

Força de Atrito em Polias Bloqueadas

1 Objetivo

Estudar a transmissão da força de atrito de um elemento linear do tipo correia, corda ou cabo sobre polias bloqueadas.

2 Introdução teórica

2.1 Força de atrito em polias bloqueadas

Do ponto de vista da aplicação, deseja-se abordar as condições em que um elemento linear do tipo correia, cabo ou corda transmite uma força de atrito, sobre uma superfície que se desenvolve num arco de circunferência, como numa polia. Basicamente encontra-se dois tipos de casos práticos onde se observam estes efeitos, conforme mostrado na Fig.1(a) e (b). Tratam-se da transmissão de potências por correias e da transmissão de forças em polias bloqueadas. Particularmente aqui, estaremos interessados na transmissão de força em polias bloqueadas. Em qualquer um desses casos, existe transmissão de uma força por intermédio da correia ou cabo, desde a entrada até à saída da polia, pontos A e B assinalados respectivamente na Fig.2(a). O ângulo, relativamente ao centro da polia, assinalado por β é denominado de **ângulo de abraçamento**. Observa-se que a correia tangencia a polia nos pontos A e B . De um ao outro ponto, a força de tração na correia varia desde um nível de intensidade mais baixo, T_0 , até um de intensidade mais elevada, T . Como se verá em seguida, é possível estabelecer uma relação entre as forças de tração T e T_0 .

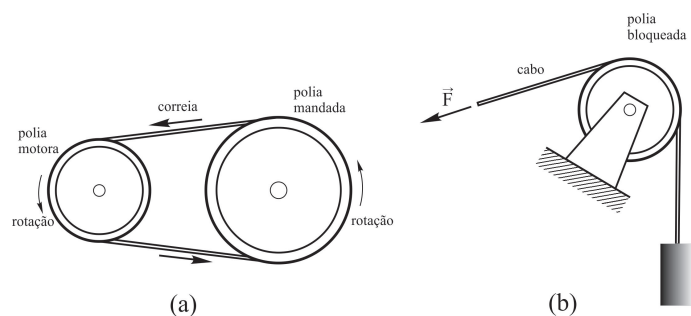


Fig. 1: (a) Transmissão de potências por correias e (b) transmissão de forças em polias bloqueadas.

Seja um elemento infinitesimal da correia compreendido por um ângulo $d\theta$, relativamente ao centro da polia, conforme mostrado na Fig.2(b). Nesta figura é mostrado um diagrama de corpo livre, exibindo o conjunto completo de forças que atuam sobre o elemento da correia. Entre a correia e a polia formam-se forças de interação que possuem uma componente normal e uma tangencial à superfície, sendo que a segunda só pode existir quando se admite a existência de atrito entre correia e polia.

As forças que atuam sobre o setor infinitesimal da correia, são:

- Força de tração T na extremidade inicial.
- Força de tração $T + dT$ na extremidade final.
- Força normal dN à superfície de contacto de reação da polia sobre a correia.
- Força de atrito df_a tangente à superfície de contato, também de reação da polia sobre a correia.

Admitindo que a força de tração na correia seja variável ao longo do ângulo de abraçamento, então, na extremidade final do elemento infinitesimal, a força de tração é igual a que existe na extremidade inicial incrementada do diferencial de força dT . O estabelecimento das condições de equilíbrio das projeções das forças sobre os eixos xy , marcados na figura, resulta no seguinte sistema de equações:

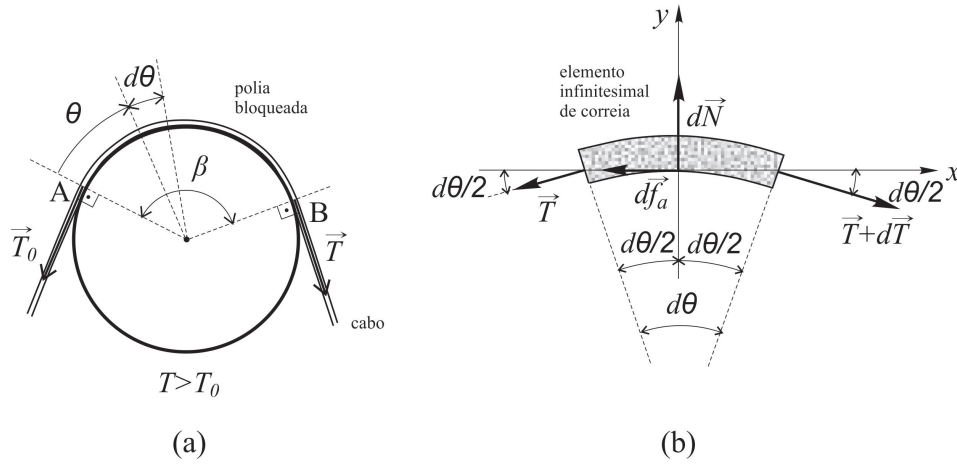


Fig. 2: (a) Transmissão de força de tração da correia na polia bloqueada e (b) elemento infinitesimal da correia.

$$(T + dT)\cos\left(\frac{1}{2}d\theta\right) - T\cos\left(\frac{1}{2}d\theta\right) - df_a = 0$$

$$dN - (T + dT)\sin\left(\frac{1}{2}d\theta\right) - T\sin\left(\frac{1}{2}d\theta\right) = 0$$

Por ser um infinitésimo, $d\theta \approx 0$. Portanto, $\cos\left(\frac{1}{2}d\theta\right) \approx 1$ e $\sin\left(\frac{1}{2}d\theta\right) \approx \frac{1}{2}d\theta$. Assim, o sistema de equações anterior torna-se

$$dT - df_a = 0$$

$$dN - 2T\frac{1}{2}d\theta - dT\frac{1}{2}d\theta = 0$$

Como infinitésimos de 2ª ordem, neste caso $dT\frac{1}{2}d\theta$, são desprezíveis em relação aos de 1ª ordem, neste caso dN e $d\theta$, então, o sistema de equações anterior torna-se

$$dT = df_a \quad (1)$$

$$dN = Td\theta \quad (2)$$

Por outro lado, de acordo a definição, a força de atrito entre a correia e a polia é

$$df_a \leq \mu_e dN \quad (3)$$

onde μ_e é o *coeficiente de atrito estático* entre as superfícies da correia e polia.

Substituindo as Eqs.1 e 2 na Eq.3, obtém-se

$$\frac{dT}{T} \leq \mu_e d\theta \quad (4)$$

Integrando esta inequação entre $\theta = 0$ e $\theta = \beta$, aos quais correspondem a $T = T_0$ e $T = T$, respectivamente, obtém-se

$$\ln\frac{T}{T_0} \leq \mu_e\beta \quad (5)$$

ou

$$T \leq T_0 e^{\mu_e\beta} \quad (6)$$

Esta expressão relaciona as forças de tração de entrada e de saída que atuam sobre a correia, tendo como parâmetros o coeficiente de atrito e o ângulo de abraçamento. Deve-se verificar que o ângulo de abraçamento β , na Eq.6, deve ser expresso em radianos. Além disso, é importante mencionar que numa transmissão de potência por correias e polias, normalmente $T_1 < T_2 e^{\mu_e\beta}$. Por outro lado, a igualdade

$$T = T_0 e^{\mu_e\beta} \quad (7)$$

é verificada quando a correia e a polia estão na iminência de movimento relativo, que é uma condição que se deve evitar.

Deve-se observar que a Eq. 7 tem a forma exponencial $y = ke^{mx}$, com $y = T$, $k = T_0$, $x = \beta$ e $m = \mu_e$. Assim, o comportamento exponencial da força de tração na correia para diferentes quantidades de correia enrolada sobre a polia bloqueada, pode ser comprovada, marcando, num **papel monolog**, pontos associados a dados de ângulo de abraçamento β e tração T numa experiência apropriada. Com essa experiência, é possível determinar também o coeficiente de atrito estático μ_e , calculando o valor de k a partir do coeficiente angular m e de um ponto (x, y) da reta que melhor se ajusta aos pontos experimentais do gráfico no papel monolog. Na introdução do seu relatório, linearize a Equação 7, identifique a inclinação A e o intercepto B . Encontre relações para o cálculo de m e k . Para isso, revise a subseção 4.6 do texto "**Análise de dados para Laboratório de Física**".

