na capacidade de carga da fundação, simulando o modelo com a carga de ruptura do modelo convencional (3410 kN/m^2), obteve-se um deslocamento máximo de $26,94 \text{ mm}$, significativamente menor que o do modelo de fundação por estaca. A Figura 42 mostra os deslocamentos totais obtidos para os dois modelos simulados quando da atuação da carga de 670 kN .

Figura 42 – Deslocamentos totais para os modelos de fundação por estaca convencional (esquerda) e com uma ramificação (direita) para carga de 670 kN



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Os resultados encontrados para os dois modelos encontram-se resumidos na Tabela 13. As diferenças percentuais encontradas indicam que o modelo ramificado de fato, mostra-se vantajoso quando comparado ao modelo convencional, tanto com relação ao aumento da capacidade de suporte do sistema solo-fundação, quanto com relação a redução dos deslocamentos totais sofridos pelo mesmo.

Tabela 13 – Capacidade de carga e deslocamentos máximos para os modelos simulados

Modelo de Fundação	Capacidade de carga (kN)	Diferença com relação ao modelo anterior (%)	Deslocamento máximo para a carga de 670 kN (mm)	Diferença com relação ao modelo anterior (%)
Estaca convencional (n = 1)	670,0	-	81,46	-
Uma ramificação (n = 2)	755,0	+12,7	26,94	-67,0

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Por fim, destaca-se que não foi identificado um padrão de variação para as tensões máximas obtidas para os modelos simulados, entretanto, foi verificado o mesmo comportamento observado nas simulações bidimensionais. As tensões totais máximas no modelo sem ramificações foram observadas na extremidade inferior da base da estaca e no solo imediatamente abaixo da mesma, e as tensões máximas no modelo ramificado foram observadas na própria estrutura, na região angular de encontro entre os ramos.

5 DESENVOLVIMENTO DE MODELO RAMIFICADO ADAPTADO BASEADO EM ESTACAS TORPEDO

Através de todas as análises computacionais realizadas até agora, pode-se observar que as geometrias ramificadas apresentam resultados promissores em se tratando da avaliação da eficiência desses sistemas estruturais, especialmente nos quesitos capacidade de carga e redução de deslocamentos do sistema solo-fundação. Entretanto, a aplicação dessas geometrias como estruturas de fundação possui uma significativa limitação: a viabilidade executiva de tais estruturas na prática. Construir um modelo real de fundação ramificada com ângulos de ramificação pré determinados consiste em uma tarefa inviável do ponto de vista econômico dadas as atuais tecnologias disponíveis no campo da construção civil.

Pensando em tal limitação, propõe-se, nesta etapa da pesquisa, o desenvolvimento de um modelo estrutural ramificado adaptado, sem a presença do ângulo de ramificação, que consiste no fator mais limitante para a execução dessas estruturas. Esse modelo será estudado através de simulações computacionais e de experimentos em laboratório, ambas as análises aplicadas em geometrias em escala reduzida, de fácil reprodução física e manuseio. Nas seções a seguir, encontram-se um detalhamento de como o modelo foi desenvolvido, e os resultados das diversas análises realizadas acerca do desempenho estrutural do mesmo.

5.1 DESENVOLVIMENTO DA GEOMETRIA RAMIFICADA ADAPTADA

A inspiração utilizada para a criação da geometria ramificada adaptada consistiu em estruturas chamadas "Estacas torpedo", que são elementos de fundação muito utilizados para a fixação e ancoragem de plataformas de petróleo Offshore. Com a descoberta e exploração do petróleo em águas cada vez mais profundas, que podem atingir por volta de três mil metros, a indústria petrolífera tem buscado encontrar soluções em termos de estruturas para a fixação de suas plataformas de exploração em alto mar, visando minimizar os custos de instalação e aumentar a capacidade de ancoragem dessas estruturas. Nesse contexto surgem, em 1996, as estacas torpedo, elementos de fundação pré moldados, em sua maioria, metálicos, dotados de um corpo cilíndrico com ponta cônica fechada, circundado por aletas laterais, conforme pode ser observado na Figura 43.

Figura 43 – Exemplo de Estaca Torpedo



Fonte: Encarnação (2009).

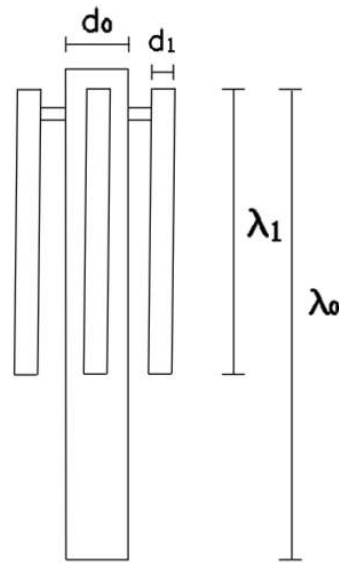
O mecanismo de execução das estacas torpedo consiste de cravação dinâmica por gravidade, conforme descrito por Costa (2008). Essas estruturas são transportadas até uma altura pré fixada do fundo do mar, em seguida, são soltas em queda livre, e a ação de seu próprio peso promove a penetração da estaca no solo no fundo do oceano. Após a cravação, essas fundações trabalham à tração, funcionando como âncoras, que mantêm as plataformas acima da superfície fixadas com segurança e estabilidade.

Segundo Encarnação (2009), a utilização de estacas torpedo confere grande resistência lateral e axial aos sistemas de ancoragem de plataformas em alto mar, pois as aletas laterais presentes nessas estruturas proporcionam uma maior área de contato entre a fundação e o solo. Tais componentes remetem aos ramos das fundações ramificadas, cujo papel também consiste na maximização da área de superfície do sistema. Logo, uma adaptação na configuração geométrica do modelo ramificado de forma a torná-la semelhante à de uma estaca torpedo, removendo o ângulo de ramificação e tornando todas as ordens ramificadas verticais, pode levar a resultados promissores.

5.1.1 Modelagens preliminares

O esboço da geometria ramificada adaptada inicial, tendo como base a forma de uma estaca torpedo, pode ser visualizado na Figura 44. Cabe destacar que os comprimentos e diâmetros dos ramos que compõe a estrutura continuam seguindo a formulação teórica desenvolvida para fundações ramificadas (tendo como base uma estaca cilíndrica de mesmo volume), e os parâmetros de geração da estrutura também continuam os mesmos. As únicas diferenças presentes neste novo modelo consistem na ausência do ângulo de ramificação e na presença de peças conectoras na união entre ramos de ordens adjacentes, constituídas do mesmo material componente da fundação como um todo.

Figura 44 – Esboço inicial de fundação ramificada adaptada



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Para verificar a aplicabilidade e o desempenho da configuração geométrica inicial proposta, foram realizadas modelagens preliminares utilizando o Plaxis 3D. Como estacas torpedo são estruturas, em geral, submetidas a tração, como já mencionado, as simulações preliminares consistiram da aplicação de cargas de arrancamento ao invés de compressão, visando reproduzir computacionalmente uma possível aplicação real para esses elementos.

Inicialmente foram simulados somente um modelo convencional de estaca cilíndrica de $d_0 = 1,0 \text{ cm}$ e comprimento $L = 20,0 \text{ cm}$ e um modelo ramificado com $n = 2$, $b = 2$ e $\lambda = d = 1,26$, cujos comprimentos e diâmetros de suas ordens, determinados a partir das dimensões do modelo convencional, se encontram na Tabela 14.

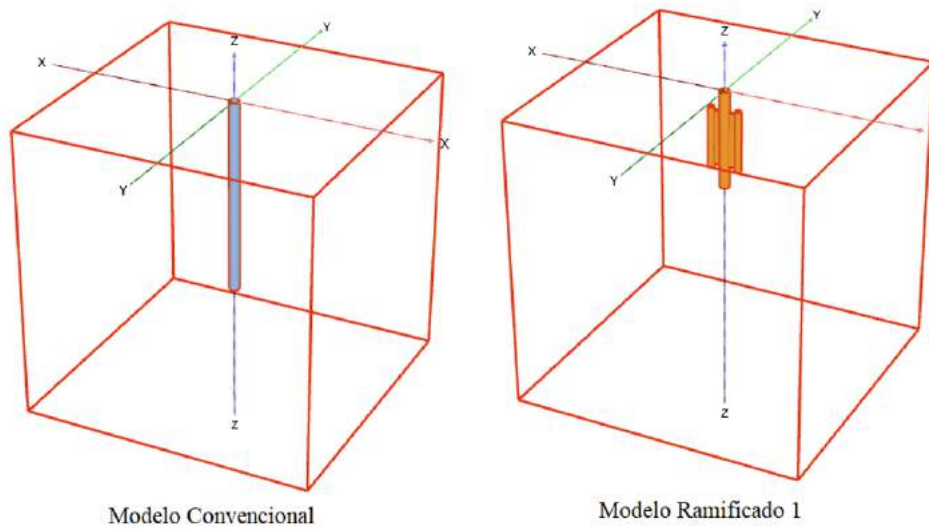
Tabela 14 – Dimensões do modelo ramificado adaptado com uma ramificação - $n = 2$

ordem k	diâmetro d_k (cm)	comprimento λ_k (cm)
0	1,00	10,00
1	0,80	7,94

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Os dois modelos simulados podem ser visualizados na Figura 45. Cabe destacar que, a princípio, foram utilizadas peças conectoras de comprimento $h = 6,94 \text{ cm}$, largura $l = 0,6 \text{ cm}$ e espessura $e = 0,2 \text{ cm}$.

Figura 45 – Representação tridimensional de modelos convencional e ramificado adaptado inicial



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Já visando a etapa de experimentação a ser realizada posteriormente, foram adotados como materiais constituintes do sistema solo-fundação o alumínio para a estrutura e a areia para o terreno de assentamento, os mesmos a serem utilizados nos ensaios. Como se tratam de simulações preliminares, foram adotadas propriedades genéricas para a areia, uma vez que ainda não haviam sido feitas todas as análises laboratoriais acerca do material do solo dos ensaios. Já as propriedades do alumínio, por sua vez, foram extraídas da Associação Brasileira do Alumínio (ABAL, 2021). As propriedades da areia e do alumínio podem ser observadas na Tabela 15 e na Tabela 16, respectivamente. Destaca-se que, para solos puramente granulares, como é o caso da areia, adota-se coesão nula ($C_{ref} = 0 \text{ kN/m}^2$), tal como já mencionado na Revisão Bibliográfica.

Tabela 15 – Propriedades preliminares da Areia

Parâmetro	Valor assumido
$E_{ref} \text{ (kN/m}^2\text{)}$	23,77 E+03
$E_{oed} \text{ (kN/m}^2\text{)}$	32,00 E+03
$G_{ref} \text{ (kN/m}^2\text{)}$	91,42 E+02
$\gamma_{unsat} \text{ (kN/m}^3\text{)}$	16,89
$\gamma_{sat} \text{ (kN/m}^3\text{)}$	16,89
$C_{ref} \text{ (kN/m}^2\text{)}$	0,00
$\phi \text{ (}^\circ\text{)}$	59,08
$\psi \text{ (}^\circ\text{)}$	31,58
ν	0,30

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 16 – Propriedades do Alumínio

Parâmetro	Valor assumido
E_{ref} (kN/m^2)	70,00 E+06
G_{ref} (kN/m^2)	26,32 E+06
γ_{unsat} (kN/m^3)	27,00
γ_{sat} (kN/m^3)	27,00
ν	0,33

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A modelagem adotada para o alumínio foi a linear-elástica e o material foi considerado não poroso. Já a areia foi simulada com modelagem elastoplástica segundo o critério de Mohr-Coulomb e o material foi classificado como drenado, uma vez que, nos ensaios e, conseqüentemente, nas simulações, o solo foi trabalhado na condição seca, sendo assim, não foi adotado nível d'água.

Como a caracterização experimental dos materiais ainda não havia sido realizada, não se sabia ao certo o comportamento da interface solo-estrutura do modelo proposto, logo, o valor de R_{inter} ainda não era conhecido. Portanto, foi adotado nesta etapa o mesmo valor utilizado nas modelagens anteriores, $R_{inter} = 0,7$.

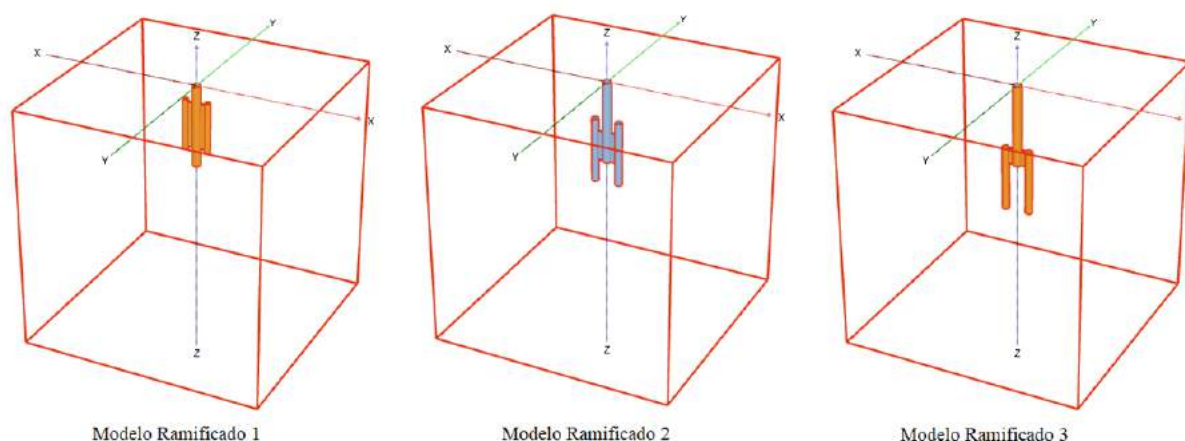
Por fim cabe destacar que os modelos foram inseridos em um domínio cúbico de solo, de lado $L = 30 \text{ cm}$, tal como viria a ser executado nos ensaios posteriormente. A malha utilizada para subdividir o domínio composto por solo e estrutura foi adotada como sendo grossa ("coarse"), a fim de reduzir o gasto computacional com as simulações.

Tal como realizado nas modelagens prévias, os modelos foram carregados incrementalmente em fases, com cargas de arrancamento variando de 5 em 5 N , até que o software acusasse a ruptura do sistema. O modelo convencional suportou uma carga máxima de 190 N , enquanto que o modelo ramificado suportou apenas 45 N . Esse resultado foi bem inferior à expectativa que se possuía para a geometria ramificada adaptada, sugerindo que não foi adotada a melhor configuração geométrica para o sistema.

Estudando-se a teoria por trás da resistência ao arrancamento dos solos, observa-se que a maior parcela de resistência mobilizada nesse tipo de carregamento consiste na resistência lateral promovida pelo atrito entre solo e estrutura quando da aplicação de cargas de arrancamento. De acordo com a Eq. (2.6), pertencente à formulação teórica de capacidade de carga geotécnica de solos, apresentada no capítulo 2 desta pesquisa, é possível perceber que a profundidade atingida pela estrutura fundação dentro do solo (representada pelas camadas de solo, de espessuras Δ_l) influencia diretamente na resistência lateral, sendo que quanto maior a profundidade atingida, maior é a resistência obtida.

Seguindo essa linha de raciocínio, buscou-se alternar a configuração geométrica da fundação ramificada, de modo que sua profundidade total final fosse a maior possível, a fim de se obter um sistema solo-fundação com a maior resistência lateral e, conseqüentemente, a maior carga de arrancamento necessária para provocar sua ruptura. Destaca-se que as dimensões de seus ramos (comprimentos e diâmetros) permanecem os mesmos, seguindo a formulação matemática teórica proposta, as únicas modificações efetuadas consistem na posição dos ramos secundários e nas dimensões das peças de conexão entre ramos. A Figura 46 mostra os novos modelos ramificados simulados. O modelo ramificado 2 apresenta conexões com 4 *cm* de comprimento, enquanto o modelo ramificado 3 apresenta conexões com somente 1 *cm* de comprimento.

Figura 46 – Representação tridimensional de modelos ramificados adaptados com diferentes configurações geométricas

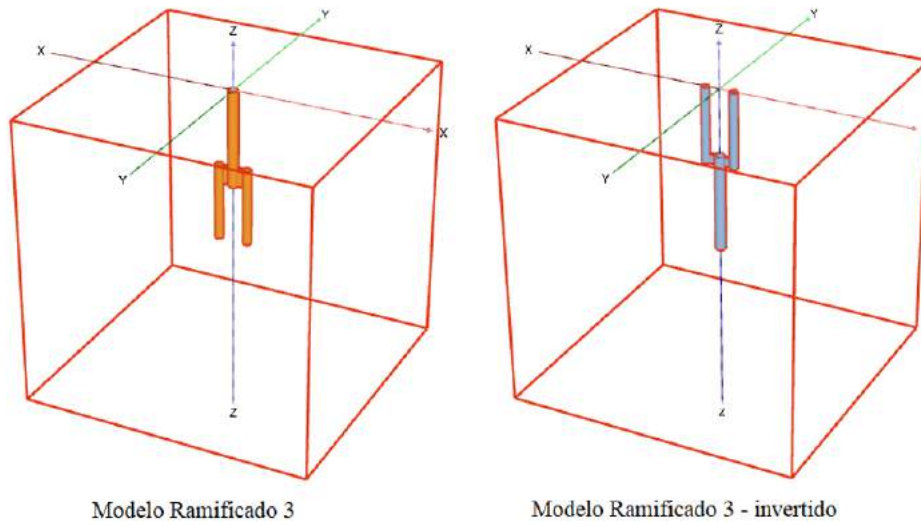


Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O modelo ramificado 2 apresentou uma carga de ruptura de 80 *N*, enquanto o modelo ramificado 3 suportou uma carga de arrancamento máxima de 145 *N*. Os resultados crescentes mostram que, de fato, quanto maior a profundidade total da estrutura, maior a resistência do sistema. A configuração geométrica do modelo ramificado 3 se mostrou a mais eficiente das analisadas, embora a carga máxima suportada por tal sistema ainda tenha sido inferior à obtida para o modelo convencional.

