UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

HÉLITON BATISTA ARAÚJO

ESTIMAÇÃO DA RELAÇÃO DO PREÇO ENTRE DIFERENTES TIPOS DE CAFÉ NEGOCIADOS NO MERCADO FUTURO E FÍSICO UTILIZANDO MODELOS ECONOMÉTRICOS

JUIZ DE FORA
2016

HÉLITON BATISTA ARAÚJO

ESTIMAÇÃO DA RELAÇÃO DO PREÇO ENTRE DIFERENTES TIPOS DE CAFÉ NEGOCIADOS NO MERCADO FUTURO E FÍSICO UTILIZANDO MODELOS ECONOMÉTRICOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Orientador: MSc.Yuri Resende Fonseca

Co-Orientador: MSc. Frederico Silva Miana

JUIZ DE FORA

2016

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração
automática da Biblioteca Universitária da UFJF,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Araújo, Héliton Batista.
Estimação da relação do preço entre diferentes tipos de café negociados no mercado futuro e físico utilizando modelos econométricos / Héliton Batista Araújo. -- 2016.
64 f.

Orientador: Yuri Resende Fonseca
Coorientador: Frederico Silva Miana
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia, 2016.

1. Café. 2. Contratos Futuro. 3. Mercado físico. I. Fonseca, Yuri Resende , orient. II. Miana, Frederico Silva , coorient. III. Título.

HÉLITON BATISTA ARAÚJO

ESTIMAÇÃO DA RELAÇÃO DO PREÇO ENTRE DIFERENTES TIPOS DE CAFÉ NEGOCIADOS NO MERCADO FUTURO E FÍSICO UTILIZANDO MODELOS ECONOMÉTRICOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

BANCA EXAMINADORA

MSc. Yuri Resende Fonseca (Orientador)
Universidade Federal de Juiz de Fora

MSc. Frederico Silva Miana (Co-Orientador)
Universidade Federal de Juiz de Fora

DSc. Roberto Malheiros Moreira Filho
Universidade Federal de Juiz de Fora

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha família que sempre me apoiou nas minhas escolhas de vida, dando todo o suporte e incentivo necessários.

Aos meus colegas de trabalho de FutureInvest, pelo auxílio no meu desenvolvimento como profissional do mercado financeiro.

Ao meu orientador e co-orientador pelo empenho e dedicação na realização deste trabalho, cujas orientações se tornaram indispensáveis para alcançar um bom resultado.

RESUMO

O café é uma das *commodities* agrícolas mais importantes no Brasil. O setor cafeeiro sempre teve um importante papel na economia do país, sendo um dos responsáveis pelos recursos que possibilitaram a industrialização do Brasil. Por ser uma cultura economicamente importante e de grande volatilidade, a cotação do preço do café se torna um fator de extrema incerteza para toda a cadeia produtiva. Os contratos de derivativos, em especial os contratos futuros, surgiram como uma ferramenta de proteção e transferência de risco para mitigar os efeitos dessas incertezas. Este trabalho tem como objetivo investigar as relações entre os preços de diferentes tipos de cafés negociados no mercado físico e em bolsa de valores no Brasil, utilizando modelos econométricos em *commodities* para verificar tais relações entre os produtos.

Palavras-chave: Café. Contratos Futuro. Mercado físico.

ABSTRACT

The coffee is one of the most important agricultural commodities in Brazil. The sector always had an important position in the country's economy, it is one of the responsible of Brazil's industrialization. This is an economically important culture, the huge volatility, the quotation coffee price is one factor that cause an extremely uncertainty at the entire productive chain. The derivative contracts, especially the future contracts, began as a protection tool and risk transference to minimize the uncertainty effects. This work has the objective to investigate the relations between the different types coffee price, that are traded in the spot market end the stock market in Brazil, using the econometric commodity models to check the relations between the products.

Key words: Coffee. Future Contracts. Spot Market.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Etapas do estudo.....15
Figura 2- O mercado global de derivativos (2006 – 2013) 20
Figura 3 – O mercado brasileiro de derivativos (2006-2013) 20
Figura 4 – Volume financeiro dos contratos agrícolas.....24
Figura 5- Trajetória do processo Browniano.....27
Figura 6- Gráfico com dez trajetórias do processo Browniano.....28
Figura 7- Preço Futuro e Preço Spot esperado.....38
Figura 8-Interação do Filtro de Kalman e o método de otimização de Nelder-Mead.....42
Figura 9- Preço spot e cotação do contrato V1.....44
Figura 10- Preço spot e cotação do contrato V2.....45
Figura 11- Preço spot e cotação do contrato V3.....45
Figura 12- Estoques Americanos de café.....46
Figura 13- Histórico taxa Selic.....46
Figura 14- Série temporal da componente de curto prazo.....47
Figura 15-Série temporal da componente de longo prazo.....48
Figura 16- Choque das componentes.....49
Figura 17- Produção brasileira de café.....49
Figura 18- Série temporal do preço spot, com intervalo de confiança de 95%.....50
Figura 19- Erro padronizado do contrato V1.....50
Figura 20-Erro padronizado do contrato V2.....50
Figura 21- Erro padronizado do contrato V3.....51
Figura 22- Diferença histórica entre preço spot e indicador ESALQ/CEPEA.....51

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Derivativos Financeiros negociados na BM&F.....21
Quadro 2 - Derivativos de commodities negociados na BM&F.....22
Quadro 3 - Derivativos de energia negociados na BM&F.....22
Quadro 4 - Organização dos contratos futuro.....41
Quadro 5 - Parâmetros do modelo 47

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

BM&F – Bolsa de Mercadorias e Futuros

BM&FBOVESPA - Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo

CEPEA – Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada

CONAB – Companhia Nacional de Abastecimento

CVM – Comissão de Valores Mobiliários

ESALQ – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz

OIC – Organização Internacional do Café

OU - Ornstein-Uhlenbeck

US – *Unitade States*

SUMÁRIO

1. INRODUÇÃO.....11

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS 11
1.2 JUSTIFICATIVA 12
1.3 ESCOPO DO TRABALHO.....13
1.4 ELABORAÇÃO DOS OBJETIVOS.....14
1.5 DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA.....14
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO.....16

2. REVISÃO DE LITERATURA.....17

2.1 A RELEVÂNCIA DO CAFÉ NO BRASIL.....17
2.2 DERIVATIVOS.....18
2.3 MERCADOS FUTURO.....22
2.4 FORMAÇÃO DOS PREÇOS DO CAFÉ.....24
2.5 DESENVOLVIEMNTO DOS MODELOS EM COMMODITIES.....25
2.6 PROCESSO BROWNIANO.....26
2.7 PROCESSO GEOMÉTRIO BROWNIANO.....28
2.8 PROCESSOS DE ORNSTEIN-UHLENBECK.....29
2.9 CONTRATOS *FORWARD* DE COMMODITIES.....30
2.10 MODELOS EM COMMODITIES.....32
2.10.1 MODELO DE UM FATOR.....32
2.10.2 MODELO DE DOIS FATORES.....33
2.10.3 MODELO DE SCHWARTZ E SMITH.....34
2.10.4 FILTRO DE KALMAN.....35
2.10.5 PROCESSO NEUTRO AO RISCO E PRECIFICAÇÃO.....37
2.11 MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DE NELDER & MEAD.....38

3. DESENVOLVIMENTO.....40

3.1 SELEÇÃO DOS DADOS.....40
3.2 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS.....40

3.3 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO.....41

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....43

5. CONCLUSÕES 53

REFERÊNCIAS.....55

ANEXOS.....59

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O mercado de *commodities*, definido como um mercado global no qual os preços são definidos por uma dinâmica de oferta e demanda, requer uma modelagem financeira única. Sua dinâmica é completamente diferente de taxas de juros, ações e moedas. Pois este mercado contempla produtos que são fisicamente produzidos e podem ser consumidos, transportados e armazenados. Sendo assim devem ser modelados de maneira diferente dos típicos valores mobiliários do mercado financeiro (CARVALHO, 2010).

A maioria das *commodities* negociadas no mercado futuro também são negociadas no mercado à vista conhecido como mercado *spot*. Para estes contratos o preço futuro está disponível mas não o preço *spot*, que são extremamente necessários para a precificação do ativo a que ele se refere. Por essa razão, o interesse de acadêmicos e participantes do mercado em desenvolver métodos para recuperar os preços à vista a partir dos preços futuros dos contratos (CARVALHO, 2010).

Os modelos estocásticos têm um papel central na precificação de *commodities*. Estudos na área tipicamente assumem que os preços seguem uma "trajetória aleatória" descrita por um movimento geométrico Browniano. Este é o modelo de incerteza de preços de mercado conhecido como modelo Black-Scholes. Neste modelo, é esperado que o preço cresça a uma taxa constante e com uma variância no preço futuro crescente com o tempo (SCHWARTZ; SMITH, 2000).

Alguns autores consideram que os preços de *commodities* apresentam um comportamento de reversão à média, devido às interações de oferta e demanda estes mercados oscilam em torno de um preço de equilíbrio. Porém para alguns mercados há uma incerteza sobre qual o preço de reversão. Ambos modelos, geométrico browniano e reversão a média, possuem características que explicam parte dos movimentos do mercado (SCHWARTZ; SMITH, 2000).

Com o intuito de capturar os dois movimentos, Schwartz e Smith (2000) propuseram um modelo de dois fatores. Este modelo é mais realista que os modelos padrão, porém simples o suficiente para ser usado na precificação de ativos. No modelo, o termo de longo prazo, dado pelo preço de equilíbrio, evolui segundo um movimento geométrico browniano, cuja tendência

reflete a expectativa de desenvolvimento tecnológico na produção, fatores regulatórios, inflação, interferências políticas, etc. Já o termo de curto prazo é descrito por um processo de Ornstein-Uhlenbeck. Este termo descreve as variações de demanda resultante de fatores como mudanças climáticas, intermitências na distribuição, variações nos estoques, mudanças nas condições de mercado, etc.

O modelo se torna adequado à precificação dos contratos futuros de café arábica negociados na BM&F, objetivo deste estudo, uma vez que o café é uma *commodity* que assim como o petróleo, objeto de estudo do trabalho de Schwartz e Smith (2000), é estocável, consumível e tem seu preço influenciado por fatores de curto e longo prazo (GOMEZ, 2015).

Este trabalho procura entender melhor a dinâmica dos preços do café de diferentes tipos que são comercializados no mercado físico e no mercado de bolsa. Para isso faz-se necessária a utilização de modelos econométricos que permitam a comparação entre preços que são negociados no mercado à vista, com preços que são negociados no mercado futuro (MILAS; OTERO; PANAGIOTIDIS, 2004).

1.2. JUSTIFICATIVA

A modelagem estocástica tem sido amplamente utilizada para o apreçamento de derivativos com o intuito de fornecer subsídio às decisões de investimento e ao controle da exposição ao risco. Uma das causas da não trivialidade do tema é que, apesar de as *commodities* serem negociadas no mercado *spot,* sua formação de preços decorre do mercado futuro, tornando o preço à vista não observável. O mercado futuro tem maior liquidez devido ao fato de haver um grande número de participantes que estão interessados em explorar a volatilidade do ativo, não envolvendo, muitas vezes, transações físicas (KACOWICZ, 2004).

O café é uma das principais culturas de exportação do país. Segundo dados da Organização Internacional do Café (OIC) o Brasil foi responsável por aproximadamente 30% da produção mundial de café na safra 2015/2016, o que evidencia a importância dessa *commodity* para a economia brasileira e, portanto, para uma carteira de investimentos. Porém, devido às grandes variedades de tipo de café comercializados definidos pela qualidade da bebida, estabelecer uma relação entre as qualidades mais comercializadas não se torna uma tarefa trivial. Determinar essas relações é fundamental para o desenvolvimento de uma estratégia de operação nesse mercado, uma vez que os preços nas bolsas internacionais são cotados para uma qualidade

de café de alto padrão, porém os produtores também negociam outras qualidades no mercado interno (MILAS; OTERO; PANAGIOTIDIS, 2004).

É importante ressaltar a pequena quantidade de trabalhos que avaliam as relações entre diferentes tipos de café. Milas, Otero e Panagiotidis (2004) que avalia as relações de preço de tipos de café utilizando modelos lineares e não lineares. Um dos trabalhos mais influentes na modelagem de *commodities* é o de Schwartz e Smith (2000), porém nesse trabalho os autores aplicam o modelo ao mercado de petróleo. Costa et all (2006) avaliam a relação de preços entre o mercado futuro e o mercado físico no mercado de soja, porém este trabalho apenas utiliza modelos que avaliam as correlações entre as séries. Em seu trabalho Mesquita et all (2000) apresentam um estudo sobre uma série de variáveis que influenciam a formação do preço do café no mercado físico. No referido trabalho, não foi constatada uma casualidade entre os preços praticados no mercado interno brasileiro e os preços praticados na Bolsa de *New York,* no período julho de 1989 a dezembro de 1996.

Este trabalho procura verificar as relações entre os preços praticados na bolsa brasileira e os preços de cafés comercializados no mercado físico, em um período posterior aos estudos de Mesquita at all (2000), o que pode vir a complementar alguns trabalhos anteriores. O conhecimento das relações de preço de diferentes qualidades de grãos pode ser usado para a formulação de uma estratégia de *hedge*. O desenvolvimento teórico do tema pode ser aplicado também na tomada de decisões especulativas dos produtores, que negociam seus cafés baseados nas cotações de bolsa e mercado físico.

Além disso o tema apresenta um interesse pessoal, pois está diretamente ligado ao trabalho desempenhado na empresa FutureInvest agente autônomo de investimentos. A qual possui diversos clientes ligados ao mercado cafeeiro.

1.3. ESCOPO DO TRABALHO

Será estudada a formação dos preços de contratos futuro de café arábica negociados na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) no Brasil, ajustando um modelo quantitativo aos preços de fechamento de diversos vencimentos dos contratos futuro de café tipo 4/5. Posteriormente serão extraídos os preços à vista e estes comparados com os preços do indicador do Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada ESALQ/CEPEA.

O objeto de negociação do contrato futuro, segundo a Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (2016) é o "Café cru, em grão, de produção brasileira, coffee arabica, tipo 4-25 (4/5) ou melhor, bebida dura ou melhor, para entrega no Município de São Paulo, SP, Brasil. " Segundo o Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (2016) o indicador Café Arábica se refere ao preço " por saca de 60 kg liquido, pica corrida, tipo 6, bebida dura para melhor, valor descontado a Prazo de Pagamento pela taxa da NPR, posto na cidade de São Paulo." Como os dois cafés objeto da análise são para entrega na cidade de São Paulo não há a necessidade de custos logísticos. Os dados compreendem os dias 03/01/2006 e 17/06/2016.

A organização dos dados foi feita através de algoritmos desenvolvidos pelo autor e implementados no Matlab. Para a modelagem foi utilizado programa R e alguns pacotes preexistentes, como o FKF.

1.4. ELABORAÇÃO DOS OBJETIVOS

O trabalho tem como objetivo ajustar um modelo de Schwartz e Smith aos preços dos contratos futuro de café arábica tipo 4/5 e extrair as componentes de curto e longo prazo e, através do filtro Kalman, de posse destas componentes estimar o preço *spot* livre de arbitragem. Esse preço *spot* dado pelo modelo Schwartz e Smith serão comparados com os preços observados no indicador ESALQ do café tipo 6 a fim de verificar a existência de componentes comuns e a influência entre os mesmos.

1.5. DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA

De acordo com a classificação de Miguel (2010), este trabalho é definido como sendo de natureza aplicada, objetivos exploratórios e abordagem quantitativa, sendo que o método irá usar modelagem e simulação.

A aplicação é prática pois se trata de um problema real, e o caráter exploratório se deve pela maior procura de informações sobre o problema proposto, possibilitando o estabelecimento de novas relações. Portanto a análise é quantitativa pois os resultados serão obtidos por meio das técnicas de modelagem (MIGUEL, 2010).

A metodologia adotada segundo Law e Kelton (2000) é dividida em dez passos, que segundo os autores são avaliados como mais eficientes. O primeiro passo é a formulação do problema e planejamento do estudo. Nessa etapa são avaliados os fatores que influenciam o modelo e os objetivos que se desejam alcançar com as simulações. A segunda etapa é a coleta de dados e definição do modelo. O evento real é abstraído por um modelo conceitual e simultaneamente os dados são coletados. Segundo Gavira (2003, p. 72 apud NAYLOR, 1971) "a formulação do modelo consiste na especificação de seus componentes, variáveis, parâmetros e relações funcionais. "

A terceira etapa é a validação do modelo conceitual. Nessa etapa será definido o domínio do modelo e serão avaliadas as suposições para o caso estudado. Na quarta etapa é elaborado o programa computacional e posterior verificação dos erros. No quinto passo é realizada a execução do piloto, para verificar a existência de erros. O sexto passo é a validação do modelo programado. Nesta etapa é feita a calibração do modelo comparando os resultados com o comportamento real do sistema. A sétima e oitava etapas são respectivamente: o projeto dos experimentos, onde são avaliadas as condições iniciais, e a realização das execuções de simulação, onde são realizadas várias simulações para servir de insumo aos resultados (GRAVIRA, 2003).

