

1ª Prova - Geometria Analítica e Sistemas Lineares
Departamento de Matemática - 06-09-2019 (Prova A)

Questões	Notas
1+2+3	
4	
5	
Total	

Aluno:

Matrícula:

Turma:

Observações: Esta prova deve conter 5 questões. A prova é individual, sem consulta e não é permitido o uso de calculadora. Não é permitido o uso de folhas de rascunhos ou folhas extras. As questões 4 e 5 podem ser resolvidas à lápis. As respostas das questões 1,2 e 3 devem ser marcadas à caneta no quadro de respostas abaixo. Tempo de duração: 2 horas.

Quadro de Respostas das Questões					
Questão\Alternativa	a	b	c	d	e
1					
2					
3					

1). (2 pontos) Sejam A e B matrizes de tamanho 4×4 . Considere as afirmações a seguir:

(I) $\det(A + B) = \det A + \det B$.

(II) Se $\det A = 2$, então $\det(\text{adj } A) = 8$.

(III) Se B foi obtida de A fazendo-se as seguintes operações elementares:

$$\mathbf{A} \quad L_1 \leftrightarrow L_2 \quad \mathbf{C} \quad 2L_3 + L_2 \rightarrow L_2 \quad \mathbf{B}$$

e se $\det B = -3$, então $\det A = -\frac{3}{2}$.

Podemos afirmar que:

- Todas as afirmações são falsas.
- Somente as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- Somente a afirmação (II) é verdadeira.
- Somente a afirmação(III) é verdadeira.
- Todas as afirmações são verdadeiras.

2). (2 pontos) Seja $AX = B$ um sistema linear, onde A é uma matriz $m \times n$, X é uma matriz $n \times 1$ e B é uma matriz $m \times 1$. Considere as afirmações abaixo:

(I) Se $m = n$ e A não é invertível, então o sistema $AX = B$ não possui solução.

(II) Se $m > n$ e se a matriz aumentada do sistema $[A|B]$ é uma matriz na forma escalonada reduzida com uma linha nula, então $AX = B$ possui infinitas soluções.

(III) Se $m = n$, $B = \bar{0}$ e A é invertível, então o sistema $AX = \bar{0}$ possui solução única.

Podemos afirmar que:

- a). Todas as afirmações são falsas.
- b). Somente as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- c). Todas as afirmações são verdadeiras.
- d). Somente as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- e). Somente a afirmação (III) é verdadeira.

3). (2 pontos) Seja A uma matriz invertível tal que $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. A soma dos elementos da

terceira coluna da matriz A^t vale:

- a). 4.
- b). -2 .
- c). -1 .
- d). -3 .
- e). 5.

4). Faça o que se pede.

a). (6 pontos) Resolva o seguinte sistema pelo método de Gauss-Jordan:
$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 2x + 3y - z = 1 \\ -x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

Explícite os passos da resolução.

b). (3 pontos) Se X_1 e X_2 são soluções do sistema linear $AX = B$, mostre que $X_o = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ também é solução para esse sistema.

5). Faça o que se pede.

a). (7 pontos) Calcule o determinante da matriz: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Explícite os passos da resolução.

b). (3 pontos) Se B é um matriz de tamanho 4×4 tal que $\det B = b$, quanto vale o determinante da matriz $C = \frac{1}{3}B^2B^t$? Justifique sua resposta.