Para tornar o modelo ramificado ainda mais próximo do modelo de uma estaca torpedo, foi proposta uma inversão na configuração geométrica da estrutura, de forma que os ramos secundários fiquem posicionados na parte superior do ramo principal, tal como as aletas de uma estaca torpedo. A modelagem dessa estrutura invertida é de grande relevância, uma vez que, em se tratando de aplicações semelhantes a de estacas torpedo, em que a cravação da estrutura se dá por gravidade, tal configuração é a mais indicada. Os modelos ramificado 3 e ramificado 3 - invertido podem ser observados na Figura 47.

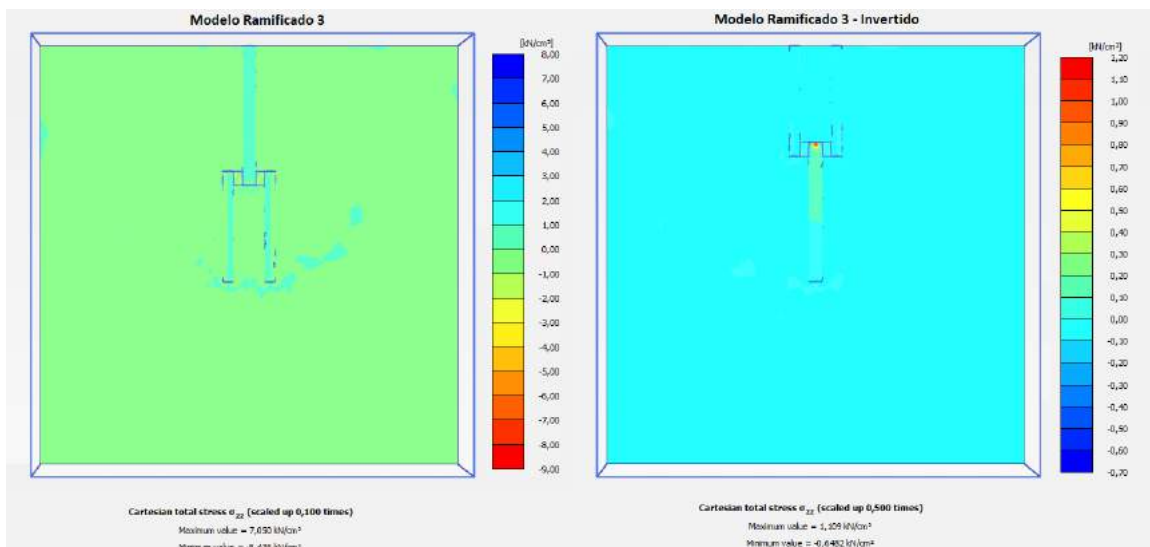
Figura 47 – Modelo Ramificado adaptado final em configurações padrão e invertida



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O modelo ramificado em configuração invertida apresentou a mesma carga de ruptura encontrada para o modelo ramificado em configuração original, de 145 N, não apresentando melhorias com relação a esse aspecto. Entretanto, analisando-se as tensões totais máximas σ_{zz} sofridas pelo conjunto solo-estrutura de ambas as fundações ramificadas (Figura 48), observa-se que o modelo invertido apresentou uma tensão máxima de 1,11 kN/cm^2 , o que equivale a uma redução de cerca de 85% quando comparada a tensão máxima obtida para o modelo ramificado em configuração padrão, que foi de 7,05 kN/cm^2 .

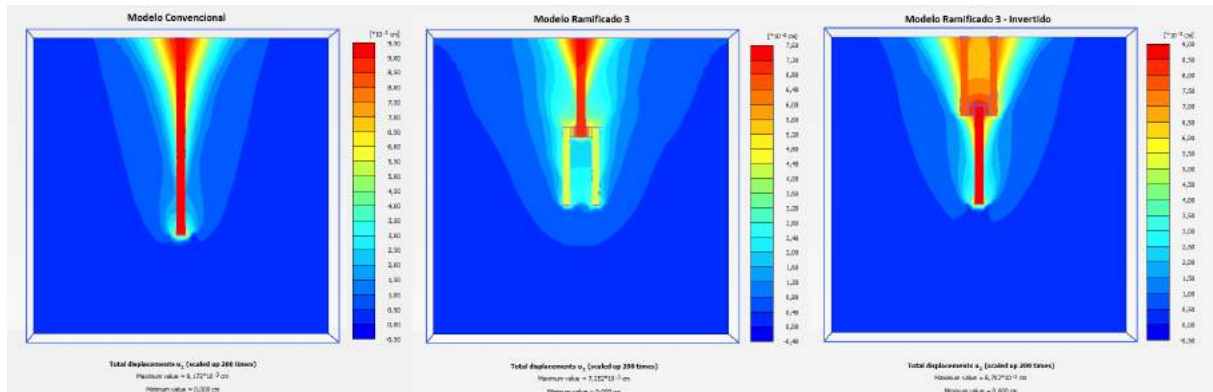
Figura 48 – Tensões totais σ_{zz} na seção central para carga de 150 N



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Por fim, visando uma análise preliminar de deslocamentos, foram obtidos os deslocamentos totais verticais para os modelos convencional e ramificados 3 (configuração padrão e invertida) quando submetidos a uma carga padrão de 50 N, a fim de verificar se nesse aspecto a geometria ramificada apresenta vantagens com relação a estaca padrão. Os gráficos de deslocamentos totais u_z para os três modelos analisados se encontram na Figura 49.

Figura 49 – Deslocamentos totais u_z na seção central para carga de 50 N



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Avaliando-se os deslocamentos obtidos, dispostos na Tabela 17, observa-se que ambos os modelos ramificados apresentam deslocamentos menores que o modelo convencional. Esse resultado mostra que as estruturas ramificadas apresentam uma importante vantagem quando da aplicação de cargas de arrancamento em sistemas de ancoragem.

Tabela 17 – Deslocamentos máximos obtidos para a carga de 50 N

Modelo de Fundação	Deslocamento máximo para a carga de 50 N (mm)	Diferença com relação ao modelo convencional (%)
Modelo Convencional	9,17	-
Modelo Ramificado 3	7,25	- 20,94
Modelo Ramificado 3 - Invertido	8,70	- 5,13

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Embora o modelo ramificado invertido tenha apresentado uma redução inferior de deslocamentos quando comparado ao modelo ramificado em configuração padrão, ele ainda apresenta deslocamentos menores que o modelo convencional, possuindo ainda as vantagens de apresentar tensões totais significativamente menores e possibilitar a cravação por gravidade de maneira facilitada. Por esses motivos, o modelo ramificado adaptado em configuração invertida foi o escolhido para ser reproduzido nos ensaios de arrancamento realizados em laboratório.

5.2 PESQUISA EXPERIMENTAL

Após a realização das simulações preliminares e da escolha da melhor geometria ramificada adaptada, foi desenvolvida a parte experimental da pesquisa, que, por sua vez, se dividiu em duas etapas: caracterização do solo (estudado previamente por Rodrigues (2020)) e da interface solo-estrutura, e realização do ensaio de arrancamento em modelos reduzidos de estacas convencional e ramificada adaptada. A seguir, são descritas as análises laboratoriais realizadas.

5.2.1 Caracterização do solo e da interface solo-estrutura

Tal como já mencionado, o solo escolhido para a realização dos ensaios e posteriores simulações foi a areia. O material utilizado consistiu de areia extraída da Praia de São Francisco, em Niterói, no estado do Rio de Janeiro. Além de sua disponibilidade em grande quantidade no laboratório de solos e geotecnia da faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora, o fator mais relevante para a escolha desse material consistiu no fato de que o mesmo já fora estudado por outros pesquisadores, como Oliveira filho (1987), Riccio (2001) e Rodrigues (2020). Logo, grande parte de suas propriedades físicas já eram conhecidas, não sendo necessário efetuar a maioria dos ensaios de caracterização que normalmente são requeridos para a realização de pesquisas experimentais com solos.

As únicas propriedades necessárias para a modelagem do sistema solo-estrutura que não eram conhecidas previamente consistiram no peso específico seco da areia (γ_d) e no coeficiente de redução de atrito entre areia e alumínio (R_{inter}). Os estudos realizados acerca da caracterização dos materiais utilizados encontram-se nas seções a seguir.

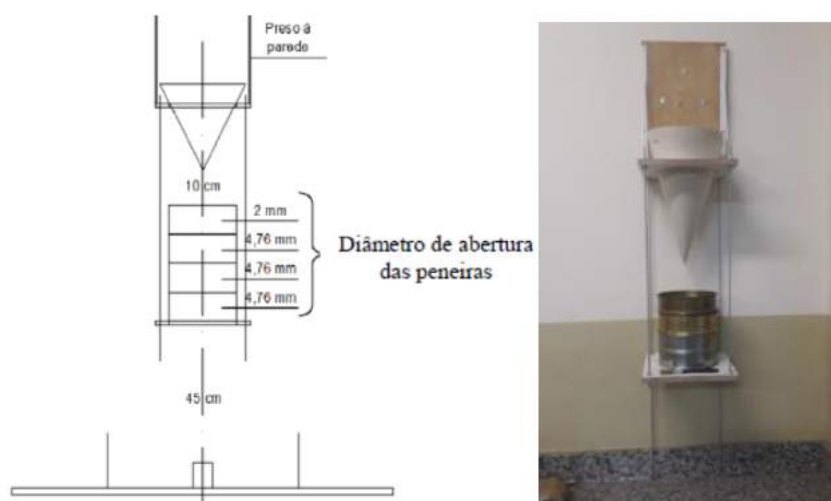
5.2.1.1 Dados preliminares da areia

Em sua pesquisa "Estudo do cisalhamento em colunas granulares encamisadas", Rodrigues (2020), realizou diversas análises acerca da caracterização física da areia da praia de São Francisco. A seguir, são listadas as propriedades desse material que foram extraídas de tal pesquisa e que serão utilizadas para a modelagem computacional do sistema solo-fundação em estudo:

- a) caracterização física: através da realização de ensaio granulométrico por peneiramento, Rodrigues (2020) constatou que a amostra de areia analisada apresentou 95,19% de areia fina, 4,75% de areia média e 0,07% de material fino. Logo, o material foi classificado como areia fina com vestígios de areia média e finos. Além disso, através da realização de ensaio de densidade real (γ_s) com picnômetro segundo a norma DNER-ME 093/94 (IPR/DNIT, 1994), foi obtida uma densidade de $\gamma_s = 2,652 \text{ g/cm}^3$ para o material;

- b) índice de vazios mínimo/inicial (e_{init}): a metodologia utilizada por Rodrigues (2020) para determinar o índice de vazios mínimo da areia analisada, segue a extinta NBR 12051 (ABNT, 1991) para solos não-coesivos. Através da realização do ensaio o autor encontrou um índice de vazios de $e_{min} = e_{init} = 0,57$ para o material;
- c) ângulo de atrito (ϕ) e ângulo de dilatância (ψ): algumas propriedades de solos variam conforme sua densidade, como é o caso dos ângulos de atrito e de dilatância. Para controlar a densidade da areia estudada, Rodrigues (2020) utilizou um pluviador desenvolvido por Ribeiro, E. e Riccio (2019), cuja estrutura é composta por um conjunto de peneiras de diferentes aberturas e um suporte onde são colocados funis com diâmetros variáveis, sendo que de acordo com o diâmetro do funil escolhido, obtém-se a densidade desejada. O sistema de pluviação utilizado pode ser observado na Figura 50. Embora Rodrigues (2020) tenha estudado a areia em dois diferentes estados de compactação (densidades relativas de $DR = 40\%$ e $DR = 100\%$), neste trabalho, foi utilizada a areia somente em condição compacta, de maneira que os dados aqui mencionados são referentes à areia com densidade $DR = 100\%$ (vazios 100% preenchidos pelo solo), obtida através da utilização de um funil com diâmetro $\phi = 5\text{ mm}$.

Figura 50 – Esquema e imagem de sistema utilizado para pluviação das amostras de solo



Fonte: Rodrigues (2020).

Para a obtenção dos ângulos de atrito e de dilatância da areia, foi utilizado o ensaio de resistência ao cisalhamento direto, descrito segundo a norma D3080/D3080M (ASTM, 2014). O ensaio permite, dentre outras coisas, determinar o ângulo de atrito do solo para diferentes níveis de tensão normal aplicados.

No caso da pesquisa desenvolvida, somente foram trabalhadas estruturas com dimensões reduzidas, de maneira que as tensões no sistema, dada a aplicação de carregamentos reduzidos, atingem valores muito baixos quando comparado a sistemas estruturais em escala real. Por esse motivo, foram utilizados os resultados referentes à tensão normal mais baixa avaliada, de $\sigma = 12,5 \text{ kPa}$. Para tal nível de tensão, o autor encontrou um ângulo de atrito $\phi = 59,08^\circ$ e um ângulo de dilatância de $\psi = 7,85^\circ$;

- d) módulo de elasticidade oedométrico/edométrico (E_{oed}): o módulo de elasticidade edométrico da areia em condição compacta ($DR100$), foi obtido por Rodrigues (2020) através de ensaio de compressão oedométrica, realizado em prensa de cisalhamento, com base na norma NBR 12007 (MB 3336) (ABNT, 1990). O autor obteve para a areia compacta um módulo de elasticidade de $E_{oed} = 30,875 \text{ MPa}$.

Um resumo com os valores encontrados por Rodrigues (2020) em sua pesquisa para as propriedades da areia da praia de São Francisco, encontra-se na Tabela 18.

Tabela 18 – Propriedades da areia da praia de São Francisco

Parâmetro	Valor assumido
e_{init}	0,57
ϕ ($^\circ$)	59,08
ψ ($^\circ$)	7,85
E_{oed} (kN/m^2)	30,87 E+03

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

5.2.1.2 Preparação das amostras para realização dos ensaios

A primeira etapa a ser realizada antes da execução de todos os ensaios a serem discutidos nas seções posteriores, consiste da preparação do solo escolhido para os experimentos. Em se tratando de uma areia de praia, é necessário realizar a remoção de resíduos que possam se misturar com o solo, por isso, antes de qualquer procedimento, realizou-se um peneiramento preliminar da amostra, a fim de se extrair as partículas mais grossas dos resíduos presentes. Em seguida, a areia foi subdividida em bandejas, e cada bandeja foi coberta com água, conforme mostrado na Figura 51.

Figura 51 – Amostras de solo submersas em água



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

As amostras foram mantidas submersas por um período de 24 horas. Com este procedimento, as partículas de resíduos presentes na areia, menos densas do que a mesma, se despreendem e vão para a superfície da água, além disso, o sal presente no solo também é dissolvido. Em seguida, a água contaminada com os resíduos foi escoada e as amostras foram colocadas em uma estufa, para secagem dos grãos. A estufa utilizada pode ser visualizada na Figura 52.

Figura 52 – Estufa para secagem de amostras



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Após um período de mais 24 horas, as amostras saem da estufa completamente secas, tal como mostrado na Figura 53.

Figura 53 – Amostras de solo após secagem em estufa



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Posteriormente, o mesmo procedimento foi realizado uma segunda vez. As amostras foram novamente cobertas com água por 24 horas, escoadas e colocadas em estufa para secagem por mais 24 horas. Após a execução de todas as etapas descritas, a areia, agora com uma quantidade de resíduos significativamente reduzida, encontra-se pronta para a realização dos ensaios.

5.2.1.3 Ensaio de determinação de peso específico seco, γ_d , da areia

Para determinar o peso específico da areia em condição seca, foi utilizada a relação mostrada na Eq. (5.1), em que p_d representa o peso da areia seca e v_d representa o volume da areia seca.

$$\gamma_d = \frac{p_d}{v_d} \quad (5.1)$$

Para auxiliar na obtenção da massa e volume do solo, foi utilizado um béquer de diâmetro $d_b = 7,5 \text{ cm}$ e altura até a última marcação de $h_b = 7,2 \text{ cm}$. O béquer foi pesado vazio e, posteriormente, foi preenchido por areia até a altura da última marcação, por meio de pluviação com funil de $\phi = 5 \text{ mm}$, sendo novamente pesado após esse procedimento. A Figura 54 mostra o recipiente sendo pesado nas duas condições citadas. Foram obtidas as massas/pesos do béquer, de $m_b = 108,95 \text{ g}$ ou $p_b = 108,95 \text{ gf}$, e do béquer preenchido de areia, de $m_{b+a} = 528,26 \text{ g}$ ou $p_{b+a} = 528,26 \text{ gf}$.

Figura 54 – Ensaio para determinação de peso específico de solo em condição seca



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Dessa forma, a massa/ peso de areia contida no recipiente, obtida através da Eq. (5.2), é de $m_d = 419,31 \text{ g}$ ou $p_d = 419,31 \text{ gf}$.

$$p_d = p_{b+a} - p_b \quad (5.2)$$

Já o volume de areia contido no recipiente, obtido pelo cálculo do volume do béquer até a altura preenchida pelo solo, demonstrado pela Eq. (5.3), é de $v_d = 318,09 \text{ cm}^3$.

$$v_d = \frac{\pi d_b^2 h_b}{4} \quad (5.3)$$

Logo, inserindo na Eq. (5.1) o peso de areia e o volume de areia calculados, obtém-se um peso específico seco para a areia de $\gamma_d = 1,32 \text{ gf/cm}^3$.

