

Dinâmica de Translações em Espaços Projetivos

Sergio Corrêa Neto¹, Laércio José dos Santos²

O estudo acerca dos sistemas dinâmicos surge da Mecânica e sua necessidade em estudar equações diferenciais em que cada ponto do espaço de fase determina uma possível configuração do sistema e, dessa forma, o fluxo tem a função de descrever a maneira pela qual essa configuração atua, isto é, se modifica, ao longo do tempo. Essa descrição se dá por meio das órbitas de cada ponto e seu possível comportamento recorrente. Uma vez que realizar tal análise geralmente é complicado, ferramentas e conjuntos são definidos e estudados com o objetivo de auxiliar nessa descrição. Para um fluxo induzido por uma transformação linear de um espaço vetorial de dimensão finita, podemos estudar a ação correspondente no espaço projetivo e, sendo este um espaço métrico compacto, obtemos diversas técnicas para descrever o comportamento do fluxo. Neste trabalho estudamos o caso específico de fluxos induzidos pela ação de grupos lineares no espaço projetivo em que esses grupos são, além de topológicos, grupos de Lie. O principal objetivo deste trabalho é caracterizar a decomposição de Morse mais fina do fluxo, induzido no espaço projetivo $\mathbb{P}(V)$, de um isomorfismo g num espaço vetorial V . Essa caracterização é feita em termos dos pontos fixos da componente hiperbólica de g em sua decomposição de Jordan multiplicativa. Inicialmente estudamos os conceitos de recorrência, recorrência por cadeias e decomposição de Morse para analisar o comportamento de um fluxo topológico num espaço métrico compacto. Os resultados principais são que o conjunto recorrente por cadeias coincide com o conjunto dos pontos fixos da componente hiperbólica do fluxo e que as componentes de Morse, da decomposição de Morse mais fina, são normalmente hiperbólicas. Sendo este último uma ideia similar ao Teorema de Hartman-Grobman para pontos fixos hiperbólicos onde, numa vizinhança do ponto, é possível realizar a linearização do fluxo. A generalização desse resultado, estudado sobre variedades flag, é abordado nos artigos de Mauro Patrão e Lucas Seco através da linguagem da Teoria de Lie semissimples. Uma vez que espaços projetivos são exemplos de variedades flag, o estudo deste trabalho serve de exemplo dentro dessa teoria, cujo desenvolvimento é matricial, e não requer os mesmos argumentos de Teoria de Lie semissimples.

Palavras-chave: Decomposição de Morse; Hiperbolicidade Normal; Espaço Projetivo.

¹Instituto de Matemática Pura e Aplicada. sergio.correa.neto@gmail.com

²Universidade Federal de Juiz de Fora. ljdsantos@gmail.com