Os passos seguintes se referem à finalização do trabalho e análises do estudo. Na nona etapa é feita a análise de resultados e avaliação dos parâmetros que queiram ser averiguados. Na décima e última etapa é a documentação dos resultados e análises obtidas e finalização do trabalho (GRAVIRA, 2003).

1ª Etapa	**Formulação do problema de estudo**
2ª Etapa	**Coleta de dados e definição do modelo**
3ª Etapa	**Validação do modelo conceitual**
4ª Etapa	**Construção do programa computacional e verificação**
5ª Etapa	**Realização de execuções piloto**
6ª Etapa	**Validação do modelo programado**
7ª Etapa	**Projeto dos experimentos**
8ª Etapa	**Realização de execuções de simulação**
9ª Etapa	**Análise de resultados**
10ª Etapa	**Documentação e implementação**

Figura 1- Etapas do estudo
Fonte: Gravira, 2003 (Adaptado

1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é formado por cinco capítulos. O primeiro trata das informações iniciais sobre o estudo, como o contexto mundial em que está inserido, as justificativas e relevância do tema, o objetivo do estudo, a metodologia utilizada, o escopo do trabalho e o cronograma de realização das atividades.

No segundo capítulo é apresentada a revisão literária referente à importância do mercado do café para a economia e desenvolvimento da sociedade brasileira. Também é abordado o desenvolvimento e apresentação dos modelos quantitativos aplicados à precificação de *commodities.* Além da estrutura de funcionamento dos contratos futuros negociados na BM&F.

O terceiro capítulo apresenta do desenvolvimento do trabalho, onde são abordadas as etapas de metodologia de pesquisa, como foram adquiridos os dados, as estruturas de calibração dos modelos e a linguagem computacional em que foi realizado o estudo.

O quarto capítulo apresenta os resultados obtidos e discute a análise dos mesmos.

O quinto capítulo encerra o trabalho e apresenta as conclusões a respeito dos resultados obtidos, bem como as questões que poderão ser detalhadas e exploradas em estudos futuros.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 A RELEVÂNCIA DO CAFÉ NO BRASIL

Uma das principais *commodities* da economia brasileira é o café. Ele foi o mais importante produto de exportação durante o século XIX e início do século XX, sendo responsável pela manutenção do Império do Brasil e da República Velha. Segundo Tales dos Santos Pinto (2016), as primeiras mudas chegaram ao país por volta de 1727, no Pará, e em torno de 1760 chegaram à região do Rio de Janeiro. Porém, a produção apenas ganhou grandes proporções no começo do século XIX com o aumento da demanda pelos mercados europeu e americano.

A produção cafeeira se tornou o principal produto de exportação do país por volta de 1836, superando até a produção de açúcar, o que proporcionou o crescimento da malha ferroviária, uma vez que a maior produção necessitava de um meio de transporte mais rápido que antes era feito no lombo de mulas. O crescimento dos portos, principalmente o de Santos, também foi uma consequência da expansão da atividade. O comércio regional se desenvolveu permitindo importação de produtos financiados com dinheiro da lavoura (SILVA, 2016).

Com o fim da escravidão o trabalho nos cafezais passou a ser assalariado, o que acabou atraindo uma grande quantidade de imigrantes, que posteriormente viriam a trabalhar nas primeiras indústrias de São Paulo. A partir dos anos 50 a região passou a atrair cada vez mais imigrantes, principalmente do Nordeste brasileiro, gerando crescimento urbano desordenado, inclusive com nascimento das primeiras “favelas” (SILVA, 2016).

A cultura cafeeira foi a grande responsável pelo desenvolvimento da sociedade brasileira do século XIX e começo do século XX. Através do acúmulo de capitais foi possível a urbanização de áreas como Rio de Janeiro, São Paulo e outras cidades do interior. Esse capital também foi fundamental para a industrialização e criação do sistema bancário (PINTO, 2016).

Atualmente o café ainda tem uma posição importante na economia brasileira. Segundo o jornal inglês Daily Mail (2015), o café corresponde por 3% de todas as exportações do Brasil. O país é o maior produtor mundial do grão. Segundo dados da OIC (Organização Internacional do Café) o Brasil produziu em 2015 em torno de 43,2 milhões sacas de 60 kg, enquanto o Vietnã, segundo maior produtor global, produziu por volta de 27,5 milhões de sacas e a Colômbia, terceiro maior produtor, colheu aproximadamente 13,5 milhões de sacas. Esses dados evidenciam

a relevância do Brasil no suprimento mundial de café, cuja produção sozinha é maior que a soma da produção do segundo e terceiro maior produtor global.

De acordo com os dados da OIC a produção mundial de café em 2015 foi em torno de 144,75 milhões de sacas. Logo a produção do Brasil sozinha corresponde a quase 30% de todo o café produzido no mundo. Segundo o site *Business Insider* "Depois do petróleo, o café é a *commodity* mais vendida no mundo", superando produtos como gás natural, açúcar, milho e até ouro. De acordo com dados de 2011 a indústria cafeeira mundial é avaliada em 100 bilhões de dólares e as exportações são avaliadas em 20 bilhões de dólares.

A produção brasileira encontra-se concentrada na região sudeste do país sendo os estados de Minas Gerais, Espirito Santo e São Paulo responsáveis por respectivamente 51,86%, 24,62% e 9,10% da produção nacional, segundo estimativas da CONAB (Companhia Nacional de Abastecimento) em setembro de 2015. A qualidade predominante no país é o arábica. Na safra de 2015 foram produzidas cerca de 31,29 milhões de sacas da qualidade arábica e 10,85 milhões de sacas da qualidade conilon. O estado do Espirito Santo é o maior produtor do café conilon, sendo responsável pela produção de 7,44 milhões de sacas em 2015, segundo dados da CONAB.

2.2 DERIVATIVOS

Os derivativos podem ser divididos em quatro grupos: mercado a termo, mercado de opções, *swaps* e mercado futuro. No mercado a termo comprador e vendedor se comprometem a comprar ou vender um determinado ativo a um preço fixo, em uma data futura. Os contratos a termo são liquidados integralmente apenas no vencimento. No mercado de opções se negocia o direito de comprar ou vender um ativo a um valor determinado em uma data futura, o comprador paga um prêmio e tem o direito de comprar ou vender o ativo. Os contratos de *swaps* são acordos onde ambas as partes trocam a rentabilidade entre dois bens, assim como no mercado a termo a liquidação ocorre integralmente no vencimento. Já o mercado futuro é uma evolução do mercado a termo. A principal diferença entre esses mercados é que no futuro os contratos são padronizados e a liquidação ocorre diariamente através do ajuste diário (BM&FBOVESPA; CVM, 2015).

Os mercados de bolsa e de balcão surgiram da necessidade de os investidores negociarem os valores mobiliários entre si. Um ambiente organizado de negociação possibilita que compradores e vendedores façam propostas e encontrem uma contraparte disposta a fazer negócio. Estas negociações seriam totalmente ineficientes e pouco transparentes na falta de um

sistema organizado. Na legislação vigente existem três tipos de mercado: mercado de bolsa, mercado de balcão organizado e mercado de balcão não organizado (COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS, 2016).

São considerados mercados de balcão não organizado aqueles em que as negociações são realizadas com participação de instituições integrantes do sistema de distribuição que não é realizado em mercado de balcão organizado ou bolsa. Já o mercado de balcão organizado possui uma série de características como: um sistema centralizado e multilateral registro das operações realizadas e disponibilização de todas as informações sobre os negócios realizados. O mercado de bolsa tem todas as informações dos negócios realizados, como hora, preço, quantidade, etc, sendo publicadas de maneira contínua com no máximo 15 minutos de atraso. Além disso esses ambientes contam com controle de risco e mecanismos de ressarcimento (COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS, 2016).

Os contratos de derivativos podem ser comercializados em mercados organizados, como nas bolsas de valores ou no mercado de balcão, ou podem ser um acordo entre duas partes. Estes contratos se dividem em duas categorias: os compromissos a termo e os de exercício contingencial. Os compromissos a termo são acordos de venda futura e especificada por um preço pré-determinado. Já os de exercício contingencial somente geram pagamento caso aconteça um evento especificado, um exemplo são as opções nas quais o comprador adquire um direito e não um ativo (BM&FBOVESPA; CVM, 2015).

No Brasil, a maior parte dos contratos de derivativos são negociados em bolsa, porém no mercado internacional há uma predominância dos contratos de balcão, pois estes podem ser organizados de acordo com a necessidade das partes envolvidas. Essa conclusão fica evidente ao se observar as Figuras 2 e 3.

Nos últimos anos os derivativos se tornaram muito importantes, vários contratos futuros e de opções são extremamente utilizados em várias bolsas ao redor do mundo. Existem diferentes tipos de contratos *forward*, *swaps*, opções e outros derivativos que são comercializados por diversas categorias de operadores. Os derivativos são utilizados em compensação de plantas executivas, para aproveitar oportunidades de mercado e uma série de outras operações. Qualquer profissional que trabalhe no mercado financeiro precisa saber como funcionam os derivativos, como se utiliza e como é dada sua precificação (HULL, 2000).

Hull (2000) define os derivativos como sendo um instrumento cujo valor é dependente de outro valor que geralmente é um outro ativo financeiro, como no caso das opções que têm seu valor atrelado à uma ação, mas um derivativo pode estar atrelado a qualquer coisa, inclusive ao

preço de uma *commodity.* Os contratos negociados em bolsa são regulamentados e definidos pela instituição.

Esse mercado é muito antigo, já que os derivativos começaram a ser comercializados na Bolsa de Chicago desde 1848, enquanto no Brasil começaram a ser negociados em 1986 com a fundação da BM&F (BM&FBOVESPA, 2016; HULL, 2000).

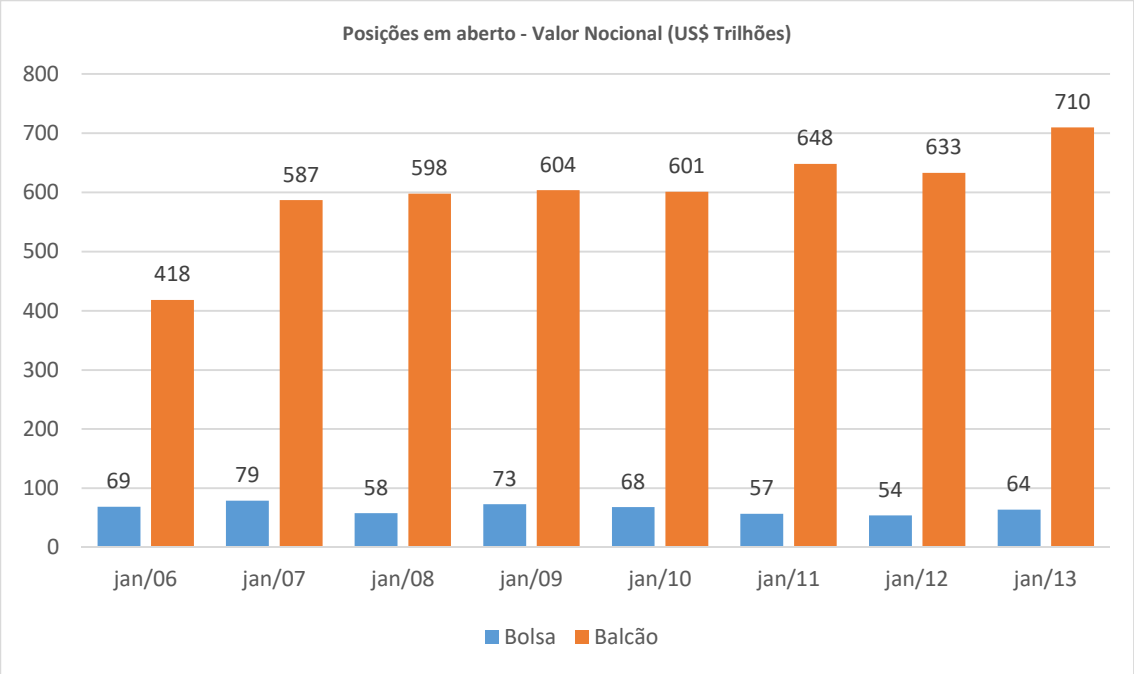

Figura 2- O mercado global de derivativos (2006 – 2013)
Fonte: *Bamk of International Settlemnt* (Adaptado)

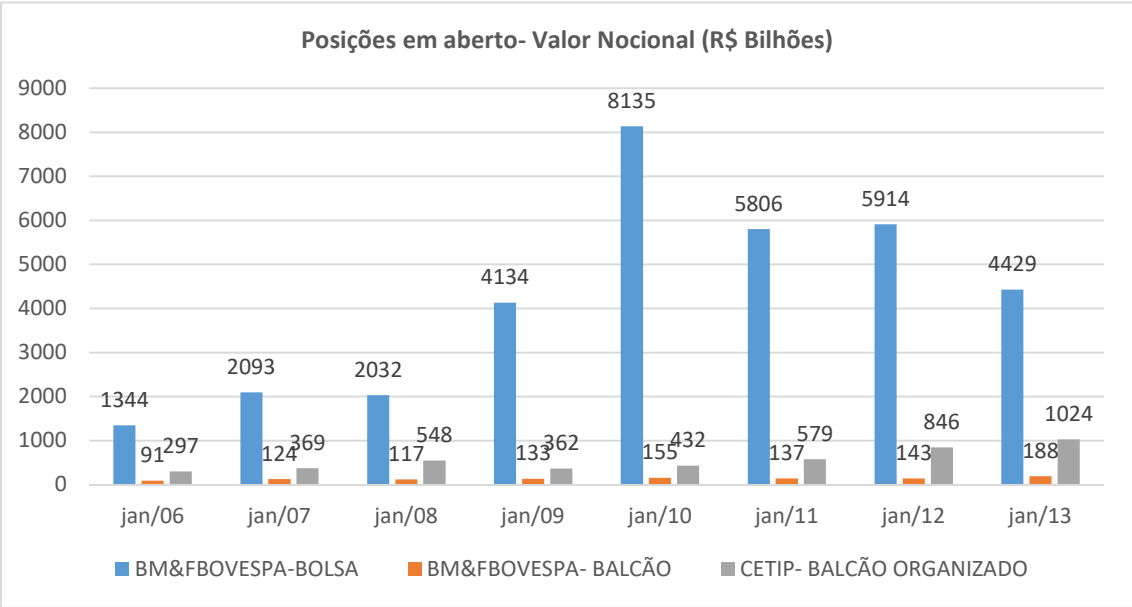

Figura 3 – O mercado brasileiro de derivativos (2006-2013)
Fonte: BM&FBOVESPA; CETIP (Adaptado)

Os maiores agentes no mercado de derivativos, no Brasil, são as instituições financeiras e os investidores institucionais nacionais, os quais possuíam em 2013 respectivamente 47,2% e 35, 6% das posições em aberto. Enquanto os investidores estrangeiros e o setor não financeiro possuíam 11,5% e 5,7% cada um. Do ponto de vista dos derivativos negociados predominam os indexados à taxa de juros e câmbio, já que em dezembro de 2013 estes compunham 70% e 26% do volume negociado respectivamente. Os vinculados a índices de preços representavam 3% e os demais os 1% restante (BM&FBOVESPA; CVM, 2015).

De acordo com a BM&FBOVESPA e a CVM (2015), existem três categorias de derivativos: agropecuários, cujo ativo objeto é uma *commodity* agrícola, como por exemplo café, milho, boi, soja entre outros; financeiros, os quais negociam taxas ou índices financeiros, como taxa de inflação, taxa de juros, câmbio, Ibovespa; e os de energia, que negociam energia elétrica, créditos de carbono e gás natural.

Quadro 1 – Derivativos Financeiros negociados na BM&F

TAXA DE JUROS	ÍNDICES	TAXA DE CÂMBIO
Cupom Cambial- DDI	Ibovespa	Dólar Australiano
Cupom de IGP-M	IBrX-50	Dólar Canadense
Cupom de IPCA	IGP-M	Dólar da Nova Zelândia
DI1	IPCA	Euro (EBR)
Swap Cambial-SCC	BVMF FTSE/JSE TOP40	EURO (EUR)
OC1	BVMF Hang Seng	Franco Suiço (CHF)
Cupom Cambial-DCO	BVMF MICEX	Iene (JPY)
Swap Cambial-SCS	BVMF SENSEX	Iuan (CNY)
	BVMF S&P 500	Libra Esterlina (GBP)
TÍTULOS DA DÍVIDA EXTERNA		Libra Turca (TRY)
A- Bond		Peso Chileno (CLP)
Global Bounds		Peso Mexicano (MXN)
		Rande da África do Sul (ZAR)

Fonte: BM&FBOVESPA; CVM (Adaptado)

Quadro 2: Derivativos de *commodities* negociados na BM&F

AÇUCAR	BOI GORDO	CAFÉ ARÁBICA
Açúcar Cristal com Liquidação Financeira	Boi Gordo com Liquidação Financeira	Café Arábica 4/5 Café Arábica 6/7
ETANOL	**MILHO**	**OURO**
Carburante Etanol Hidratado com Liquidação Financeira	Base de Preços de Milho Minho com Liquidação Financeira	Ouro
PETRÓLEO	**SOJA**	
Minicontrato Futuro de Petróleo	Soja com Liquidação Financeira Mini Soja CME	

Fonte: BM&FBOVESPA; CVM (Adaptado)

Quadro 3: Derivativos de energia negociados na BM&F

ENERGIA	CREDITOOS CARBONO	GÁS NATURAL
Leilão de Energia elétrica	Leilão de Creditos de Carbono	Lelão de Gás Natural

Fonte: BM&FBOVESPA (Adaptado)

2.3 MERCADO FUTURO

Os mercados agropecuários se tornaram muito competitivos e os agentes neles inseridos vêm buscando melhorar sua eficiência. Para isso é necessário aumentar a rentabilidade do sistema de produção. Para se alcançar essa melhora é preciso reduzir os riscos provenientes da produção. Durante o processo de plantio, colheita e comercialização podem ser identificados os riscos de produção e de preço. Para reduzir o risco tanto de produtores de *commodities,* quanto daqueles envolvidos nas transações de outros ativos, como por exemplo ações e taxas de câmbio, foram desenvolvidos os contratos futuros (MARQUES; MARTINES; MELLO, 2006).