5.2.1.4 Ensaio de cisalhamento direto para caracterização da interface entre areia e alumínio - determinação de R_{inter}

Como já mencionado anteriormente, é necessário caracterizar a interface entre os materiais que farão parte do sistema solo-estrutura a ser modelado posteriormente nas simulações computacionais. O Plaxis faz uso do parâmetro R_{inter} que, tal como já descrito, consiste em uma redução a ser aplicada no coeficiente de atrito do solo ($\mu = \tan\phi$), que por sua vez é utilizado no cálculo da resistência lateral do sistema de fundação, conforme prescrito na metodologia de Mohr-Coulomb (Eq. (2.1)). Para determinar o valor de R_{inter} é necessário conhecer o ângulo de atrito do solo puro e o ângulo de atrito na interface entre os materiais. O ângulo de atrito da areia pura já é conhecido ($\phi_{areia} = 59,08^\circ$), de maneira que, neste momento, faz-se necessária a determinação do ângulo de atrito considerando-se areia e alumínio atuando conjuntamente.

O ensaio para a determinação do ângulo de atrito, já citado anteriormente, consiste no de resistência ao cisalhamento direto, a ser realizado conforme a norma D3080/D3080M (ASTM, 2014). Para a realização do ensaio, foi utilizada uma prensa de cisalhamento de modelo LO 2900, composta por um sistema de aplicação de cargas e uma caixa de cisalhamento, onde são inseridos os corpos de prova para a execução dos ensaios. A Figura 55 mostra a máquina de cisalhamento utilizada.

Figura 55 – Prensa de cisalhamento modelo LO 2900



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Antes de dar início ao ensaio, é necessário realizar a montagem da caixa de cisalhamento e a moldagem do corpo de prova no interior da mesma. Como o objetivo consiste em ensaiar a interface entre areia e alumínio, a metade inferior da caixa deve ser preenchida com uma placa cilíndrica de alumínio de 6,00 *cm* de diâmetro e 2,08 *cm* de altura, e a metade superior da caixa deve ser preenchida com areia. A caixa de cisalhamento e a placa de alumínio utilizadas podem ser visualizadas na Figura 56.

Figura 56 – Caixa de cisalhamento e corpo de prova de alumínio



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Após o posicionamento da placa dentro da caixa, realiza-se a pluviação da areia no interior da mesma. Destaca-se que foi utilizado o cone de abertura $\phi = 5 \text{ mm}$, para a obtenção da areia em condição compacta. A Figura 57 mostra o processo de pluviação do solo na caixa de cisalhamento.

Figura 57 – Esquema de pluviação da areia no interior da caixa de cisalhamento



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Finalizado o processo de montagem, a caixa é posicionada no interior da prensa de cisalhamento, para que possa ter início a realização do ensaio. Vale destacar que, acima da caixa, são posicionados extensômetros do tipo LVDT, conectados a um sistema de leitura de dados, que permite a extração dos resultados dos ensaios e o envio dos mesmos a um computador conectado ao aparelho. A Figura 58 mostra a caixa posicionada na prensa, além do LVDT e sistema de aquisição de dados utilizado para extração de resultados dos ensaios.

Figura 58 – Caixa com corpo de prova posicionada no interior da prensa de cisalhamento e sistema de leitura de dados dos ensaios



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Para a realização do ensaio de cisalhamento direto, a norma D3080/D3080M (ASTM, 2014) prevê a realização de três etapas: A primeira consiste na saturação do corpo de prova por meio da inserção de água no interior do sistema de ensaio (vale destacar que nem sempre tal etapa é realizada, variando caso a caso); A segunda consiste na compressão do corpo de prova, que pode ser realizada sob atuação de diferentes tensões normais; Por fim, a terceira etapa consiste no cisalhamento direto do corpo de prova, realizado a partir da aplicação de deslocamento horizontal relativo entre a parte de cima e a parte de baixo da caixa de cisalhamento. Destaca-se que nesta etapa foi adotada uma velocidade de movimentação da caixa de $0,08 \text{ mm/min}$, de acordo com o valor calculado por Rodrigues (2020) em sua pesquisa. Após a finalização do ensaio, o corpo de prova é retirado da caixa e é possível observar o deslocamento e a deformação sofridos pelo mesmo (Figura 59), confirmando a ocorrência do cisalhamento da amostra.

Figura 59 – Caixa e corpo de prova após a realização do cisalhamento

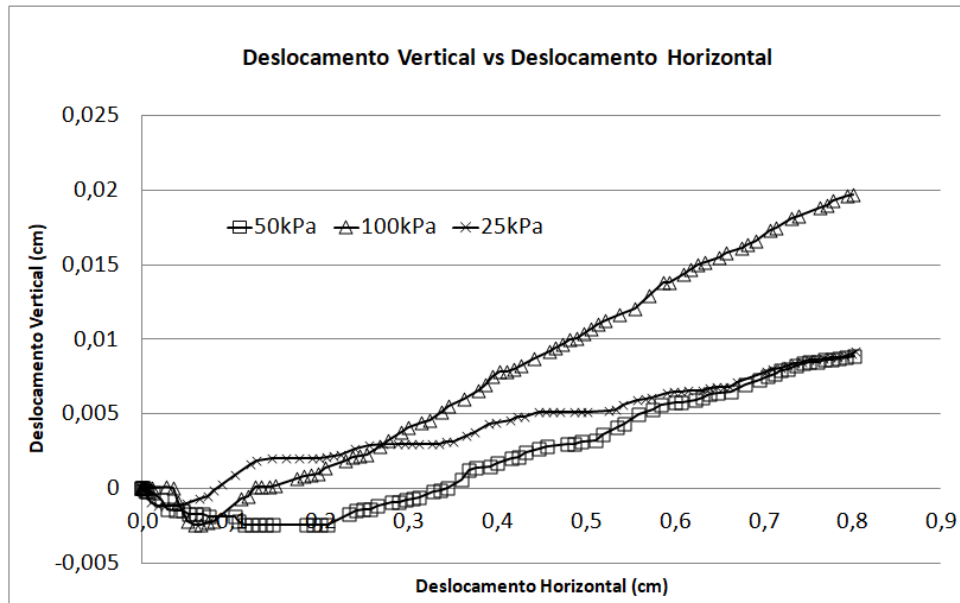


Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Seguindo a metodologia descrita, foram realizados, ao todo, três ensaios, cada um com uma tensão de compressão diferente, sendo estas de $\sigma = 25 \text{ kPa}$, $\sigma = 50 \text{ kPa}$ e $\sigma = 100 \text{ kPa}$. Os resultados de cada ensaio foram coletados pelo sistema de leitura de dados e enviados a um software de aquisição de dados. Os dados extraídos consistiram dos deslocamentos verticais e horizontais e das forças correspondentes às tensões cisalhantes e normais. Tais dados foram tratados com auxílio de uma planilha em excel, de onde foram extraídas as curvas de interesse.

Inicialmente foram construídas as curvas de deslocamento vertical por deslocamento horizontal no solo para cada tensão normal ensaiada. Analisando-se o gráfico final obtido (Figura 60), é possível perceber que, para os três ensaios realizados, ocorre um aumento do deslocamento vertical com o aumento do deslocamento horizontal, o que indica um comportamento dilatante para o material. Tal resultado é coerente, uma vez que areias em condição compacta ($DR = 100\%$) possuem, normalmente, tendência a esse comportamento dilatante.

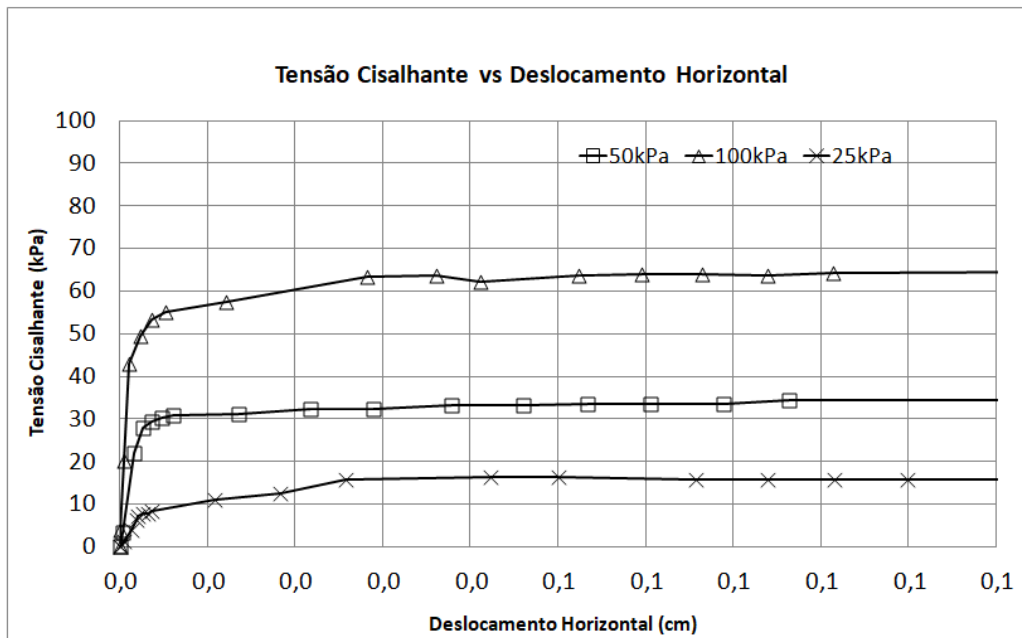
Figura 60 – Gráfico deslocamento vertical vs deslocamento horizontal extraído do ensaio de cisalhamento



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Em seguida, foram construídas as curvas de tensão cisalhante por deslocamento horizontal para as três tensões normais avaliadas (Figura 61), a fim de se identificar os pontos cujas tensões cisalhantes serão tomadas como referência para a construção da envoltória de cisalhamento. Existem alguns critérios que podem ser levados em consideração para a escolha de tais pontos, neste estudo, optou-se pelo critério dos pontos de inflexão das curvas obtidas, isto é, os pontos em que as curvas começam a se estabilizar, tendendo a um valor constante. Os pontos de inflexão que foram observados nas curvas correspondem aos seguintes: $\tau = 11 \text{ kPa}$ para a curva $\sigma = 25 \text{ kPa}$; $\tau = 31 \text{ kPa}$ para a curva $\sigma = 50 \text{ kPa}$; E $\tau = 58 \text{ kPa}$ para a curva $\sigma = 100 \text{ kPa}$.

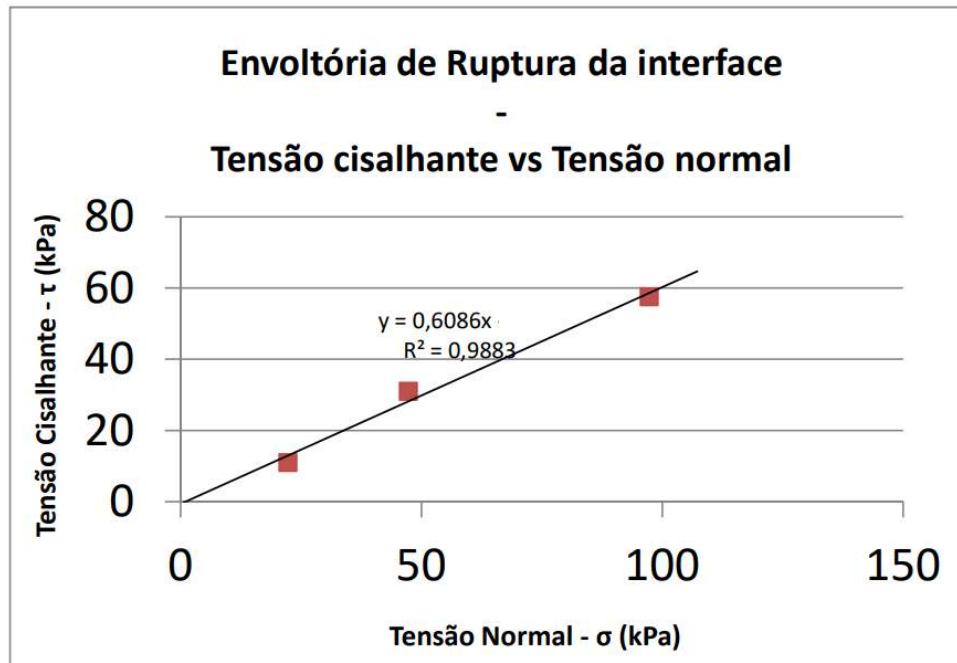
Figura 61 – Gráfico tensão cisalhante vs deslocamento horizontal extraído do ensaio de cisalhamento



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Determinados os pontos de referência para cada um dos ensaios realizados, é possível demarcá-los em um gráfico de tensão cisalhante por tensão normal. Traçando-se a linha de tendência que melhor ajusta os pontos demarcados, obtém-se a a envoltória de resistencia da interface simulada e a equação da mesma, que determina a tensão de cisalhamento atuante no sistema, tal como mostra a Figura 62 e a Eq. (5.4).

Figura 62 – Envoltória de ruptura da interface entre areia e alumínio extraída do ensaio de cisalhamento



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

$$\tau = 0,61\sigma \quad (5.4)$$

Correlacionando-se a Eq. (5.4) extraída da curva construída com a Eq. (2.7), que descreve a formulação teórica segundo Mohr-Coulomb para o cálculo da tensão cisalhante, é possível obter o coeficiente de atrito interno do solo, tal como demonstra a Eq. (5.5).

$$\mu = \tan\phi = 0,61 \quad (5.5)$$

Desenvolvendo-se a equação e convertendo-se o resultado obtido de radianos para graus, obtém-se um ângulo de atrito de $\phi_{interface} = 31,32^\circ$. De posse do ângulos de atrito da areia pura ($\phi_{areia} = 59,08^\circ$) e do ângulo de atrito da interface areia-alumínio, é possível calcular o coeficiente R_{inter} como sendo a razão entre tais ângulos, conforme a Eq. (5.6).

$$R_{inter} = \frac{\phi_{interface}}{\phi_{areia}} \quad (5.6)$$

Substituindo-se os valores determinados previamente, obtém-se $R_{inter} = 0,53$.

5.2.2 Ensaio de Arrancamento em modelos reduzidos de estacas convencional e ramificada adaptada

Para validar a modelagem computacional realizada inicialmente e reproduzir em laboratório uma possível aplicação real para o modelo de fundação ramificada adaptada desenvolvido, foi proposta a realização de um experimento de arrancamento em modelos de estacas reduzidas. Os materiais e métodos empregados na realização dos ensaios e os resultados extraídos após a execução dos mesmos encontram-se nas seções a seguir.

5.2.2.1 Metodologia

O sistema utilizado para a realização do ensaio de arrancamento consiste de um pórtico metálico para ensaios onde foi acoplado um sistema de aplicação de cargas e uma caixa cúbica de 30 *cm* de lado, confeccionada em MDF, que representa o domínio de solo onde as estruturas serão inseridas. O sistema de ensaio e seus componentes podem ser visualizados na Figura 63

Figura 63 – Estrutura para realização de ensaio de arrancamento em modelos reduzidos de estacas



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tal como mencionado, foram ensaiados modelos reduzidos de estacas convencional e ramificada adaptada. Tais estruturas foram confeccionadas com barras de alumínio moldadas em tornearia de acordo com a geometria e dimensões já especificadas (Tabela 14). A Figura 64 mostra os dois modelos de estruturas fabricados. Cabe destacar que, na extremidade de cada uma das peças, foi inserido um pequeno parafuso metálico, de forma a possibilitar a conexão da estrutura com o sistema de aplicação de cargas utilizado.

Figura 64 – Estacas ramificada (a esquerda) e convencional (a direita) confeccionadas em alumínio



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Para realizar a montagem do sistema solo-fundação a ser ensaiado, inicialmente, posiciona-se a estrutura de fundação no centro do topo da caixa, com auxílio de barbantes e marcações com régua. Em seguida, preenche-se a caixa com areia, conforme observado na Figura 65, com cuidado para não movimentar a estrutura durante esse procedimento. A medida em que se preenche a caixa, a areia vai sendo compactada por vibrações provocadas a partir de batidas com um martelo de borracha nas laterais da caixa. Esse processo de compactação, prescrito pela extinta NBR 12051 (ABNT, 1991), foi utilizado em substituição ao processo de pluviação descrito anteriormente, uma vez que, pluvindo o solo de forma tradicional, seriam necessárias muitas horas para encher a caixa por completo. Como o experimento foi realizado mais de dez vezes, esse processo longo não seria viável.

Figura 65 – Preenchimento da caixa com areia após posicionamento da estrutura



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O sistema de aplicação de cargas utilizado consiste em um fio de aço que conecta a estrutura de fundação à um sistema de roldanas com um pendural de 500 g na ponta (Figura 66), onde são adicionadas anilhas de 50 g, de forma a aumentar a solicitação na estrutura gradativamente.

Figura 66 – Pendural para aplicação de cargas com anilhas



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Após a montagem do sistema estrutural, o ensaio é realizado. Cuidadosamente, as anilhas de 50 g são posicionadas no pendural, uma a uma, incrementalmente, até que a carga aplicada faça com que a estrutura seja arrancada do solo, indicando a ruptura do sistema solo-fundação. O ensaio foi repetido seis vezes com as duas estruturas utilizadas, e as cargas de arrancamento correspondentes, foram registradas para as análises posteriores.

