Lei de Hooke

1 Objetivo

Comprovação experimental da lei de Hooke. Determinação das constantes elásticas de uma mola, de duas molas em série e de duas molas em paralelo.

2 Introdução Teórica

A lei de Hooke descreve a força restauradora que existe em diversos sistemas quando comprimidos ou distendidos. Qualquer material, sobre o qual atua uma força, sofrerá uma deformação, que pode ou não ser observada. Apertar ou torcer uma borracha, esticar ou comprimir uma mola, são situações onde a deformação nos materiais pode ser observada com facilidade. Mesmo ao pressionar uma parede com a mão, tanto o concreto quanto a mão sofrem deformações, apesar de não serem visíveis. A força restauradora surge sempre no sentido de recuperar o formato original do material e tem origem nas forças intermoleculares que mantém as moléculas e/ou átomos unidos. Assim, por exemplo, uma mola esticada ou comprimida irá retornar ao seu comprimento original devido à ação dessa força restauradora.

Enquanto a deformação for pequena diz-se que o material está no regime elástico, ou seja, retorna à sua forma original quando a força que gerou a deformação cessa. Quando as deformações são grandes, o material pode adquirir uma deformação permanente, caracterizando o regime plástico. Nesta prática analisa-se as deformações das molas em regime elástico.

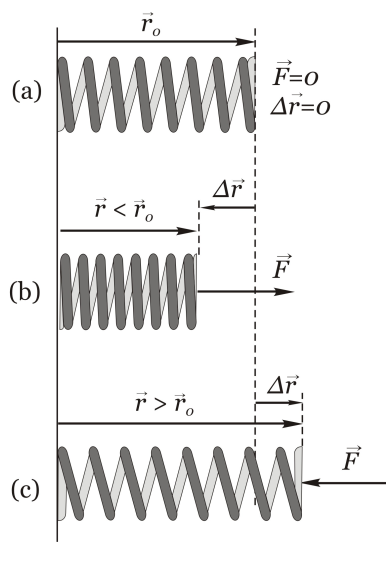


Fig. 1: Mola: (a) natural, (b) comprimida e (c) esticada.

A Fig.1(a) mostra uma mola com comprimento natural $\vec{r}_0$. Se esta for comprimida até um comprimento $\vec{r} < \vec{r}_0$, a força $\vec{F}$ (também chamada de força restauradora) surge no sentido de recuperar o comprimento original, mostrado na Fig.1(b). Caso a mola seja esticada até um comprimento $\vec{r} > \vec{r}_0$ a força restauradora $\vec{F}$ terá o sentido mostrado na Fig.1(c). Em todas as situações descritas a força $\vec{F}$ é proporcional à deformação $\Delta\vec{r}$ definida como $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$, onde $\vec{r}_0$ corresponde ao comprimento natural da mola. Em outras palavras, no regime elástico há uma dependência linear entre $\vec{F}$ e a deformação $\Delta\vec{r}$, isto é,

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{r} \tag{1}$$

onde k é a constante de proporcionalidade denominada de constante elástica da mola, e é uma grandeza característica da mola. A Eq.1 formaliza a ***lei de Hooke***. O sinal negativo na Eq.1 indica o fato de que a força $\vec{F}$ tem sentido contrário a $\Delta\vec{r}$. Se k é muito grande significa que é necessário realizar forças muito grandes para esticar ou comprimir a mola, portanto seria o caso de uma mola "dura". Se k é pequeno quer dizer que a força necessária para realizar uma deformação é pequena, o que corresponde a uma mola "mole".

A Fig.2(a) mostra a situação que será tratada nesta experiência, onde uma mola, de massa desprezível, é suspensa verticalmente. A mola é distendida por uma força peso $\vec{P}$ de um corpo com massa m, pendurado na extremidade inferior da mola. Na situação de equilíbrio, tem-se duas forças de módulos iguais e sentidos contrários $\vec{F}$ e $\vec{P}$ agindo sobre o corpo. Uma delas é devida ao peso $\vec{P} = m\vec{g}$, onde $\vec{g}$ é a aceleração da gravidade. A outra é a força restauradora da mola tal que $\vec{F} = -\vec{P}$. Essa força distende a mola de um comprimento $\Delta\vec{r} = \Delta y\vec{j}$. Nesse caso, da Lei de Hooke dada na Eq.1, tem-se

