



O SENTIDO DE LOCALIZAÇÃO E MOVIMENTAÇÃO: noções de geometria para crianças

Maria Cláudia Caires Costa Almeida
Maria Cristina Araújo de Oliveira



Este trabalho está licenciado com uma Licença [Creative Commons – Atribuição – NãoComercial 4.0 Internacional](http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

```
<a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/"></a><br />Este trabalho está licenciado com uma Licença <a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/">Creative Commons - Atribuição-NãoComercial 4.0 Internacional</a>
```

Nesta revista pretendemos apresentar alguns aspectos da historicidade do ensino de geometria, que se transformam ao longo do tempo e tem conexão com as necessidades dos diferentes momentos históricos e culturais. Ela se destina aos professores dos anos iniciais da Educação Básica e têm como objetivo trazer a reflexão sobre temas controversos do atual ensino de matemática nos anos iniciais, tais como a simetria. Nessa perspectiva vamos apresentar dois temas que foram introduzidos no ensino primário brasileiro a partir da década de 1960: noções de topologia e geometria por transformações.

As atividades contidas nesta revista foram apresentadas e discutidas com outros professores no V CIMAI, em 21 de outubro de 2020, no mini curso intitulado: *Afinal – geometria é mocinha ou vilã?*

O minicurso foi apresentado juntamente com as professoras Maria Cristina Araújo de Oliveira, Evellin Sena Cruz e Isabela Magalhães Kirchmair.

O que é CIMAI?

O CIMAI - Encontro de Práticas em Ciências e Matemática nos anos iniciais, é um evento que acontece anualmente, elaborado pela faculdade de educação da UFJF.

Em 2020, em virtude da pandemia, do isolamento social e da suspensão das atividades da UFJF, o evento foi organizado e realizado totalmente online, e ocorreu entre os dias 19 e 23 de outubro de 2020.

O público alvo desse evento são: professores que lecionam na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, estudantes de Pedagogia de IES, pesquisadores e estudantes de Pós-Graduação.

Vamos iniciar com as noções topológicas e na sequência abordaremos a geometria por transformações.

E O QUE SÃO NOÇÕES TOPOLÓGICAS?

Topologia é uma área da matemática que estuda a continuidade e outros conceitos originados a partir dessa noção, como localização e vizinhança. Enfatiza as propriedades e as características que possuem os corpos geométricos e que se mantêm inalteradas graças a mudanças contínuas, independentemente do seu tamanho ou do seu aspecto. Observando também caminhos por meio de curvas geométricas, regiões e delimitações a partir de curvas ou superfícies. A partir dessas noções tornam-se objetos conceituais as noções de localização e vizinhança, por exemplo.

Resumindo em linguagem simplificada, a topologia permite dobrar, esticar, retorcer ou encolher as figuras geométricas sem as quebrar nem segmentar aquilo que esteja unido.

Por exemplo, topologicamente um triângulo é o mesmo que uma circunferência: um pode ser transformado no outro de forma contínua, sem necessidade de cortar ou colar. No entanto, uma circunferência nunca pode ser transformada num segmento de reta do ponto de vista topológico, uma vez que essa transformação requereria quebrar a continuidade da figura.

O QUE É GEOMETRIA POR TRANSFORMAÇÕES?

A geometria por transformações coloca o foco nas alterações que uma dada figura geométrica pode assumir a partir de aplicações realizadas em seus pontos. Assim, aquelas transformações que preservam características tais como ângulos, comprimento dos lados, distância, tipos e tamanhos, são chamadas de isometrias. A simetria é uma isometria, pois transforma a figura inicial em outra idêntica, porém em outro lugar no plano ou no espaço.

O QUE É SIMETRIA?

De uma maneira bastante intuitiva, podemos dizer que uma figura é simétrica se tivermos um eixo, ou uma reta, que “dobrando” a figura em torno dessa reta, ambas as partes se sobrepõem. Matematicamente, simetria é a relação entre duas figuras que se sobrepõem após uma reflexão em torno de um eixo, no caso da simetria axial; ou em torno de um ponto, simetria central. Cada ponto correspondente pela simetria em cada uma das figuras tem a mesma distância do eixo de simetria, no primeiro caso; e do centro de simetria no segundo.