Segundo Marques, Martines e Mello (2006, p. 65)

.

> Mercado de futuros são mercados onde se negociam contratos, compromissos de compra e venda de um produto específico, a um determinado preço no futuro. Esses mercados funcionam como uma garantia, tanto para o produtor rural quanto para a indústria processadora em operações de hedge de preço, eliminando incertezas de preços na época da comercialização da safra. Entretanto, para que esses mercados funcionem efetivamente como um instrumento de garantia de preços, é necessário que haja liquidez no mercado,

> ou seja, facilidade de entrar e sair do mercado, o que implica num volume considerável de contratos negociados diariamente.

Dentro desse mercado são negociados os chamados contratos futuros. Conforme Marques, Martines e Mello (2006, p. 30), estes contratos são "compromissos de compra e venda futura". Eles especificam o objeto de negociação, o tempo do contrato, as especificações técnicas do ativo objeto, local de entrega e recebimento em caso de liquidação física. Porém esses contratos são negociados apenas em bolsa e são padronizados. Além disso ao contrário do mercado a termo, a liquidação no mercado futuro é diária, este mecanismo serve como proteção para que o contrato seja honrado por ambas as partes (MARQUES; MARTINES; MELLO, 2006; HULL, 1990).

O principal objetivo dos contratos futuros é resguardar os agentes de mercado das oscilações de preço de seus ativos. O risco é transferido para outros participantes, estes contratos têm a função de minimizar os riscos de caixa provenientes das variações nos preços. Neste cenário existem três participantes: *hedgers*, arbitradores e especuladores. Os *hedgers* possuem o risco associado ao ativo real ou físico, estes utilizam o mercado futuro para mitigar estes riscos. Os especuladores são agentes que tomam risco buscando auferir ganhos. Estes participantes garantem a liquidez do mercado, pois estão constantemente procurando auferir vantagem de movimentos de curto prazo nos preços. Os arbitradores atuam buscando distorções no equilíbrio de mercado (RIBEIRO; ROGERS; SOUSA, 2006).

Atualmente (junho de 2016) os contratos de *commodities* negociados na BM&F possuem um volume de contratos negociados ainda muito baixo já que, apesar de o Brasil ser um grande produtor agrícola, as *commodities* representam em torno de 1% dos contratos negociados (MARQUES; MARTINES; MELLO, 2006; BM&FBOVESPA; CVM, 2015).

Dentre os contratos agropecuários, o café arábica tipo 4/5 é um dos mais negociados da bolsa brasileira. Como observado na Figura 4, no período de fevereiro de 2014 a fevereiro de 2016 o volume de contratos de café negociados só foi menor que o de Boi Gordo e de Milho. Um ponto interessante a ser destacado é o volume significativamente maior de contratos do café tipo 4/5 em relação ao tipo 6/7, que é um café de menor qualidade.

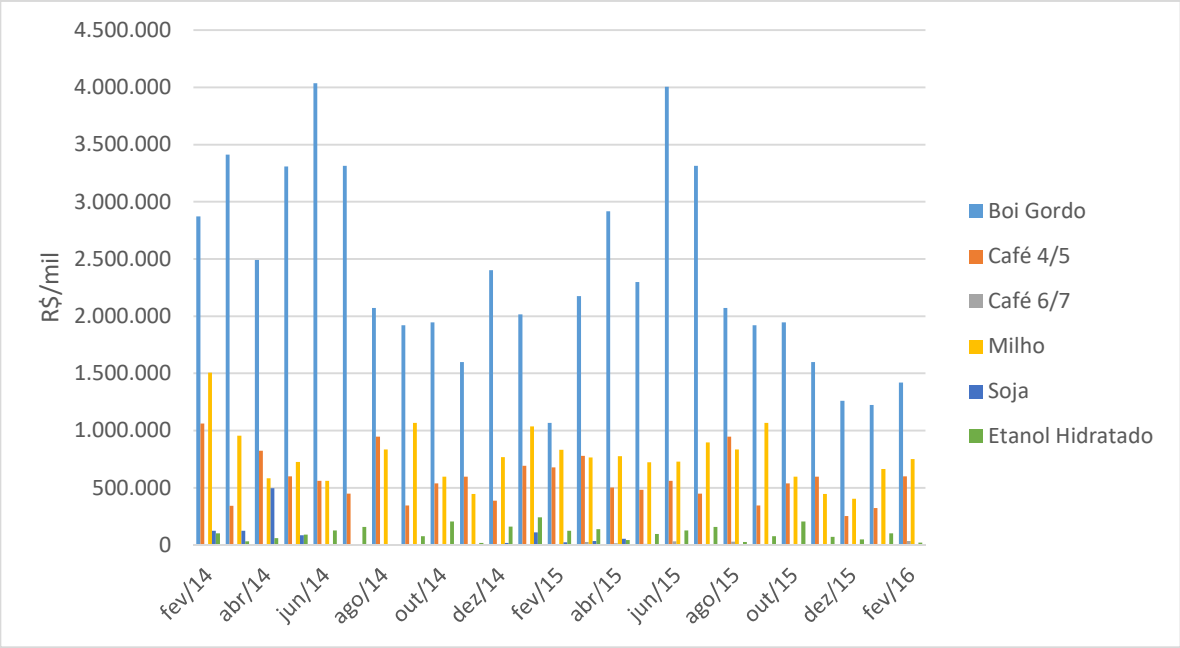

Figura 4 – Volume financeiro dos contratos agrícolas
Fonte: BM&F (Adaptado)

2.4 FORMAÇÃO DOS PREÇOS DO CAFÉ

É característica do mercado de café apresentar grande volatilidade nos preços. Muitas vezes essa variação nos preços é muito maior que a variação na oferta ou demanda global. Nas *commodities* primárias, como é o caso do café, os preços refletem um equilíbrio entre as transações físicas e são determinadas por uma série de fatores, que podem por sua vez ser organizados em uma hierarquia de importância. Os principais fatores que influenciam nas cotações são a produção mundial, o consumo e os estoques. Porém outros fatores menos fundamentais interferem na formação dos preços, tendo ligação com a produção e demanda (INTERNATIONAL COFFE ORGANIZATION, 2009; MESQUITA et all, 2000).

A volatilidade do café é determinada pelos fatores já mencionados de demanda e produção. Ambos influenciados pelo ciclo produtivo bienal do café alternam entre anos de grandes safara e anos de baixa safra. A oferta de café possui uma baixa elasticidade aos preços. O que significa que os níveis de produção demoram a responder as variações de preço. A elasticidade da demanda é igualmente fraca, já que normalmente o preço pago pelo consumidor final sofre mais influência de fatores não ligados ao preço da matéria prima. Nesses casos, apenas uma variação brusca na oferta poderia justificar um choque significativo no preço (INTERNATIONAL COFFE ORGANIZATION, 2009).

A oferta pode ser afetada por fatores como: problemas climáticos (El Niño, secas, excesso de chuvas, geadas, etc.), problemas sociais (conflitos regionais, etc.), problemas que afetem as exportações (restrições, embargos, etc.). Fatores que influenciam a demanda estão ligados a ciclos econômicos que influenciam o poder de compra dos consumidores. Ribeiro, Rogers e Sousa (2006) demonstraram que a variância dos preços do café arábica tanto no mercado físico, quanto no mercado futuro é fortemente explicada pela variância na demanda. O trabalho também conclui que os preços e o nível de estoque são inversamente proporcionais. (GOMES, 2015; INTERNATIONAL COFFE ORGANIZATION, 2009).

Alguns trabalhos defendem que os preços do mercado futuro não representam os preços do mercado físico, pois os valores dos contratos não seguem uma tendência racional baseada nos fundamentos da produção. Esta variação pode ser sentida principalmente nos meses que antecedem a produção, já que os contratos com este vencimento têm maior incerteza, percebida por meio da grande volatilidade nos preços. (AGUIAR; BARROS, 2005; LOVE; MOHAN, 2004).

2.5 DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS EM COMMODITIES

As bases dos modelos em *commodities* possuem um longo caminho na história dos modelos econométricos. Os primeiros conceitos foram introduzidos por Keynes (1938), no desenvolvimento de modelos intertemporais para preços futuros, tentando explicar as diferenças entre preços futuros e preços à vista. A teoria da estocagem foi criada por Working (1949) para introduzir nas análises o cálculo do custo de estoque do produto. Essa teoria considerava que o preço futuro era formado pelo preço presente mais os custos de estoque porém sua simplicidade não era capaz de explicar a grande volatilidade dos preços futuros, muito menos explicar porque um contrato futuro poderia então valer menos que o preço à vista, situação muitas vezes observada empiricamente (BRIERS et all, 2001).

Para se adequar à realidade observada, Kaldor (1939) desenvolveu o conceito de *convenience yield*, ou retorno de conveniência, que era um retorno implícito associado ao detentor da *commodity.* Porém, para explicar as relações entre o preço futuro e o preço *spot,* era necessária a adição do *convenience yield*, do preço à vista e da taxa de juros. Nos primeiros trabalhos publicados o retorno de conveniência e a taxa de juros eram considerados constantes. Diante dessa premissa o movimento dos preços no mercado *spot* se comporta segundo o

movimento geométrico browniano, o qual será abordado em tópico específico (BRIERS et all, 2001; KACOWICZ, 2012).

Apesar da primeira aplicação de processos estocásticos em finanças datar de 1908 com o trabalho revolucionário de Bachelier, a aplicação de processos estocásticos na área financeira somente obteve resultado expressivo após o desenvolvimento do modelo de Black e Scholes (1973) e Merton (1973). Estes estudos revolucionaram a teoria financeira e possibilitaram o desenvolvimento de vários instrumentos de apreçamento de ativos transformando por completo todo o sistema financeiro mundial. Apesar de estas hipóteses tornarem o processo de formação de preços em contratos de derivativos simples, estes modelos não reproduzem os fatos estilizados observados nos preços das *commodities*. Segundo essa teoria, o preço deveria subir a uma taxa constante e a variância no mercado *spot* crescer ao longo do tempo (AIUBE, 2013; KACOWICZ, 2012).

De uma maneira geral, assume-se que os preços das *commodities* apresentam característica de reversão à média, essa reversão é forçada pelo próprio equilíbrio de oferta e demanda do setor produtivo em questão. Com base na teoria microeconômica, espera-se que preços muito acima do ponto de equilíbrio incentivem a entrada de um grande número de produtores, com consequente aumento da oferta do produto; com uma oferta mais abundante o preço tende a cair no futuro. Com os preços muito abaixo do ponto de equilíbrio, alguns produtores menos eficientes iram começar a incorrer em prejuízos e consequentemente parar suas atividades, um menor número de produtores gera uma redução na oferta que por sua vez ocasiona aumento nos preços, fazendo com que estes retornem à media. Vale ressaltar que cada vez mais esse fato passa a ser questionado, uma vez que nos mercados futuros atuais, a maior parte das movimentações financeiras são oriundas de posições financeiras de hedge ou alavancagem, tendo cada vez menos relação com o setor industrial em si (AIUBE, 2013; KACOWICZ, 2012).

2.6 PROCESSO BROWNIANO

Segundo Aiube (2013, p. 44) “Série temporal é qualquer conjunto de observações ordenadas no tempo. Um processo estocástico é uma série temporal que possui um componente aleatório explicado por uma distribuição de probabilidade inerente a ele.” Dentre os processos estocásticos mais conhecidos, um de grande relevância é o processo browniano, amplamente utilizado em teorias físicas e químicas e base para o cálculo estocástico moderno, ou cálculo de

Itô. O processo browniano é definido como um processo estocástico dado por $B_t, t \in [0, \infty)$,onde t é o tempo, que : possui $B_0 = 0$; tem incrementos estacionários e independentes; $\forall\ t > 0, B_t \sim N(0, t)$; e apesar de ser contínuo não é localmente derivável. Observa-se então que quanto maior o horizonte de previsão, mais incerteza teremos sobre o nível do processo, uma vez que sua variância aumenta linearmente com o tempo. Nas finanças isso faz todo sentido, quanto maior o horizonte de previsão, mais incertas são as previsões (maior a variância das estimativas) (AIUBE, 2013).

A Figura 5 mostra a trajetória de um processo Browniano padrão e a Figura 6 mostra a trajetória de dez movimentos. Observando esses movimentos pode-se perceber que a curva possui uma série de irregularidades que são fruto dos incrementos independentes. Pode-se constatar que esta curva não é integrável pelo método clássico pois ela não apresenta uma curva "suave". Sendo necessária a aplicação do cálculo estocástico conhecido como cálculo de Itô. O lema de Itô é similar a regra da cadeia do cálculo comum, porém ele é aplicado ao cálculo estocástico (AIUBE, 2013).

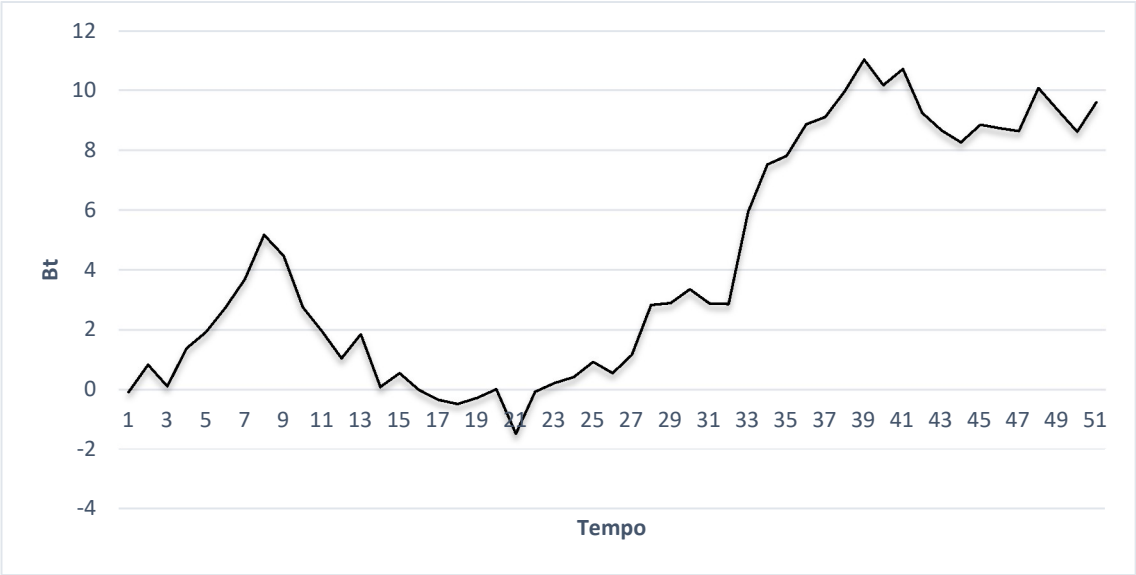

Figura 5- Trajetória do processo Browniano
Fonte: Aiube, 2013(Adaptado).

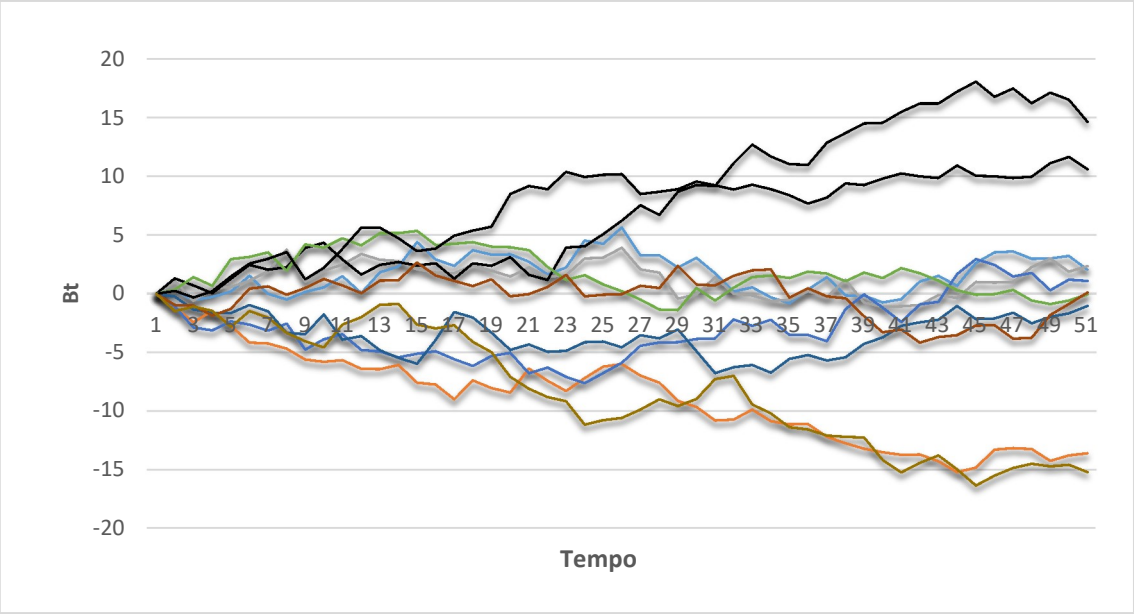

Figura 6- Gráfico com dez trajetórias do processo Browniano
Fonte: Aiube, 2013(Adaptado).