$$\vec{F} = -k\Delta y\vec{j} = -\vec{P} \quad \Longrightarrow \quad \vec{P} = k\Delta y\vec{j}$$

ou, em termos de módulo,

$$P = k\Delta y \tag{2}$$

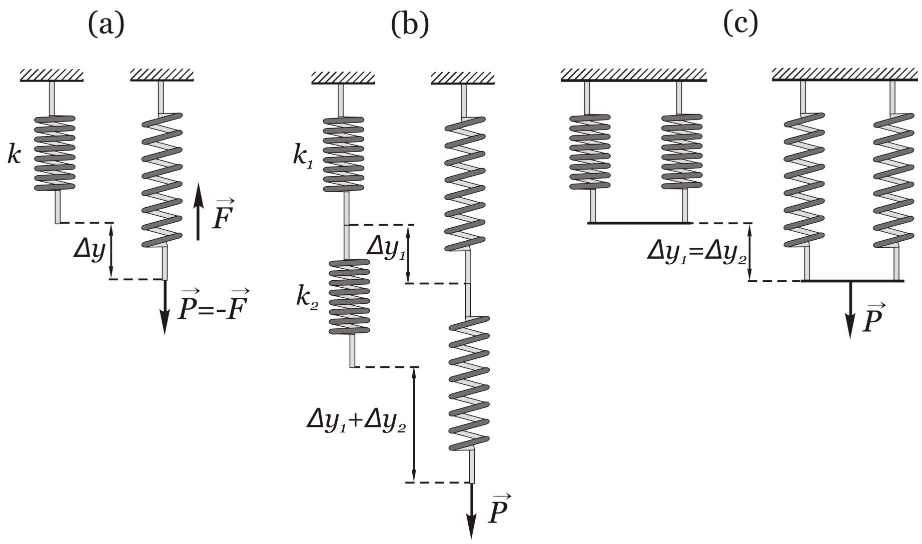


Fig. 2: Deformação da mola por uma força peso $\vec{P} = m\vec{g}$. (a) Sistema com uma única mola, (b) sistema com duas molas em série e (c) sistema com duas molas em paralelo.

Observa-se que a Eq.2 descreve uma dependência linear entre $\vec{P}$ e a deformação da mola $\Delta\vec{y}$. Construindo-se um gráfico do peso P em função da deformação Δy da mola, é possível determinar o valor da constante elástica k da mola simplesmente medindo o coeficiente angular da reta resultante. O gráfico pode ser construido medindo a deformação Δy da mola, para diferentes pesos colocados em sua extremidade livre.

As Figs. 2(b) e 2(c) mostram duas outras situações que serão também tratados nesta experiência. A Fig. 2(b) mostra duas molas iguais, de massas desprezíveis, associadas em série. A Fig. 2(c) mostra duas molas iguais, de massas desprezíveis, associadas em paralelo. Na sequência, os dois casos de associação de molas são tratados teoricamente.

No caso de associação de molas em série, mostrado na Fig. 2(b), uma força $\vec{P}$ de módulo P, aplicada na extremidade atua igualmente em cada uma das molas e cada qual sofrerá uma deformação dada por

$$\Delta y_{serie} = \Delta y_1 + \Delta y_2 = \frac{P}{k_{serie}}$$

e, então,

$$\frac{P}{k_1} + \frac{P}{k_2} = \frac{P}{k_{serie}}$$

ou

$$\frac{1}{k_{serie}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \tag{3}$$

Similarmente, para uma associação de n molas em série, tem-se

$$\frac{1}{k_{serie}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + ... + \frac{1}{k_n} \tag{4}$$