MAS QUANDO E COMO ESSES CONTEÚDOS FORAM INSERIDOS NO ENSINO DE GEOMETRIA PARA AS CRIANÇAS?

As ideias de topologia e a geometria por transformações foram defendidas e valorizadas no Movimento da Matemática Moderna (MMM). Para as crianças as noções topológicas tratavam de estudo de vizinhança, fronteira, interior/exterior de figuras, na frente/atrás, curva aberta/fechada. E a simetria foi uma noção bastante explorada em atividades de observação, mas também de construção.

QUE MOVIMENTO FOI ESSE?

O MMM teve origem internacionalmente na década de 1950, período marcado por importantes discussões sobre a necessidade de renovação do ensino da Matemática, nos diferentes níveis de ensino incentivada pela necessidade de formar os estudantes preparados para inovações tecnológicas e científicas. No final da década de 1950, mais precisamente em 1957 com o lançamento do foguete Sputnik pelos russos, os Estados Unidos e a Europa começaram a incentivar com muito apoio financeiro o ensino “das ciências” buscando acelerar as inovações tecnológicas através da formação de cientistas. Buscando exercer mais influência no contexto da Guerra Fria, os Estados Unidos incentivaram e financiaram a divulgação da Matemática Moderna especialmente na América Latina (OLIVEIRA *et al.* 2011).

No Brasil, esse movimento ganhou força na década de 1960, alguns grupos ajudaram na disseminação das ideias do MMM no Brasil, como o Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática (NEDEM) no estado do Paraná, o Grupo de Estudos e Ensino da Matemática de Porto Alegre (GEEMPA) e o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática em São Paulo (GEEM).

QUE PROPOSTAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA AS CRIANÇAS FORAM APRESENTADAS NESSE MOVIMENTO?

A proposta de um programa moderno para o ensino primário considerava quatro caminhos a serem seguidos: (i) o algébrico, (ii) o aritmético, (iii) o lógico e (iv) o geométrico. A geometria como sendo a exploração do espaço não deveria tratar nas primeiras noções da medida ou da distância exata entre objetos. Assim as primeiras noções trabalhariam as ideias de dentro e fora, antes e depois, diante e atrás, aberto e fechado.

De acordo com Oliveira; Silva; Valente (2011), o ensino primário no Brasil no MMM esteve mais relacionado a uma proposta experimentalista, na qual o aluno estaria em atividade constante durante a construção do conhecimento, por meio da manipulação e construção de materiais concretos. O professor, dessa forma, seria o orientador das descobertas, intuitivas em um primeiro instante, sistematizadas e posteriormente formalizadas.

A ênfase na metodologia com apropriações de Piaget e Dienes foram os diferenciais do MMM, com a divulgação e a disseminação das propostas por diversos meios – impressos (livros e artigos de revistas), programas de televisão, congressos, grupos de estudo, buscando levar o ideário aos professores e alunos das escolas. Em relação ao ensino de Geometria, tomava-se uma ordem inversa de aprendizagem, passando, primeiramente, pelas noções topológicas e, posteriormente, pelas noções euclidianas.

NOÇÕES TOPOLÓGICAS

POR QUE AS NOÇÕES TOPOLÓGICAS DEVERIAM SER ENSINADAS?

Essas noções espaciais básicas auxiliam no sentido de localização e de movimentação no espaço físico em situações do cotidiano das crianças.

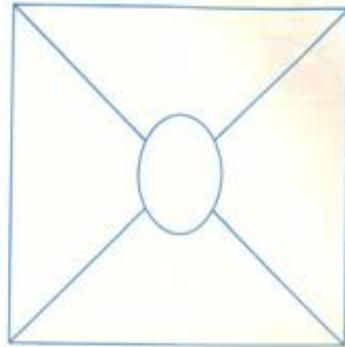
COMO ESSE CONCEITO ERA APRESENTADO NO PERÍODO DA MATEMÁTICA MODERNA?

