UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

CINARA CORRÊA CUNHA

DEFINIÇÃO DO MIX DE PRODUÇÃO ÓTIMO EM UMA INDÚSTRIA DE LÁCTEOS COM USO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

JUIZ DE FORA
2017

CINARA CORRÊA CUNHA

DEFINIÇÃO DO MIX DE PRODUÇÃO ÓTIMO EM UMA INDÚSTRIA DE LÁCTEOS COM USO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Orientador: M. Sc. Márcio de Oliveira

JUIZ DE FORA

2017

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração
automática da Biblioteca Universitária da UFJF,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Cunha, Cinara Corrêa.
Definição do mix de produção ótimo em uma indústria de lácteos com uso de programação linear / Cinara Corrêa Cunha. -- 2017.
67 f.

Orientador: Márcio de Oliveira
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia, 2017.

1. Mix de produção ótimo. 2. Programação linear. 3. Laticínio. I. Oliveira, Márcio de, orient. II. Título.

CINARA CORRÊA CUNHA

DEFINIÇÃO DO MIX DE PRODUÇÃO ÓTIMO EM UMA INDÚSTRIA DE LÁCTEOS COM USO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Aprovada em 07 de julho de 2017.

BANCA EXAMINADORA

M. Sc. Márcio de Oliveira (Orientador)
Universidade Federal de Juiz de Fora

Fernando M A Nogueira

D. Sc. Fernando Marques de Almeida Nogueira
Universidade Federal de Juiz de Fora

D. Sc. Roberto Malheiros Moreira Filho
Universidade Federal de Juiz de Fora

RESUMO

Atualmente grande parte das pequenas empresas produtoras de derivados lácteos determinam seu plano de produção baseado nas exigências do mercado, indicando pouca familiaridade com ferramentas de otimização. Dessa forma, o presente trabalho tem como proposta a definição do mix de produção ótimo com o uso da programação linear. Para isso, foi necessário definir a margem de contribuição de cada produto, que representa os coeficientes da função objetivo do modelo, determinar a capacidade de produção dos recursos necessários para a fabricação de cada produto, elaborar a previsão de demanda a partir do histórico de vendas e por fim estruturar o modelo matemático que maximize a margem de contribuição total da empresa. Durante o desenvolvimento do trabalho surgiu a necessidade de criar outro modelo de programação linear para definir com maior segurança uma faixa de valores para as demandas de cada produto. Com essas faixas estabelecidas, o modelo foi finalizado e os resultados apontaram valores praticáveis e próximos da realidade da empresa. Além disso, foi possível analisar a utilização dos recursos na produção dos derivados, o impacto na função objetivo do aumento do volume de leite recebido e a relação das restrições de demanda com a margem de contribuição ótima. Tal estudo foi realizado em uma cooperativa agropecuária cuja atuação consiste na produção de derivados do leite.

Palavras-chave: mix de produção ótimo, programação linear, laticínio.

ABSTRACT

Nowadays most of the small dairy companies determine their production plan based on the demands of the market, indicating little familiarity with optimization tools. Thus, this work proposes the definition of the mix of optimal production by using linear programming. For that matter, it was necessary to define the margin of contribution of each product, which represents the coefficient of the function model objective, to determine the capacity of production of the necessary resources for the manufacturing of each product, to elaborate the prediction of demand from the sales history and finally structure the mathematical model that maximizes the margin of the company's whole contribution. During the development of the work, the need for creating another model of linear programming to define a range of values for the demands of each product with greater precision came up. By establishing these ranges, the model was completed and the results pointed out feasible values and close to the reality of the company. Furthermore, it was possible to analyze the usage of the resources in the production of the dairy, the impact in the function objective of augmenting the volume of milk received, and the relation between the restrictions of demand with the margin of optimal contribution. Such study was carried out at the agricultural cooperative whose operation consists in the production of dairy.