5.2.2.2 Resultados

As cargas de arrancamento obtidas, em gramas e em Newtons, para o modelo convencional de estaca, foram reunidas na Tabela 19. Efetuando-se a média dos valores encontrados, foi obtida uma carga de arrancamento média de $P_{média}(conv) = 22,25 N$.

Tabela 19 – Cargas de Arrancamento experimentais - Modelo Convencional

Ensaio	Carga de Arrancamento (g)	Carga de Arrancamento (N)
1	2750	27,50
2	2200	22,00
3	2000	20,00
4	1950	19,50
5	1950	19,50
6	2500	25,00

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Por sua vez, as cargas de arrancamento obtidas para o modelo de fundação ramificada adaptado, encontram-se descritas na Tabela 20. Calculando-se a média dos valores, foi obtida uma carga de arrancamento média de $P_{média}(ramif) = 12,85 N$.

Tabela 20 – Cargas de Arrancamento experimentais - Modelo Ramificado

Ensaio	Carga de Arrancamento (g)	Carga de Arrancamento (N)
1	1400	14,00
2	1100	11,00
3	1250	12,50
4	1250	12,50
5	1300	13,00
6	1400	14,00

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

De maneira geral, os resultados obtidos estão em conformidade com as simulações preliminares realizadas. A carga de arrancamento média obtida para o modelo convencional foi superior a carga média do modelo ramificado, porém, as simulações numéricas preliminares também mostraram que o modelo ramificado apresentou deslocamentos menores que o modelo convencional, logo, embora não tenha sido possível monitorar os deslocamentos ao longo da execução dos ensaios, as simulações a serem realizadas com tais modelos, agora com parâmetros ajustados, poderão comprovar a existência dessa importante vantagem.

5.2.2.3 Verificação dos resultados obtidos com base na capacidade de carga ao arrancamento teórica

Para verificar se os ensaios foram realizados sem a ocorrência de erros relevantes, buscou-se observar se os resultados obtidos foram coerentes, através da realização do cálculo da capacidade de carga teórica ao arrancamento para o modelo convencional utilizado. Como já enunciado na revisão bibliográfica anteriormente descrita, a formulação utilizada para o cálculo da carga máxima de tração suportada por um sistema de fundações por estaca, segundo o método do tronco de cone, pode ser observada nas Eq. (5.7), (5.8), (5.9) e (5.10), aqui listadas novamente.

$$P_u = P_f + C_1L + C_2L^2 + C_3L^3 \quad (5.7)$$

$$C_1 = \left(\frac{\pi}{4}\right) D^2\gamma \quad (5.8)$$

$$C_2 = \left(\frac{\pi}{2}\right) D\gamma \tan \alpha \quad (5.9)$$

$$C_3 = \left(\frac{\pi}{3}\right) \gamma(\tan \alpha)^2 \quad (5.10)$$

O modelo convencional utilizado possui diâmetro $D = 0,01 \text{ m}$ e comprimento $L = 0,2 \text{ m}$. Sabendo-se que o peso específico do alumínio é de $\gamma_{\text{alumínio}} = 27 \text{ kN/m}^3$, utilizando-se a Eq. (5.11) e fazendo-se as transformações necessárias, tem-se $P_f = 4,24 \times 10^{-4} \text{ kN}$.

$$P_f = \gamma_{\text{alumínio}} \frac{\pi D^2 L}{4} \quad (5.11)$$

O peso específico da areia seca, conforme determinado experimentalmente, equivale a $\gamma_{areia} = 13,2 \text{ kN/m}^3$, sendo assim, $C_1 = 1,02 \times 10^{-3}$. Os valores de C_2 e C_3 variam conforme o valor de α adotado. Sabe-se que os valores mais aceitáveis para α variam entre 15° e 30° , embora não haja um consenso sobre o valor exato a ser utilizado, visto que o mesmo depende de diversos fatores e características do solo e da estrutura de fundação. Neste trabalho, optou-se pelo cálculo das constantes considerando-se $\alpha = 15^\circ$, $\alpha = 20^\circ$, $\alpha = 25^\circ$ e $\alpha = 30^\circ$, e o valor final considerado foi tomado como sendo a média (Eq. (5.12) e Eq. (5.13)) entre as constantes calculadas para cada α . Seguindo essa linha de raciocínio, foram obtidos os valores $C_2 = 0,087$ e $C_3 = 2,609$.

$$C_2 = \text{média}(C_2(\alpha = 15^\circ), C_2(\alpha = 20^\circ), C_2(\alpha = 25^\circ), C_2(\alpha = 30^\circ)) \quad (5.12)$$

$$C_3 = \text{média}(C_3(\alpha = 15^\circ), C_3(\alpha = 20^\circ), C_3(\alpha = 25^\circ), C_3(\alpha = 30^\circ)) \quad (5.13)$$

Substituindo-se os valores de P_f e das constantes C_1 , C_2 e C_3 calculadas na Eq. (5.7), obtém-se $P_u = 24,98 \text{ N}$. Comparando-se o valor encontrado com a carga de arrancamento média obtida nos ensaios, $P_{\text{média}}(\text{conv}) = 22,25 \text{ N}$, observa-se que os valores são muito próximos, com uma diferença entre os mesmos de cerca de 10% apenas. Logo, pode-se concluir que os ensaios apresentaram resultados satisfatórios e coerentes com a teoria.

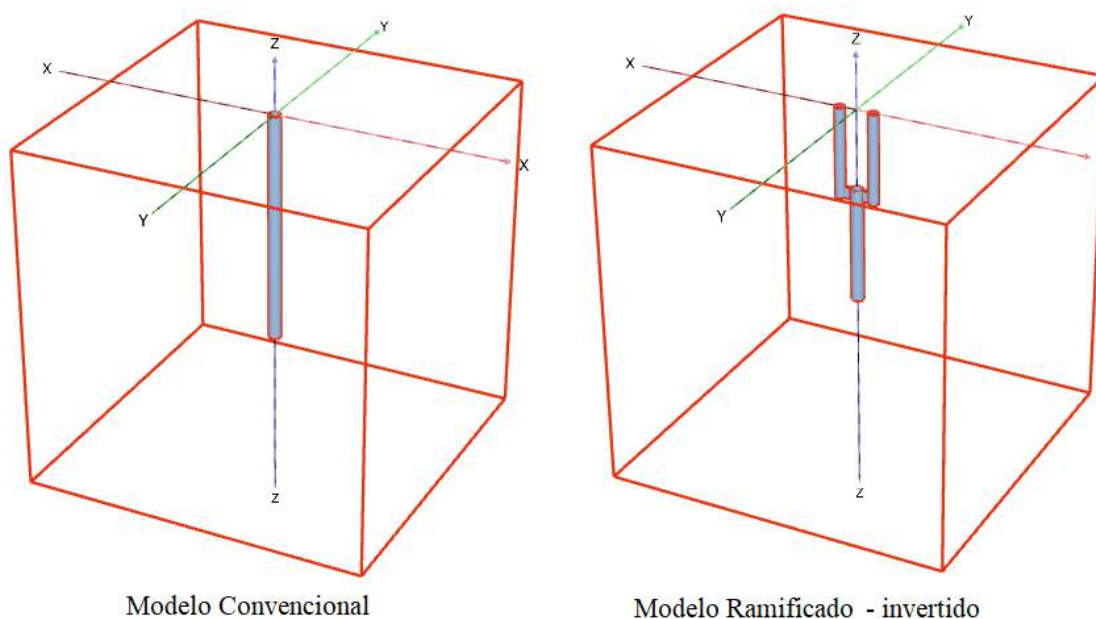
5.3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

A parte final da pesquisa realizada consistiu da análise dos modelos convencional e ramificado adaptado através de novas simulações computacionais utilizando o Plaxis 3D, abrangendo tanto os modelos ensaiados em laboratório (com seus parâmetros agora ajustados), quanto outros modelos gerados com diferentes parâmetros (análises paramétricas). A seguir, encontram-se os resultados obtidos e as discussões realizadas acerca dos mesmos.

5.3.1 Simulação do ensaio de arrancamento

Buscando reproduzir o experimento realizado em laboratório, foram feitas simulações computacionais com os mesmos modelos ensaiados. Os modelos utilizados podem ser visualizados na Figura 67. As dimensões das estruturas são as mesmas já estabelecidas anteriormente e o domínio utilizado consistiu de um cubo com 30 *cm* de lado, tal como no experimento.

Figura 67 – Modelos convencional e ramificado utilizados para simulação de arrancamento



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Para a composição do modelo estrutural foram utilizados como materiais o alumínio para a fundação e a areia para o solo de assentamento. Destaca-se que o alumínio foi inserido com as mesmas propriedades utilizadas nas simulações preliminares (Tabela 16).

As propriedades corretas da areia utilizada nos ensaios, foram determinadas por Rodrigues (2020) e pelos experimentos descritos nas seções anteriores. Cabe ressaltar dois aspectos importantes na determinação das propriedades desse material: O primeiro é o de que o valor de γ_{sat} e γ_{unsat} utilizados no programa foram substituídos pelo peso específico da areia em condição seca ($\gamma_d = 1,32 \text{ g/cm}^3$), tal como determinado experimentalmente, visto que as simulações serão realizadas sem a presença de água no solo; O segundo corresponde ao fato de que o programa requer, além do módulo de elasticidade oedométrico ($E_{oed} = 30,875 \text{ Mpa}$) determinado por Rodrigues (2020), o módulo de elasticidade efetivo (E_{ref}) e o módulo de elasticidade transversal (G_{ref}). Ambas as propriedades podem ser calculadas através do módulo oedométrico e do coeficiente de poisson ($\nu = 0,3$) adotado para o solo, segundo as Eq. (5.14) e Eq. (5.15). O Plaxis realiza esse cálculo de forma automática.

$$E_{ref} = E_{oed} \left[1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu} \right] \quad (5.14)$$

$$G_{ref} = \left(\frac{E_{ref}}{2(1 + \nu)} \right) \quad (5.15)$$

Um resumo com as propriedades da areia adotadas nas simulações pode ser observado na Tabela 21.

Tabela 21 – Propriedades experimentais da Areia

Parâmetro	Valor assumido
$E_{ref} \text{ (kN/m}^2\text{)}$	22,94 E+03
$E_{oed} \text{ (kN/m}^2\text{)}$	30,87 E+03
$G_{ref} \text{ (kN/m}^2\text{)}$	88,21 E+02
$\gamma_{unsat} \text{ (kN/m}^3\text{)}$	13,20
$\gamma_{sat} \text{ (kN/m}^3\text{)}$	13,20
$C_{ref} \text{ (kN/m}^2\text{)}$	0,00
$\phi \text{ (}^\circ\text{)}$	59,08
$\psi \text{ (}^\circ\text{)}$	7,85
ν	0,30
e_{init}	0,57

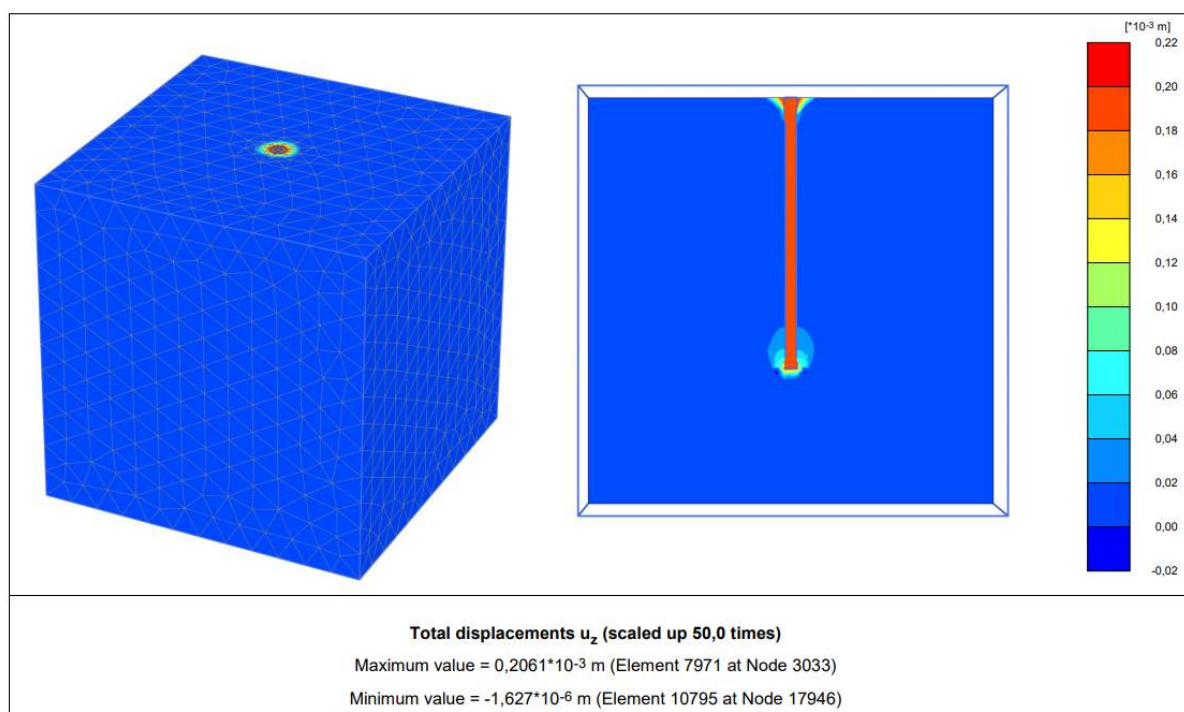
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Cabe destacar ainda que, conforme determinado através da realização do ensaio de cisalhamento direto, o valor utilizado para caracterizar a interface entre areia e alumínio foi de $R_{inter} = 0,53$.

Visando reproduzir de forma mais fiel possível o experimento realizado, as simulações consistiram da aplicação de fases de carregamento incrementais, com carga inicial de 5 N , equivalente ao peso do pendural utilizado no ensaio, seguida de cargas adicionais de $0,5\text{ N}$ (equivalentes as anilhas de 50 g), aplicadas uma a uma, até que a simulação acusasse a ruptura do sistema solo-fundação.

O modelo convencional apresentou uma carga de arrancamento máxima de $23,5\text{ N}$ e um deslocamento total máximo decorrente de tal carregamento de $0,21\text{ mm}$. Os deslocamentos totais na ruptura para o modelo convencional podem ser observados na Figura 68.

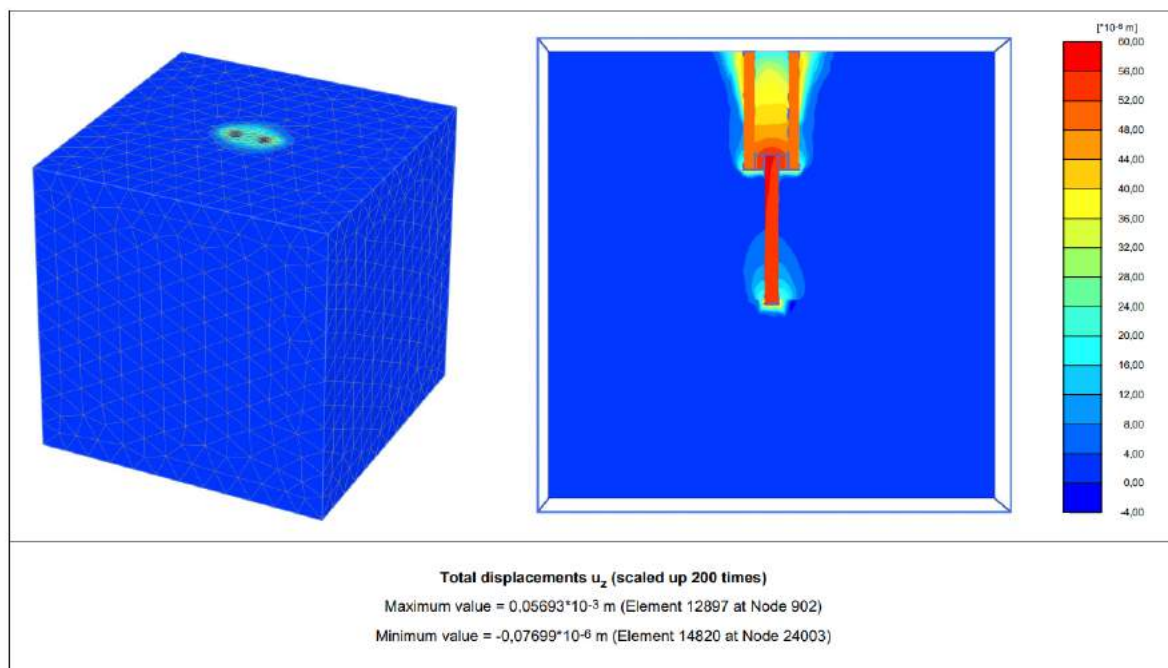
Figura 68 – Deslocamentos totais em 3D (a esquerda) e na seção central (a direita) para o modelo convencional



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Já para o modelo ramificado foi obtida uma carga de arrancamento máxima de $14,5\text{ N}$ e um deslocamento total máximo equivalente de $0,06\text{ mm}$. A Figura 69 mostra os deslocamentos totais na ruptura para o modelo.

