Quest.	Nota
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Total	

1ª Prova de Geometria Analítica e Sistemas Lineares

Departamento de Matemática – ICE – UFJF – 10/05/2014

Aluno:____ Matrícula:_____________ Turma:______

Observações: esta prova deve conter 06 questões, encerrando-se no item 6 (c). A prova é individual, sem consulta e não é permitido o uso de calculadora.

PARTE I: MULTIPLA ESCOLHA. Resolva as questões 1 e 2 e marque suas respostas, à caneta, dentre as alternativas abaixo.

1) Considere o sistema linear: $\begin{cases} x+2y-z+2w=-4 \\ -x-y+z+2w=0 \\ \quad -2y+z+3w=-2 \\ x+2y-z+w=-3 \end{cases}$.

15 pontos

Sobre tal sistema é correto afirmar que:

a) o sistema possui infinitas soluções da forma (x, y, z, w) tais que x + y + z+ w = 0.
b) o sistema possui uma única solução (x, y, z, w) tal que x + y + z+ w = –1.
c) o sistema possui infinitas soluções da forma (x, y, z, w) tais que x – y + 2z – 2w = 1.
d) o sistema possui uma única solução (x, y, z, w) tal que x – y + 2z – 2w = 5.
e) o sistema não possui solução.

2) Considere a matriz invertível A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. A soma dos elementos da **primeira coluna** da matriz inversa de A é igual a:

a) 1 b) –1 c) –2 d) 2 e) 0

15 pontos

PARTE II: DISCURSIVAS.

3) Considere a matriz A = $\begin{pmatrix} -a & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & a & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre os valores reais de *a* para os quais a matriz A não é invertível. Justifique.

14 pontos

4) Determine os valores de a para os quais o sistema linear $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ \quad y - 2z = 1 \\ \quad (a^2 - 9)z = a + 3 \end{cases}$ é, respectivamente,

18 pontos

a) determinado, ou seja, possui uma única solução. Exiba a solução.

b) indeterminado, ou seja, possui infinitas soluções. Exiba a solução.

c) impossível, ou seja, não possui solução.

5) Sejam A e B matrizes quadradas de ordem 3, invertíveis, tais que suas inversas são dadas respectivamente por:

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ e $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$.

20 pontos

a) Dada a matriz $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, determine a matriz M tal que AMB = C.

b) Resolva o sistema linear homogêneo $AX = \bar{0}$.

6) Prove cada uma das afirmações abaixo:

18 pontos

a) Se A é uma matriz 3x3 e det (A) = 3, então det (2A) = 24.

b) Se A é uma matriz nxn tal que $A^t = A^{-1}$, então det (A) = ± 1.

c) Se a matriz B é uma matriz nxn é tal que $B^3 = \bar{0}$ ($\bar{0}$ a matriz nula nxn),
então $(I_n - B)^{-1} = I_n + B + B^2$, onde I_n é a matriz identidade de ordem n.