3 Material Necessário

Painel de forças, polia, corpo de prova, goniômetro, cordão de 44 cm, dinamômetro, papel monolog.

4 Procedimento experimental

1. Fixe o conjunto polia e goniômetro no painel de forças como mostra a fotografia na Fig.3(a). Verifique se os ângulos "zero" e 180° do goniômetro estão aproximadamente alinhados com a direção horizontal. Faça essa verificação com a ajuda de uma régua como mostra a fotografia na Fig.3(b).

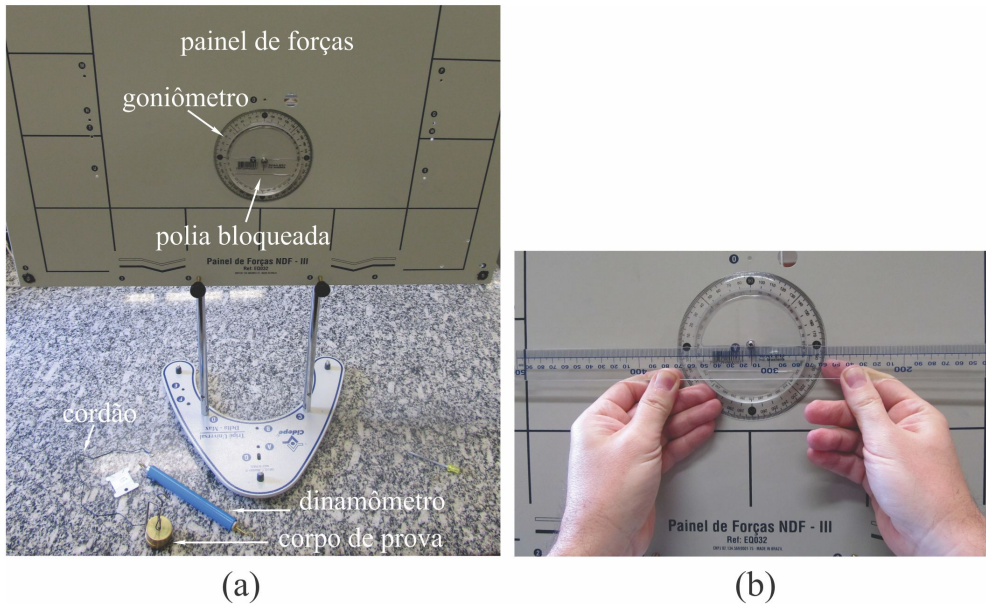


Fig. 3: (a) Conjunto polia e goniômetro fixado no painel de forças e (b) verificação do alinhamento do goniômetro na direção horizontal.

2. Calibre o dinamômetro na vertical.
3. Usando o dinamômetro, meça e anote na Tab.1 o peso do corpo de prova.

$$\text{Peso (N)} = \boxed{}$$

Tab. 1: Peso do corpo de prova

4. Prenda uma das extremidades do cordão no dinamômetro e a outra no corpo de prova. Mantendo o sistema, corpo de prova, cordão e dinamômetro na vertical, encoste o dinamômetro no painel de forças e o cordão na polia como mostra a fotografia na Fig.4(a). Assuma essa posição como a condição em que o ângulo de abraçamento é $\beta = 0$. Meça com o dinamômetro o valor da tração T correspondente e anote-o na Tab.2. O detalhe da medida com o dinamômetro é mostrado na fotografia da Fig.4(b).
5. Mantendo o dinamômetro encostado no painel de forças, desloque-o suavemente para a direita até que o ângulo de abraçamento seja $\beta = 30^\circ$, como mostra a fotografia na Fig.5(a). Puxe lentamente o dinamômetro na direção indicada na Fig.5, até que o corpo de prova fique na **iminência de movimento**. Alcançada esta condição, meça