Vamos exemplificar com duas atividades presentes no Manual *Grueminha ensina você a gostar de Matemática*, s.d., das autoras Lucília Bechara Sanchez e Manhúcia Perelberg Liberman, que foi escrito durante o período do MMM.

ATIVIDADE 1

Nessa atividade, o aluno deveria pintar a figura usando quatro cores diferentes, sendo que as regiões vizinhas não poderiam ser pintadas com a mesma cor.

Figura 1 – Com quatro cores pinte as regiões. Duas regiões vizinhas não podem ter a mesma cor.

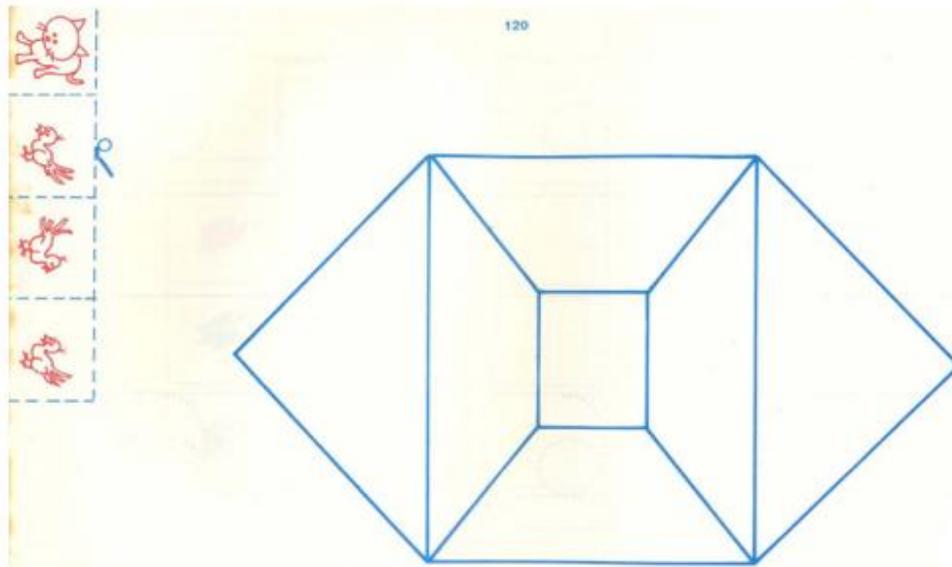


Fonte: [Grueminha ensina você a gostar de Matemática \(s.d\)](#)

ATIVIDADE 2

Na atividade seguinte, os alunos deveriam recortar as imagens dos passarinhos e do gato e, em seguida, deveriam colar as imagens na figura dada, de modo que os passarinhos não poderiam ser colados em nenhuma região vizinha ao gato.

Figura 2 – Recorte e cole o gato e os passarinhos. Os passarinhos podem ser vizinhos. O gato não pode ser vizinho dos passarinhos



Fonte: [Grueminha](#) ensina você a gostar de Matemática (.s.d.)

Noções de topologia permanecem no ensino de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

QUAL O OBJETIVO DO ENSINO DESSE CONTEÚDO?

Os autores do **caderno 05 do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)** justificam a importância do estudo desse conteúdo, para os anos iniciais, com as teorias de Piaget, destacando que:

Os autores **do caderno PNAIC** justificam a importância do estudo desse conteúdo, para os anos iniciais, com as teorias de Piaget, destacando que:

Na infância, segundo a perspectiva piagetiana, a percepção do espaço é mais topológica, já que, nesse estágio (pré-operatório), por exemplo, as noções de vizinhança, fronteira, ordem, interior e exterior, frente e atrás independem de uma métrica, antecedendo as noções euclidianas e de perspectiva. PNAIC (BRASIL, 2014, p. 61 caderno 5).

PORQUE USAR O CADERNO PNAIC COMO REFERÊNCIA?