2.7 PROCESSO GEOMÉTRICO BROWNIANO

Segundo a definição de Aiube (2013), processo geométrico browniano (ou movimento geométrico browniano) é definido pela seguinte Equação Diferencial Estocástica, onde X_t é uma realização do processo estocástico, μ (variação) e σ (volatilidade) são constantes para qualquer X_0, t é o tempo e B_t é um movimento Browniano:

$$\frac{dX_t}{X_t} = \mu dt + \sigma dB_t.$$

Na forma integral temos

$$X_t = x\int_0^t \mu f(B_u, u)du + \int_0^t \sigma f(B_u, u)dB_u,$$

o primeiro termo é uma integral em t, e pode ser resolvida de maneira convencional, o segundo termo é uma integral em um diferencial browniano, logo é necessário empregar o cálculo de Itô que adiciona o termo de variação quadrática, logo tem-se que:

$$f(B_t, t) - f(B_0, 0) = \int_0^t (\frac{\partial f}{\partial u} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2})du + \int_0^t \frac{\partial f}{\partial x} dB_u,$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \sigma f \Rightarrow \frac{df}{f} = \sigma dx \Rightarrow \ln f - \ln g(t) = \sigma x,$$

$$f = g(t)e^{\sigma x},$$

na primeira integral,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \mu f,$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = g'(t)e^{\sigma x},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = g(t)\sigma^2 e^{\sigma x},$$

adicionando os resultados

$$g'(t)e^{\sigma x} + \frac{1}{2}g(t)\sigma^2 e^{\sigma x} = \mu f = \mu g(t)e^{\sigma x}, \text{ simplificando}$$

$$g'(t) = \left(\mu - \frac{1}{2}e^2\right)g(t) \Longrightarrow \frac{g'(t)}{g(t)} = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) \Rightarrow g(t) = Ce^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t}.$$

Sendo C uma constante das condições iniciais, finalmente

$$f(B_t, t) = Ce^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma B_t}.$$

Quanto $t = 0$ o valor do ativo é $X_0 = x$, logo

$$X_t = xe^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma B_t}$$

para $t \geq 0, \mu \in \mathbb{R}, \sigma \in \mathbb{R}_+^*$ e $X_0 = x$." Este processo tem um grande destaque em modelos de finanças, foi pioneiramente utilizado por Samuelson para descrever dinâmicas de preços de ações. Posteriormente Black e Scholes utilizaram esse processo para modelar a precificação de opções de compra europeias, Merton ampliou o modelo para ações com dividendos, ficando conhecido então como modelo Black Merton e Scholes.

2.8 PROCESSOS DE ORNSTEIN-UHLENBECK

O processo de Ornstein-Uhlenbeck (OU), foi proposto por Leonardo Ornstein e George Eugene Uhlenbeck (1930) e era utilizado para descrever o movimento de partículas em um fluído, como uma alternativa ao processo Browniano. Esse modelo tem grande importância na teoria dos processos estocásticos, sendo amplamente utilizado na literatura matemática e física (LI, 2014).

O processo de OU, apresenta a característica de reversão a média, daí sua grande importância na modelagem do preço de *commodities*. O processo tende a média de longo prazo e por isso representa o ciclo de oferta esperado pela teoria microeconômica (AIUBE, 2013). Quando os preços estão baixos, os produtores acabam desestimulados a oferecer produtos, o que gera escassez e consequentemente alta nos preços. Com o valor alto o produtor volta a ofertar produtos, baixando novamente os preços. Desse modo, o valor das *commodities* tende a uma

média de longo prazo. Segundo Aiube (2013, p. 132) o processo OU é definido pela seguinte Equação Diferencial Estocástica:

$$dX_t = (\bar{X} - X_t)dt + \sigma dB_t \text{ para } t \geq 0, X_0 = x,$$

onde $\bar{X}$ é a média de longo prazo do preço do ativo e $\sigma \in \mathbb{R}_+^*$ é a volatilidade. Desenvolvendo a equação, aplicando e^t em ambos os lados,

$$e^t dX_t = (\bar{X} - X_t)e^t dt + \sigma e^t dB_t.$$

Aplicando Integração por partes,

$$d[g(X_t, t)] = d(e^t X_t) = e^t X_t dt + e^t dX_t.$$

Somando as equações anteriores,

$$d(e^t X_t) = \bar{X} e^t dt + \sigma e^t dB_t.$$

Integrando de 0 a t,

$$e^t X_t = x - \bar{X} + \bar{X} e^t + \sigma \int_0^t e^t dB_t.$$

Resultando em,

$$X_t = \bar{X} + (x - \bar{X})e^{-t} + \sigma \int_0^t e^{u-t} dB_u$$

O valor esperado da integral de Itô é zero, além disso, se t tende para infinito o termo $(x - \bar{X})$ tende para zero, logo X_t vai para $\bar{X}$ quanto t vai para infinito, o que demonstra a reversão a média.

2.9 CONTRATOS *FORWARD* DE COMMODITIES

Por se tratar de um derivativo, os contratos futuros de *commodities* são influenciados pelos mercados físicos, também conhecido como mercado *spot,* do produto a que ele se refere. Porém os preços no mercado futuro são diferentes do mercado físico, pois existe um custo de carregamento que inclui, segundo Assaf Neto (2102, p. 313) "o armazenamento do produto (*commodity*), aluguel de locais apropriados para conservação, transportes, seguros e o custo financeiro do capital aplicado no estoque." Também é considerado um ágio pela incerteza e volatilidade dos preços até o vencimento (ASSAF NETO, 2012).

Ao longo do tempo os preços no mercado à vista e futuro tendem a convergir, pois o mercado *spot* incorpora os custos de carregamento. Quanto maior a proximidade da data de vencimento do contrato menor será a diferença entre os preços nos dois mercados. Os preços no mercado à vista e futuro não serão necessariamente os mesmos no vencimento, devido à incerteza

nas previsões dos custos de carregamento e da variação do mercado à vista (ASSAF NETO, 2012).

Um contrato *forward* é um acordo de compra ou venda de um ativo em uma certa data futura a um preço determinado, estes contratos são flexíveis e podem ter suas datas e preços variáveis. Ele pode ser contrastado com um contrato *spot,* que é um acordo de compra ou venda de um ativo hoje. Um contrato *forward* é negociado em mercados de balcão, usualmente entre instituições financeiras ou entre estas e seus clientes. Já os contratos futuros são, assim como os contratos *forward*, acordos de compra ou venda futura a um determinado preço, porém estes são geralmente negociados em bolsas, e são contratos padronizados não permitindo toda a flexibilidade de um contrato *forward*. Para viabilizar o acordo, as bolsas especificam o objeto do contrato e as duas partes não precisam se conhecer necessariamente. A bolsa é responsável por fornecer os mecanismos que permitem a execução e liquidação dos contratos (HULL, 2000).

Segundo Aiube (2013, p. 322), em um contrato *foward* "o proprietário de um ativo compromete-se a entregá-lo a outro agente, em uma data futura T, mediante o pagamento do valor K por parte desse último.", onde K é um preço acordado entre as partes chamado de *strike*. O preço à vista do ativo objeto é S_t , t ∈ $[0, T]$. No vencimento T o valor do contrato será $S_T - K$ e o valor no instante t será dado por $H(S_t\,, t)$. Como o valor do vencimento do contrato é

$$H(S_T, T) = S_T - K$$

Usando a equação fundamental do apreçamento

$$\begin{aligned} e^{-r}\ H(S_t, t) &= E^Q[e^{-rT} H(S_T, T)|\mathcal{F}_t] \\ &= E^Q[e^{-rT}(S_T - K)|\mathcal{F}_t] \\ &= E^Q[e^{-r}\ \ (S_T|\mathcal{F}_t] - e^{-rT}K \\ &\text{sendo } e^{-rT}S_T \text{ marginal} \\ &= e^{-rT}S_t - e^{-rT}K \end{aligned}$$

Assim o valor do contrato *forward* no instante t é dado por:

$$(S_t\,, t) = S_t - e^{-r(T-t)}K.$$

Aiube (2013, p. 322) define que: "O preço *forward* $\mathbb{F}_{t,T}$, de um ativo no instante t para entrega em T, é o valor do ativo no vencimento (K) que faz com que o contrato *forward* tenha valor zero em t." Utilizando a equação acima o preço *forward* pode ser definido como:

$$\mathbb{F}_{t,T} = e^{r(T-t)}S_t.$$

Partindo da premissa de que o mercado não possui arbitragem, pode-se estabelecer uma relação entre o preço *forward* e o preço à vista do ativo.

Tais modelos também podem ser aplicados a ativos financeiros, porém o mercado de *commodities* possui uma série de peculiaridades. Estes contratos podem envolver entrega física do produto e envolver todos os aspectos de transporte e estocagem. Os ativos envolvidos são usados para consumo e por isso são muito influenciados por oferta e demanda e também estão sujeitos a riscos de produção, fatores sazonais e questões ambientais.

Diante desses fatores o detentor do ativo, além do custo de oportunidade e estocagem, possui o retorno de conveniência que é definido segundo Aiube (2013, p. 331) como "o benefício que possui o detentor de uma *commodity* física e que não é devido ao proprietário de um contrato futuro sobre a mesma *commodity*. Assim para produtos agrícolas onde existe custo de estocagem, o valor futuro pode ser escrito como:

$$F_{t,T} = S_t e^{(n-y_c)(T-t)} \quad t \in [0, T].$$

Onde $n = r + c_e$ é o custo de oportunidade mais o custo de estocagem, y_c é o retorno de conveniência, r é a taxa de juros, C_e é o custo de estocagem e T é a data de vencimento do contrato (AIUBE, 2013).

2.10 MODELOS EM COMMODITIES

2.10.1 MODELO DE UM FATOR

Modelos de um fator consideram que apenas a variável preço à vista representada por S_t possui incerteza e as restantes não são estocásticas. Estes modelos levam em consideração as premissas de que no mercado de *commodities* os negócios ocorrem de maneira contínua no tempo, que não existem custos nas operações e que a posição vendida não tem restrição (AIUBE, 2013).

Segundo Aiube (apud BESSEMBINDER et all, 1995), já se é conhecido que as *commodities* possuem uma natureza de reversão de preços, devido à dinâmica entre oferta e demanda com os preços de mercado. Porém, tais fundamentos não são suficientes para validar tal natureza. Pindyck (1999) e Bessembinder (1995) buscaram evidências empíricas de que o preço das *commodities* têm dinâmica de reversão à média.

De acordo com Aiube (apud SCHWARTZ, 1997), o modelo de um fator descreve o preço à vista S_t como um processo de reversão segundo a seguinte equação diferencial estocástica.

$$dS_t = k\ (\mu - \ln S_t)S_t dt + \sigma S_t dB_t \quad t \in [0, T]$$

na qual $k > 0$ representa a velocidade de reversão, μ é o logaritmo da média de longo prazo e a volatilidade é $\sigma > 0$.

Segundo Schwartz (1997), os modelos de um fator, definido por $F_{t,T}$, não são capazes de descrever adequadamente a estrutura de preço a termo dos contratos, pois nesses modelos o retorno de conveniência é estático, quando empiricamente estes são dinâmicos, abrindo assim a necessidade de modelos multifatoriais para explicar estas variações.

2.10.2 MODELO DE DOIS FATORES

O ajuste empírico dos dados ao modelo de um fator como representação dos preços de contratos *forward* é fraco, pelos motivos anteriormente apresentados, fazendo-se necessária uma modelagem mais acurada que contemple outro fator de risco. Dentro dessa necessidade surge o modelo de dois fatores, que busca incorporar ao preço a variação do retorno de conveniência. Diferente do modelo de um fator, onde apenas o valor do ativo no mercado *spot* era um fator de risco e todos os demais eram considerados constantes ao longo do tempo (AIUBE, 2013).

De acordo com Schwartz (1997), no modelo de dois fatores o preço no mercado *spot* S_t é descrito como um processo geométrico browniano e o retorno de conveniência y_t um processo de Ornstein-Uhlenbeck, dados respectivamente por

$$dS_t = (\mu - y_t)S_t dt + \sigma S_t dB_{S_t} \text{ e}$$

$$dy_t = [k(\alpha - y_t) - \lambda]dt + \sigma_y dB_y,$$

sendo μ o retorno total esperado pelo detentor da *commodity* e λ é o preço do risco no mercado, que é constante no tempo. As volatilidades de S_t e y_t dadas respectivamente por $\sigma_s > 0$ e $\sigma_y > 0$. A velocidade de retorno à média de S_t e y_t são dadas por $k > 0$ e α, respectivamente. dB_{S_t} e dB_{y_t} são os incrementos dos processos Brownianos das duas variáveis. Além disso, as duas variáveis são correlacionadas por ρ, de forma que $\rho dt = dB_{S_t} dB_{y_t}$.

O modelo de dois fatores é descrito como uma função do preço no mercado a vista S_y, do retorno de conveniência y_t e do tempo restante para o vencimento do contrato $\tau = T - t$.

A medida que não existe oportunidade de arbitragem, impõem-se a condição terminal de que no vencimento $F(S_t, y_t, 0) = S_T$ (AIUBE, 2013; KACOWICZ, 2012).

2.10.3 MODELO DE SCHWARTZ E SMITH

Schwartz e Smith (2000) propuseram um novo modelo para descrever o preço das *commodities*. Este modelo é muito similar ao de dois fatores, porém com algumas modificações que proporcionaram uma melhor adequação. A modelagem foi dividida em dois fatores um de longo e um de curto prazo. O fator de longo prazo, dado por ξ_t, reflete os fatores mais consistentes, que influenciam na variação do preço, como por exemplo a safra, questões regulatórias, fatores climático para *commodities* agrícolas e demanda. Já o fator de curto prazo, dado por x_t, é responsável pelos efeitos de variação de estoque e mudança no retorno de conveniência (AIUBE, 2013; KACOWICZ, 2012).

Schwartz e Smith (2000) definem neste modelo que o fator ξ_t é modelado por um processo geométrico Browniano e o fator x_t por um processo de Ornstein-Uhlenbeck que reverte a zero. O modelo é escrito para $t \in [0, T]$ por

$$\ln S_t = x_t + \xi_t,$$
$$dx_t = (-kx_t - \lambda_x)dt + \sigma_x dB_{xt},$$
$$d\xi_t = (\mu - \lambda_\xi)dt + \sigma_\xi dB_{\xi t},$$

dado que $\rho dt = dB_{x_t} dB_{\xi_t}$, $k > 0$. As velocidades de reversão e volatilidade de x_t são dadas por $K > 0$ e $\sigma_x > 0$, e a tendência e volatilidade de ξ_t dadas por μ e $\sigma_\xi > 0$. ρ é a correlação entre os processos.λ_x e λ_ξ são prêmios de risco de mercado do desvio de curto prazo e do preço de equilíbrio. Então o apreçamento futuro é dado por

$$\ln[F_{t,T}\,(x_t, \xi_t)] = e^{-k(\tau)}x_t + \xi_t + E(\tau),$$

pode-se escrever como

$$F_{t,T}(x_\iota, \xi_t) = \exp\left[e^{-k(\tau)}x_t + \xi_t + E(\tau)\right],$$

onde

$$E(\tau) = \mu^*\tau - \frac{\lambda_x}{k}(1 - e^{-k\tau}) + \frac{\sigma_x^2}{4k}(1 - e^{-2k\tau}) + \frac{\rho\sigma_x\sigma_\xi}{k}(1 - e^{-k\tau}) + \frac{1}{2}\sigma_\xi^2\tau,$$

onde $\tau = T - t$ e $\mu^* = \mu - \lambda_\xi$.

A principal vantagem desse modelo é que não existem redundâncias nos parâmetros, os fatores são mais independentes em suas dinâmicas permitindo uma maior acurácia nos resultados analíticos, o que possibilita uma análise de investimentos de longo prazo mais consistente. Além disso, diferentemente do modelo de dois fatores, a taxa livre de risco está embutida no fator de curto prazo juntamente com o retorno de conveniência, não sendo necessário entrar com a curva de juros de forma exógena. Existe uma correspondência direta entre o modelo de dois fatores de Gibson Shwartz e o modelo de Schwartz Smith, onde é possível, com as estimativas do parâmetro de um modelo, inferir as estimativas do outro modelo, desde que se conheça a taxa livre de risco (KACOWICZ, 2012).