No caso de associação de molas em paralelo, mostrado na Fig. 2(c), a força de módulo P, aplicada ao conjunto é dividida entre as duas molas, com valores P_1 e P_2, e deformam-se de uma mesma quantidade Δy, tal que

$$F = F_1 + F_2 = k_{paralelo}\Delta y = k_1\Delta y + k_2\Delta y = (k_1 + k_2)\,\Delta y$$

e, então,

$$k_{paralelo} = k_1 + k_2 \tag{5}$$

ou, para n molas associadas em paralelo,

$$k_{paralelo} = k_1 + k_2 + ... + k_n \tag{6}$$

Um dos ojetivos dessa experiência é testar a teoria da associação de molas em série e em paralelo. A Fig. 3 (a) mostra a montagem experimental que será utilizada nesta experiência. Esta montagem consta de uma haste cilíndrica, uma escala graduada em milímetro, suportes e ganchos para pendurar as molas. A Fig. 3 (b) mostra as massas e as molas que serão utilizadas na experiência. Serão utilizadas quatro massas de 10 g e quatro massas de 25 g.

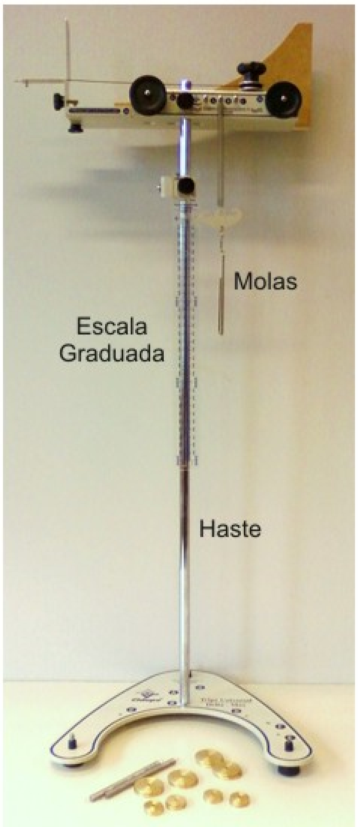
3 Material Necessário

Duas molas de 14 cm de comprimento, 4 massas de 25 g, 4 massas de 10 g, base com haste vertical, suporte para as molas, régua milimetrada, gancho para pedurar as massas e folha de papel milimetrada.

4 Procedimento Experimental

1. Antes de iniciar a experiência alguns pontos devem ser observados:

   - **Não esticar as molas demasiadamente, pois podem ficar deformadas permanentemente.**
   - **Colocar as massas no gancho segurando-o e soltando-o lentamente.**



(a)

(b)

Fig. 3: (a) Montagem experimental e (b) massas e molas, utilizadas na experiência.

2. Colocar ***uma única mola*** no suporte apropriado e zerar a escala, como mostra a Fig.4(a).

3. Colocar uma massa de 25 g no gancho apropriado e medir a deformação Δy da mola, como mostra a Fig.4(b). Adicione uma massa de 10 g no gancho e meça a deformação correspondente da mola.

   Adicione progressivamente mais massas, alternando entre massas de 25 e 10 gramas, até que todas as massas sejam utilizadas. Anote todas as medida na Tab.1.

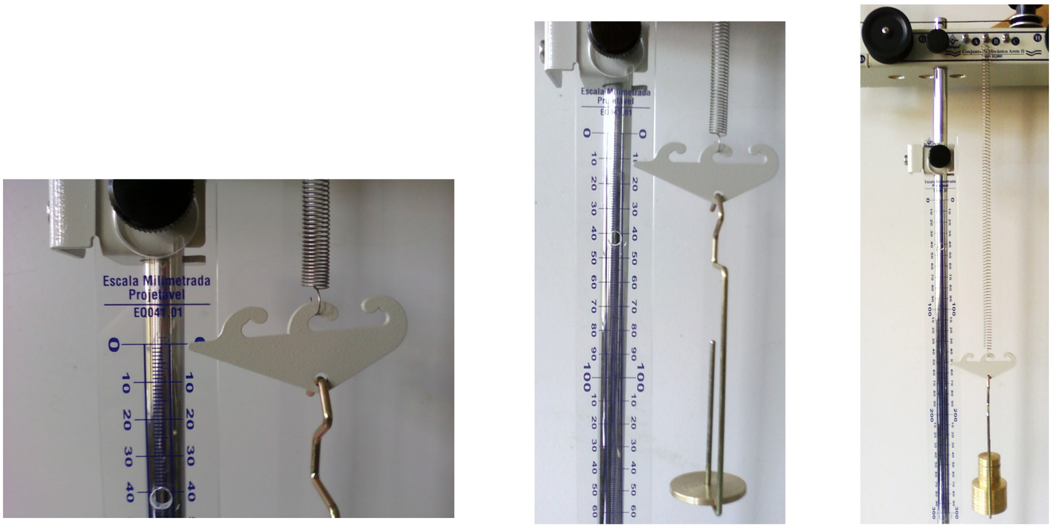
$Massa\,total\ (g)$								
$\Delta y\ (cm)$								