O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa foi um projeto nacional, que teve início em 2013 com a disciplina de português e em 2014 foi introduzido o conteúdo de matemática, e buscava a alfabetização na idade certa. Nos anos seguintes o projeto foi ampliado para as outras disciplinas. Trata-se de um projeto com grande abrangência em todos os estados brasileiros. O governo federal disponibilizou recursos e instrumentos (livros didáticos, recursos digitais e conteúdos multimídia específicos para a alfabetização) aos estados e municípios para que as crianças fossem alfabetizadas até o final do 3º ano do ensino fundamental e foram oferecidos cursos para os professores com carga horária de 120 horas (nos anos de 2013 e 2014) e bolsas de estudos.

Optamos por usar essa obra por apresentar o conteúdo de topologia e geometria das transformações, que fizeram parte do ideário do MMM. Vamos usar o PNAIC para apresentar como esses conteúdos, que foram inseridos durante o MMM, são ensinados atualmente.

O QUE É O CADERNO PNAIC?

Trata-se de uma coleção de cadernos composta por diversos textos, relatos de experiências e sugestões de atividades com o objetivo de auxiliar a prática docente nos anos iniciais.

COMO ESSE CONTEÚDO É APRESENTADO NOS DIAS DE HOJE?

No PNAIC, para apresentar o conceito de vizinhança é proposta uma brincadeira, “o chefe mandou”, e uma atividade com cartões ilustrados.

ATIVIDADE 3

Nessa brincadeira, o “chefe”, representado por uma criança, dá ordem aos colegas que devem seguir as orientações dadas como: para frente, para a direita, para trás, etc., com o objetivo de chegar a determinado local.

Na sequência, os alunos deveriam fazer um desenho descrevendo quem eram seus vizinhos na sala de aula.

Figura 3 – Esquema da vizinhança de um aluno na sala de aula



Fonte: PNAIC (BRASIL, 2014, caderno 5)

ATIVIDADE 4

A próxima atividade também está presente no PNAIC. Nesta atividade, os conceitos de vizinhança são representados no papel. Inicialmente, o professor deve entregar a um aluno um cartão semelhante ao apresentado na figura 4.

Obs.: A atividade pressupõe que as crianças identifiquem a posição de cada um dos personagens e transmita a posição a outro aluno.

Figura 4 – Cartão com nome das crianças



Fonte: PNAIC (BRASIL, 2014, caderno 5)

Um cartão semelhante ao anterior, porém, sem os nomes das crianças deveria ser entregue a outro aluno, conforme figura 5.

Figura 5 – Cartão sem o nome das crianças



Fonte: PNAIC (BRASIL, 2014, caderno 5)

O aluno que estiver com o cartão que contém o nome das crianças deve descrever para outro aluno que está com o cartão sem os nomes, a posição do personagem para que insira o nome. Para fazer isso os alunos podem recorrer a diferentes referenciais que podem ser discutidos pelo professor a partir da precisão que oferecem.

GEOMETRIA DAS TRANSFORMAÇÕES

COMO ESSE CONCEITO ERA APRESENTADO NO PERÍODO DA
MATEMÁTICA MODERNA?

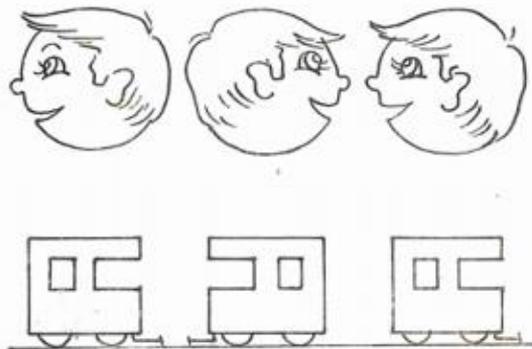
Vamos exemplificar com duas atividades, conforme as figuras 6 e 7, retiradas do manual Introdução da Matemática Moderna na Escola Primária, publicado em 1966.