Key words: mix of optimal production, linear programming, dairy.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Comparação entre ganho total ótimo e restrições de demanda 52
Gráfico 2 - Volume de leite recebido no período da seca x Margem de contribuição ótima ... 55
Gráfico 3 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de manteiga 56
Gráfico 4 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de requeijão 57
Gráfico 5 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de muçarela 58
Gráfico 6 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de doce de leite 58
Gráfico 7- Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de queijo Minas 59
Gráfico 8 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de ricota 60
Gráfico 9 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de leite pasteurizado 60
Gráfico 10 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de leite longa vida 61

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Número de estabelecimentos com rebanho bovino e produção de leite, número de cabeças de bovinos e quantidade de leite produzida, segundo enquadramento como agricultura familiar ou não (Lei n.º 11.326/06), na Zona da Mata mineira, em 2006 12
Quadro 2 - Lista de produtos comercializados pela Cooperativa 23
Quadro 3 - Custo das matérias-primas e embalagens utilizadas na produção dos derivados ... 25
Quadro 4 - Capacidade dos equipamentos 34
Quadro 5 - Solução ótima para as variáveis de decisão do mês de Janeiro 49
Quadro 6 – Folga e shadow-price dos recursos no mês de Janeiro 50
Quadro 7 - Solução ótima para as variáveis de decisão do mês de Maio 53
Quadro 8 - Folga e shadow-price dos recursos no mês de Maio 54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de manteiga 26
Tabela 2 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de muçarela 26
Tabela 3 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de requeijão 27
Tabela 4 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de doce de leite 28
Tabela 5 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de queijo minas 28
Tabela 6 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de ricota 29
Tabela 7 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de leite pasteurizado 29
Tabela 8 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de leite longa vida 29
Tabela 9 - Margem de contribuição para o período das águas e período da seca 30
Tabela 10 - Nível de serviço para os tipos de Manteiga 39
Tabela 11 - Intervalo de confiança para os tipos de Requeijão 39
Tabela 12 - Intervalo de confiança para os tipos de Muçarela 40
Tabela 13: Intervalo de confiança para os tipos de Doce de leite 40
Tabela 14: Intervalo de confiança para os tipos de Queijo Minas 41
Tabela 15: Intervalo de confiança para os tipos de Ricota 41
Tabela 16: Intervalo de confiança para os tipos de Leite Pasteurizado 42
Tabela 17: Intervalo de confiança para os tipos de Leite Longa Vida 42

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 11

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS 11
1.2 JUSTIFICATIVA 12
1.3 ESCOPO DO TRABALHO 13
1.4 ELABORAÇÃO DOS OBJETIVOS 14
1.5 DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA 15
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO 16

2. REFERENCIAL TEÓRICO 18

2.1 TOMADA DE DECISÃO NA INDÚSTRIA DE LATICÍNIOS 18
2.2 MIX DE PRODUÇÃO ÓTIMO 20

3. DESENVOLVIMENTO DO MODELO 23

3.1 CONSTRUÇÃO DO MODELO PARA DEFINIÇÃO DO MIX DE PRODUÇÃO 23
3.1.1 FUNÇÃO OBJETIVO 24
3.1.2 RESTRIÇÕES 32
3.1.3 DEMANDA 35
3.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO PARA DEFINIÇÃO DO INTERVALO DE DEMANDA 35
3.2.1 VARIÁVEIS DE DECISÃO 35
3.2.2 FUNÇÃO OBJETIVO 36
3.2.3 RESTRIÇÕES 38
3.2.4 RESULTADOS 38
3.3 MODELO FINAL 43

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO 49

4.1 RESULTADOS DO PERÍODO DAS ÁGUAS 49
4.2 RESULTADOS DO PERÍODO DA SECA 52
4.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS 56

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 62

REFERÊNCIAS 63

ANEXO A – TERMO DE AUTENTICIDADE 66

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para Siqueira (2010), o Brasil é tradicionalmente um grande produtor de leite. A atividade que começou com características extrativistas já ocupa posição de destaque no cenário econômico nacional, sendo, atualmente, um dos principais agronegócios do Brasil. Em 2014, o país produziu 35,17 bilhões de litros de leite gerando um valor de produção de R$ 33,78 bilhões (IBGE *apud* MILKPOINT, 2014). O Estado de Minas Gerais foi o principal produtor de leite em 2014, com 9,37 bilhões de litros, o que corresponde a 77% de toda a produção da região sudeste e a 26,6% do total da produção nacional.