Tab. 1: Tabela de dados para uma única mola

4. Repetir a experiência anterior utilizando agora ***duas molas em série***, como mostra a Fig.5. Anotar todas as medidas correspondentes na Tab.2.

5. Repetir a experiência anterior utilizando agora ***duas molas em paralelo***, como mostra a Fig.6. Anotar todas as medidas correspondentes na Tab.3.

6. Utilizando uma mesma escala graduada, por exemplo uma folha de papel milimetrado, fazer gráficos da força peso $P = mg$ em função das deformações Δy das molas para os três conjuntos



(a) (b) (c)

Fig. 4: (a) Calibração da escala para uma única mola, (b) colocação da primeira massa de 25 g no gancho e (c) colocação de todas as massas no gancho.

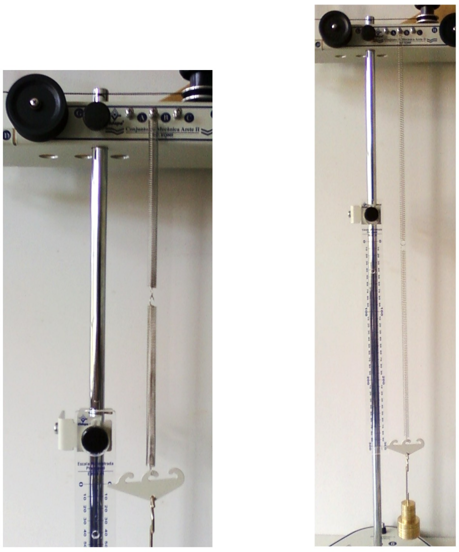
$Massa\,total$ (g)								
Δy (cm)								

Tab. 2: Tabela de dados para um conjunto de duas molas em série

de dados coletados nas Tabs.1, 2 e 3. Na preparação dos gráficos, converta todas as medidas da massa e da deformação, de cada conjunto de molas, para o sistema internacional de medidas (MKS).

7. Utilizar o método dos mínimos quadrados para medir as constantes eláticas de uma única mola, do conjunto de duas molas em série e do conjunto de duas molas em paralelos.

8. Comparar os resultados das medidas com as previsões teóricas e concluir a experiência.

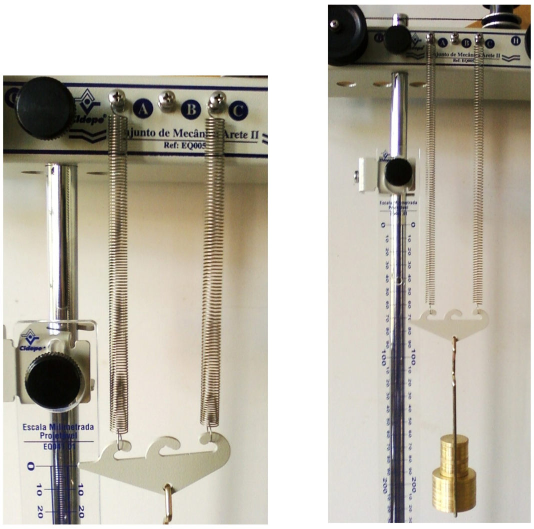


(a) (b)

Fig. 5: (a) Calibração da escala para duas molas em série, e (b) colocação de todas as massas no gancho para duas molas em paralelo.

$Massa\,total\ (g)$								
$\Delta y\ (cm)$								

Tab. 3: Tabela de dados para um conjunto de duas molas em paralelo



(a) (b)

Fig. 6: (a) Calibração da escala para duas molas em paralelo, (b) colocação de todas as massas no gancho para duas molas em paralelo.