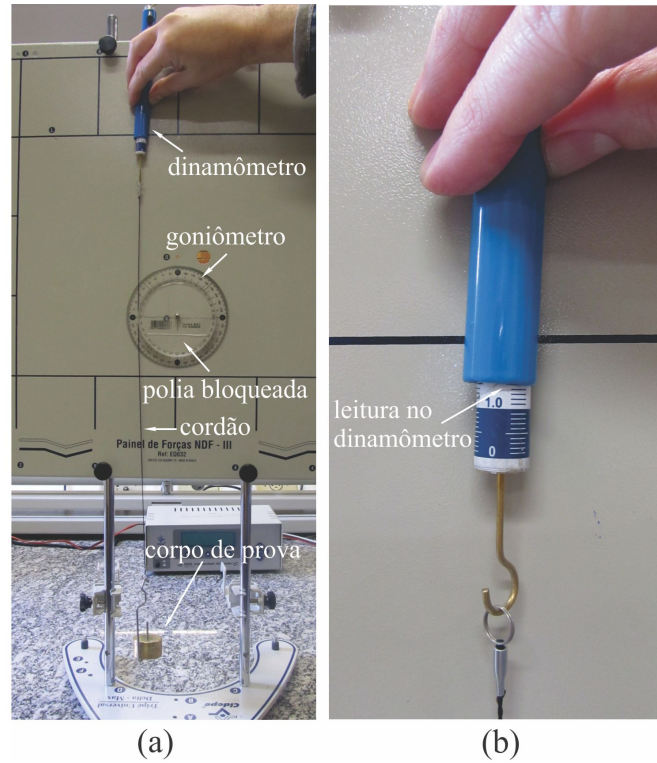


Fig. 4: (a) Posicionamento do dinamômetro e do cordão na polia para a condição em que o ângulo de abraçamento é $\beta = 0$ e (b) detalhe da medida com o dinamômetro.

β ($^{\circ}$)	β (rad)	T_1 (N)	T_2 (N)	T_3 (N)	T_4 (N)	T_5 (N)	$(\langle T \rangle \pm \delta T)$ (N)
0	0						
30 $^{\circ}$	$\pi/6$						
60 $^{\circ}$	$\pi/3$						
90 $^{\circ}$	$\pi/2$						
120 $^{\circ}$	$2\pi/3$						
150 $^{\circ}$	$5\pi/6$						
180 $^{\circ}$	π						
210 $^{\circ}$	$7\pi/6$						
240 $^{\circ}$	$4\pi/3$						
270 $^{\circ}$	$3\pi/2$						

Tab. 2: Tabela de dados

no dinamômetro o novo valor da tração T e anote-o na Tab.2. Os detalhes da medida com o dinamômetro e com o goniômetro são mostrado na fotografia da Fig.5(b).

- Repita o passo 5 para todos os ângulos de abraçamento β indicados na Tab.2. A Fig.6(a) mostra o posicionamento do dinamômetro e do cordão na polia para a condição em que o ângulo de abraçamento é $\beta = 270^{\circ}$. Os detalhes da medida com o dinamômetro e com o goniômetro são mostrado na fotografia da Fig.6(b).
- Calcule o valor médio $\langle T \rangle$ das 5 medidas da tração e o valor da incerteza total δT de cada medida e anote os valores respectivos na Tab.2. No cálculo da incerteza total, despreze a incerteza do dinamômetro e admita que a incerteza aleatória seja dada pelo **desvio padrão da média** σ_m .
- Construa o gráfico da **tração média** $\langle T \rangle$, em Newtons, em função do **ângulo de abraçamento** β , em radianos no papel milimetrado. No gráfico, coloque **barras de erro** na vertical, referentes às medidas das trações, com magnitudes iguais às incertezas δT associados a essas medidas, trace a curva que melhor se ajusta aos pontos do gráfico e observe se essa curva tem um comportamento não linear do tipo $y = ke^{mx}$.
- Marque os mesmos pontos da Tab.2 no papel monolog, e coloque **barras de erro** na vertical referentes às incertezas nas medidas das trações. Trace a reta que melhor se ajusta aos pontos do gráfico.
- Linearize a Equação 7. Usando as relações encontradas a partir dessa linearização, calcule A e m usando a reta ajustada no papel **monolog**, escolhendo nela dois pontos arbitrários, (T_1, β_1) e (T_2, β_2) .

