

# Colisão e as leis da conservação da energia e do momento linear

## 1 Objetivo

Estudar os diferentes tipos de colisões e comprovar experimentalmente as leis de conservação da energia e do momento linear.

## 2 Introdução Teórica

### 2.1 A Lei da Conservação da Energia

Um dos resultados mais importantes obtido da 2ª lei de Newton é o *teorema do trabalho-energia*, que estabelece a maneira pela qual o trabalho  $W$  realizado sobre uma partícula é convertido em energia cinética. Por trás da capacidade que uma força tem de realizar trabalho, existem os conceitos de *forças conservativas e não-conservativas*. Uma força é conservativa se o trabalho realizado por ela, sobre a partícula que se move entre dois pontos, depende somente desses pontos e não da trajetória percorrida. Em caso contrário ela é dita força não-conservativa. A força gravitacional e a força elástica exercida por uma mola ideal são exemplos de forças conservativas. A presença das forças não-conservativas nos sistemas mecânicos reais está relacionada à existência inevitável das *forças dissipativas*. A força de atrito é um exemplo clássico de força dissipativa. Quando a força de atrito está presente no movimento de uma partícula, a força resultante  $\vec{F}$  que atua na partícula é do tipo não-conservativa.

Quando várias forças conservativas  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$  e uma força não conservativa  $\vec{f}_a$ , devido ao atrito, agem sobre uma partícula de massa  $m$ , o teorema trabalho-energia, formalmente é definido por

$$\sum W_c + W_a = \Delta K \quad (1)$$

onde  $\sum W_c$  é o trabalho total realizado pelas forças conservativas e  $W_a$  é o trabalho realizado pela força de atrito.

Quando uma partícula está em movimento, sua posição varia com o tempo. Diz-se que a *configuração do sistema* está variando. Associado ao conceito de força conservativa existe o conceito de *energia de configuração*, ou *energia potencial*, definida por uma função espacial  $U(x)$ . A energia cinética  $K$  de uma partícula em adição à energia potencial  $U(x)$  fornece a capacidade que a partícula tem de produzir trabalho. Essa capacidade de produção de trabalho é denominada de *energia mecânica total*  $E$ , ou simplesmente *energia mecânica*. Assim, se uma partícula tem uma energia cinética  $K$  e uma energia potencial  $U(x)$ , então sua *energia mecânica* é

$$E = K + U(x) \quad (2)$$

ou em termos de variação

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U(x) \quad (3)$$

Desde que atuem somente **forças conservativas**, pode-se dizer que, se a energia cinética  $K$  do sistema varia de  $\Delta K$ , a energia potencial  $U$  deve variar de um valor igual e oposto, isto é,

$$\Delta K = -\Delta U(x) \quad (4)$$

Nesse caso, a Eq.3 resulta em  $\Delta E = 0$ . Esse resultado mostra que, desde que atuem somente forças conservativas no sistema, a sua energia mecânica deve ser uma **constante de movimento**. Essa é a essência da **Lei da conservação da energia mecânica**. Vale apenas mencionar que, em muitos casos práticos, embora algumas das forças que agem na partícula não sejam conservativas, elas são tão pequenas que podem ser desprezadas. Nesses casos, a Lei da conservação da energia mecânica pode ainda ser utilizada com uma boa aproximação. Por exemplo, a resistência do ar pode estar presente num objeto em queda no campo gravitacional, mas se o efeito dela for pequeno sobre o movimento do objeto, ela pode ser ignorada. No caso de forças conservativas, onde  $W_a = 0$ , a Eq.1, combinada com a Eq.4, fornece

$$\sum W_c = \Delta K = -\Delta U(x) \quad (5)$$

A energia potencial  $U(x)$  é uma forma de definir **energia armazenada** que pode ser recuperada e convertida em energia cinética. **Não se pode associar energia potencial a uma força não-conservativa tal como a força de atrito**. A energia cinética do sistema, onde atuam forças não conservativas, não retorna ao seu valor inicial, quando o sistema recupera sua configuração inicial. Para reforçar essa afirmativa, seja o exemplo de uma única força conservativa de módulo  $F(x)$  agindo numa partícula de massa  $m$  que se move, de uma posição inicial  $x_0$  até uma posição final  $x$ , tal que a Eq.5, fornece

$$\Delta U(x) = -W_c = -\int_{x_0}^x F(x) dx$$

ou, do teorema fundamental do cálculo,

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} \quad (6)$$

Essa equação mostra que, de fato, a força conservativa é uma força derivada de uma energia potencial. A própria existência da força conservativa depende da existência da energia potencial de configuração.