Figura 69 – Deslocamentos totais em 3D (a esquerda) e na seção central (a direita) para o modelo ramificado

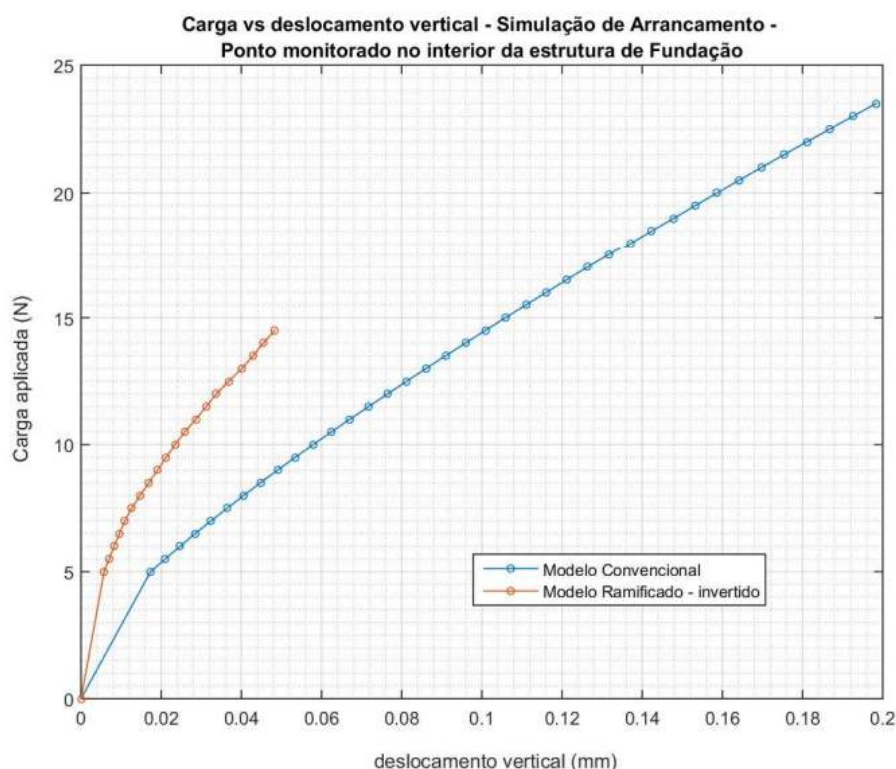


Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Comparando-se o valor das cargas de arrancamento extraídas das simulações com as cargas obtidas experimentalmente, percebe-se que tanto para o modelo convencional, quanto para o modelo ramificado, as cargas foram bem próximas dos valores experimentais. Para o modelo convencional, a diferença percentual entre a capacidade de carga ao arrancamento experimental média ($P_{média(conv)} = 22,25 N$) e a capacidade de carga ao arrancamento simulada ($P_{simulada(conv)} = 23,5 N$) foi de apenas 5,62%. Por sua vez, o modelo ramificado apresentou uma diferença percentual entre a capacidade de carga experimental média ($P_{média(conv)} = 12,85 N$) e a capacidade de carga simulada ($P_{simulada(conv)} = 14,5 N$) de 12,80%, também um valor relativamente baixo. Portanto, pode-se concluir que a modelagem computacional conseguiu reproduzir bem os experimentos em modelo reduzido (dentro de uma margem de erro de até 15%), o que permite simular novas análises sem que sejam necessários novos ensaios.

Embora tenha ficado confirmado que o modelo convencional possua uma capacidade de carga superior a do modelo ramificado, as simulações computacionais mostraram que os deslocamentos sofridos pela estrutura ramificada, no decorrer da aplicação dos carregamentos, foram muito menores do que os sofridos pela estaca convencional. A Figura 70 mostra a curva de carga aplicada em função dos deslocamentos verticais observados em ambas as estruturas simuladas, em que fica evidenciado tal comportamento.

Figura 70 – Curva força vs deslocamento obtida para os modelos simulados a tração



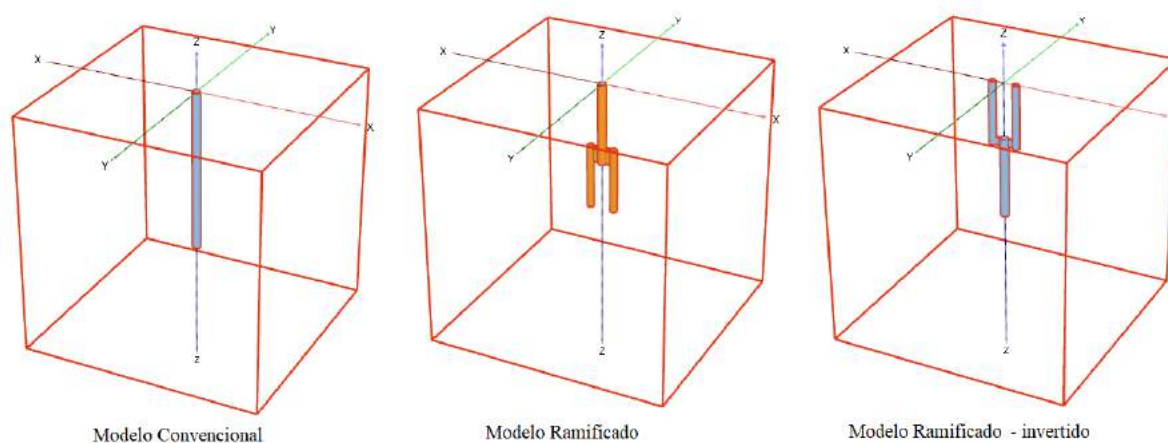
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Calculando-se a média das diferenças percentuais entre os deslocamentos da fundação ramificada e da fundação por estaca cilíndrica, para cada estágio de carregamento aplicado, observa-se que o modelo ramificado apresentou deslocamentos em média 60% menores quando comparados aos do modelo convencional. Logo, fica confirmado que o uso da geometria ramificada é eficaz sob o ponto de vista de redução de deslocamentos do sistema solo-fundação. Além disso, cabe destacar que, embora a carga de arrancamento suportada pelo sistema ramificado seja inferior à suportada pela fundação convencional, em se tratando de cargas usuais de trabalho, a norma NBR 6122: Projeto e execução de fundações (ABNT, 2019) prevê um fator de segurança global para estacas de, no mínimo, $FS = 2.0$, o que significa que esses sistemas estruturais somente são solicitados com metade de suas cargas de projeto máximas, o que equivaleria a cerca de 11,5 N para o modelo convencional. Portanto, dentro deste limite usual, pode-se dizer que o modelo ramificado se mostra mais eficiente do que o modelo convencional.

5.3.2 Simulação das estruturas à compressão

Após a finalização do ajuste da modelagem computacional e das análises das estruturas submetidas ao arrancamento, foram realizadas novas simulações com os modelos em estudo, desta vez, utilizando-se cargas de compressão, uma vez que o estudo da capacidade de carga a compressão de geometrias ramificadas consiste no objetivo original da pesquisa realizada. Além dos modelos convencional e ramificado invertido, também foi simulado o modelo ramificado em configuração padrão (com os ramos secundários voltados para baixo), visto que esta configuração se enquadra melhor na geometria inicialmente proposta na pesquisa. Os três modelos utilizados nesta etapa podem ser visualizados na Figura 71.

Figura 71 – Modelos convencional e ramificados utilizados para simulação de compressão



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Os modelos foram submetidos a estágios de carregamento incrementais, através da aplicação de cargas de compressão sucessivas de 500 N , até o rompimento do sistema solo-fundação. As capacidades de carga extraídas para os três modelos encontram-se na Tabela 22.

Tabela 22 – Capacidades de carga a compressão obtidas para os modelos convencional, ramificado e ramificado invertido

Modelo	Capacidade de carga a compressão (N)
Convencional	4000
Ramificado	5000
Ramificado - invertido	2000

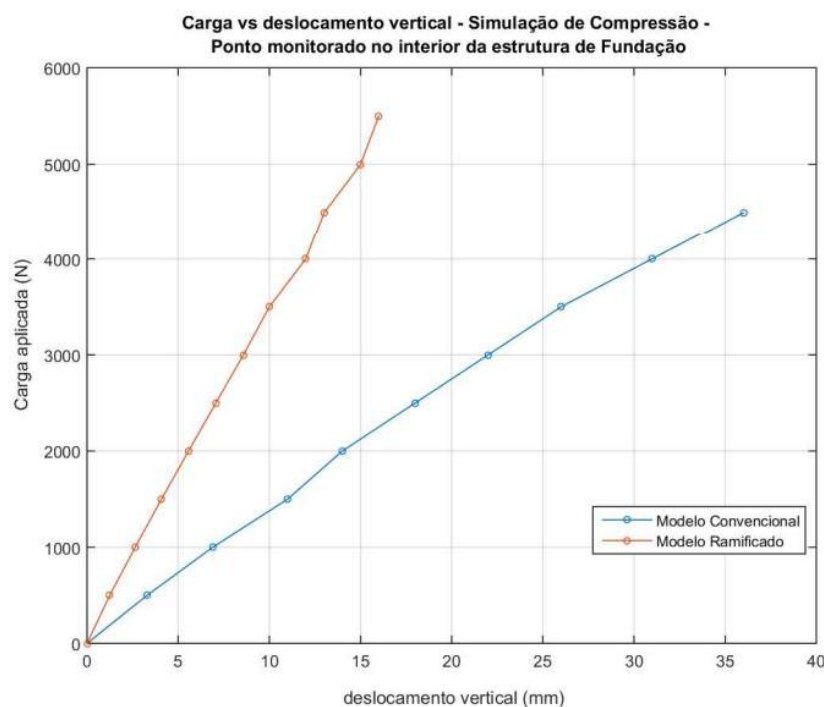
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A primeira observação que pode ser efetuada é a de que o modelo ramificado em configuração invertida apresentou a menor das capacidades de carga obtidas, logo, conclui-se que o mesmo não possui um bom desempenho em se tratando de cargas de compressão, não sendo adequado para utilização nesse caso.

A segunda observação que pode ser extraída dos resultados é a de que a estrutura ramificada em configuração padrão apresentou uma carga de compressão máxima 25% superior a da estaca convencional. Tal como observado nas simulações bidimensionais realizadas anteriormente, conclui-se, novamente, que o modelo de fundação ramificado é mais eficiente que o convencional no que diz respeito à capacidade de carga a compressão.

Ao longo da execução das simulações, também foram monitorados os deslocamentos decorrentes de cada carregamento aplicado nas estruturas. A Figura 72 mostra a curva de carga aplicada em função dos deslocamentos verticais sofridos para os modelos convencional e ramificado padrão.

Figura 72 – Curva força vs deslocamento obtida para os modelos simulados a compressão



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Analisando-se os resultados obtidos é possível perceber que a estrutura ramificada apresentou recalques, em média, 60% menores que os da estaca cilíndrica. Logo, pode-se concluir que o modelo de fundação ramificado, além de suportar maiores cargas de compressão, também permite reduzir em proporção significativa os recalques sofridos pelo conjunto solo-fundação, sendo, portanto, mais eficiente que o modelo convencional em ambos os aspectos.

5.3.3 Análises paramétricas

Para finalizar a pesquisa desenvolvida, foi realizado um estudo acerca da influência dos parâmetros número de ramos proveniente de cada ramo pai, b , e proporção de diâmetro entre ordens adjacentes, d , visando verificar se as propriedades mecânicas e a resistência do sistema ramificado adaptado podem ser incrementadas variando-se tais parâmetros para mais ou para menos. Cabe destacar aqui que, por se tratarem de análises adicionais paramétricas, não serão utilizadas as mesmas propriedades materiais dos modelos ensaiados, mas sim, propriedades genéricas, tal como nas análises preliminares da geometria ramificada adaptada. Por fim, ressalta-se que, em todas as simulações aqui descritas, foi utilizado um domínio de solo cúbico, com $L = 30 \text{ cm}$ de lado.

5.3.3.1 Análise da influência do parâmetro b - número de filhos provenientes de cada ramo pai

Ao longo do desenvolvimento de toda a pesquisa realizada até agora, somente foram modeladas estruturas com $b = 2$ ramos para cada ordem ramificada. Nesse sentido, buscou-se, nesta etapa, avaliar os impactos gerados pela utilização de valores de b maiores do que 2. Para isso, foram simuladas novas estruturas, com $n = 2$, $\lambda = d = 1,26$, e com $b = 3$ e $b = 4$. A geometria utilizada como base para geração das novas fundações foi a mesma utilizada nos ensaios, uma estaca cilíndrica de diâmetro $d = 1 \text{ cm}$ e comprimento $L = 20 \text{ cm}$, e o modelo com $b = 2$, utilizado como comparativo, é mesmo descrito anteriormente na Tabela 14.

As dimensões dos modelos com $b = 3$ e $b = 4$, geradas a partir da formulação teórica para geometrias ramificadas, encontram-se, respectivamente, na Tabela 23 e na Tabela 24.

Tabela 23 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $b = 3$

ordem k	diâmetro d_k (cm)	comprimento λ_k (cm)
0	1,00	10,00
1	0,69	6,90

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 24 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $b = 4$

ordem k	diâmetro d_k (cm)	comprimento λ_k (cm)
0	1,00	10,00
1	0,63	6,30

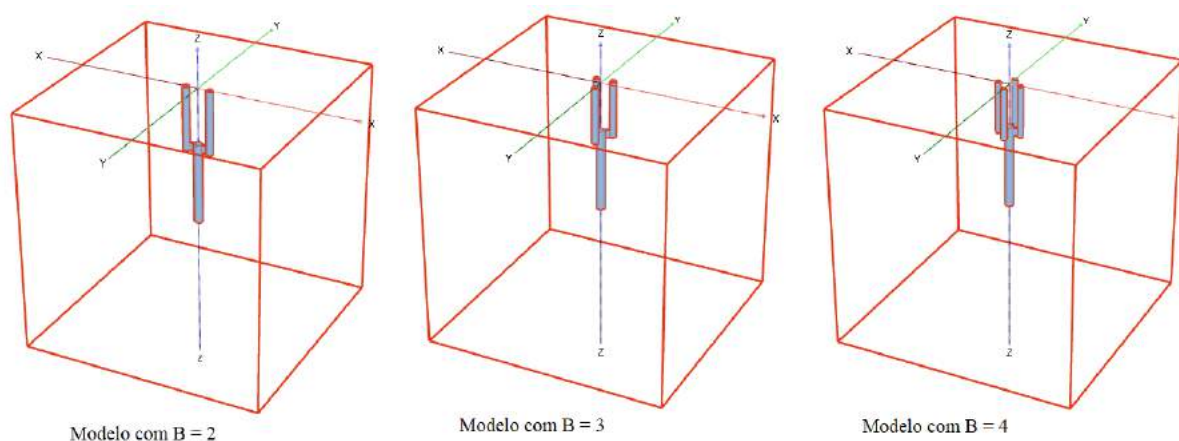
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Cabe destacar aqui que, o sentido da geometria, padrão ou invertido, foi adotado de acordo com o carregamento aplicado em cada modelagem realizada. Para as simulações de arrancamento, foram geradas estruturas com os ramos secundários voltados para a superfície do solo, já para as simulações de compressão, foram utilizadas estruturas com os ramos secundários voltados para o fundo do domínio de solo utilizado. Esse critério foi adotado visando a obtenção de resultados otimizados, uma vez que a geometria invertida se mostrou mais eficiente em situações de arrancamento, e a geometria padrão se mostrou mais eficaz quando da aplicação de cargas de compressão.

5.3.3.1.1 Simulações de arrancamento

Inicialmente, os modelos de fundação estudados foram submetidos a carregamentos de arrancamento. As três estruturas simuladas, com $b = 2$ ramos secundários, $b = 3$ ramos secundários e $b = 4$ ramos secundários, em configuração invertida, podem ser visualizadas na Figura 73.

Figura 73 – Modelos ramificados com parâmetro b variável simulados a tração



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Todos os modelos foram submetidos a cargas incrementais de 5 N, aplicadas em etapas, até a ruptura do sistema solo-fundação. As cargas máximas de tração suportadas pelas três estruturas simuladas encontram-se na Tabela 25 a seguir.

Tabela 25 – Capacidades de carga ao arrancamento obtidas para os modelos com $b = 2$, $b = 3$ e $b = 4$

b	Capacidade de carga ao arrancamento (N)	Diferença com relação ao modelo com $b = 2$ (%)
2	145	-
3	125	-13,80
4	115	-20,70

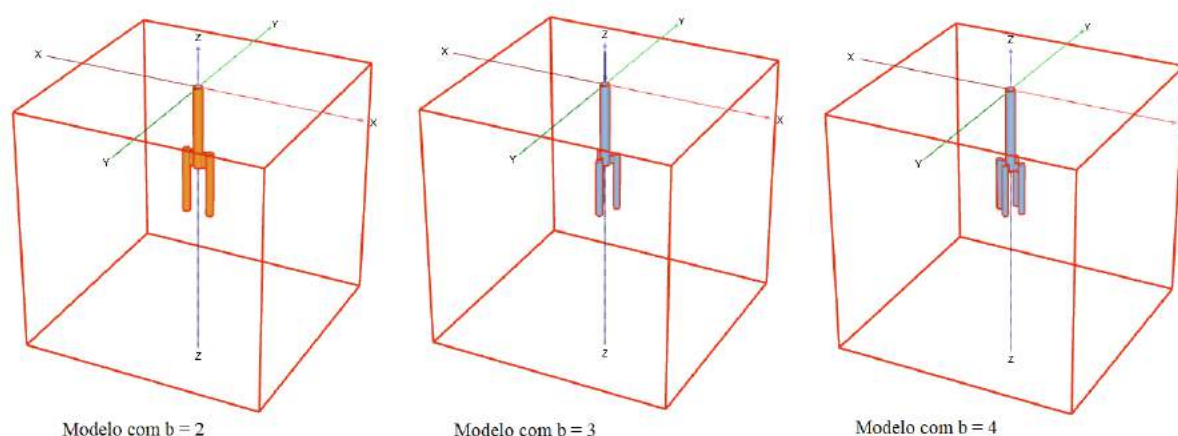
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Avaliando-se os resultados obtidos é possível perceber que o modelo com $b = 2$ apresentou a maior capacidade de carga ao arrancamento, e é observado um decaimento da carga máxima suportada com o aumento de b . Tal resultado sugere que pode haver um *b_{ótimo}* que maximize a resistência estrutural para cargas de arrancamento. Além disso, o fato da estrutura com o menor valor de b apresentar o melhor resultado é de grande relevância, pois indica que é possível gerar uma estrutura ramificada otimizada sem necessitar uma geometria muito complexa.

