Quest.	Notas
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

1$^{\underline{a}}$ Prova de Geometria Analítica e Sistemas Lineares
Departamento de Matemática - UFJF - 18/04/2015

Aluno: **Matrícula:** **Turma:**

Observações: Esta prova deve conter 5 questões, encerrando-se na questão 5b. A prova é individual, sem consulta e não é permitido o uso de calculadora.

PARTE I: MÚLTIPLA ESCOLHA. Resolva as questões 1 e 2 e marque suas respostas **à caneta** dentre as alternativas apresentadas.

1). (15 pontos) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & x & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ x & x & 5 & 0 \end{bmatrix}$, onde $x \in \mathbb{R}$. Sabendo que o determinante da matriz A vale -6, pode-se afirmar que:

a). $x = 0$ b). $x = 3$ c). $x = \dfrac{1}{2}$ d). $x = 2$ ou $x = 4$ e). $x = 1$ ou $x = -1$.

2). (15 pontos) Considere o sistema linear: $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & z & = & 3 \\ & - & y & - & 2z & = & -1 \\ 5x & + & 6y & - & 3z & = & 11 \end{array} \right.$.

Sobre o sistema acima, podemos afirmar que:

a). o sistema não tem solução.
b). o sistema possui solução única da forma (x, y, z) onde $x^2 + y^2 + z = 2$.
c). o sistema possui infinitas soluções da forma (x, y, z) onde $3x + y - 7z = 4$.
d). o sistema possui infinitas soluções da forma (x, y, z) onde $3x + y - 7z = 10$.
e). o sistema possui solução única da forma (x, y, z) onde $x + y + z = 1$.

3). (20 pontos) Seja D uma matriz 3×3 tal que $\det D = 1$. A matriz adjunta de D é dada por:

$$adj D = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

onde $a, b, c \in \mathbb{R}$. Determine a matriz D. Justifique os passos de sua resolução.

4). (25 pontos) Considere a matriz D de tamanho 3×3 dada por $D = \begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix}$ e tal que $\det D = -1$. Se M é a matriz $M = \begin{bmatrix} 3x & 3y & 3z \\ 2p+x & 2q+y & 2r+z \\ -2a & -2b & -2c \end{bmatrix}$, calcule o determinante de M. Justifique os passos de sua resolução.

5). Considere as matrizes A e C invertíveis tais que:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

a). (10 pontos) O sistema linear homogêneo $AX = \overline{0}$, onde $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ e $\overline{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, possui solução única (trivial) ou infinitas soluções? Justifique sua resposta.

b). (15 pontos) Resolva o sistema linear $(AC)X = B$, onde $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$.