Se, por outro lado, além das forças conservativas, uma força não-conservativa  $\vec{f}_a$ , devido ao atrito, agir também sobre a partícula, a substituição da Eq.1 na Eq.3, resulta

$$\Delta E = \sum W_c + W_a + \Delta U(x)$$

ou, da Eq.5,

$$\Delta E = -\Delta U(x) + W_a + \Delta U(x) = W_a \quad (7)$$

Essa equação mostra que, na presença do atrito, a energia mecânica  $E$  não é mais uma constante de movimento e deve variar de um valor igual ao trabalho  $W_a$  realizado pela força de atrito. Como o trabalho realizado pela força de atrito é sempre negativo, segue que a energia mecânica final é menor que a inicial. Portanto, *somente haverá conservação da energia mecânica quando não houver forças não conservativas, ou quando o trabalho realizado por elas puder ser desprezado*. O que acontece com a energia mecânica total "perdida" quando existe o atrito? Na verdade ela se transforma em **energia interna**  $\Delta U_{int}$ , resultando num **aumento de temperatura**. Assim, como o trabalho realizado por uma força conservativa tem sinal oposto ao da energia potencial, como mostrado na Eq.5, também o trabalho realizado por uma força de atrito tem sinal oposto ao da energia interna adquirida, isto é,

$$W_a = -\Delta U_{int} \quad (8)$$

Logo, a Eq.7, resulta

$$\Delta E + \Delta U_{int} = 0 \quad (9)$$

De maneira geral, a Eq.9 pode ainda incluir outras formas de energias potenciais internas, oriundas de outras forças não-conservativas. De qualquer modo, ela revela o fato de que ***a energia não pode ser criada ou destruída mas pode ser transformada de uma espécie a outra.*** Este enunciado é uma generalização do ***princípio da conservação da energia.***

## 2.2 A Lei da Conservação do Momento Linear

Uma outra grandeza importante associada ao movimento de uma partícula de massa  $m$ , é o ***momento linear***, definido por

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (10)$$

onde  $\vec{v}$  é a velocidade da partícula. De acordo com Isaac Newton o momento linear de uma partícula representa uma espécie de "quantidade de movimento" e é útil para formalizar a 2ª lei do movimento mecânico, conforme a seguinte expressão:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (11)$$

As expressões  $\vec{F} = m\vec{a}$  e  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ , para uma partícula isolada, são completamente equivalentes na mecânica clássica.

Até aqui, qualquer corpo em movimento, macroscópico ou não, tem sido mencionado como partícula, isto é, como se possuíssem massa mas não dimensões. Entretanto, mesmo para corpos de grandes dimensões em movimento aleatório, existe sempre um ponto, denominado de ***centro de massa***, que se desloca da mesma maneira que se deslocaria uma única partícula, sujeita ao mesmo conjunto de forças externas. Na verdade, um corpo macroscópico pode ser tratado como um sistema de partículas no qual uma, e somente uma, dessas partículas se comporta como o centro de massa do sistema. Se esse sistema é formado por várias partículas, com massas  $m_1, m_2, \dots, m_i, \dots$ , onde nenhuma massa entra ou saia do sistema, a massa total  $M = \sum_i m_i$  permanece invariante enquanto o sistema se desloca com o tempo. Se cada partícula de massa  $m_i$  estiver numa posição  $\vec{r}_i$  em relação a origem  $O$  de um determinado sistema de coordenadas, então a posição  $\vec{r}_{CM}$  do centro de massa, em relação a origem  $O$ , será dado por

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i \quad (12)$$

As partículas podem interagir umas com as outras e forças externas podem também atuar sobre elas. Cada partícula terá uma velocidade  $\vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$  e um momento  $\vec{p}_i$ , tal que

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i \quad (13)$$

A velocidade do centro de massa  $\vec{v}_{CM}$  pode ser calculada derivando a Eq.12 em relação ao tempo e combinando o resultado com a Eq.13, isto é,

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{v}_i = \frac{1}{M} \vec{P}$$

ou

$$\vec{P} = M\vec{v}_{CM} \quad (14)$$

Do mesmo modo, pode-se concluir que a 2ª lei de Newton para o sistema de  $n$  partículas é

$$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (15)$$

onde  $\vec{F}_{ext}$  é a resultante de todas as forças externas que agem no sistema. A Eq.15 é um caso geral que se reduz na Eq.11 quando o sistema é formado por apenas uma partícula. Um caso especial, comum e muito importante, é aquele em que a resultante das forças externas que agem sobre o sistema é nula. Nesse caso, a Eq.15 torna-se

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad \text{ou} \quad \vec{P} = \text{constante} \quad (16)$$

Essa equação mostra que, quando não existem forças externas atuando no sistema, o vetor momento linear permanece constante. Este resultado simples, porém geral, expressa a **lei da conservação do momento linear**. Mesmo que o momento de cada partícula sofra variação, devido à possíveis forças internas, a soma desses momentos permanece invariante, desde que a força resultante externa seja nula.