2.10.4 FILTRO DE KALMAN

O filtro o de Kalman se originou no começo dos anos 60 dentro da engenharia elétrica. Posteriormente essa técnica foi sendo utilizada por diversas áreas, como estatística e finanças, sendo insumo para diversas publicações. Kalman (1960) publicou um artigo sobre processos recursivos com intuito de resolver problemas lineares interligados com dados discretos. Essa pesquisa serviu de insumo para o desenvolvimento de diversas áreas da engenharia de sistemas. Com o avanço dos sistemas computacionais esse método se tornou largamente utilizado na teoria de controle (AIUBE, 2013).

O filtro de Kalman consiste em uma série de equações matemáticas que formam um processo recursivo. Esse processo visa estimar uma varável não observável, minimizando o erro quadrático, permitindo a estimação de estados passados, presentes e previstos e de parâmetros desconhecidos do modelo, maximizando a verossimilhança por meio da decomposição do erro de previsão (AIUBE, 2013; KACOWICZ, 2012).

O algoritmo do filtro de Kalman é dividido em dois grupos de equações. As equações de atualização do tempo, também conhecidas como equações de previsão, verificam o avanço da variável de estado e as covariâncias, colhendo estimativas anteriores. Já as equações de atualização da medição, também conhecidas como equações de correção, retroalimentam as informações, incorporando novas informações nas estimativas com o objetivo de melhorar as mesmas (AIUBE, 2013).

A motivação para utilização do filtro de Kalman nesse trabalho, reside no fato de ser reconhecidamente uma poderosa ferramenta para extração de componentes não observáveis em modelos Espaço de Estado.

Um modelo Espaço de Estado é dado por:

$$y_t = Z_t\alpha_t + G_t\epsilon_t + c_t$$
$$\alpha_{t+1} = T_t\alpha_t + H_t\eta_t + d_t$$
$$v_t = y_t - Z_t\alpha_t$$

No modelo acima, y_t é observável, no entanto o x_t, chamado de vetor de estado, importante para previsão dos próximos valores de y_t, não é observado diretamente. Durbin e Koopman (2012) mostram a utilização do Filtro de Kalman para construir um algoritmo recursivo para estimar os valores de a_t e os parâmetros do modelo.

Esse modelo é conveniente para estimação dos parâmetros de Schwart Smith pois para o café tipo 4/5 só se pode confiar na liquidez dos preços negociados no mercado futuro, e para comparar com o café tipo 6/7 necessitamos estimar o preço à vista. Pelo modelo Schwartz Smith os preços do mercado futuro ficam sendo então a equação das variáveis observáveis, e a componente de curto prazo e longo prazo que compõem o preço à vista ficam sendo o vetor de estados. Com o algoritmo recursivo do filtro de Kalman será possível então estimar os parâmetros de interesse do modelo estocástico de Schwart Smith.

Uma outra análise interessante é que, ao conhecer o valor em cada tempo da componente de curto prazo, pode-se analisar o retorno exigido pelo produtor de café na negociação à vista, dependente da taxa de juros esperada pelo produtor, além do retorno de conveniência discutido anteriormente (DURBIN, J.; KOOPMAN, S. J, 2012).

Segundo Koopman (1997), as equações do filtro de Kalman são dadas por:

$$\alpha_{t+1} = T_t\alpha_t + K_t v_t$$
$$F_t = Z_t P_t Z_t' + G_t G_t'$$
$$M_t = T_t P_t Z_t' + H_t G_t$$
$$P_{t+1} = T_t P_t T_t' + H_t H_t' - C_t$$
$$K_t = M_t F_t^{-1}$$
$$C_t = M_t F_t^{-1} M_t'$$

E os parâmetros são encontrados pela maximização da função de verossimilhança dada por:

$$p(\vartheta_0, \dots, \vartheta_n) = \prod_{i=1}^{N} \frac{1}{\sqrt{2\pi F_i}} e^{(-\frac{1 v_i^2}{2F_i})}$$

2.10.5 PROCESSO NEUTRO AO RISCO E PRECIFICAÇÃO

A precificação de risco neutro usa um processo estocástico para descrever a dinâmica das variáveis de estado, e descontar todos os fluxos de caixa a uma taxa livre de risco. No modelo são adicionados os parâmetros λ_x e λ_ξ que são constantes que reduzem as tendências de cada processo. O processo estocástico neutro ao risco tem a seguinte forma:

$$dx_t = (-kx_t - \lambda_x)dt + \sigma_x dB_x^* \text{ e}$$

$$d\xi_t = (\mu_\xi - \lambda_\xi)dt + \sigma_\xi dB_\xi^*$$

Onde dB_x^* e dB_ξ^* são incrementos de um processo Browniano padrão. O termo de curto prazo do processo neutro ao risco, dado por x_t , é um processo de Ornstein-Uhlenbek com média $-\lambda_x/k$. Nesse modelo, o prêmio de risco se torna o ajuste do processo estocástico (SCHWARTZ; SMITH, 2000).

Segundo Schwartz e Smith (2000) dados x_0 e ξ_0, dentro do processo neutro de risco, x_t e ξ_t, tem distribuição normal com vetor de média e covariância dados por:

$$E[(x_t, \xi_t)] = \left[e^{-k}\ x_0 - \frac{(1-e^{-kt})\lambda_x}{k}, \xi_0 + \mu_\xi^* t\right], \text{(média)}$$

$$\mu_\xi^* = \mu_\xi + \lambda_\xi, \text{(covariância)}$$

O log do futuro preço *spot*, $\ln(S_t) = x_t + \xi_t$, é normalmente distribuído e ,

$$E[\ln(S_t)] = e^{-kt}x_0 + \xi_0 - \frac{(1 - e^{-k}\ )\lambda_x}{k} + \mu_\xi t,$$

Sendo $F_{T,0}$ o preço de mercado de um contrato futuro no tempo T antes do vencimento. Na estrutura de precificação livre de risco, os preços futuros são iguais ao valor esperado futuro dos preços *spot*, assumindo que as taxas de juros são determinísticas. Os preços futuros são escritos como:

$$\ln(F_{t,0}) = \ln(E[S_t]) = E[\ln(S_T)] + \frac{1}{2}Var[\ln(S_t)] = e^{-kT}x_0 + \xi_0 + A(T), \text{ onde}$$

$$A(T) = \mu_\xi^* T - \frac{(1 - e^{-kt})\lambda_x}{k} + \frac{1}{2}\left(\frac{(1 - e^{-2kT})\sigma_x^2}{2k} + \sigma_\xi^2 T + 2(1 - e^{-kT})\frac{\rho_{x\xi}\sigma_x\sigma_\xi}{k}\right)$$

Schwartz e Smith (2000) apresentam a relação entre os preços futuros e o preço *spot* esperado de acordo com a Figura 6. O prêmio de risco para a variação de curto prazo subtraído a constante λ_x/k, no tempo zero a linha de suporte do termo de longo prazo intercepta a linha do preço *spot* esperado. O prêmio de risco (λ_ξ) reduz a inclinação da curva do termo de longo

prazo. Para contratos de vencimento próximo a volatilidade é igual à volatilidade da soma dos termos de curto e longo prazo. À medida que o vencimento aumenta a variação do termo de curto prazo influencia menos a volatilidade

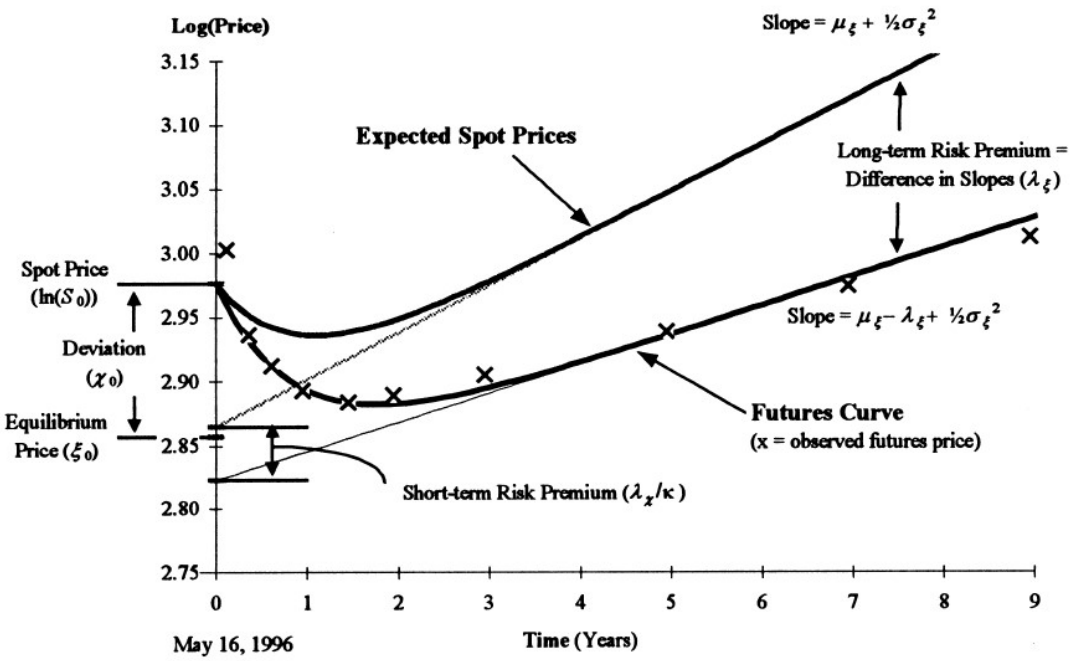

Figura 7- Preço Futuro e Preço *Spot* esperado
Fonte: Schwartz e Smith, 2000

2.11 MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DE NELDER-MEAD

O método de Nelder-Mead é uma técnica direta altamente utilizada na otimização de problemas não diferenciáveis. Porém os pontos iniciais são muito sensíveis e não garantem o ótimo global. Este método dispensa a necessidade do gradiente de informação, pois usa quatro parâmetros: reflexão, expansão, contração, e tamanho do simplex para se mover no espaço designado baseado nos valores dos vértices e centros dos triângulos (SHOUP; WANG, 2011).

O algoritmo usa os conceitos do *simplex* com um polígono de $n + 1$ vértices onde n é o número de dimensões do problema. Para duas variáveis o método usa um triângulo e compara o valor da função objetivo nos três vértices. Onde o pior vértice, que possui o maior valor, é descartado e substituído por um novo, formando um novo triangulo. O processo gera uma sequência de triângulos onde o valor da função objetivo nos vértices é cada vez menor, o tamanho do triangulo é reduzido e o valor mínimo é encontrado (FINK; MATHEWS, 2004).

Seja $f(x, y)$ uma função que deve ser minimizada. Como parâmetros iniciais devem ser dados três pontos iniciais para a formação do triângulo $V_k = (x_k, y_k)$, usando a notação:

$$B = (x_1, y_1) \quad G = (x_2, y_2) \quad W = (x_3, y_3)$$

Onde B é o melhor vértice, G é a segundo melhor vértice e W é o pior vértice. O processo usa o ponto médio M entre os pontos B e G. Ao se mover de W para B ou de W para G a função objetivo decresce. Logo se projeta um ponto R naquela direção, que está a uma distância d do segmento $\overline{BG}$ onde d é a distância entre o ponto W e o segmento $\overline{BG}$.

3. DESENVOLVIMENTO

3.1 SELEÇÃO DOS DADOS

Para o desenvolvimento desse trabalho foram utilizados os dados disponibilizados pela BM&FBOVESPA. O contrato futuro utilizado foi o contrato futuro de café arábica tipo 4/5 com código de negociação (*ticker*) ICF. Os contratos têm seus vencimentos nos meses de março, junho, setembro e dezembro, com data de vencimento no 6º dia útil anterior ao último dia útil do mês do vencimento. Foram observadas apenas as cotações de fechamento do dia.

O preço físico do café foi observado através do indicador CEPEA/ESALQ. Este indicador foi escolhido devido à sua periodicidade diária, além de também avaliar as grandes regiões produtoras (Cerrado e Sul de Minas Gerais, Mogiana (SP), Paulista (SP) e noroeste do Paraná) ponderadas por suas respectivas produções. O indicador consulta cooperativas, corretores, torrefadores e exportadores, e leva em consideração os preços do café arábica tipo 6, bebida dura para melhor.

Todas as cotações são apresentadas em dólares por saca de 60 kq ($/sc) para entrega no município de São Paulo. O que dispensa uma análise dos custos logísticos entre as duas cotações. Pelo fato de os dois ativos observados estarem cotados em dólar, influência das variações cambiais na análise acaba sendo naturalmente mitigada.

3.2 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS

As cotações dos contratos futuros foram organizadas conforme o Quadro 4. Cada dia apresenta as cotações e o tempo até o vencimento, expresso em dias úteis, dos três contratos mais próximos do vencimento. Os contratos foram organizados em ordem crescente do tempo de vencimento, sendo V1 o contrato mais próximo do vencimento, V2 o segundo mais próximo e assim sucessivamente. Quando V1 chega ao seu vencimento, V2 assume seu lugar, V3 assume V2 e um novo contrato é colocado em V3. Os dados foram organizados a partir do sistema de recuperação de informações da BM&F, através de algoritmo implementado no *software* Matlab.

Esta organização dos dados foi necessária para a implementação do modelo de Schwart Smith e do filtro de Kalman, já que este modelo requer uma série continua de preços com diferentes vencimentos para poder extrair as componentes de curto e longo prazo do modelo.

Quadro 4 - Organização dos contratos futuro

Data	Preço V1	Dias V1	Preço V2	Dias V2	Preço V3	Dias V3
03/01/2006	135,3	54	137,1	94	134,5	136
04/01/2006	137	53	138,9	93	136,9	135
05/01/2006	142,3	52	144,5	92	142,1	134
06/01/2006	145	51	147,5	91	144,8	133
			...			
20/03/2006	129	3	130,1	43	130,5	85
21/03/2006	129	2	131,2	42	132	84
22/03/2006	129	1	129,1	41	130	83
23/03/2006	129	0	128,4	40	129,7	82
24/03/2006	128,3	39	129,9	81	131,3	124
27/03/2006	128,4	38	129,9	80	131,3	123
28/03/2006	128,3	37	129,7	79	130,9	122

Fonte: Autor

Os dados referentes ao indicador CEPEA/ESALQ foram organizados de acordo com as datas de negociação dos contratos futuro, sendo que apenas em duas datas as cotações do indicador não estavam disponíveis, implicando em sua complementação através de técnica de interpolação linear.

3.3 IMPLEMENTAÇÂO DO MODELO

O modelo foi implementado no *software* R, conforme algoritmo detalhado no Anexo 1. Primeiramente, através de uma função, foram construídas as matrizes espaço de estado do modelo de Schwartz e Smith. Posteriormente, as variáveis foram transformadas para que a busca dos parâmetros fosse realizada no conjunto dos reais. Da seguinte forma:

$$k \leftarrow e^{\theta_k} \qquad \rho \leftarrow \frac{1 - e^{\theta_\rho}}{1 - e^{\theta_\rho}}$$

$$\mu_\xi \leftarrow \theta_{\mu_\xi} \qquad \lambda_x \leftarrow \theta_{\lambda_x}$$

$$\sigma_x \leftarrow \exp(\theta_{\sigma_x}) \qquad \sigma_{V2} \leftarrow \exp(\theta_{\sigma_{V2}})$$
$$\sigma_\xi \leftarrow \exp(\theta_{\sigma_\xi}) \qquad \sigma_{V3} \leftarrow \exp(\theta_{\sigma_{V3}})$$
$$\sigma_{V1} \leftarrow \exp(\theta_{\sigma_{V1}}) \qquad \mu_{\xi^0} \leftarrow \theta_{\mu_{\xi^0}}$$

Onde σ_{V1},σ_{V2} e σ_{V3} são as variâncias dos erros de observação do valor dos contratos V1, V2 e V3. As variáveis a esquerda são os parâmetros do modelo de Schwartz e Smith e os valores θ são encontrados pelo processo de otimização.

A função de verossimilhança obtida pelo filtro de Kalman foi calculada através do pacote *Fast Kalman Filter* (FKF) do R. Para buscar os parâmetros θ do modelo de Schwartz & Smith (2000) que são passados para o filtro de Kalman, foi necessário utilizar um algoritmo de otimização para escolher os parâmetros que possibilitassem máxima verossimilhança. Como a função de verossimilhança gerada pelo filtro de Kalman é muito sensível aos diversos parâmetros do modelo de Schwartz & Smith (2000), o problema de otimização se torna muito instável, por tal motivo foi utilizado o método de otimização de Nelder-Med, que é adequado inclusive para funções não diferenciáveis. Após a aplicação do método, foram extraídas as componentes de curto e longo prazo referentes ao modelo de Schwartz e Smith e calculado o preço à vista da *commodity*, lembrando que: $\ln S_t = \xi_t + x_t$. Estes preços foram comparados com os valores do indicador CEPEA/ESALQ através de uma técnica de regressão, que será vista posteriormente.