ATIVIDADE 5

Observando as imagens dos rostos abaixo, a princípio, num olhar não tão cuidadoso poderíamos supor que existe uma reflexão axial entre o primeiro e o segundo rosto e outra reflexão entre o segundo e o terceiro rosto. Do ponto de vista da matemática isso não é verdade, pois o cabelo “denuncia”, por não ser exatamente igual de uma imagem para outra. Existe uma diferença nos cabelos dos rostos. De uma perspectiva mais lúdica ou intuitiva, sem considerar o rigor matemático, essas imagens poderiam ser vistas como duas reflexões consecutivas.

De forma análoga, em relação às imagens do vagão de trem, observamos também uma reflexão axial entre a primeira e a segunda imagem, e entre a segunda e a terceira imagem.

Figura 6 – Atividade de Geometria das Transformações



Fonte: Introdução da Matemática Moderna na Escola Primária (1966)

ATIVIDADE 6

Nas imagens da figura 7, observamos uma translação entre a primeira e a segunda imagem, e uma reflexão axial entre a segunda e a terceira imagem.

Figura 7 – Atividade de Geometria das Transformações



Fonte: Introdução da Matemática Moderna na Escola Primária (1966)

A geometria das transformações também é ensinada até os dias atuais, mas de outra forma.

Os autores do caderno 05 do PNAIC enfatizam que é “importante conhecer as transformações básicas em situações vivenciadas: rotação, reflexão e translação para criar composições” (BRASIL, 2014, p. 9, caderno 5).

OBSERVE AS IMAGENS

Figura 10 - Vista da fachada do Taj Mahal, em Agra, na Índia



Fonte: <https://noticias.bol.uol.com.br/entretenimento/2012/01/26/simetria-marca-arquitetura-do-taj-mahal.jhtm>

Figura 9 – Uma coluna da fachada do Palácio da Alvorada, em Brasília (DF)



Fonte:

https://www.google.com/search?q=coluna+da+fachada+do+palacio+da+alvorada&sxsrf=ALeKk03BNclrK3RTXBZbJcN9hRKO8IAyUA:1596934517923&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjK7V9IzrAhXBE7kGHdtPBWkQ_AUoAXoECAwQAw&biw=1024&bih=657#imgrc=PV1yzVjG1G7COM

Figura 8 - Pavão



Fonte: <https://www.megacurioso.com.br/fenomenos-da-natureza/75491-19-imagens-que-provam-a-simetria-perfeita-da-natureza.htm>

QUAL SERIA O OBJETIVO DE TRABALHAR TAIS CONCEITOS?

A simetria faz parte de nossas vidas, como podemos observar nas imagens acima, está presente nas formas, na natureza, não com a precisão matemática, mas no sentido de beleza, de estética, de harmonia como observamos nas imagens acima. Se essas coisas nos cercam, precisamos de conhecimento para construí-las e esse conhecimento está nas relações de simetria e de transformações geométricas em geral.

Figura 11 – Borboleta



Fonte: <https://brainly.com.br/tarefa/11943819>

COMO ESSE CONTEÚDO É PROPOSTO ATUALMENTE?

Apresentaremos duas atividades de simetria, presentes no caderno PNAIC.

Na figura 12, está representada uma atividade de simetria com o uso do “projedor mágico” e o resultado dessa atividade. Nessa atividade, o aluno deve reproduzir a figura dada usando um “projedor mágico”.

O que é e qual a função do “projedor mágico”?

“Projedor mágico” ou “espelho mágico” é um vidro transparente apoiado em um suporte forma um ângulo de 90° com uma superfície plana,

Esse objeto é usado para copiar desenhos e pode ser comprado por valores que variam entre R\$ 20,00 e R\$45,00.