## 2.3 Colisão

Uma das aplicações mais importantes das leis de conservação da energia e do momento linear é o estudo dos processos de colisões. Quando dois corpos colidem, eles ficam em contato durante um intervalo de tempo muito pequeno quando comparado ao tempo durante o qual os corpos são observados. Durante a colisão, os corpos ficam sujeitos a uma força que varia com o tempo de maneira complicada. Forças como essa, que atuam durante um intervalo curto de tempo, comparado com o tempo de observação do sistema, são denominadas de **forças impulsivas**. A Fig.1(a) mostra o comportamento geral do módulo da força  $\vec{F}$  em função do tempo, que atua em um corpo durante uma colisão. A colisão inicia no instante  $t_i$  e termina no instante  $t_f$ , sendo nula a força antes e depois da colisão. Nesse caso, de acordo com a Eq.11, a variação do momento linear do corpo, antes e depois da colisão, é

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{p_i}^{p_f} d\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \vec{I} \quad (17)$$

A integral de uma força  $\vec{F}$  ao longo de um intervalo de tempo durante o qual ela atua é denominada de **impulso**  $\vec{I}$ . Assim, a variação do momento linear  $\Delta\vec{p}$  de um corpo sob ação de uma força impulsiva é igual ao impulso  $\vec{I}$ . De acordo com a Eq.17, o módulo do impulso  $\vec{I}$  é igual a área abaixo da curva dada na Fig.1(a).

A Fig.1(b) mostra a colisão de dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$ , onde  $\vec{F}_1$  é a força exercida sobre o corpo 1 pelo corpo 2 e  $\vec{F}_2$  é a força exercida sobre o corpo 2 pelo corpo 1. De acordo com a 3ª lei de Newton, essas forças são iguais e opostas. De acordo com a Eq.17, as variações dos momentos dos corpos 1 e 2, são

$$\Delta\vec{p}_1 = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_1 dt = \langle \vec{F}_1 \rangle \Delta t \quad \text{e} \quad \Delta\vec{p}_2 = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_2 dt = \langle \vec{F}_2 \rangle \Delta t \quad (18)$$

onde  $\langle \vec{F}_1 \rangle$  e  $\langle \vec{F}_2 \rangle$  são os valores médios das forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$ , respectivamente, no intervalo de tempo  $\Delta t = t_f - t_i$  em que a colisão ocorre. Como  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ , então,  $\langle \vec{F}_1 \rangle \Delta t = -\langle \vec{F}_2 \rangle \Delta t$  e, portanto,

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \quad (19)$$

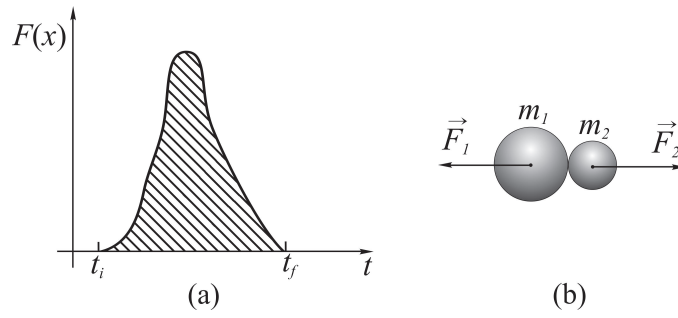


Fig. 1: (a) Variação do módulo de uma força impulsiva  $\vec{F}$ , durante a colisão, em função do tempo e (b) colisão de dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$  sob ação de forças iguais e opostas.

Se os dois corpos forem considerados como um sistema isolado, o momento linear total do sistema  $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ , de acordo com a Eq.19, terá uma variação dada por

$$\Delta\vec{P} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0 \quad (20)$$

Por exemplo, para uma colisão unidimensional de dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$ , cujas velocidades antes e depois da colisão são  $v_{1i}$ ,  $v_{2i}$  e  $v_{1f}$ ,  $v_{2f}$ , respectivamente, a Eq.20 fornece

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f} \quad (21)$$

Assim, se não houver forças externas, **o momento linear total não varia durante o processo de colisão**. As forças impulsivas que atuam na colisão são forças internas que não influenciam na conservação do momento linear total do sistema. Embora o momento linear total seja sempre conservado durante uma colisão, a **energia cinética**  $K$  pode ou não ser conservada. As colisões podem ser classificadas conforme a conservação, ou não, da energia cinética. Se a energia cinética é conservada, a colisão é dita **colisão elástica**. Em caso contrário, a colisão é dita **colisão inelástica**. Colisões entre corpos macroscópicos são geralmente inelásticas. Entretanto, muitas vezes, podem ser tratadas como se fossem aproximadamente elásticas. Quando os dois corpos permanecem juntos após a colisão, a colisão é dita **colisão perfeitamente inelástica**. A expressão "perfeitamente inelástica" não significa que toda energia cinética inicial se perca, mas sim que a perda é a maior possível e compatível com a conservação do momento linear.

### 2.3.1 Colisão elástica

Seja o caso da colisão elástica unidimensional de dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$ , cujas velocidades antes e depois da colisão são  $v_{1i}$ ,  $v_{2i}$  e  $v_{1f}$ ,  $v_{2f}$ , respectivamente. Nesse caso, além da conservação do momento linear, a energia cinética também se conserva, isto é,

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 \quad (22)$$

As Eqs.21 e 22 podem ser simplificadas para

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}) \quad (23)$$

e

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2) \quad (24)$$

Dividindo a Eq.24 pela Eq.23 e, em seguida, reagrupando os termos, obtém-se

$$v_{1i} - v_{2i} = v_{2f} - v_{1f} \quad (25)$$

A Eq.25 mostra que, para colisões elásticas unidimensionais, a velocidade relativa de aproximação dos corpos antes da colisão é igual à velocidade relativa de separação depois da colisão. A velocidade  $v_{1f}$ , depois da colisão, pode ser calculada substituindo a equação  $v_{2f} = v_{1i} + v_{1f} - v_{2i}$ , obtida da Eq.25, na Eq.23 e resolvendo-a para  $v_{1f}$ . Do mesmo modo, a velocidade  $v_{2f}$ , depois da colisão, pode ser calculada substituindo a equação  $v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} - v_{1i}$ , obtida da Eq.25, na Eq.23 e resolvendo-a para  $v_{2f}$ .