5.3.3.1.2 Simulações de compressão

Após a finalização da etapa anterior, prosseguiu-se o estudo da influência do parâmetro b na resistência de sistemas de fundação ramificados, desta vez, submetidos a cargas de compressão. A Figura 74 mostra as três estruturas simuladas, com $b = 2$, $b = 3$ e $b = 4$ ramos secundários, em configuração padrão.

Figura 74 – Modelos ramificados com parâmetro b variável simulados a compressão



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

As estruturas foram submetidas a estágios de carregamento gradativos, com cargas de compressão incrementais de $0,5 \text{ kN}$, aplicadas uma a uma, até a ruptura do sistema.

A Tabela 26 contém as capacidades de carga extraídas para as fundações modeladas.

Tabela 26 – Capacidades de carga a compressão obtidas para os modelos com $b = 2$, $b = 3$ e $b = 4$

b	Capacidade de carga a compressão (N)	Diferença com relação ao modelo com $b = 2$ (%)
2	12000	-
3	2000	-83,33
4	6000	-50,00

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tal como observado nas simulações de arrancamento, novamente, a estrutura com $b = 2$ apresentou a maior capacidade de carga, com uma significativa diferença quando comparado aos outros modelos simulados. Entretanto, não foi possível detectar um padrão de decrescimento, uma vez que o modelo com $b = 3$ suportou uma carga menor que o modelo com $b = 4$. Esse resultado deve ser investigado futuramente. De qualquer forma, mais uma vez, a estrutura ramificada com o menor valor de b , apresentou o melhor resultado, corroborando a eficácia da utilização de geometrias ramificadas simples em sistemas de fundações, tanto para a maximização da resistência a tração, quanto para a maximização da resistência a compressão.

5.3.3.2 Análise da influência do parâmetro d - proporção de diâmetro entre ordens adjacentes

Embora o parâmetro d tenha sido explorado no desenvolvimento da formulação teórica da geometria ramificada, não foram feitas, até então, análises que demonstrassem sua influência na resistência de fundações ramificadas na prática. Uma das questões mais relevantes acerca desse parâmetro, consiste na verificação da influência de $d_{ótimo}$ (calculado para o caso de n tendendo ao infinito), tal como foi prescrito na formulação teórica, sobre as propriedades resistivas do sistema solo-fundação. Sabe-se que a utilização de $d_{ótimo}$ na formulação geométrica da fundação leva a concepção de uma estrutura com área de superfície maximizada. Nesse sentido, o objetivo desta etapa do trabalho consiste em verificar se a maximização da área de superfície é suficiente para maximizar a resistência total do sistema de fundações, tanto para carregamentos de tração, quanto de compressão.

Para isso, buscou-se avaliar os impactos gerados pela utilização de geometrias com diferentes valores de d , através de simulações de estruturas ramificadas adaptadas com $n = 2$, $b = 2$ e com os seguintes valores de d : $d = 1,1$, $d = 1,26$ ($d_{ótimo}$, calculado de acordo com a Eq. (3.15)), $d = 1,4$, $d = 1,5$, $d = 1,6$, $d = 2$ e $d = 3$, lembrando que, em todos os casos, $d = \lambda$. Novamente, todos os modelos utilizaram como base a estaca cilíndrica padrão de $d = 1 \text{ cm}$ e $L = 20 \text{ cm}$. As dimensões de todos os modelos simulados

encontram-se da Tabela 27 a Tabela 33. Embora não tenha sido mencionado anteriormente, o modelo ramificado adaptado gerado originalmente, utilizado nos ensaios e nas simulações anteriores, já possuía $d = d_{ótimo} = 1,26$, de forma que suas dimensões (Tabela 14) são as mesmas que as do modelo aqui estudado.

Tabela 27 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 1,1$

ordem k	diâmetro d_k (cm)	comprimento λ_k (cm)
0	1,00	8,00
1	0,90	7,26

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 28 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d_{ótimo} = 1,26$

ordem k	diâmetro d_k (cm)	comprimento λ_k (cm)
0	1,00	10,00
1	0,80	7,94

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 29 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 1,4$

ordem k	diâmetro d_k (cm)	comprimento λ_k (cm)
0	1,00	11,56
1	0,72	8,26

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 30 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 1,5$

ordem k	diâmetro d_k (cm)	comprimento λ_k (cm)
0	1,00	12,56
1	0,66	8,38

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 31 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 1,6$

ordem k	diâmetro d_k (cm)	comprimento λ_k (cm)
0	1,00	13,44
1	0,62	8,40

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 32 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 2,0$

ordem k	diâmetro d_k (cm)	comprimento λ_k (cm)
0	1,00	16,00
1	0,50	8,00

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 33 – Dimensões da geometria adaptada com uma ramificação e $d = 3,0$

ordem k	diâmetro d_k (cm)	comprimento λ_k (cm)
0	1,00	18,62
1	0,34	6,20

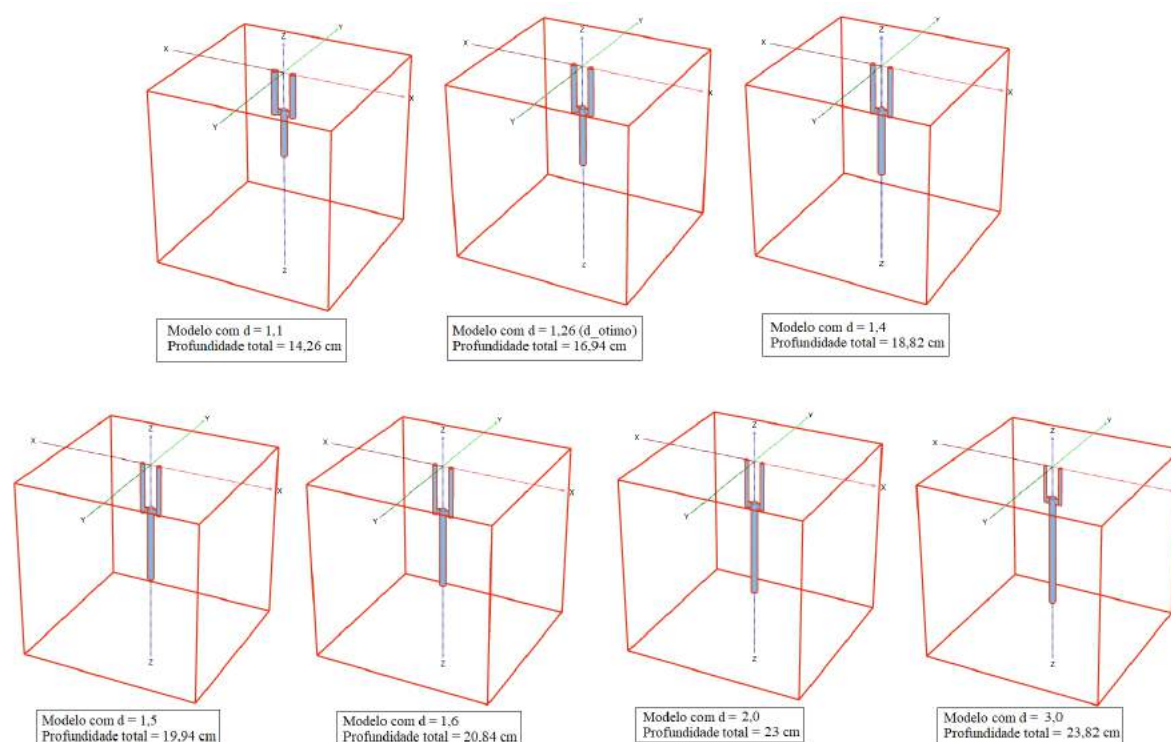
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Novamente, o sentido da geometria foi escolhido em função do tipo de carregamento aplicado em cada modelagem realizada, sendo que, nas simulações de arrancamento, foram geradas estruturas com os ramos secundários voltados para cima, e nas simulações de compressão, foram utilizadas estruturas com os ramos secundários voltados para baixo, seguindo o mesmo critério de otimização mencionado anteriormente.

5.3.3.2.1 Simulações de arrancamento

Inicialmente, analisou-se a influência do parâmetro d nas propriedades resistivas de sistemas ramificados submetidos a carregamentos de tração. A Figura 75 mostra todos os modelos estudados nesta etapa. Um aspecto relevante a se citar é o de que a profundidade total da estrutura de fundação aumenta com o aumento de d . Considerando-se que a estaca cilíndrica utilizada como base para a geração da geometria ramificada possui $L = 20$ cm de comprimento, estruturas ramificadas com comprimentos totais menores que o do modelo padrão, apresentam uma importante vantagem, visto que a instalação das mesmas demandará uma escavação do solo em menor profundidade. Entretanto, estruturas com $d \geq 1,5$ possuem comprimento total maior do que o da estrutura padrão, o que pode ser desvantajoso dependendo da situação em que se deseja empregar tais sistemas de fundação. Essa característica deve ser avaliada caso a caso, a depender do objetivo da utilização da geometria ramificada.

Figura 75 – Modelos ramificados com parâmetro d variável simulados a tração



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tal como no estudo anterior, as simulações efetuadas permitiram obter as capacidades de carga ao arrancamento para todos as estruturas modeladas. Os resultados das simulações encontram-se resumidos na Tabela 34.

Tabela 34 – Capacidades de carga ao arrancamento obtidas para os modelos com valores variados de d

d	Capacidade de carga ao arrancamento (N)
1,10	100
1,26	145
1,40	175
1,50	190
1,60	205
2,00	240
3,00	250

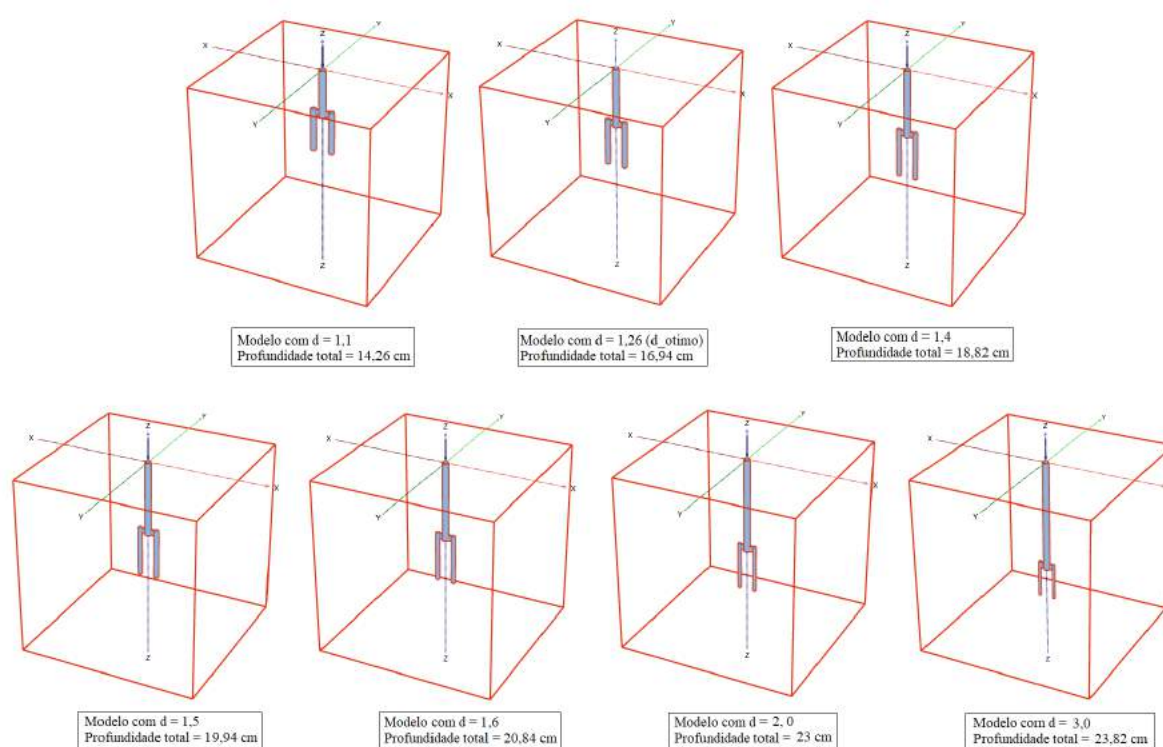
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Os resultados indicam que, para sistemas solo-fundação submetidos a cargas de arrancamento, quanto maior o valor de d adotado, maiores serão as capacidades de carga obtidas. Logo, a teoria da eficiência relacionada a presença de um $d_{ótimo}$ não se aplica a carregamentos de tração. Tais resultados levam a crer que, no arrancamento, provavelmente, outros fatores influenciem na resistência do sistema solo-fundação, e a área de superfície da estrutura provavelmente não é o principal fator de impacto, embora também possua uma parcela de influência. Um fator que pode ter grande peso na resistência ao arrancamento consiste, justamente, na profundidade total da estrutura, uma vez que, como já mencionado, quanto maior o valor de d adotado, maior é a profundidade alcançada.

5.3.3.2.2 Simulações de compressão

Para finalizar a análise do parâmetro d , foram realizadas simulações de compressão nas geometrias ramificadas propostas. Os modelos analisados nesta etapa encontram-se na Figura 76. Vale lembrar que, embora as geometria estejam agora em configuração padrão, as profundidades totais das fundações permanecem as mesmas da análise anterior, sendo assim, as mesmas considerações e ressalvas sobre o comparativo com o modelo convencional ($L = 20 \text{ cm}$) se aplicam neste caso.

Figura 76 – Modelos ramificados com parâmetro d variável simulados a compressão



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Todos os modelos simulados foram carregados incrementalmente até a ruptura. As cargas máximas de compressão suportadas pelos mesmos encontram-se na Tabela 35.

Tabela 35 – Capacidades de carga a compressão obtidas para os modelos com valores variados de d

d	Capacidade de carga a compressão (N)
1,10	5000
1,26	12000
1,40	7500
1,50	8000
1,60	9500
2,00	4500
3,00	2500

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Através da análise dos resultados obtidos, foi possível observar que a estrutura cuja geometria foi gerada a partir de $d_{ótimo} = 1,26$, apresentou a maior capacidade de carga. Esse resultado é de suma importância, uma vez que comprova a formulação proposta para a maximização da eficiência proporcionada por $d_{ótimo}$, em se tratando da capacidade de carga a compressão de fundações. Conclui-se, portanto, que a área de superfície da fundação, provavelmente, é o fator mais relevante na resistência a compressão de estruturas ramificadas. Apesar disso, não foi observado um padrão de crescimento ou decréscimo nos resultados, sendo observada uma oscilação nas cargas máximas suportadas pelos modelos de fundação simulados. Tal comportamento deve ser melhor estudado em uma oportunidade futura.

6 CONCLUSÃO

Para finalizar a pesquisa realizada, são descritas a seguir, as considerações finais acerca de todos os estudos desenvolvidos, bem como as propostas de aplicações e trabalhos futuros a serem abordados em pesquisas posteriores.

6.1 CONCLUSÕES ACERCA DA MODELAGEM COMPUTACIONAL DE ESTRUTURAS RAMIFICADAS

Avaliando-se os resultados obtidos através das simulações bidimensionais realizadas no Plaxis 2D de todos os modelos aqui estudados, é possível concluir que as fundações ramificadas apresentaram resultados positivos, tanto sob o ponto de vista de aumento da capacidade de suporte do solo, quanto sob o ponto de vista da redução significativa de recalques e deslocamentos dado um mesmo carregamento aplicado. Tal eficiência é observada na medida que, com a utilização de um modelo simples com apenas uma ramificação, foi possível aumentar a carga máxima suportada pelo sistema em cerca de três vezes quando comparada com a obtida para um modelo convencional de estaca, chegando a cerca de cinco vezes para os modelos com três e quatro ramificações.

Com relação ao estudo sobre a quantidade de ordens do sistema ramificado pode-se observar que, apesar de um aumento crescente visualizado nas capacidades de carga decorrente do aumento do número de ramificações, ficou evidente que há um desaceleramento na taxa de crescimento quando se comparam os modelos com três e quatro ramificações, o que pode ser bem observado no gráfico apresentado na Figura 30. Portanto, não é justificável a utilização de modelos com número de ramificação elevados, visto que há uma tendência ao decréscimo na taxa de crescimento das capacidades de suporte observadas, e mais importante, modelos com poucas ramificações já apresentam resultados expressivos no aumento das cargas máximas suportadas, e possuem geometrias relativamente mais simples de serem concebidas.

Já o estudo de deslocamentos e tensões decorrentes de uma carga fixa aplicada a todos os modelos estudados revelou que, com somente uma ramificação, obteve-se uma redução do deslocamento total máximo observado no sistema em cerca de dez vezes quando comparado ao obtido para o modelo sem ramificações, chegando a cerca de quatorze vezes para o modelo com quatro ramificações. Sendo assim, pode-se concluir que este também é um aspecto de significativa relevância no que diz respeito à eficiência de estruturas ramificadas. Porém, há um decréscimo na taxa de redução dos deslocamentos observados quando são comparadas as estruturas com mais ramificações, o que, mais uma vez, torna a utilização de estruturas muito ramificadas desnecessária, uma vez que estruturas com poucas ramificações já cumprem bem o papel de reduzir recalques em geral.