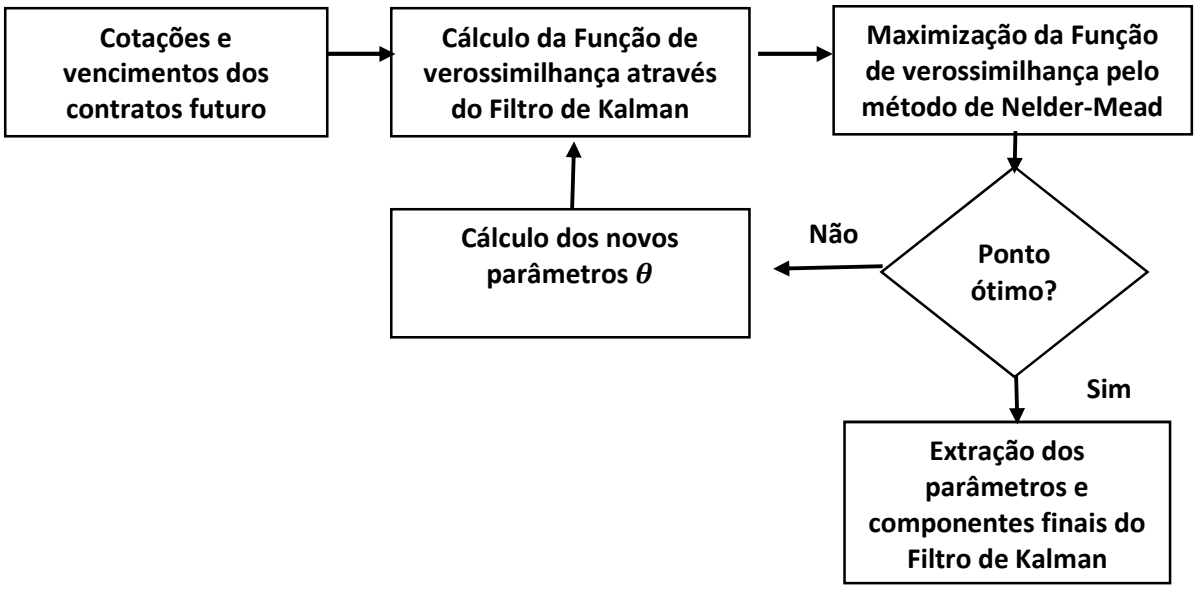

Figura 8-Interação do Filtro de Kalman e o método de otimização de Nelder-Mead
Fonte: Autor

A análise entre o preço *spot* e o indicador ESALQ, foi feita tomando a diferença entre as duas séries. Após isso verificou-se para a série das diferenças obtidas o seu comportamento ao longo do tempo através da metodologia Box-Jenkins, conforme discutido por Hamilton (1994).

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Na comparação entre os contratos V1 e o preço *spot,* conforme Figura 9, percebe-se uma pequena diferença entre os preços. Estes contratos têm em média aproximadamente 25 dias uteis até o vencimento, logo a incerteza e a taxa de juros embutida é menor. Sendo assim os preços do contrato V1 estão refletindo de maneira muito próxima o preço à vista dos contratos. Os períodos de maior descasamento são os picos de alta nas cotações, uma vez que os contratos V1 precificam uma alta nos preços maior que a verificada no mercado à vista. Percebendo que o mercado físico não acompanhou toda a valorização, os preços futuros voltam a recuar.

Devido ao tempo de vencimento dos contratos V1 ser mais curto, o custo de carregamento dos mesmos também é menor. Este fato pode ser observado na Figura 9, onde os preços futuros ficam pouco acima dos preços à vista. Este maior alinhamento também pode ser explicado pela incerteza futura nos preços. Como estes são altamente influenciados por expectativas de safra, quanto menor o horizonte dos contratos menor o nível de incerteza com fatores como clima e pragas que podem mudar drasticamente o tamanho da safra.

Para os contratos V2, que têm em média aproximadamente 75 dias uteis até o vencimento, pode-se verificar que os preços futuros se afastam mais do preço *spot,* principalmente no período compreendido entre 2006 a 2009 devido a taxa de juros elevada e um grande temor com a safra 2006/2007, que acabou se mostrando fraca. Períodos como 03/2010 a 06/2010, onde o preço *spot* se sobrepõe ao preço futuro, demostram uma demanda de curto prazo que pode ser explicada pelos estoques americanos de café verde que se encontravam em patamares muito baixos, conforme observado na Figura 12. Os preços futuros são normalmente superiores ao preço *spot*, e isso se deve ao custo de carregamento destes contratos, conforme anteriormente discutido, composto entre outros fatores pela taxa de juros. Por tal motivo, nos períodos de taxas mais elevadas há um maior distanciamento entre os preços.

Esta sobreposição do preço *spot* fica evidente ao se observar o comportamento da componente de curto prazo do modelo, que sofre um choque quando o preço *spot* fica maior que o preço futuro. Estes choques podem ser causados por fatores de curto prazo que geram grande incerteza no mercado, como por exemplo o nível baixo dos estoques americanos.

Nos contratos V3, que têm em média aproximadamente 127 dias uteis até o vencimento, como observado na Figura 11, seus preços são ainda mais distantes dos preços à vista. Isso pode ser explicado tanto pelo custo de carregamento embutido nos contratos, quanto pelo grande grau de incerteza dos preços futuros, que são fortemente influenciados por expectativas de safra. O

mesmo fenômeno é observado no período de 03/2010 a 06/2010, onde os preços *spot* se sobrepuseram aos preços futuros, evidenciando que possivelmente se tratava de um movimento de curto prazo para cobertura de estoques, uma vez que tal evento não é observado nos contratos V1. Conforme já analisado, tais períodos em que o preço *spot* se sobrepõe ao preço futuro ocorrem devido a choques de curto prazo decorrentes de variações momentâneas de oferta e demanda.

Há um grande distanciamento do preço futuro nos anos que anteriores a 2008. Este fato pode ser explicado pela alta taxa de juros do período, como pode ser observado na Figura 13. Como a taxa de juros é um dos fatores fundamentais do custo de carregamento, uma elevação na sua alíquota tem um impacto direto na precificação dos contratos futuros.

Figura 9- Preço *spot* e cotação do contrato V1
Fonte: Autor

Figura 10- Preço *spot* e cotação do contrato V2
Fonte: Autor

Figura 11- Preço *spot* e cotação do contrato V3
Fonte: Autor

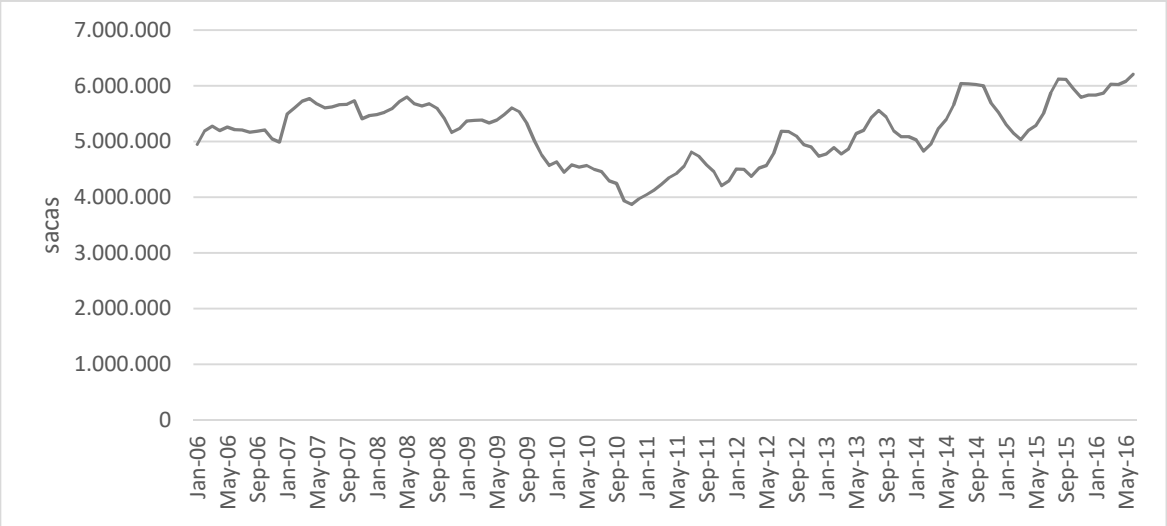

Figura 12- Estoques Americanos de café
Fonte: *Green Coffee Association*

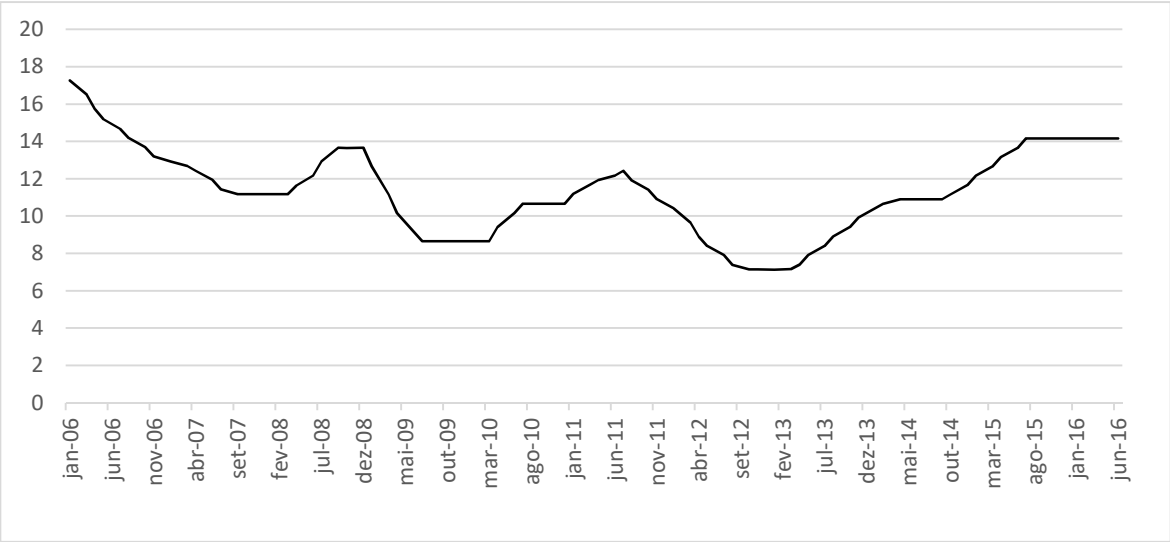

Figura 13- Histórico taxa Selic
Fonte: Banco Central

A Figura 14 mostra a série temporal da componente de curto prazo x_t. É observado que a componente de curto prazo apresenta reversão a média, no entanto, a velocidade de reversão dada pelo parâmetro k foi muito baixa. O tempo de meia-vida, que pode ser interpretado como o tempo esperado em que o processo retorna 50% do desvio de sua média incondicional após um choque qualquer, é dado por: (SCHWARTZ, SMITH, 2000)

$$-\ln\frac{(\%reversão)}{k} = -\ln\left(\frac{0{,}5}{0{,}00036}\right) \simeq 1974\ dias$$

A expressão anterior demonstra que quanto menor o valor de k, mais tempo para retornar ao valor médio incondicional. Observando o valor encontrado para k após a otimização, temos a

indicação de que em termos práticos todo choque no preço do café pode ser considerado como uma alteração do preço de equilíbrio. Portanto, pelos dados avaliados, a *commodity* está perdendo sua característica de reversão a média, o que era proposto a princípio pelo modelo de Schwart Smith.

Esta característica pode indicar que movimentos especulativos estão modificando permanentemente o preço de equilíbrio. Logo, a série está perdendo sua característica de retorno a média, que deveria ser dada por fatores de oferta e demanda, se aproximando assim do movimento característico de outros ativos financeiros, como as ações.

Quadro 5- Parâmetros do modelo

k	μ_ξ	μ_{ξ^0}	λ_x	σ_x	σ_ξ	ρ	σ_{V1}	σ_{V2}	σ_{V3}
0,00036	-0,00036	-0,00118	-0,00248	0,19349	0,18579	-0,99563	0,00146	0,01199	0,00278

Fonte: Autor

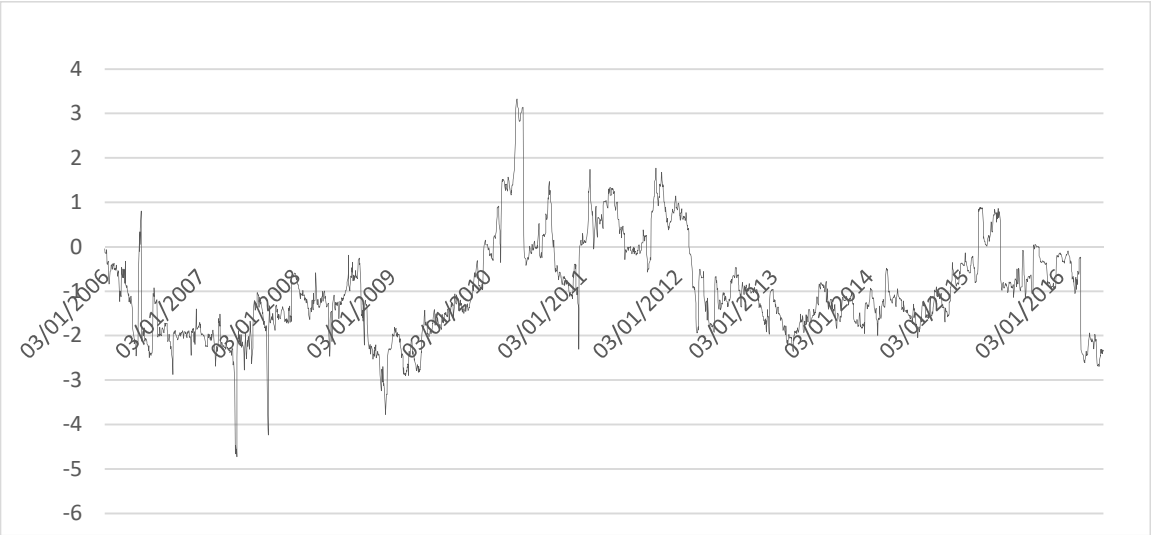

Figura 14-Série temporal da componente de curto prazo x_t
Fonte: Autor

Na Figura 15 está apresentada a série temporal da componente de longo prazo ξ_t. Observando a Figura 15 verifica-se que o aumento do preço de equilíbrio no período de 2007 pode ter ocorrido devido à queda de aproximadamente 15% da safra 2006/2007 em relação ao período anterior. Fatores como clima e ciclo bienal criam um ambiente de incertezas, o que afeta diretamente a precificação dos contratos.

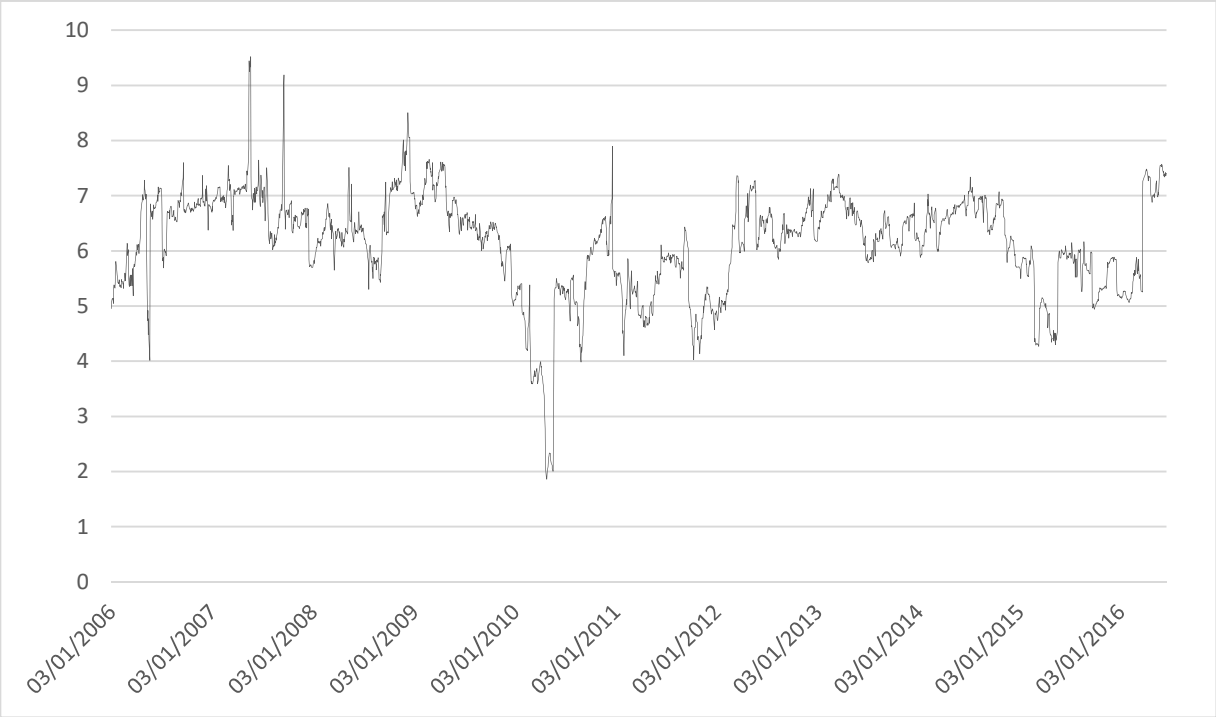

Figura 15-Série temporal da componente de longo prazo
Fonte: Autor

As bruscas oscilações no final de 2010 podem representar uma incerteza quando à safra 2010/2011, que foi quase 10% menor que a anterior, fato que também pode ser verificado comparando a Figura 14 com a Figura 15. Apesar da queda de preço da componente de longo prazo, grande parte do preço à vista passou a ser explicado pela componente de curto prazo (Figura 14), que sofreu grandes choques positivos devido à incerteza gerada pela queda de produtividade da safra de 2010/2011 e incertezas relativas ao cenário macroeconômico nacional.