$$v_{1f} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \quad \text{e} \quad v_{2f} = \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \quad (26)$$

Existem vários casos de interesse particular. Por exemplo, quando os corpos tem massas iguais,  $m_1 = m_2$ , as equações anteriores fornecem:

$$v_{1f} = v_{2i} \quad \text{e} \quad v_{2f} = v_{1i}$$

Essas equações mostram que, para colisões elásticas unidimensionais de dois corpos de massas idênticas, os corpos simplesmente trocam de velocidades.

Outro caso interessante ocorre quando um corpo, por exemplo o de massa  $m_2$ , está inicialmente em repouso. Nesse caso,  $v_{2i} = 0$ , e as Eqs. 26 tornam-se

$$v_{1f} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} \quad \text{e} \quad v_{2f} = \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}$$

Nesse caso particular, se  $m_1 = m_2$ , tem-se  $v_{1f} = 0$  e  $v_{2f} = v_{1i}$ . Assim, o primeiro corpo para repentinamente e o segundo arranca com a velocidade que o primeiro tinha inicialmente. Se, entretanto,  $m_2 \gg m_1$ , tem-se  $v_{1f} \approx -v_{1i}$  e  $v_{2f} \approx 0$ . Assim, quando um corpo leve colide com outro pesado, em repouso, a velocidade do corpo leve é praticamente invertida e o corpo pesado permanece praticamente em repouso. Se, finalmente,  $m_2 \ll m_1$ , tem-se  $v_{1f} \approx v_{1i}$  e  $v_{2f} \approx 2v_{1i}$ . Assim, a velocidade do corpo pesado incidente praticamente não é influenciada pela colisão com o corpo leve estacionário, mas o corpo leve adquire uma velocidade aproximadamente igual ao dobro da velocidade do corpo incidente.

### 2.3.2 Colisão inelástica

Se a *colisão é inelástica* então, por definição, a *energia cinética não se conserva*. A energia cinética final deve ser menor do que seu valor inicial e a diferença é convertida, por exemplo, em calor ou em energia potencial de deformação. Também, a energia cinética final pode exceder a inicial, quando uma determinada energia potencial for liberada durante a colisão. Em qualquer caso, a conservação do momento linear e da energia total ainda serão mantidas.

### 2.3.3 Colisão perfeitamente inelástica

Finalmente, seja o caso de uma *colisão perfeitamente inelástica*, onde os dois corpos permanecem juntos depois da colisão, com uma velocidade final  $\vec{v}_f$ . Não é necessário restringir a discussão a um movimento unidimensional. Usando somente o princípio da conservação do momento linear, obtém-se

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2) \vec{v}_f \quad (27)$$

Esta equação permite determinar  $\vec{v}_f$  quando se conhece  $\vec{v}_{1i}$  e  $\vec{v}_{2i}$ .

### 3 Material Necessário

Trilho de ar, carrinho com sistema macho, carrinho com sistema fêmea, 2 cilindros metálicos de massas 50 g, dois sensores fotoelétricos, disparador eletrônico e cronômetro digital.

### 4 Procedimento Experimental

#### 4.1 Coleta dos dados

1. Coloque a intensidade do gerador de fluxo de ar na posição 5 e ligue-o. **Atenção! nunca mova o carrinho sobre o trilho de ar sem que o gerador de fluxo de ar esteja ligado. Isso pode riscar e danificar definitivamente a escala do trilho de ar.** Faça as devidas conexões dos sensores fotoelétrico do trilho de ar com o cronômetro digital e o sistema disparador, conforme mostra a fotografia da Fig.2. Neste experimento, o cronômetro digital deverá ser ajustado na função  $F7$ , correspondente a "choque inelástico".



Fig. 2: Montagem experimental necessária para a colisão inelática.

2. As colisões serão efetuadas por dois carrinhos, que serão denominados de carrinho 1, de massa  $m_{c1}$ , e carrinho 2, de massa  $m_{c2}$ . A Fig.3(a) mostra todos os componentes que compõem esses carrinhos. O carrinho 1 é dotado, de um lado, por um sistema macho na forma de uma ponteira metálica e, do outro lado, por um pequeno imã cuja função será prender o carrinho na bobina de retenção e disparo. O carrinho 2 é dotado, de um lado, por um sistema fêmea formado por uma pequena quantidade de massa de modelar e, do outro lado, por uma mola que tem como função diminuir os impactos do carrinho no final do trajeto sobre o trilho de ar. A massa de modelar no carrinho 2 permite a junção dos carrinhos após a colisão e promove a condição de colisão perfeitamente inelástica. Nesse caso, antes da colisão, o carrinho 2 deverá estar em repouso.
3. Para que as colisões sejam executadas por objetos de massas diferentes, dois discos metálicos de massas idênticas serão acoplados em um dos carrinhos enquanto que o outro ficará vazio. Como mostrado na fotografia da Fig.3(b) e (c), use a balança tri-escala para medir a massa  $m_{c1}$  do carrinho 1, a massa  $m_{c2}$  do carrinho alvo e a massa  $m_{dis}$  de um dos discos metálicos. Anote todos os valores obtidos e as respectivas incertezas na Tab.1.