Os resultados dão fortes indícios sobre a existência de um número ótimo de ramificações a ser utilizado em projeto, que consiste naquele capaz de aumentar consideravelmente a capacidade de suporte do solo e, simultaneamente, reduzir os deslocamentos e recalques totais do sistema solo-fundação, sem que seja necessária a utilização de uma estrutura ramificada de grande complexidade geométrica. A determinação de tal valor ótimo deve ser avaliada caso a caso.

Com relação as tensões, tal como já mencionado, não foi identificado um padrão de crescimento ou decréscimo entre as mesmas quando do aumento do número de ramificações adotado. Porém, foi comprovado que para todos os sistemas ramificados, as tensões totais máximas são observadas na própria estrutura de fundação e não no solo em seu entorno, ao contrário do observado no modelo convencional. Tal característica pode ser interpretada como um vantagem para os modelos ramificados, visto que o controle sobre o dimensionamento e construção destes elementos para suportar as tensões máximas é muito maior do que sobre o terreno de assentamento dos mesmos.

Cabe destacar, novamente, que os resultados obtidos mostram que as fundações ramificadas geram maiores interferências horizontais, em termos de deslocamentos, do que estacas cilíndricas em geral. Tal fator deve ser atentado em se tratando da execução de fundações próximas entre si ou entre demais elementos estruturais da própria construção ou de edificações vizinhas, visto que podem ocorrer interferências entre tais estruturas. Cabem aqui estudos futuros acerca de tal aspecto, como a simulação de fundações ramificadas agindo em conjunto ou em conjunto com diferentes elementos construtivos. Uma aplicação interessante nesse caso seria a utilização de fundações ramificadas na execução de torres de geração de energia eólica, transmissão de energia elétrica ou de telecomunicações, visto que tais estruturas podem demandar somente um único elemento de fundação, além do que tais construções são realizadas, em geral, em regiões isoladas de outros tipos de edificações, evitando assim, interferências em estruturas vizinhas. Sendo assim, a viabilidade de fundações ramificadas nesses casos seria de grande significância, permitindo explorar todas as vantagens a serem proporcionadas por essas estruturas.

A avaliação realizada acerca do ângulo de ramificação a ser empregado em estruturas ramificadas permitiu observar que aumentando-se o ângulo de ramificação utilizado, é possível aumentar ainda mais a capacidade de suporte das fundações até certo ponto. Entre os modelos simulados com $\theta = 10^\circ$ e $\theta = 60^\circ$ há um aumento na carga máxima suportada pelo sistema de cerca de 2,6 vezes, sendo, portanto, extremamente significativa a influência do ângulo de ramificação adotado. Entretanto, a partir de $\theta = 60^\circ$ observa-se um decréscimo da capacidade de suporte obtida, tal decréscimo mostra-se crescente a medida em que se aumenta o ângulo até $\theta = 90^\circ$, o que leva a crer que também exista um ângulo de ramificação ótimo a ser empregado na construção de geometrias ramificadas para fundações.

O conceito de ângulo ótimo também é observado quando se comparam os modelos simulados sob aplicação de um mesmo carregamento. Observa-se que os deslocamentos totais máximos sofridos pelo conjunto solo-fundação são reduzidos a medida que se aumenta o ângulo adotado, chegando a valores aproximadamente quatro vezes menores quando se comparam as estruturas com $\theta = 10^\circ$ e $\theta = 60^\circ$. Porém, tal redução não é mais observada nas estruturas com valores de θ superiores à 60° , ao contrário, nestas estruturas, os deslocamentos máximos voltam a ser crescentes.

Portanto, as duas óticas analisadas permitem concluir que, de fato, existe um ângulo ótimo de ramificação, capaz de aumentar as cargas máximas suportadas pelo conjunto solo-fundação e reduzir, ao mesmo tempo, os deslocamentos e recalques totais sofridos pelo mesmo.

Cabe ressaltar novamente que as simulações das estruturas aqui discutidas foram realizadas em software de modelagem bidimensional, que considera a distribuição dos carregamentos atuantes em profundidade unitária. Logo, os carregamentos, deslocamentos e tensões extraídos foram obtidos em termos relativos e não absolutos. Porém, como o intuito desta parte do trabalho consistiu na realização de um estudo comparativo de forma qualitativa entre diferentes modelos estruturais, pode-se dizer que o software bidimensional atendeu aos requisitos necessários.

Por fim, com relação as análises tridimensionais realizadas, foi possível concluir que, as simulações executados no Plaxis 3D, embora limitadas pela falha na geração de uma malha em volume único de elemento de fundação, deram indicativos de que o modelo ramificado realmente apresenta resultados positivos quando comparado a um modelo de estaca convencional. Além do aumento da capacidade de carga em cerca de 13%, o modelo ramificado ainda possibilitou uma redução de 67% em termos de deslocamentos devidos a um mesmo carregamento.

Em linhas gerais, as simulações tridimensionais seguem a tendência observada nas análises bidimensionais. Embora as variações percentuais presentes entre os resultados extraídos oscilem entre as diferentes modelagens (o que deve ser investigado em pesquisas futuras), é fato que a geometria ramificada apresentou, tanto sob o aspecto de cargas de compressão máxima suportadas, quando sob o aspecto de redução de deslocamentos totais dos sistemas solo-fundação, resultados melhores que os modelos convencionais em ambas as análises (2D e 3D). Logo, os estudos realizados apontam para um consenso em comum: O de que as estruturas ramificadas, de fato, são mais eficientes do que as estacas cilíndricas convencionais.

6.2 CONCLUSÕES ACERCA DO MODELO DE FUNDAÇÃO RAMIFICADA ADAPTADO EM TORPEDO

Através dos resultados extraídos dos ensaios e das simulações realizadas, foi possível perceber que o modelo de fundação ramificada adaptado apresentou diversos pontos positivos e vantagens, quando comparado a um modelo de estaca cilíndrico de mesmo volume.

Em se tratando dos ensaios e simulações de arrancamento foi observado que, embora o modelo convencional tenha suportado uma carga superior a do modelo ramificado (em sua configuração invertida), os deslocamentos associados a cada carregamento aplicado foram menores que os observados para o modelo padrão. Considerando-se que estruturas de fundação, na prática, só são solicitadas com metade de sua carga máxima de projeto, visando a segurança da edificação, pode-se dizer que o modelo ramificado mostrou-se mais eficiente dentro deste limite de trabalho.

Já as simulações de compressão apresentaram resultados ainda melhores. O modelo ramificado apresentou uma capacidade de carga significativamente maior que o modelo convencional, além de deslocamentos e recalques muito inferiores. Os resultados são bastante semelhantes aos observados nas simulações com os modelos ramificados com ângulo de ramificação, mostrando novamente que essas estruturas são eficientes em se tratando de capacidade de carga dos solos e resistência frente a cargas de compressão em geral. Cabe destacar que o modelo ramificado em configuração invertida não apresentou bom desempenho a compressão, não sendo recomendado para utilização nesse caso.

Por fim, as análises paramétricas realizadas permitiram obter resultados que contribuíram para a obtenção de parâmetros ótimos para os modelos de fundação analisados. Através das modelagens de estruturas ramificadas com número variável de ramos provenientes de cada ramo pai b , sendo estes $b = 2$, $b = 3$ e $b = 4$, foi possível perceber que, tanto para as simulações de compressão, quanto para as simulações de tração, o modelo ramificado com $b = 2$ apresentou as maiores cargas resistidas. Trata-se de um resultado interessante, pois mostra que deve existir um valor ótimo de b capaz de maximizar as propriedades do sistema solo-fundação e, ainda, trata-se de um valor que confere uma geometria mais simples de ser projetada e executada, não sendo necessário um modelo de grande complexidade.

E, por sua vez, as análises computacionais envolvendo valores variados de proporção de diâmetro d entre ordens sucessivas, mostraram resultados diferentes a depender do tipo de carregamento analisado.

Em se tratando de fundações sujeitas a cargas de tração e arrancamento, a utilização de $d_{ótimo}$, embora maximize a área de superfície da estrutura, não leva a obtenção da maior carga suportada pelo sistema, em realidade, quanto maior o valor de d adotado, maiores foram as cargas de arrancamento encontradas. Esse resultado indica que provavelmente outras propriedades podem ter maior influência na resistência oferecida pela estrutura a esse tipo de solicitação, sendo que uma dessas propriedades pode ser a profundidade total alcançada pela fundação, o que é verificado uma vez que a medida que se aumenta o valor de d , também aumenta-se a profundidade total da estrutura. Análises mais aprofundadas acerca desse fenômeno devem ser realizadas futuramente.

Entretanto, no que diz respeito as simulações dessas estruturas sujeitas a compressão, os resultados corroboraram os estudos teóricos acerca de $d_{ótimo}$. De fato, a estrutura com maior capacidade de carga a compressão correspondeu aquela em que foi utilizado $d_{ótimo}$ como parâmetro de geração. Logo, trata-se de mais uma comprovação de que existe uma estrutura ótima por trás das geometrias ramificadas.

De maneira geral, os resultados aqui descritos acerca de estruturas ramificadas dão indícios de que tais modelos geométricos apresentam bom potencial para serem utilizadas como solução alternativa para fundações, otimizando propriedades estruturais de fundamental relevância no que diz respeito à resistência e segurança de edificações.

6.3 TRABALHOS FUTUROS

Em se tratando do estudo das fundações ramificadas, ainda existem diversas análises possíveis de variáveis internas e externas à estrutura, que podem ser abordadas posteriormente em estudos futuros.

Dentre essas análises, pode-se citar, dentro da análise teórica do modelo geométrico proposto, a continuação do desenvolvimento matemático da expressão da eficiência, que possibilitará a comprovação da existência de um $d_{ótimo}$ capaz de maximizar as propriedades resistivas da estrutura de fundação. Para isso, faz-se necessário, conforme já mencionado, a realização da derivada segunda da expressão da eficiência, aplicada aos pontos em que $d = d_{ótimo}$, utilizando-se expressões deduzidas ao longo da pesquisa.

Outra análise interessante consiste na avaliação da eficiência sob a perspectiva de outros parâmetros de geração da geometria ramificada. Como o modelo ramificado se desenvolveria se, ao invés de um $d_{ótimo}$, fosse determinado um $b_{ótimo}$, ou um $n_{ótimo}$? Quais seriam as implicações nas propriedades resistivas do sistema solo-fundação? A combinação de diferentes parâmetros ótimos pode potencializar ainda mais a eficiência dessas estruturas? Diversas questões teóricas como essas ainda podem ser exploradas dentro do estudo da geometria ramificada.

Já no campo computacional, destaca-se a necessidade da simulação de novas estruturas ramificadas, a fim de se solucionar o problema causado pela separação dos volumes que compõe a geometria da fundação ramificada (decorrente da limitação da geração da malha 3D), para que seja possível comprovar a eficiência do modelo ramificado sob a perspectiva tridimensional. A modelagem 3D é de grande relevância, uma vez que possibilita a extração de resultados mais próximos da realidade, que podem ser utilizados como base para ensaios de campo e elaboração de projetos de modelos de fundações ramificadas reais.

Além disso, podem ser realizadas simulações com geometrias variáveis, utilizando-se diferentes parâmetros de geração, buscando compreender de forma mais aprofundada a influência de cada um na eficiência mecânica dessas estruturas. Dessa forma, será possível obter mais dados para determinar a geometria ótima das fundações ramificadas.

Outro estudo interessante consiste na avaliação do chamado "efeito de grupo" em fundações ramificadas, que deve ser realizada por meio de simulações de grupos de duas ou mais estruturas ramificadas trabalhando em conjunto. Cabem aí diversas análises, como a verificação do efeito da propagação de deslocamentos entre fundações, visto que já foi observado que essas estruturas propagam deslocamentos com maior intensidade do que estacas convencionais, além da observação de possíveis incrementos de resistência e outras propriedades dada a atuação de geometrias ramificadas trabalhando em conjunto.

Ainda com relação a modelagem computacional, também vale destacar a possibilidade do desenvolvimento de um estudo acerca do comportamento de estruturas ramificadas em solos estratificados, através da simulação de fundações ramificadas inseridas em domínios compostos por diferentes camadas de solo, com diferentes materiais e posições de lençol freático. Tais simulações permitiram reproduzir de forma mais representativa a realidade de um perfil geotécnico.

Com relação a aplicação de geometrias ramificadas como estruturas de fundação reais, buscar a validação da eficiência de fundações ramificadas através de ensaios experimentais em campo consiste em um grande avanço que pode ser almejado futuramente. A realização de ensaios de prova de carga em estruturas ramificadas em tamanho real, para a observação de cargas e deslocamentos reais, pode levar a consolidação do modelo para utilização em edificações na prática.

Em se tratando da geometria ramificada adaptada sem angulação, cabe destacar um estudo voltado para sua aplicação como estrutura de ancoragem para edificações em ambiente submarino. Como foi observado no estudo desenvolvido, tal geometria forneceu indicativos de resultados positivos no quesito resistência à tração, sendo mais eficiente que estruturas convencionais dentro da faixa de trabalho usual desses elementos de fundação, podendo ter aplicações variadas, como elemento de fixação de plataformas em alto mar e fundação para torres e pontes sobre rios e mares.

Existem ainda outros estudos e aplicações práticas possíveis para estruturas ramificadas, como a análise do efeito dinâmico de fundações ramificadas aplicadas como fundações de máquinas, a aplicação de fundações ramificadas como elementos de contenção e reforço para muros de arrimo e outras estruturas tracionadas, além de diversas outras possibilidades.

Por fim, cabe destacar uma das análises futuras mais relevantes no campo das fundações ramificadas, que consiste na realização de um estudo teórico de viabilidade construtiva para estruturas ramificadas com ângulo de ramificação, a partir da combinação de técnicas já existentes no atual cenário da engenharia civil. É fato que estes modelos estruturais possuem geometrias significativamente mais complexas que as fundações convencionais e ainda existem muitos obstáculos a serem transpostos para que seja possível elaborar métodos construtivos que se apliquem de forma concreta a fundações ramificadas, entretanto, diversos avanços tecnológicos já existentes sinalizam para uma possível viabilidade executiva de tais modelos estruturais. Como exemplo, pode-se citar o método de "Perfuração Direcional", utilizando amplamente pela Indústria do Petróleo, para a escavação de poços petrolíferos. Tal metodologia permite, a partir de uma série de ferramentas específicas, a perfuração de poços com ângulos e direções específicas até um alvo determinado (BANDEIRA; SILVA, 2015). Visto que já é possível executar os ângulos de ramificação de forma prática, os estudos futuros devem caminhar na direção do conceito

de bifurcação direcional, ou seja, modificação na metodologia de perfuração direcional que permita, além da escavação direcionada, a escavação simultânea em diferentes direções.

Embora existam diversas variáveis e possibilidades a serem consideradas ainda, todos os estudos aqui realizados mostram que o campo das estruturas ramificadas pode fornecer um grande leque de aplicações no campo das fundações e das estruturas em geral.

REFERÊNCIAS

- ABAL **Características químicas e físicas do alumínio**. Disponível em: <http://abal.org.br/aluminio/caracteristicas-quimicas-e-fisicas/>. Acesso em: 22 de nov. de 2021.
- ABNT. **NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2019.
- ABNT. **NBR 12007 (MB 3336)**: (Cancelada) Ensaio de Adensamento Unidimensional. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1990.
- ABNT. **NBR 12051**: (Cancelada) Determinação do Índice de Vazios Mínimo de Solos Não-Coesivos - Método de Ensaio. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1991.
- ALMEIDA, I. K. **Modelagem Numérica de Coluna da Nave Lateral da Basílica da Sagrada Família de Gaudi - Barcelona – Espanha**. Rio de Janeiro: Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2011.
- ALVES, P. L. **Capacidade de interceptação pelas árvores e suas influências no escoamento superficial urbano**. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015.
- ARAÚJO, H. J. B. de et al. **Durabilidade de Estacas de Eucalipto (Eucalyptus sp.) Tratadas com CCA após 60 Meses de Ensaio no Campo Experimental da Embrapa Acre, Rio Branco, Acre**. Rio Branco: Comunicado técnico, 2010.
- ASTM. **D3080/D3080M**: Standard Test Method for Direct Shear Test of Soils Under Consolidated Drained Conditions. West Conshohocken, United States: American Society for Testing and Materials, 2014.
- AZEREDO, H. A. **O edifício até sua cobertura**. São Paulo: Edgard Blücher, 2. Ed., 1997.
- BAILEY, P. H. J.; CURREY, J. D.; FITTER, A. H. The role of root system architecture and root hairs in promoting anchorage against uprooting forces in *Allium cepa* and root mutants of *Arabidopsis thaliana*. **Journal of Experimental Botany**, Vol. 53, No. 367, pp. 333–340, 2002.
- BANDEIRA, F. B. B.; SILVA, G. V. M. **Perfuração direcional de poços de petróleo - métodos de deflexão e acompanhamento direcional**. I Congresso Nacional de Engenharia de Petróleo, Gás Natural e Biocombustível, 2015.
- BARROS, M. M.; BEVILACQUA, L. D. Elastic fractal trees: a correspondence among geometry, stress, resilience and material quantity. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Vol. 37, No. 5, pp. 1479-1483, 2015.
- BENTLEY, L. P. et al. An empirical assessment of tree branching networks and implications for plant allometric scaling models. **Ecology Letters**, 10 p., 2013.
- BENYUS, J. M. **Biomimicry: Innovation Inspired by Nature**. New York, USA: HarperCollins Publishers, 1997.