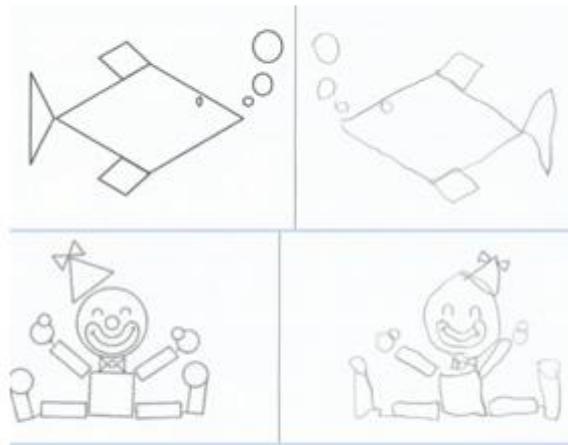
COMO USAR UM “PROJETOR MÁGICO”

O “projektor mágico” deve ser fixado na mesa perpendicularmente a esta. A figura a ser copiada deve estar representada em uma das metades da folha e o “projektor mágico” deve ser colocado no centro dessa folha. Dessa forma, a figura desenhada é projetada na outra metade da folha. A imagem projetada é simétrica à figura original e deve ser então contornada.

ATIVIDADE 7

Atividade de simetria com “projedor mágico”

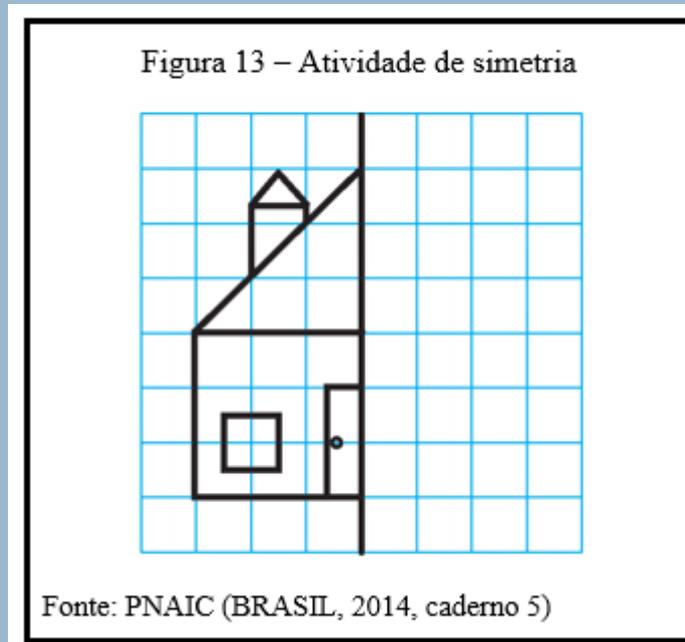
Figura 12 – Atividade de simetria



Fonte: PNAIC (BRASIL, 2014, caderno 5)

ATIVIDADE 8

Na atividade apresentada abaixo, o aluno deveria completar a figura desenhada na malha quadriculada supondo-as simétricas.



REFERÊNCIAS

FRANCHI, ANNA; LIBERMAN, MANHÚCIA PERELBERG. **Introdução da Matemática Moderna na Escola Primária**, 2ª edição, nº 1, 1966.

OLIVEIRA, M. C. A.; LEME DA SILVA, M. C.; VALENTE, W. R. Movimento da Matemática Moderna: uma história escrita por um movimento de pesquisadores da história da educação matemática. In: OLIVEIRA, M. C. A.; LEME DA SILVA, M. C.; VALENTE, W. R. **O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular**, Editora UFJF, 2011.

Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB) e Diretoria de Apoio à Gestão Educacional (DAGE). Brasil, Caderno 5, 2014.

RIOS, D. F.; BÚRIGO, E. Z.; FILHO, F. O. O Movimento da Matemática Moderna: sua difusão e institucionalização. In: OLIVEIRA, M. C. A.; LEME DA SILVA, M. C.; VALENTE, W. R. **O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular**, Editora UFJF, 2011.

SANCHEZ, LUCILIA BECHARA E LIBERMAN, MANHÚCIA PERELBERG. **Grueminha ensina você a gostar de Matemática**, GEEM. s.d.. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/208961>. Acesso em 5 de abril de 2020.

