

1ª Prova de Geometria Analítica e Sistemas Lineares
Departamento de Matemática - UFJF - 13/05/2016

Quest.	Notas
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Aluno:

Matrícula:

Turma:

Observações: Esta prova deve conter 5 questões, encerrando-se na questão 5b. A prova é individual, sem consulta e não é permitido o uso de calculadora.

PARTE I: MÚLTIPLA ESCOLHA. Resolva as questões 1, 2 e 3 e marque suas respostas **à caneta** dentre as alternativas apresentadas.

1). (15 pontos) Considere a matriz invertível $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Podemos afirmar que:

a). $\det A^{-1} = \frac{1}{3}$ b). $\det A^{-1} = \frac{1}{5}$ c). $\det A^{-1} = -\frac{1}{6}$ d). $\det A^{-1} = -\frac{1}{2}$

e). $\det A^{-1} = -\frac{1}{16}$

2). (15 pontos) Considere a matriz invertível $B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$. Considere ainda uma matriz C invertível tal que sua inversa é dada por: $C^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

A soma dos elementos da **primeira linha** da matriz $(BC)^{-1}$ vale:

- a). 9 b). 11 c). -3 d). 8 e). 5

3). (15 pontos) Considere o sistema linear:
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - 5y + 2z = 11 \\ 2x + (a^2 - 7)z = 9 - a \end{cases}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

O valor de a para o qual o sistema acima possui infinitas soluções satisfaz:

- a). $0 < a < 1$ b). $-1 < a < 0$ c). $-4 < a < -2$ d). $8 < a < 10$ e). $2 < a < 4$.

PARTE II: QUESTÕES DISCURSIVAS. As questões 4 e 5 podem ser resolvidas à lápis. Em cada uma delas, **justifique** os passos de sua resolução.

4). (20 pontos) Sejam A e B matrizes 3×3 invertíveis tais que

$$\det A = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad A^3 B^{-1} A^{-1} (2B) B^t = I_3$$

onde I_3 denota a matriz identidade 3×3 . Calcule o determinante da matriz B . Justifique os passos de sua resolução.

5). Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{bmatrix}$.

a). (20 pontos) A matriz A é invertível? Justifique. Se ela for invertível, encontre sua inversa.

b). (15 pontos) O sistema $AX = B$, onde $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ e B é uma matriz 3×1 , possui infinitas soluções, solução única ou não tem solução? Justifique sua resposta.