$m_{c1} \pm \delta m_{c1} (kg)$	$m_{c2} \pm \delta m_{c2} (kg)$	$m_{dis} \pm \delta m_{dis} (kg)$

Tab. 1: Massas e respectivas incertezas do carrinho 1, do carrinho 2 e de um dos discos metálicos.

4. Mantendo os carrinhos sobre o trilho de ar, faça o nivelamento mecânico do mesmo atuando no parafuso nivelador, como mostra a fotografia da Fig.4. O nivelamento será alcançado quando os carrinhos ficarem praticamente parados sobre o trilho de ar.

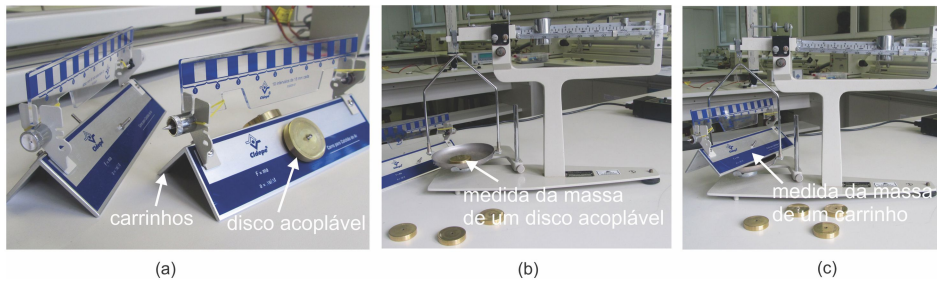


Fig. 3: (a)Características dos carrinhos, (b) e (c) medida das massas dos corpos.

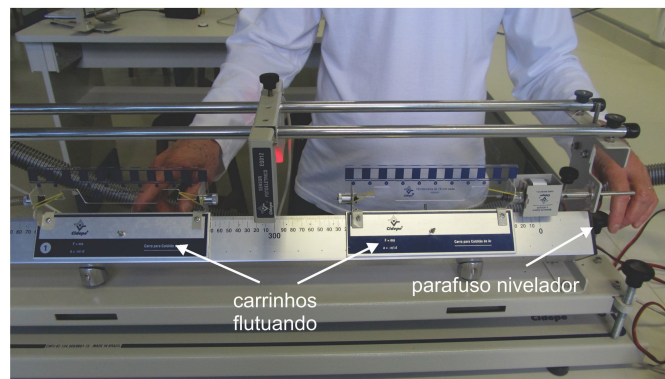


Fig. 4: Nivelamento do trilho de ar.

5. Dois sensores fotoelétricos, simbolizados por  $S_0$  e  $S_1$ , serão colocados em diferentes posições no trilho de ar, para medidas simultâneas dos intervalos de tempos das passagens dos corpos antes e depois da colisão. Usando um dos carrinhos, verifique se o sensor  $S_0$  está na posição correspondente à marca  $x_0 = 300 \text{ mm}$ , como mostra a fotografia da Fig.5(a). Do mesmo modo, verifique se o sensor  $S_1$  está na posição correspondente à marca  $x_1 = 800 \text{ mm}$ , como mostra a fotografia da Fig.5(b).

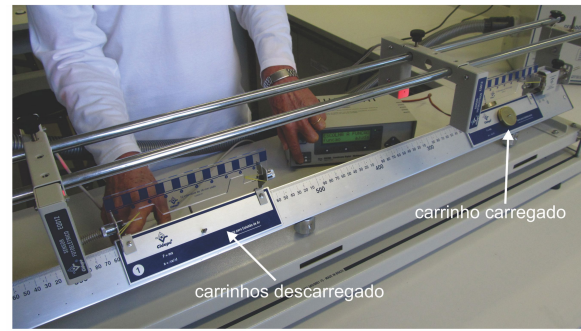


Fig. 5: Alinhamento dos sensores nas marcas (a)  $300 \text{ mm}$  e (b)  $800 \text{ mm}$ .