Toda a cadeia agroindustrial do leite sofreu grandes modificações a partir do começo dos anos 1990. A abertura da economia, a liberação de preços e o plano de estabilização permitiram que o setor recebesse grandes investimentos que, segundo Carvalho (2010), resultaram em ganhos na produção primária, nos processos logísticos e no amadurecimento da cadeia produtiva.

Entretanto, de acordo com Castro, Borgert e Souza (2015) o mercado de lácteos é bastante competitivo e opera com margens baixas, o que torna imprescindível para a sobrevivência das empresas uma gestão eficaz de seus custos. Além disso, segundo Almeida (2001), grande parte da cadeia é composta por pequenos e médios produtores nada ou pouco especializados.

Uma pesquisa realizada na Zona da Mata Mineira (MINAS GERAIS, 2010) mostrou que aproximadamente 45% da produção de leite dessa região é oriunda de agricultura familiar. No entanto, apesar da diferença de produção ser pequena com relação aos produtores não familiares, a produtividade desses estabelecimentos é quase quatro vezes maior que a dos estabelecimentos familiares. Além disso, foi identificado que do total de produtores da região, a maioria (65,6% dos entrevistados) tem na atividade agropecuária sua única atividade econômica.

O quadro 1 resume as informações apresentadas anteriormente.

Variável	Total	Agricultura familiar - lei 11.326	Agricultura não familiar
Número de estabelecimentos agropecuários com bovinos (unidades)	46.595	35.742	10.853
Número de cabeças de bovinos (cabeças)	1.496.406	684.921	811.485
Número de estabelecimentos produtores de leite (unidades)	28.448	21.245	7.203
Quantidade produzida de leite (litros)	559.078.152	247.435.553	311.642.599

Quadro 1 - Número de estabelecimentos com rebanho bovino e produção de leite, número de cabeças de bovinos e quantidade de leite produzida, segundo enquadramento como agricultura familiar ou não (Lei n.º 11.326/06), na Zona da Mata mineira, em 2006
Fonte: Censo agropecuário - IBGE

Além disso, a tomada de decisão em pequenas empresas é, em sua grande maioria, baseada na experiência, e determinar o mix de produção que melhor utilize os recursos e gere maior lucro acaba se tornando uma tarefa difícil.

Sendo assim, dada a relevância desse setor para a economia nacional e regional é importante criar formas de tornar os pequenos e médios produtores mais competitivos no mercado nacional e também aumentar o ganho com a produção de leite e derivados. Dessa forma, este trabalho visa criar um modelo para determinar um mix de produção ótimo em uma indústria de laticínios da região utilizando programação linear.

1.2 JUSTIFICATIVA

Segundo Nanci, Quelhas, Carvalho et al. (2008), a partir dos anos 1990 houve um crescimento relevante do número de pequenas empresas que, em sua grande maioria, possuem recursos e qualificações limitados, o que traz como consequência o aumento da importância do aprimoramento dos sistemas de produção. Sendo assim, é um desafio para o engenheiro de produção desenvolver ações na pequena empresa para dotá-la de condições competitivas no mercado regional, nacional e, até mesmo, internacional.

De acordo com Sobreiro e Nagano (2013), a definição do mix de produção proporciona a alocação dos recursos produtivos no processo de manufatura, visando a otimização da utilização dos recursos e do desempenho do sistema produtivo o que, por sua vez, a um nível

gerencial, norteia o desempenho da organização. Além disso, para se definir o mix de produção ótimo, há uma interação entre várias áreas da Engenharia de Produção, como por exemplo, gestão da produção, gestão econômica e pesquisa operacional.