Observando as Figuras 14, 15 e 18 verifica-se que o grande aumento do preço à vista no período, evidenciado pela Figura 18, não era justificável no longo prazo, pois de fato a componente de longo prazo perdeu valor no período, conforme destacado na Figura 16. Esse aumento deve-se à componente de curto prazo, sendo, portanto, um aumento transitório e com característica de reversão a média, o que de fato ocorreu no ano posterior fazendo com que o preço à vista diminuísse ao longo de 2012.

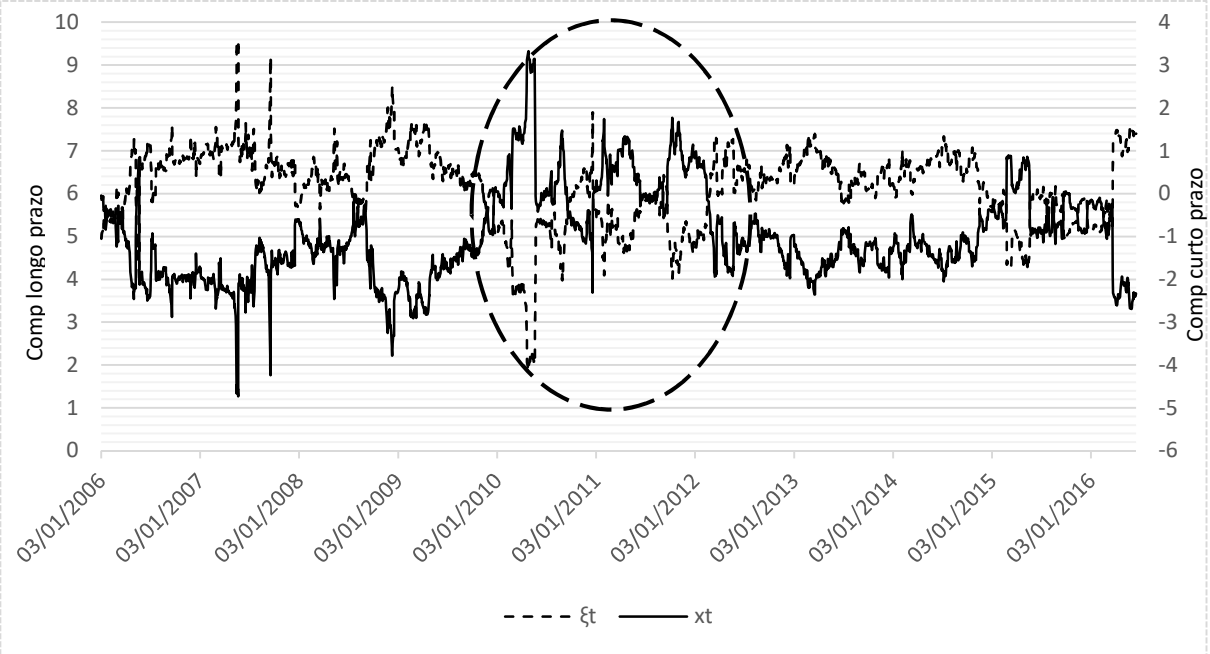

Figura 16-Choque nas componentes
Fonte: Autor

A safra recorde de 2012 e a safra modesta de 2011, segundo Figura 17, podem tem contribuído para explicar o movimento, já que o mercado vinha de um ano de safra ruim e a grande especulação quanto ao tamanho da safra de 2012 provocou uma alta nos preços em um movimento especulativo, que pode ser observado no aumento do valor da componente de curto prazo x_t. Após a consolidação de uma nova safra recorde em 2012, os preços voltaram a recuar, demonstrando que não se tratava de uma mudança nos padrões do mercado, podendo caracterizar uma especulação quanto ao tamanho da safra do ano.

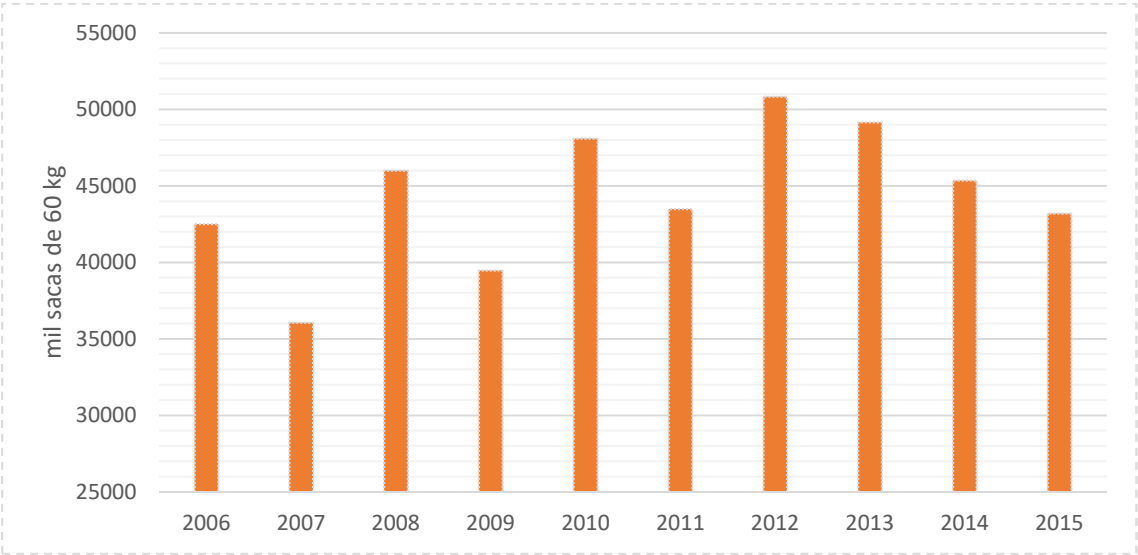

Figura 17- Produção brasileira de café
Fonte: ABIC

Figura 18- Série temporal do preço *spot,* com intervalo de confiança de 95%
Fonte: Autor

Os erros ajustados para os vencimentos V1, V2 e V3, representados nas Figuras 19 a 21 abaixo, a princípio indicam um comportamento no padrão gausiano, como assumido previamente pelo modelo de Schwartz e Smith. Porém, ao se aplicar o teste estatístico de normalidade Kolmogorov-Smirnov, a hipótese de normalidade foi rejeitada para o nível de significância de 5% e 1%, sugerindo a presentaça de efeitos de caudas pesadas, ou seja, volatilidade maior do que da distribuição normal. Uma inclusão de regressores exógenos para explicar choques específicos, como quedas abruptas da produção de café, crises cambiais, etc, podem ajudar a captar esses efeitos de cauda. Outra sugestão é a adição de uma função determinística para captar o comportamento sazonal dos preços, isso pode ser feito diretamente adicionando uma outra componente de estado no modelo de Schwartz e Smith (2000), que também será extraída pelo filtro de Kalman, conforme apontado em Aiube (2013). Vale ressaltar que este trabalho não adicionou tais componetes pois seu escopo estava restrito à utilização do modelo segundo proposto originariamente por Schwartz e Smith (2000).

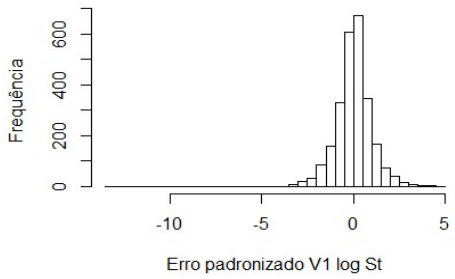

Figura 19- Erro padronizado do contrato V1
Fonte: Autor

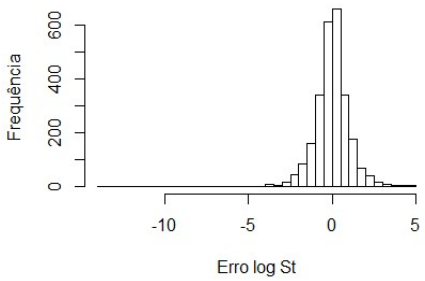

Figura 20-Erro padronizado do contrato V2
Fonte: Autor

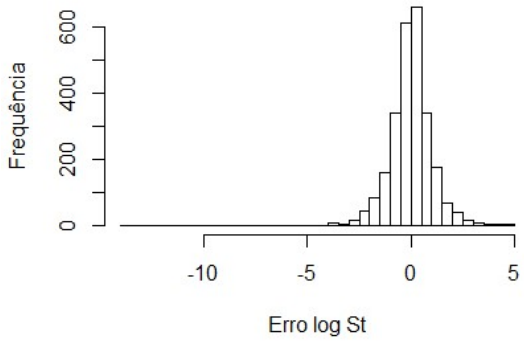

Figura 21- Erro padronizado do contrato V3
Fonte: Autor

A Figura 22 apresenta a diferença histórica entre o preço *spot* extraído dos contratos futuros e as cotações do indicador CEPEA/ESALQ, bem como informa o ajuste à um modelo ARMA, conforme será indicado a seguir. Para proceder com a análise, primeiramente verificou-se que a série é estacionária, indicando que ela se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável; a série da diferença está calculada a partir da seguinte equação:

$$b_t = S_t - Es_t$$

Onde Es_t é o valor do indicador CEPEA/ESALQ no instante t, b_t é o valor dessa diferença e S_t é o preço *spot* extraído dos contratos.

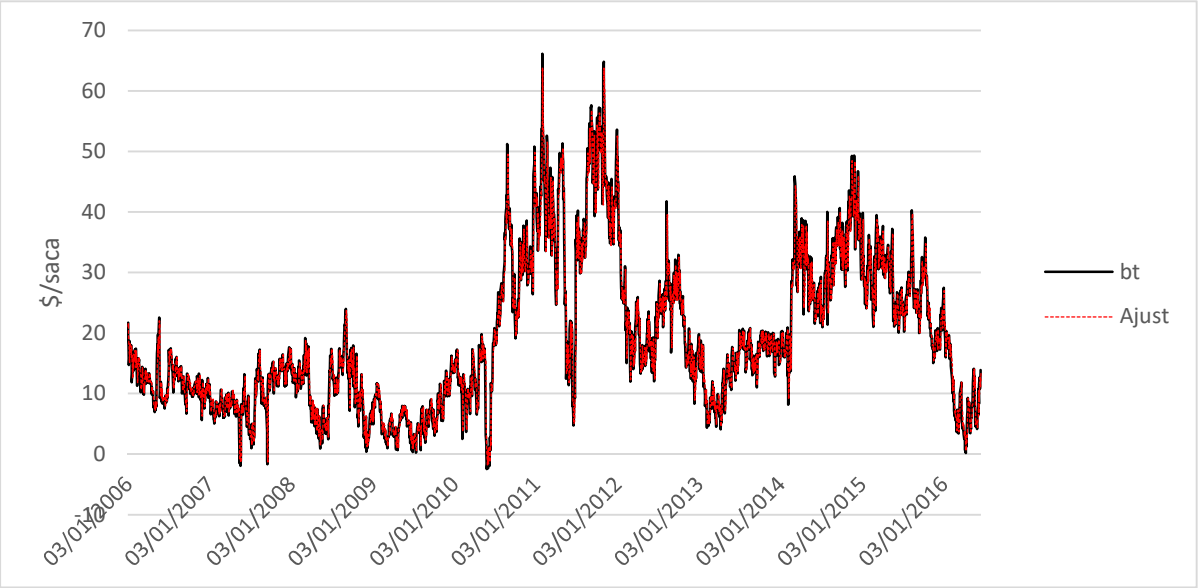

Figura 22- Diferença histórica entre preço *spot* e indicador ESALQ/CEPEA e ajuste ARMA
Fonte: Autor

O teste Augmented-Dickey-Fuller rejeitou a hipótese de raiz unitária, tendência determinística e *drift,* logo a série apresenta um comportamento estacionário.

A análise desta série histórica através de um modelo auto regressivo de médias móveis (ARMA) demostra que a série possui duas componentes auto regressivas (AR) e nenhum componente de média móvel (MA). O modelo foi ajustado usando o Critério de Informação de Akaike (AIC), o ajuste foi feito pela maximização da função de verossimilhança, feito pelo pacote *forecast* do R e que utiliza a metodologia *stepwise* para determinar o número de regressores no modelo. A série das diferenças apresenta o valor esperado incondicional de 18,8959$\pm$ 5,7759, com intervalo de confiança de 95%, indicando que esse é o valor esperado incondicional da diferença entre estes dois tipos de café. Após o ajuste do modelo ARMA(2,0), feito no R, pode-se chegar a seguinte equação:

$$y_t = +0{,}3704 + 0{,}8688y_{t-1} + 0{,}1116y_{t-2} + e_t$$

Onde a primeira parcela corresponde ao intercepto com o eixo, e as próximas duas as componentes auto regressivas (AR) do modelo. Na equação também está presente uma componente de erro do modelo.

Assim, conforme demonstrado pelas análises aqui apresentadas, o modelo de Schwartz e Smith mostrou-se adequado para a extração do preço *spot* dos contratos futuro de café, apesar de poder ser aperfeiçoado com a adição de componetes exógenos capazes de captar movientos de sazonalidade. A série da diferença entre os preços *spot* e ESALQ demonstrou existir um fator constante de relação entre estes, porém sucetível a alta volatilidade.

5. CONCLUSÕES

Pelo que foi verificado no presente estudo, o modelo de Schwartz e Smith e o ajuste do filtro de Kalman foram satisfatórios para a extração do preço *spot* dos contratos futuro de café arábica negociados na BM&F no período de análise entre 03/01/2006 e 17/06/2016. Foi observado que a diferença entre o preço à vista e o preço futuro é maior nos contratos de vencimento mais longo (maior *maturiy*). Este fator é mais evidente em períodos de altas taxas de juros, o que vai ao encontro da teoria do custo de carregamento. O tempo até o vencimento é um fator que influencia nessa precificação, pois as taxas de juros elevam os preços futuros dos contratos com maior *maturity*.

Tal como observado pelo modelo de Schwartz e Smith, foi observado nos preços de curto prazo um comportamento de retorno a média, no entanto com velocidade muito lenta, próxima de 1974 dias (~5,4 anos). A implicação disso é que os choques de curto prazo na verdade podem estar se tornando permanentes na série de preços, mudando assim o preço de equilíbrio. Essa mesma característica é observada no mercado de ações e indica que grande parte das movimentações atuais do mercado são relacionadas a posições de investimento e capital especulativo. Assim, tal como o que já ocorre no mercado de ações, o mercado de *commodities* pode estar perdendo sua característica de reversão a média devido a operações especulativas de grandes *players.*

A diferença entre o preço *spot* dos contratos futuros e o indicador CEPEA/ESALQ apresentou um comportamento estacionário com valor esperado de 18,8959 e desvio padrão de 2,4969. A série histórica dessa diferença apresenta uma grande variação ao longo do tempo. O que poderia permitir operações *long-short* esperando que a diferença retorne para a média incondicional. Esta informação também pode ser usada nas decisões de comercialização da safra por parte de produtores e operadores do mercado. Uma vez que a diferença é estacionária, variações muito abruptas levantariam a possibilidade de operações que vislumbrem um retorno a média incondicional.

Como sugestões para trabalhos futuros, pode ser adicionada uma componente de sazonalidade determinística ao modelo com objetivo de melhorar a distribuição de seus erros, uma vez que a existência de ciclos bienais de produção na cultura do café pode implicar em maiores erros de modelos que, como o presente, não captam especificamente tais movimentos. Por motivos óbvios este trabalho não encerra a discussão do tema proposto, havendo espaço para

análise de outros fatores capazes de interferir na formação de preço dos contratos futuros de café, contribuindo assim para o aprimoramento do modelo estudado.

Deve-se ressaltar que o presente trabalho foi capaz de alcançar o objetivo proposto ao encontrar uma relação entre os movimentos dos contratos futuros na BM&F e o indicador CEPEA/ESALQ. O fato de a série da diferença dos preços ser estacionária revela que a diferença de preço entre as duas qualidades de café tende a ser constante, apesar de momentos de intensa volatilidade provocados principalmente por fatores ligados à safra. Esta interação é justificável pois as duas qualidades de café estão intimamente ligadas a fatores de produção similares. Sendo assim, ambos os preços ficam extremamente suscetíveis a expectativas de safra, que são influenciadas por diversos fatores como clima, área plantada, pragas na lavoura, etc.

O estudo foi capaz de definir uma relação entre o preço dos contratos futuro negociados na BM&F e o indicador CEPEA/ESALQ, permitindo que uma série de estratégias de negociação sejam estabelecidas para diversos agentes que atuam no mercado cafeeiro. É importante que futuros trabalhos levem em consideração outros fatores que não foram comtemplados, com o objetivo de aprimorar as relações estabelecidas neste estudo.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Danilo R.D; BARROS Áther M. Gestão do Risco de Preço de Café Arábica: uma Análise por meio do Comportamento da Base. **RER**, Rio de Janeiro v. 43, n. 3, p. 443-464, jun/set 2005.