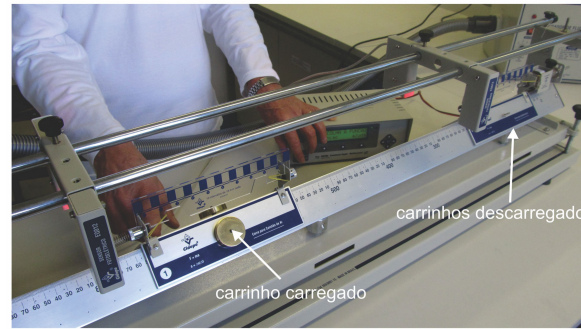
6. Nessa prática, serão efetuadas três colisões perfeitamente inelásticas entre corpos  $A$  e  $B$ , cujas relações de massas serão modificadas em cada caso. O corpo  $A$  será o carrinho impulsionado para a colisão, enquanto o corpo  $B$  será o carrinho que sofrerá a colisão. Em todos os casos, após a colisão, os corpos  $A$  e  $B$  saem juntos no mesmo sentido do movimento do corpo  $A$ . No primeiro caso, denominado de *colisão 1*, o carrinho 1 será carregado com os dois discos metálicos, enquanto que o carrinho 2 ficará vazio, como mostra a fotografia da Fig.6(a). No segundo caso, denominado de *colisão 2*, o carrinho 1 ficará vazio, enquanto que o carrinho 2 será carregado com os dois discos metálicos, como mostra a fotografia da Fig.6(b). No terceiro caso, denominado de *colisão 3*, ambos os carrinhos ficarão vazios, como mostra a fotografia



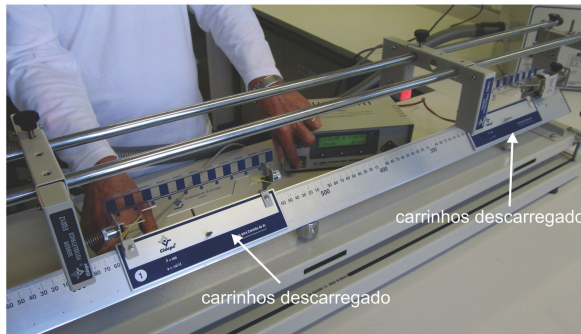
da Fig.6(c).



(a)



(b)



(c)

Fig. 6: (a) Colisão 1,(b) colisão 2 e (c) colisão 3.

7. Prepare o experimento para efetuar a **colisão 1**. Calcule e anote na Tab.2(a) a massa  $m_A$  do corpo  $A$  e a massa  $m_{AB}$  dos corpos  $A$  e  $B$  que sairão juntos após a colisão e as respectivas incertezas  $\delta m_A$  e  $\delta m_{AB}$ . Utilize os métodos de propagação de incerteza para esses cálculos.
8. Ajuste o cronômetro digital na função  $F7$  e pressione a tecla correspondente a  $OK$  para preparar o início do experimento. Mantenha o corpo  $A$  preso na bobina de retenção e disparo e segure cuidadosamente o corpo  $B$  mantendo-o em repouso numa posição imediatamente anterior ao sensor  $S_1$ . Solte o corpo  $B$  e, simultaneamente, pressione o botão disparador da fonte da bobina de retenção e disparo para impulsionar o corpo  $A$  em direção ao corpo  $B$ .
9. Após o experimento, pressione várias vezes a tecla 3 do cronômetro digital, observe e anote na Tab.2(a), todos os tempos, medidos pelos sensores  $S_0$  e  $S_1$ , correspondentes, respectivamente, aos movimentos do corpo  $A$  antes da colisão e dos corpos  $A$  e  $B$  juntos após a colisão. A fotografia da Fig.7 mostra as indicações dos tempos, medidos pelos sensores  $S_0$  e  $S_1$ , na tela do cronômetro digital.
10. Prepare agora o experimento para efetuar a **colisão 2**. Calcule e anote na Tab.2(b) a massa  $m_A$  do corpo  $A$  e a massa  $m_{AB}$  dos corpos  $A$  e  $B$  que sairão juntos após a colisão e as respectivas incertezas  $\delta m_A$  e  $\delta m_{AB}$ . Utilize os métodos de propagação de incerteza também para esses

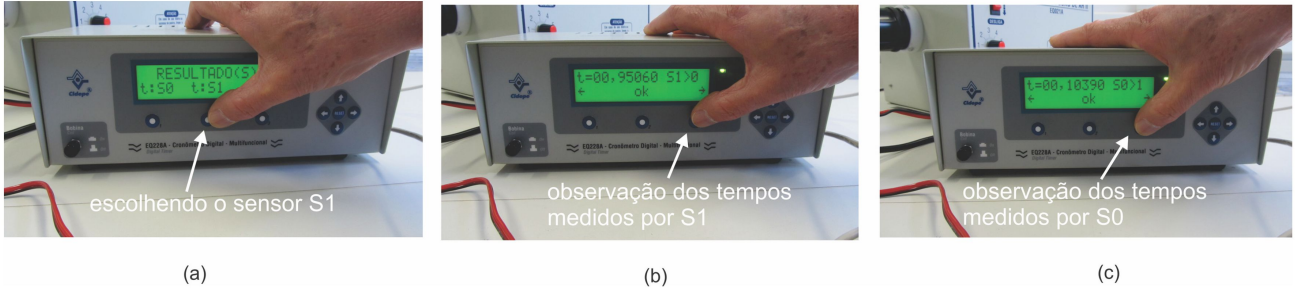


Fig. 7: (a) Escolha do sensor  $S_1$ , (b) observação dos tempos medidos pelo sensor  $S_1$  e (c) observação dos tempos medidos pelo sensor  $S_0$ .

cálculos. Repita o passo 8 também para este caso e na Tab.2(b), anote todos os tempos medidos pelos sensores  $S_0$  e  $S_1$ .