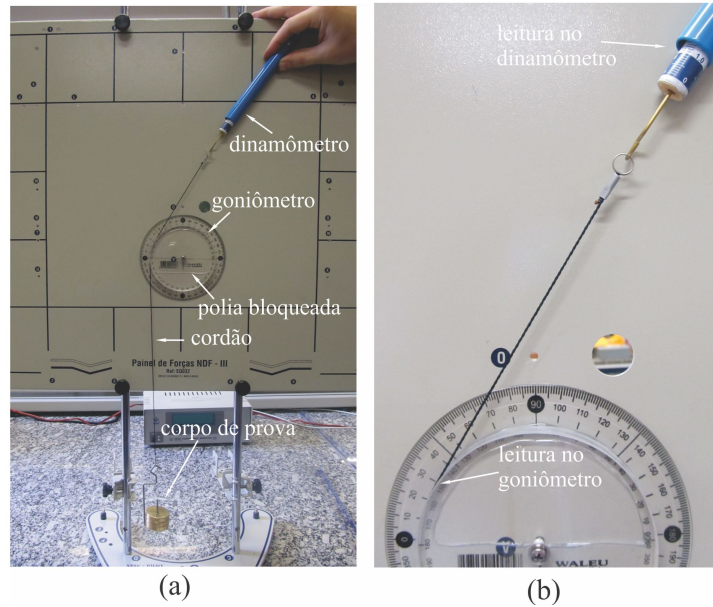


Fig. 5: (a) Posicionamento do dinamômetro e do cordão na polia para a condição em que o ângulo de abraçamento é $\beta = 30^\circ$ e (b) detalhes da medida com o dinamômetro e com o goniômetro.

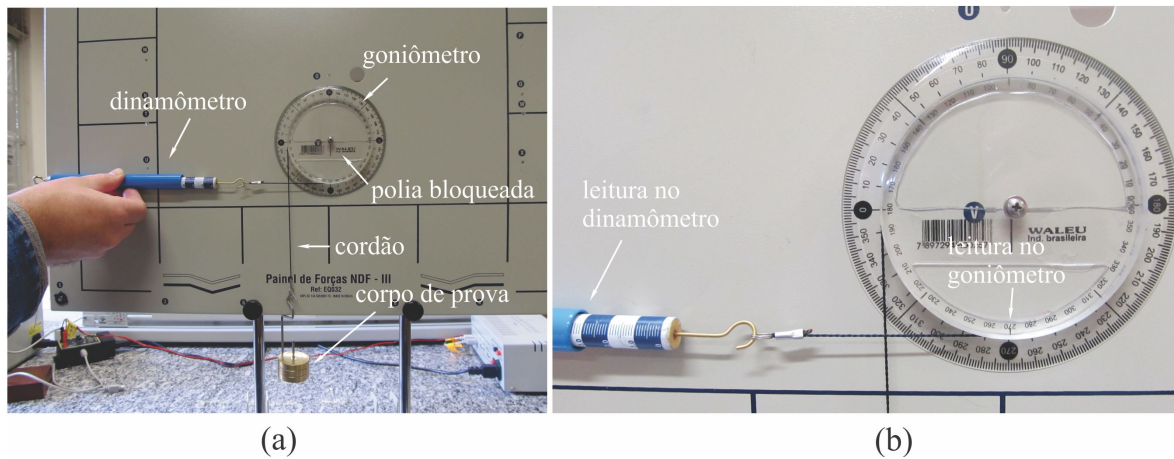


Fig. 6: (a) Posicionamento do dinamômetro e do cordão na polia para a condição em que o ângulo de abraçamento é $\beta = 270^\circ$ e (b) detalhes da medida com o dinamômetro e com o goniômetro.

11. Substituindo o valor calculado de m na equação 7, calcule o valor de k escolhendo, por exemplo, o ponto arbitrário (T_1, β_1) na reta ajustada.
12. Com o resultado dessa experiência, é possível concluir que a força de tração T no cordão para diferentes ângulos de abraçamento β sobre a polia bloqueada tem um comportamento exponencial do tipo $T = T_0 e^{\mu_e \beta}$? Em caso afirmativo, qual deve ser o valor do **coeficiente de atrito estático** μ_e , do cordão sobre a polia?