AIUBE, Fernando Antonio Lucena. **Modelos quantitativos em finanças com enfoque em commodities.** 1. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

ALMEIDA, T. G. **Otimização de carteiras de investimento utilizando o modelo de Elton-Gruber**. 2010. 60 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2010.

ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado financeiro**. 11. ed. São Paulo: Atlas, p. 313, 2012.

BM&FBOVESPA; CVM. **Mercado de derivativos no Brasil**: Conceitos, produtos e operações. 1. ed. Rio de Janeiro, 2015.

BOLSA DE MERCADORIAS & FUTUROS. **Ofício circular 068/2006-DG**: Contratos Futuros de Café Arábica- Especificações-. São Paulo, 2006.

BRESSEMBIDER, H eat all. Mean reversion in equilibrium asset prices: evidence from future term structure. **Journal of Finance**, v. 50, n. 1, p. 361-375, 1995.

BRIERS, Mark et all. Calibration and Filtering for Multi Factor Commodity Models with Seasonality: Incorporating Panel Data from Futures Contracts. **Methodol Comput Appl Probab**, n. 15, p. 841-874, 2013.

BUSINESS INSIDER. 15 nov. 2011. Disponível em:<http://www.businessinsider.com.au/ facts-about-the-coffee-industry-2011-11#after-crude-oil-coffee-is-the-most-sought commodity -in-the-world-1>. Acesso em: 20 jun. 2016.

CARVALHO, Ana Luiza A. R. S. **Calibration of Schwartz- Smith Model for Commodity Prices**. 2010. 72 f. Dissertação de mestrado – Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2010.

COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS. **Mercados Regulamentados de Bolsa e Balcão**. Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <http://www.portaldoinvestidor.gov.br/menu/Menu_Investidor/sistema_distribuicao/mercados_regulamentos.html>. Acesso em: 12 jul. 2016.

COMPANIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. **ISSN:2318-7913 Acomp. da safra bras. café**, v. 2 – Safra 2015, n. 4- Quarto levantamento, Brasília, p. 60. dez. 2015.

CORONEL, D. A; MIRANDA, A. P; VIEIRA, K. M. Previsão do mercado futuro do café arábica utilizando redes neurais e métodos econométricos. **Revista Estudos do CEPE**, Santa Cruz do Sul, n. 38, p. 66-98, jul. 2013.

COSTA, F.A. et all. Relação entre os preços dos mercados futuro e físico da soja: Evidências para o mercado brasileiro. **XLIV Congresso da Sociedade Brasileira de Economia e Sociologia Rural**, Fortaleza, jul. 2006.

DAILY MAIL. **A coffee shortage is looming**: Drougts in Brazil are threatening to cause a global decline in our favourite beans. 22 dez. 2015. Disponível em: <http://www.dailymail.co.uk/sciencetech/article-3370501/A-coffee-shortage-loomingDroughts-Brazil-threatening-create-global-decline-favourite-beans.html>. Acesso em: 20 jun. 2016.

DURBIN, J.; KOOPMAN, S. J. **Time Series Analysis by State Space Methods**. 2. ed. Oxford: Oxford University Press, 2012.

FÉLIX, Schouchana. **Introdução aos mercados futuros e opções agropecuárias no Brasil**. 3. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadoreias & Futuros, 2004.

FORTUNA, Eduardo. **Mercado financeiro**: produtos e serviços. 19. ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2013.

FURLANI, E. P. **Gestão do risco de mercado em operações com derivativos no Brasil**. 2009. 40 f. Monografia de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2009.

GIBSON, Rajna; SCHWARTZ, Eduanrdo. S. Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims. **The Journal of Finance**, v. 45, n. 3, p. 959-976, 1990.

GOMES, A. C. A. **Influências no preço do café**. Café Point. Dez. 2015. Disponível em: <http://www.cafepoint.com.br/blogs/espaco-aberto/influencias-no-preco-do-cafe-98286n.aspx >. Acesso em: 01 jul. 2016.

GRAVIRA, Muriel de Oliveira. **Simulação computacional como uma ferramenta de aquisição de conhecimento**. 2003. 150 f. Dissertação de Conclusão de Curso (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Carlos, p. 72, 2003.

HAMILTON, James D. **Time Series Analysis**. 1. ed. Princeton: Princeton University Press, 1994.

HULL, J. **Options, futures, and other derivatives**. 7. ed. New York: Prentice Hall, 2000.

INTERNATIONAL COFFE ORGANIZATION. Coffe price Volatility. **International Coffe Council**, Londres, s. 103, set., 2009.

KACOWICZ, Leon. **Calibração do Modelo Gibson-Schwartz para dados de *commodities* no Brasil**. 2012. 38 f. Monografia de Conclusão de Curso (Pós-Graduação) – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2012.

KOOPMAN, Siem Jan. Exact Initial Kalman Fiiltering and Smoothing for Nonstationary Time Series Models. **Journal of the American Statistical Association**, V. 92, n. 440, p. 1630-1638,1997.

LAW, A. M.; KELTON, W. D. **Simulation modeling and analysis**. 3. ed. Boston: McGraw-Hill, 2000.

LI, Lingfei. Time-changed Ornstein-Uhlenbeck Processes and their applications in commodity derivative models. **Mathematical Finance**, v. 24, n. 3, p. 289-330, abr. 2014.

LOVE, James; MOHAN Sushil. Coffee Futures: Role in redicing coffee producer's price risck. **Journal of International Development**, Strathclyde, v. 16, p. 983-1002, 2004.

MARQUES, P. V.; MELLO, P. C.; MARTINES, F. **Mercados Futuros e de Opções Agropecuárias**. s D-129. Piracicaba: Departamento de Economia, Administração e Sociologia da Esalq/ USP, p. 30-65, 2006.

MESQUITA, J. M. C. et all. Mercado de café: Variáveis que influenciam o preço pago ao predutor. **Ciênc**. **Agrotec**., Lavras, v. 24, n. 2, p. 379-386, abr./jun.,2000.

MIGUEL, P. A. C. (organizador). **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MILAS, Costa; OTERO, Jesús; PANAGIOTIDIS, Theodore. Forecasting the spot prices of various coffee types using linear and non-linear error correction models. **The Journal of Finance and Economics**, n. 9, p. 277-288, 2004.

NAYLOR, T. H. **Computer simulation experiments with models of economic systems.** New York: John Wiley & Sons, 1971.

PICCHETTI, Paulo; POSTALI, F. A. S. Geometric Brownian Motion and structural breaks in prices: A quantitative analysis. **Energy Economy**, São Paulo, n. 28, p. 506-522, mar. 2006.

PINTO, Tales Dos Santos. **Raízes do café no Brasil**; Brasil Escola. Disponível em <http://brasilescola.uol.com.br/historia/o-cafe-no-brasil-suas-origens.htm>. Acesso em: 06 jun. 2016.

RIBEIRO, K. C. S; ROGERS, P. SOUSA, A. F. Preços do café no Brasil: Variáveis preditivas no mercado à vista e futuro. **Revista de Gestão USP**, São Paulo, v. 13, n.1, p. 11-30, jan/mar 2006.

SANTOS, Edson Bastos. **Modelagem de séries temporais financeiras multidimensionais via processos estocásticos e cópulas de Lévy**. 2005. 215 f. Monografia de Conclusão de Curso (Pós-Graduação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

SCHWARTZ, Eduardo. S. The Stochastic Behavior, of Commodity Prices: Implications of Valuation and Hedging. **The Journal of Finance**, v. 52, n. 3, p. 923-973, 1997.

SCHWARTZ, Eduardo; SMITH, James E. Short-Term Varitions and Long-Term Dynamics in Commodity Prices**. Management Science**, v. 46, n. 7, p. 893-911, jul. 2000.

SILVA, Júlio César Lázaro Da. **História Econômica da Região Sudeste: Do Ciclo do Café à Industrialização**; Brasil Escola. Disponível em: <http://brasilescola.uol.com.br/brasil/historia-economica-regiao-sudeste-ciclo-cafe-industrializacao.htm>. Acesso em: 06 jun. 2016.

SOCKIN, Michel; XIONG, Wei. Informational Frictions and Commodity Markets. **The Journal of Finance**, v. 70, n. 5, 2015.

ORGANIZAÇÃO INTERNACIONAL DO CAFÉ. **Total production by all exporting countries**: 2012- 2015. Disponível em: <www.oic.org>. Acesso em: 20 jun. 2016.

ANEXO 1 – ALGORITMO DE IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO

```
library(openxlsx)
library(FKF)
library(urca)
library(forecast)

############
# Dados
############

setwd('C:/Users/Yuri/Desktop/UFJF/Orientações')
base<-read.xlsx('Dados_Contratos.xlsx')

# Ln dos preços futuros
yt <- log(t(cbind(base[,'Preço.V1'],base[,'Preço.V2'],base[,'Preço.V3'])))

# Vencimentos
maturities <- t(cbind(base[,'Dias.V1'],base[,'Dias.V2'],base[,'Dias.V3']))

delta_t<-1

####################
# Função auxiliar
####################

':=' <- function(lhs, rhs) {
  frame <- parent.frame()
  lhs <- as.list(substitute(lhs))
  if (length(lhs) > 1)
    lhs <- lhs[-1]
  if (length(lhs) == 1) {
    do.call(`=`, list(lhs[[1]], rhs), envir=frame)
    return(invisible(NULL))
```

```
  }
  if (is.function(rhs) || is(rhs, 'formula'))
    rhs <- list(rhs)
  if (length(lhs) > length(rhs))
    rhs <- c(rhs, rep(list(NULL), length(lhs) - length(rhs)))
  for (i in 1:length(lhs))
    do.call(`=`, list(lhs[[i]], rhs[[i]]), envir=frame)
  return(invisible(NULL))
}

################################
# Schwartz Smith Model
################################

### Construção das matrizes do modelo Estaço de Estado ###

state_matrix<-function(kappa, delta_t, sigma_xi, rho, sigma_chi, mu_xi) {

  T<-matrix(data=c(exp(-kappa*delta_t),0,0,1),ncol=2)

  d<-matrix(data = c(0,mu_xi*delta_t), ncol = 1)

  H<-matrix(data=c((1-exp(-2*kappa*delta_t))*sigma_chi^2/(2*kappa),(1-exp(-
kappa*delta_t))*((rho*sigma_xi*sigma_chi)/kappa),
                (1-exp(-
kappa*delta_t))*((rho*sigma_xi*sigma_chi)/kappa),delta_t*sigma_xi^2),ncol=2)

  return(list(T,d,H))
}

observed_matrix<-function(kappa, mu_xi_neutral, sigma_xi, sigma_chi, rho,
lambda_chi, maturities, sigma_f1, sigma_f2, sigma_f3, yt) {

  A<-function(x, mu_xi_neutral, sigma_xi, sigma_chi, rho, lambda_chi, kappa){
```

```
  aux<-mu_xi_neutral*x - (1 - exp(-kappa*x))*(lambda_chi/kappa) + 0.5*((1-exp(-
2*kappa*x))*(sigma_chi^2/(2*kappa)) +
                              x*sigma_xi^2 + 2*(1-exp(-
kappa*x))*(rho*sigma_chi*sigma_chi/kappa))

  return(aux)
 }

 c<-apply(maturities, 2, A, mu_xi_neutral = mu_xi_neutral, sigma_xi = sigma_xi,
sigma_chi = sigma_chi, rho = rho,
         lambda_chi = lambda_chi, kappa = kappa)

 Zt<-array(dim=c(3,2,ncol(yt)))
 for (i in 1:ncol(yt)){
  Zt[,,i] <- cbind(exp(-kappa*maturities[,i]),1)
 }

 G <- diag(c(sigma_f1^2, sigma_f2^2, sigma_f3^2))

 return(list(c,Zt,G))
}

### Função Objetivo ###

objective <- function(theta, yt, base, delta_t, a0, P0, maturities) {

 # Parâmetros, estão sendo transformados para busca ser nos Reais:
 kappa <- exp(theta['kappa']); rho <- (1-exp(theta['rho']))/(1+exp(theta['rho']));

 mu_xi<-theta['mu_xi']; mu_xi_neutral<-theta['mu_xi_neutral']; lambda_chi <-
theta['lambda_chi'];

 sigma_chi <- exp(theta['sigma_chi']); sigma_xi <- exp(theta['sigma_xi']);
```

```
  sigma_f1 <- exp(theta['sigma_f1']); sigma_f2 <- exp(theta['sigma_f2']); sigma_f3 <-
exp(theta['sigma_f3']);

  # Matrizes Estado
  c(T,d,H):=state_matrix(kappa, delta_t, sigma_xi, rho, sigma_chi, mu_xi)

  # Matrizes Previsão
  c(c,Zt,G):=observed_matrix(kappa, mu_xi_neutral, sigma_xi, sigma_chi, rho,
lambda_chi, maturities, sigma_f1, sigma_f2, sigma_f3, yt)

  ##############################################
  # Filtro de Kalman e Log Verossimilhança
  ##############################################

  ans <- fkf(a0 = a0, P0 = P0, dt = d, ct = c, Tt = T, Zt = Zt, HHt = H, GGt = G, yt = yt)

  return(-ans$logLik)
}

### Roda o filtro de kalman com os parâmetros ótimos ###

KF_optim_theta <- function(theta, a0, P0, yt, maturities){

  kappa <- exp(theta['kappa']); rho <- (1-exp(theta['rho']))/(1+exp(theta['rho']));
  mu_xi<-theta['mu_xi']; mu_xi_neutral<-theta['mu_xi_neutral']; lambda_chi <-
theta['lambda_chi'];
  sigma_chi <- exp(theta['sigma_chi']); sigma_xi <- exp(theta['sigma_xi']);
  sigma_f1 <- exp(theta['sigma_f1']); sigma_f2 <- exp(theta['sigma_f2']); sigma_f3 <-
exp(theta['sigma_f3']);

  c(T,d,H):=state_matrix(kappa, delta_t, sigma_xi, rho, sigma_chi, mu_xi)
```

```
  c(c,Zt,G):=observed_matrix(kappa, mu_xi_neutral, sigma_xi, sigma_chi, rho,
lambda_chi, maturities, sigma_f1, sigma_f2, sigma_f3, yt)

  components <- fkf(a0 = a0, P0 = P0, dt = d, ct = c, Tt = T, Zt = Zt, HHt = H, GGt = G,
yt = yt)

  return(components)
}

##################
# Otimização
##################

### Par iniciais ###
# Parâmetros são transformados na função objective para que a busca seja nos reais

# kappa = velocidade de reversão a média; mu_xi = tendência medida física preço de
longo prazo;
# mu_xi_neutral = tendência na medida neutra ao risco do preço de longo prazo;
sigma_xi = desvio preço de longo prazo;
# sigma_chi = desvio preço de curto prazo; sigma f1, f2, e f3 = desvio dos erros de
observação dos preços futuros;
# lambda_chi = drift a ser compensado no preço de curto prazo na medida neutra ao
risco; rho = correlação nos choques do preço curto prazo e preço longo prazo.

theta_start <- c(kappa = log(0.2), mu_xi = 0, mu_xi_neutral = 0, lambda_chi = 0,
sigma_chi = log(0.01),
                sigma_xi = log(0.01), rho = 1, sigma_f1 = log(0.01), sigma_f2 = log(0.01),
sigma_f3 = log(0.01))

# Inicialização dos Estados

a0 <- c(mean(yt[1,]-yt[nrow(yt),]), mean(yt[nrow(yt),]))
P0 <- cov(cbind((yt[1,]-yt[nrow(yt),]), yt[nrow(yt),]))
```

```
# Otimização: Método BGFS faz com que a matriz variância covariância dos erros de
previsão (Ft) fique singular
# em poucas iterações. Nelder-Mead está OK.

fit <- optim(par = theta_start, objective, method = 'Nelder-Mead',
            yt = yt, base = base, delta_t = delta_t, a0 = a0, P0 = P0, maturities =
maturities)

fit
```

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA

Termo de Declaração de Autenticidade de Autoria

Declaro, sob as penas da lei e para os devidos fins, junto à Universidade Federal de Juiz de Fora, que meu Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Graduação em Engenharia de Produção é original, de minha única e exclusiva autoria. E não se trata de cópia integral ou parcial de textos e trabalhos de autoria de outrem, seja em formato de papel, eletrônico, digital, áudio-visual ou qualquer outro meio.

Declaro ainda ter total conhecimento e compreensão do que é considerado plágio, não apenas a cópia integral do trabalho, mas também de parte dele, inclusive de artigos e/ou parágrafos, sem citação do autor ou de sua fonte.

Declaro, por fim, ter total conhecimento e compreensão das punições decorrentes da prática de plágio, através das sanções civis previstas na lei do direito autoral[1] e criminais previstas no Código Penal[2], além das cominações administrativas e acadêmicas que poderão resultar em reprovação no Trabalho de Conclusão de Curso.

Juiz de Fora, 20 de Dezembro de 2014.

HÉLITON BATISTA ARAÚJO
NOME LEGÍVEL DO ALUNO (A)

201249013
Matrícula

Héliton Batista Araújo
ASSINATURA

106203936-02
CPF

---

[1] LEI N° 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998. Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.

[2] Art. 184. Violar direitos de autor e os que lhe são conexos: Pena - detenção, de 3 (três) meses a 1 (um) ano, ou multa.