11. Prepare agora o experimento para efetuar a **colisão 3**. Calcule e anote na Tab.2(c) a massa  $m_A$  do corpo  $A$  e a massa  $m_{AB}$  dos corpos  $A$  e  $B$  que sairão juntos após a colisão e as respectivas incertezas  $\delta m_A$  e  $\delta m_{AB}$ . Utilize os métodos de propagação de incerteza também para esses cálculos. Repita o passo 8 também para este caso e na Tab.2(c), anote todos os tempos medidos pelos sensores  $S_0$  e  $S_1$ .

## 4.2 Tratamento dos dados

1. Calcule e anote na Tab.3(a), (b) e (c) todos os intervalos de tempo  $\Delta t_A$  e  $\Delta t_{AB}$ , correspondentes ao deslocamento  $\Delta x = 0,018 \text{ m}$  do corpo  $A$  antes da colisão e dos corpos  $A$  e  $B$  juntos após a colisão, para os três casos avaliados anteriormente. Esse deslocamento se refere a um período do padrão (escuro claro) gravado na placa de acrílico colocada em cima dos carrinhos.
2. Calcule e anote na Tab.3, os intervalos de tempos médios  $\langle \Delta t_A \rangle$ ,  $\langle \Delta t_{AB} \rangle$  e as respectivas incertezas  $\delta \Delta t_A$ ,  $\delta \Delta t_{AB}$ , correspondentes ao deslocamento  $\Delta x = 0,018 \text{ m}$  do corpo  $A$  antes da colisão e dos corpos  $A$  e  $B$  juntos após a colisão, para os três casos avaliados anteriormente.
3. Calcule os valores médios  $\langle v_A \rangle$ ,  $\langle v_{AB} \rangle$  e as respectivas incertezas  $\delta v_A$ ,  $\delta v_{AB}$  das velocidades do corpo  $A$  antes da colisão e dos corpos  $A$  e  $B$  juntos após a colisão, para os três casos avaliados anteriormente. Para esses cálculos, utilize as seguintes fórmula que incluem propagações de incertezas apropriadas:

$$\langle v_A \rangle \pm \delta v_A \approx \frac{\Delta x}{\langle \Delta t_A \rangle} \pm \frac{\Delta x \delta \Delta t_A}{\langle \Delta t_A \rangle^2} \quad \langle v_{AB} \rangle \pm \delta v_{AB} \approx \frac{\Delta x}{\langle \Delta t_{AB} \rangle} \pm \frac{\Delta x \delta \Delta t_{AB}}{\langle \Delta t_{AB} \rangle^2}$$

4. Calcule os valores médios  $\langle p_A \rangle$ ,  $\langle p_{AB} \rangle$  e as respectivas incertezas  $\delta p_A$ ,  $\delta p_{AB}$  dos momentos lineares do corpo  $A$  antes da colisão e dos corpos  $A$  e  $B$  juntos após a colisão, para os três casos avaliados anteriormente. Para esses cálculos, utilize as seguintes fórmula que incluem propagações de incertezas apropriadas:

$$\langle p_A \rangle \pm \delta p_A = \langle m_A \rangle \langle v_A \rangle \pm \sqrt{\langle v_A \rangle^2 \delta m_A^2 + \langle m_A \rangle^2 \delta v_A^2}$$

$$\langle p_{AB} \rangle \pm \delta p_{AB} = \langle m_{AB} \rangle \langle v_{AB} \rangle \pm \sqrt{\langle v_{AB} \rangle^2 \delta m_{AB}^2 + \langle m_{AB} \rangle^2 \delta v_{AB}^2}$$

5. Calcule os valores médios  $\langle K_A \rangle$ ,  $\langle K_{AB} \rangle$  e as respectivas incertezas  $\delta K_A$ ,  $\delta K_{AB}$  das energias cinéticas do corpo  $A$  antes da colisão e dos corpos  $A$  e  $B$  juntos após a colisão, para os três

casos avaliados anteriormente. Para esses cálculos, utilize as seguintes fórmula que incluem propagações de incertezas apropriadas:

$$\langle K_A \rangle \pm \delta K_A = \frac{1}{2} \langle m_A \rangle \langle v_A \rangle^2 \pm \frac{1}{2} \sqrt{\langle v_A \rangle^4 \delta m_A^2 + 2 \langle v_A \rangle^2 \langle m_A \rangle^2 \delta v_A^2}$$

$$\langle K_{AB} \rangle \pm \delta K_{AB} = \frac{1}{2} \langle m_{AB} \rangle \langle v_{AB} \rangle^2 \pm \frac{1}{2} \sqrt{\langle v_{AB} \rangle^4 \delta m_{AB}^2 + 2 \langle v_{AB} \rangle^2 \langle m_{AB} \rangle^2 \delta v_{AB}^2}$$

### 4.3 Conclusões

1. Baseado nos resultados anteriores, é possível afirmar que o momento linear é conservado durante a colisão perfeitamente inelástica? A energia cinética é conservada durante essa colisão? Discuta e justifique esses questionamentos no seu relatório.