- BOWLES, J. E. **Foundation analysis and design**. New York (USA): McGraw-Hill, 1968.
- CAMPELO, N. S. de. **Comportamento de Estacas submetidas a Esforços Verticais de Tração, em Solo Colapsível**. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo (USP)/São Carlos, São Carlos, 1994.
- CHEN, W. F.; SALEEB, A. F. **Constitutive equations for engineering materials**. New York, USA: Wiley, 1982.
- CINTRA, J. C. A.; AOKI, N. **Fundações por estacas: projeto geotécnico**. São Paulo: Oficina de textos, 2010.
- COPÉRNICO, N. citado em **Humanidades** Edições 10-15, Universidade de Brasília, pág 33, 1986.
- COSTA, R. G. B. **Análise paramétrica das condições de ancoragem de plataformas offshore utilizando estacas torpedo a partir de modelos em elementos finitos**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE, Rio de Janeiro, 2008.
- COUTTS, M. P. Development of the structural root system of Sitka spruce. **Forestry**, vol. 56, p. 1-16, 16 p., 1983.
- COUTTS, M. P.; NIELSEN, C. C. N.; NICOLL, B. C. The development of symmetry, rigidity and anchorage in the structural root system of conifers. **Kluwer Academic Publishers**, Plant and soil, vol. 217, p. 1-15, 15 p., 1999.
- DANZIGER, F. A. B. **Capacidade de Carga de Fundações Submetidas a Esforços Verticais de Tração**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE, Rio de Janeiro, 1983.
- DETANICO, F. B.; TEIXEIRA, F. G.; SILVA, T. K. A Biomimética como Método Criativo para o Projeto de Produto. **Design e tecnologia**, Vol. 02, p. 101-113, 13 p., Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010.
- DEUTSCHE WELLE **Arquitetura sustentável inspirada na natureza**. Disponível em:
<https://www.dw.com/pt-br/arquitetura-sustentavel-inspirada-na-natureza/g-56758163>.
Acesso em: 15 de out. de 2021.
- ELOY, C. Leonardo's Rule, Self-Similarity, and Wind-Induced Stresses in Trees. **Physical Review Letters**, Vol. 107, 258101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.258101, 2011.
- ENCARNAÇÃO, R. N. da **Análise da capacidade de carga axial de estacas torpedo**. Rio de Janeiro: Escola politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.
- ENNOS, A. R. The anchorage of leek seedlings: the effect of root length and soil. **Annals of Botany**, vol. 65, p. 409-416, 8 p., 1990.
- ESCOLA ENGENHARIA **Fundações Profundas**. Disponível em:
<https://www.escolaengenharia.com.br/fundacoes-profundas/>. Acesso em: 15 de jun. de 2021.

FERREIRA FILHO, J. R. **Geometria fractal: Da natureza para a sala de aula.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Sergipe (UFS), Sergipe, 2015.

GEOFIX **Estaca hélice contínua.** Disponível em:
<http://www.geofix.com.br/servico-ehc.php>. Acesso em: 17 de jun. de 2021.

SOBRE GEOLOGIA **Rios (parte 1): Classificação de rios.** Disponível em:
<https://www.sobregeologia.com.br/2019/03/rios-parte-1-classificacao-de-rios.html>.
 Acesso em: 21 de out. de 2021.

HACHICH, W. et al. **Fundações: Teoria e prática.** São Paulo: Pini, 1998.

HALLÉ, F. Arquitectura de los Árboles. **Bol. Soc. Argent. Bot.**, vol. 45:(3-4), p. 405-418, 2010.

HASLETON, P. S. The internal surface area of the adult human lung. **Journal of Anatomy**, vol. 112:3, p. 391-400, 1972.

IPR/DNIT. **DNER-ME 093/94:** Solos - Determinação da Densidade Real. Rio de Janeiro: Instituto de Pesquisas Rodoviárias/Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes, 1994.

KIM, J. S.; PARK, K. The Design Characteristics of Nature-inspired Buildings. **Civil Engineering and Architecture**, vol. 6(2), p. 88-107, 2018.

LABUZ, J. F.; ZANG, A. Mohr–Coulomb Failure Criterion. **Springer**, Ulusay R. (eds) The ISRM Suggested Methods for Rock Characterization, Testing and Monitoring: 2007-2014, 2012.

LEE, C. J.; BOLTON, M. D.; AL-TABBAA, A. Numerical modelling of group effects on the distribution of dragloads in pile foundations. **Geotechnique**, Vol. 52:5, p. 325–335, 2002.

MANNA, S. S. Branched Tree Structures: From Polymers to River Networks. **Physica A: Statistical and Theoretical Physics**, Vol. 254, p. 190-197, 1998.

MARANGON, M. **Apostila de Mecânica dos Solos.** Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Ed. Dez/2018, p. 94–120, 2018.

MARTINS, R. A. L. **Biomimética no projecto de estruturas espaciais.** Dissertação (Mestrado) - Faculdade de ciência e tecnologia da Universidade nova de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2012.

MICKOVSKI, S. B. **Anchorage Mechanics of different types of root systems.** Ecology, environment. University of Manchester, English. <tel-00003454>, 2002.

MORRIS, C. E.; HOMANN, U. Cell Surface Area Regulation and Membrane Tension. **Journal of Membrane Biology**, Vol. 179, p. 79-102, 2001.

MURRAY, C. D. The physiological principle of minimum work: I. the vascular system and the cost of blood. **Proc. Natl. Acad. Sci. USA**, Vol. 12, p. 207-214, 1926.

NAVARRO, R. F. A Evolução dos Materiais. Parte1: da Pré-história ao Início da Era Moderna. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos**, Vol. 1, p. 01-11, 2006.

- OLIVEIRA FILHO, W. L. **Considerações sobre Ensaaios Triaxiais em Areias**. Dissertação (Mestrado) - Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ), Rio de Janeiro, 1987.
- PASCHOALIN FILHO, J. A.; CARVALHO, D. Fundações de construções submetidas a esforços de tração em solo de alta porosidade da região de Campinas - SP. **Eng. Agríc.**, Jaboticabal, Vol. 30, n.2, p.205-211, mar./abr. 2010, 2010.
- PEREIRA FILHO, E. Estacas pré-moldadas de concreto, procedimentos executivos. **APeL - Geotecnia, fundações e concreto**, 6p., 2016.
- PRIMAVERA PEQUIM **Beijing 2008 apresenta o seu Cubo D'água**. Disponível em: <http://primaveraempequim.blogspot.com/2008/01/beijing-2008-apresenta-o-seu-cubo-dgua.html>. Acesso em: 22 de jun. de 2021.
- REBELLO, Y. C. P. **Fundações - Guia prática de projeto, execução e dimensionamento**. São Paulo: Editora Ziguarte, 2008.
- RIBEIRO, E. F.; RICCIO, M. V. F. Construção de um Pluviador de Areia para Moldagem de Corpos de Prova com Diferentes Densidades e Índices de Vazios. **VI Congresso de Engenharia Civil**, "Engenharia e Sustentabilidade: Caminhos para o Futuro", p. 11. 2019.
- RIBEIRO, P. O. **Estruturas de Árvores: Tensão e Energia**. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.
- RIBEIRO, P. de O.; VILELA, G.; BARROS, M. M. Evaluation of the strain energy capacity of artificial trees. **ABMEC**, Proceedings of the XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Natal/RN, Brazil, November 11-14, 2019.
- RICCIO, M. V. F. **Estudo Experimental da Interação Solo-Reforço Incluindo a Simulação da Compactação**. Dissertação (Mestrado) - Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ), Rio de Janeiro, 2001.
- RICHTER, J. P. **The Notebooks of Leonardo da Vinci**. New York: Dover, 1970.
- RODRIGUES, L. F. N. **Estudo do Cisalhamento em Colunas Granulares Encamisadas**. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora (PEC/UFJF), Juiz de Fora, 2020.
- SILVA, I. N. **Análise de Estabilidade de Encosta em Solo Residual no Bairro Santa Luzia, Juiz de Fora**. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2018.
- SONCIN, I. B. **Eficiência mecânica de estruturas ramificadas na capacidade de carga e recalques de fundações**. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.
- SONCIN, I. B.; SOUZA, L. T.; BARROS, M. M. Numerical modeling of branching foundations. **ABMEC**, Proceedings of the XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Natal/RN, Brazil, November 11-14, 2019.

SOUZA, L. T.; BARROS, M. M. Maximização da Área de Superfície em Sistemas Ramificados. **SIMMEC**, Anais do XII Simpósio de Mecânica Computacional, Vol. 1, p. 632-639, 2016.

SOUZA, L. T.; SONCIN, I. B.; BARROS, M. M. Estruturas Ramificadas como Solução Alternativa para Fundações. **COBRAMSEG – ABMS**, Anais do XIX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Salvador, Bahia, 2018.

STOKES, A. et al. An Experimental Investigation of the Resistance of Model Root Systems to Uprooting. **Annals of Botany**, Vol. 78, p. 415-421, 7 p., 1996.

TODA MATERIA **Tipos de Raízes**. Disponível em:
<https://www.todamateria.com.br/tipos-de-raizes/>. Acesso em: 22 de out. de 2021.

TOTAL CONSTRUÇÃO **Estaca Strauss: O que é? Quando utilizar? Execução e mais**. Disponível em: <https://www.totalconstrucao.com.br/estaca-strauss/>. Acesso em: 17 de jun. de 2021.

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. **Fundações: critérios de projeto, investigação do subsolo, fundações superficiais, fundações profundas, Vol. Único**. São Paulo: Oficina de textos, 2010.

WORDPRESS **Beijing National Stadium**. Disponível em:
<https://beijingbirdsnest.wordpress.com/architecture/architechural-influence/>. Acesso em: 22 de jun. de 2021.

APÊNDICE A – DEDUÇÃO DAS EXPRESSÕES DE $d_{\acute{o}timo}$

Partindo da Eq. (3.13), aqui reescrita como Eq. (A.1), são desenvolvidos aqui os cálculos matemáticos utilizados na obtenção das expressões de $d_{\acute{o}timo}$ para os dois casos avaliados.

$$2 \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)\right]^2} - \frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n (n-1)}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)\right]} \right] - \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right) - \left(\frac{\gamma}{d}\right)^n}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]^2} - \frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n (n-1)}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]} \right] = 0 \quad (\text{A.1})$$

caso a): Como nesse caso tem-se $\gamma < d$, os quocientes $\gamma/d < 1$ e $\gamma/d^2 < 1$ tendem a zero com o aumento de n . Portanto, a Eq. (A.1) pode ser simplificada da seguinte forma:

$$2 \left[\frac{-1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)\right]^2} \right] - \left[\frac{-1}{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]^2} \right] = 0 \quad (\text{A.2a})$$

$$\left[\frac{2\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)}{\left[\left(\frac{\gamma}{d}\right) - 1\right] \left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]^2} \right] - \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)}{\left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right] \left[\left(\frac{\gamma}{d}\right) - 1\right]^2} \right] = 0 \quad (\text{A.2b})$$

$$\left[\frac{2\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) \left[\left(\frac{\gamma}{d}\right) - 1\right] - \left(\frac{\gamma}{d}\right) \left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]}{\left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]^2 \left[\left(\frac{\gamma}{d}\right) - 1\right]^2} \right] = 0 \quad (\text{A.2c})$$

$$\left(\frac{2\gamma}{d^2}\right) \left[\left(\frac{\gamma}{d}\right) - 1\right] - \left(\frac{\gamma}{d}\right) \left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right] = 0 \quad (\text{A.2d})$$

$$\gamma(\gamma - 2d + d^2) = 0 \quad (\text{A.2e})$$

Assim sendo e considerando-se que $\gamma \neq 0$, tem-se:

$$\gamma - 2d + d^2 = 0 \quad (\text{A.3a})$$

$$d = 1 \pm \sqrt{1 - \gamma} \quad (\text{A.3b})$$

Entretanto, como foi adotado $d > 1$, obtém-se como resultado final:

$$d_{\acute{o}timo} = 1 + \sqrt{1 - \gamma} \quad (\text{A.4})$$

caso b): Neste caso, $\gamma > d$, com $\gamma \leq d^2$, portanto, somente o quociente $\gamma/d^2 < 1$ tenderá a zero quando $n \rightarrow \infty$. Logo, a Eq. (A.1) pode ser simplificada da seguinte forma:

$$2 \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)\right]^2} \right] - \left[\frac{-1}{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right) - \left(\frac{\gamma}{d}\right)^n}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]^2} - \frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n (n-1)}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]} \right] = 0 \quad (\text{A.5a})$$

$$\left[\frac{2 \left(\frac{\gamma}{d^2}\right) \left[\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1\right]}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)\right]^2} \right] = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - \left(\frac{\gamma}{d}\right)}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right] \left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]} - \frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n (1-n)}{\left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]} \right] \quad (\text{A.5b})$$

$$\left[\frac{-\left(\frac{2\gamma}{d^2}\right) \left[\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1\right]}{\left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]^2} \right] = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - \left(\frac{\gamma}{d}\right) + \left(\frac{\gamma}{d}\right)^n (n-1) \left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right] \left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]} \right] \quad (\text{A.5c})$$

$$\left[\frac{-\left(\frac{2}{d}\right) \left(\frac{\gamma}{d}\right) \left[\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1\right]}{\left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]^2} \right] = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right) \left[\left(\frac{\gamma}{d}\right)^{n-1} - 1 + \left(\frac{\gamma}{d}\right)^{n-1} (n-1) \left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]\right]}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right] \left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]} \right] \quad (\text{A.5d})$$

$$\left[\frac{-\left(\frac{2}{d}\right) \left[\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1\right]}{\left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]} \right] = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^{n-1} \left[1 + (n-1) \left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]\right] - 1}{\left[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)\right]} \right] \quad (\text{A.5e})$$

Para que seja possível seguir com o desenvolvimento da expressão, devem ser adotados os seguintes pressupostos:

- 1) $A\alpha^n + C \approx A\alpha^n$, para $\alpha > 1$ e $n \rightarrow \infty$, sendo C uma constante qualquer.

Prova:

$$A\alpha^n + C = A\alpha^n \left(1 + \frac{C}{A\alpha^n}\right) \quad (\text{A.6})$$

Observa-se que, na Eq. (A.6), o erro (ε) com relação à afirmação de que $A\alpha^n + C = A\alpha^n$ equivale à parcela $(C/A\alpha^n)$.

Como é possível afirmar que $\lim_{n \rightarrow \infty} (C/A\alpha^n) = 0$ (sendo $\alpha > 1$), pode-se concluir que o erro da expressão tende a zero. Logo, a aproximação é válida para $\alpha > 1$, a medida em que $n \rightarrow \infty$.

2) $A(n-1) + C \approx A(n-1)$, para $n \rightarrow \infty$, sendo C uma constante qualquer.

Prova:

$$A(n-1) + C = A(n-1) \left(1 + \frac{C}{A(n-1)} \right) \quad (\text{A.7})$$

É possível observar que, na Eq. (A.7), o erro (ε) com relação à afirmação de que $A(n-1) + C = A(n-1)$ equivale à parcela $(C/[A(n-1)])$.

Como é possível afirmar que $\lim_{n \rightarrow \infty} (C/[A(n-1)]) = 0$, pode-se concluir que o erro da expressão tende a zero. Logo, a aproximação realizada é válida.

Utilizando-se o pressuposto 1) e sabendo-se que, para o caso em estudo, $\gamma > d$ e, conseqüentemente, $\gamma/d > 1$, pode-se simplificar a Eq. (A.5e) da seguinte forma:

$$\left[\frac{-\left(\frac{\gamma}{d}\right) \left(\frac{\gamma}{d}\right)^n}{\left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]} \right] = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n \left(\frac{\gamma}{d}\right)^{-1} [1 + (n-1) [1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)]]}{[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)]} \right] \quad (\text{A.8a})$$

$$\left[\frac{-\left(\frac{\gamma}{d}\right)}{\left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]} \right] = \left[\frac{1 + (n-1) [1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)]}{[1 - \left(\frac{\gamma}{d}\right)] \left(\frac{\gamma}{d}\right)} \right] \quad (\text{A.8b})$$

Utilizando-se o pressuposto 2), pode-se simplificar tal expressão da seguinte maneira:

$$\left[\frac{-\left(\frac{\gamma}{d}\right)}{\left[\left(\frac{\gamma}{d^2}\right) - 1\right]} \right] = \left[\frac{(n-1)}{\left(\frac{\gamma}{d}\right)} \right] \quad (\text{A.9a})$$

$$\left[\frac{1}{(n-1)} \right] = \left[\frac{1 - \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)}{\left(\frac{\gamma}{d}\right) \left(\frac{\gamma}{d}\right)} \right] \quad (\text{A.9b})$$

Sabendo-se que, quando $n \rightarrow \infty$, a expressão $\left[\frac{1}{(n-1)} \right]$ tende à zero, chega-se ao seguinte desenvolvimento:

$$1 - \left(\frac{\gamma}{d^2} \right) = 0 \quad (\text{A.10a})$$

$$\frac{\gamma}{d^2} = 1 \quad (\text{A.10b})$$

$$d = \pm\sqrt{\gamma} \quad (\text{A.10c})$$

Porém, como se admite que d assume sempre valores positivos, tem-se:

$$d_{\text{ótimo}} = \sqrt{\gamma} \quad (\text{A.11})$$