

1ª Prova de Geometria Analítica e Sistemas Lineares
Departamento de Matemática - UFJF - 27/09/2014

Quest.	Notas
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Aluno:

Matrícula:

Turma:

Observações: Esta prova deve conter 5 questões em 3 folhas, encerrando-se na questão 5b. A prova é individual, sem consulta e não é permitido o uso de calculadora.

PARTE I: MÚLTIPLA ESCOLHA. Resolva as questões 1 e 2 e marque suas respostas à **caneta** dentre as alternativas apresentadas.

1). (15 pontos) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & x & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & x \end{bmatrix}$, onde $x \in \mathbb{R}$. O determinante da matriz

A vale:

- a). $6 - 4x$ b). $x^2 + 12$ c). $26x - 30$ d). 30 e). 0

2). (15 pontos) Seja Q uma matriz 3×3 invertível tal que sua inversa é dada por:

$$Q^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

A soma de todos os elementos da matriz Q vale:

- a). -2 b). 1 c). 0 d). 3 e). 4

PARTE II: QUESTÕES DISCURSIVAS. As questões 3, 4 e 5 podem ser resolvidas à lápis.

3). (20 pontos) Seja $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ uma matriz 3×3 tal que $\det A = -3$.

a). Sendo a matriz $M = \begin{bmatrix} -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} \\ a_{11} + a_{21} & a_{12} + a_{22} & a_{13} + a_{23} \\ 5a_{11} & 5a_{12} & 5a_{13} \end{bmatrix}$, calcule $\det M$. Justifique os passos de sua resolução.

b). Se $B = -2A^2 A^t A^{-1}$, onde A^t denota a matriz transposta de A e A^{-1} denota a matriz inversa de A , calcule $\det B$. Explícite os passos de sua resolução.

4). (25 pontos) Seja $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e considere ainda P uma matriz invertível tal que

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

a). Determine a matriz M tal que $MP = 3C$.

b). Resolva o sistema linear $PX = Y$, onde $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ e $Y = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

5). (25 pontos) Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} x - y & = 0 \\ x + y + 4z & = 7, \text{ onde } k \in \mathbb{R}. \\ x + (11 - k^2)z & = k \end{cases}$$

a). Para quais valores de k o sistema possui solução única? Justifique.

b). Qual é o conjunto solução do sistema quando $k = 3$? Justifique.