Tabela (a) - colisão 1	
sensor $S_0$	sensor $S_1$
$m_A \pm \delta m_A =$ (kg)	$m_{AB} \pm \delta m_{AB} =$ (kg)
$t_0 =$	$t_0 =$
$t_1 =$	$t_1 =$
$t_2 =$	$t_2 =$
$t_3 =$	$t_3 =$
$t_4 =$	$t_4 =$
$t_5 =$	$t_5 =$
$t_6 =$	$t_6 =$
$t_7 =$	$t_7 =$
$t_8 =$	$t_8 =$
$t_9 =$	$t_9 =$

Tabela (b) - colisão 2	
sensor $S_0$	sensor $S_1$
$m_A \pm \delta m_A =$ (kg)	$m_{AB} \pm \delta m_{AB} =$ (kg)
$t_0 =$	$t_0 =$
$t_1 =$	$t_1 =$
$t_2 =$	$t_2 =$
$t_3 =$	$t_3 =$
$t_4 =$	$t_4 =$
$t_5 =$	$t_5 =$
$t_6 =$	$t_6 =$
$t_7 =$	$t_7 =$
$t_8 =$	$t_8 =$
$t_9 =$	$t_9 =$

Tabela (c) - colisão 3	
sensor $S_0$	sensor $S_1$
$m_A \pm \delta m_A =$ (kg)	$m_{AB} \pm \delta m_{AB} =$ (kg)
$t_0 =$	$t_0 =$
$t_1 =$	$t_1 =$
$t_2 =$	$t_2 =$
$t_3 =$	$t_3 =$
$t_4 =$	$t_4 =$
$t_5 =$	$t_5 =$
$t_6 =$	$t_6 =$
$t_7 =$	$t_7 =$
$t_8 =$	$t_8 =$
$t_9 =$	$t_9 =$

Tab. 2: Tabela de dados para os casos, (a) colisão 1, (b) colisão 2 e (c) colisão 3.

Tabela (a) - colisão 1			
sensor $S_0$	$\Delta x = 0,018 m$	sensor $S_1$	$\Delta x = 0,018 m$
$\Delta t_A(s)$		$\Delta t_{AB}(s)$	
$t_1 - t_0 =$		$t_1 - t_0 =$	
$t_2 - t_1 =$		$t_2 - t_1 =$	
$t_3 - t_2 =$		$t_3 - t_2 =$	
$t_4 - t_3 =$		$t_4 - t_3 =$	
$t_5 - t_4 =$		$t_5 - t_4 =$	
$t_6 - t_5 =$		$t_6 - t_5 =$	
$t_7 - t_6 =$		$t_7 - t_6 =$	
$t_8 - t_7 =$		$t_8 - t_7 =$	
$t_9 - t_8 =$		$t_9 - t_8 =$	
$\langle \Delta t_A \rangle \pm \delta \Delta t_A =$	(s)	$\langle \Delta t_{AB} \rangle \pm \delta \Delta t_{AB} =$	(s)

Tabela (b) - colisão 2			
sensor $S_0$	$\Delta x = 0,018 m$	sensor $S_1$	$\Delta x = 0,018 m$
$\Delta t_A(s)$		$\Delta t_{AB}(s)$	
$t_1 - t_0 =$		$t_1 - t_0 =$	
$t_2 - t_1 =$		$t_2 - t_1 =$	
$t_3 - t_2 =$		$t_3 - t_2 =$	
$t_4 - t_3 =$		$t_4 - t_3 =$	
$t_5 - t_4 =$		$t_5 - t_4 =$	
$t_6 - t_5 =$		$t_6 - t_5 =$	
$t_7 - t_6 =$		$t_7 - t_6 =$	
$t_8 - t_7 =$		$t_8 - t_7 =$	
$t_9 - t_8 =$		$t_9 - t_8 =$	
$\langle \Delta t_A \rangle \pm \delta \Delta t_A =$	(s)	$\langle \Delta t_{AB} \rangle \pm \delta \Delta t_{AB} =$	(s)

Tabela (c) - colisão 3			
sensor $S_0$	$\Delta x = 0,018 m$	sensor $S_1$	$\Delta x = 0,018 m$
$\Delta t_A(s)$		$\Delta t_{AB}(s)$	
$t_1 - t_0 =$		$t_1 - t_0 =$	
$t_2 - t_1 =$		$t_2 - t_1 =$	
$t_3 - t_2 =$		$t_3 - t_2 =$	
$t_4 - t_3 =$		$t_4 - t_3 =$	
$t_5 - t_4 =$		$t_5 - t_4 =$	
$t_6 - t_5 =$		$t_6 - t_5 =$	
$t_7 - t_6 =$		$t_7 - t_6 =$	
$t_8 - t_7 =$		$t_8 - t_7 =$	
$t_9 - t_8 =$		$t_9 - t_8 =$	
$\langle \Delta t_A \rangle \pm \delta \Delta t_A =$	(s)	$\langle \Delta t_{AB} \rangle \pm \delta \Delta t_{AB} =$	(s)

Tab. 3: Tabela de dados para os casos, (a) colisão 1, (b) colisão 2 e (c) colisão 3.