Em um estudo realizado por Padilha (2003) sobre o uso de informações como apoio à tomada de decisão em uma região produtora de leite, a autora concluiu que para a maioria dos produtores investigados as informações internas e externas não têm participação e contribuição nas decisões da produção, sendo os principais fatores estimuladores para tal a renda mensal e o emprego da mão de obra familiar. Muitos deles não percebem que o uso da informação é uma oportunidade de crescimento em termos de competitividade e sustentabilidade.

Considerando o cenário da Cooperativa, objeto deste estudo, que é uma pequena empresa da Zona da Mata Mineira e que ainda faz uso, principalmente, da experiência de gestores e fatores externos para determinar o que deve ser produzido, se faz necessário aplicar ferramentas da Engenharia de Produção para torná-la mais competitiva no mercado de lácteos regional. Por essa razão, será elaborado um modelo de programação linear que indique quais variedades e quantidades de produtos devem ser fabricados a partir de determinada quantidade de leite recebida pela Cooperativa.

1.3 ESCOPO DO TRABALHO

O estudo foi realizado numa Cooperativa Agropecuária da Zona da Mata Mineira cuja atuação consiste na produção de derivados do leite. Teve-se como pretensão a determinação de um modelo que resultasse em um mix de produção ótimo a partir da quantidade média mensal de leite recebida na Cooperativa, considerando limitações do processo como restrições, a fim de maximizar o retorno financeiro da empresa por meio da margem de contribuição de cada produto.

Para a determinação da margem de contribuição unitária foi considerado o método de custeio variável. Tal método estabelece a margem de contribuição unitária pela diferença entre receita líquida de vendas e custos e despesas variáveis, o que permite uma tomada de decisão gerencial embasada. A empresa possui controle dos custos envolvidos na produção de cada produto e o trabalho foi baseado nessas informações disponibilizadas. A definição dos insumos envolvidos no processo de fabricação de cada produto, inclusive da quantidade de leite necessária para cada um, foi importante nessa fase, visto que a negligência de algum custo ou a inserção de custos mal identificados, podem alterar significativamente o resultado do trabalho.

Como o leite é o principal insumo de todos os produtos da Cooperativa e seu preço varia significativamente durante o ano, foram consideradas duas margens de contribuição para cada produto: uma levando-se em conta a média do preço do leite no período das águas (meses de janeiro, fevereiro, março, abril, setembro, outubro, novembro e dezembro) e a outra considerando a média do período da seca (meses de maio, junho, julho e agosto).

O histórico de vendas foi baseado nos dados dos anos de 2014, 2015 e 2016 e indicou o comportamento da demanda nesse período. Dessa forma, foi possível conhecer a demanda dos produtos e inserir essa informação no modelo. É importante ressaltar que o histórico de vendas não reflete fielmente a demanda, pois não considera as vendas perdidas.

O trabalho baseou-se nas informações referentes à capacidade e à utilização dos recursos disponibilizadas pela Cooperativa e nos casos onde não havia informação disponível, os valores foram estimados. Por se tratar de produtos perecíveis e que não podem ficar longos períodos de tempo armazenados, foi considerado que o estoque inicial e final em cada mês é igual a zero e que há capacidade para estocagem da produção de um mês quando se faz por batelada. Também de acordo com as informações cedidas pela gerência, foi descontado 10% do total das horas trabalhadas no mês para setups e não foi considerado tempo para manutenção no modelo proposto.

Além disso, levando-se em conta a linearidade do modelo, a demanda e os tempos de produção são considerados parâmetros determinísticos e, como os ganhos também são lineares, o modelo não traz economia de escala.

A partir das informações analisadas foi elaborado o modelo de mix ótimo de produção para o laticínio utilizando programação linear com o auxílio do software Lingo (versão 15.0).

1.4 ELABORAÇÃO DOS OBJETIVOS

O objetivo geral desse trabalho é elaborar um modelo de programação linear que resulte em um mix ótimo de produção para uma empresa que fabrica produtos lácteos.

Os objetivos específicos são: definição da margem de contribuição de cada produto, determinação da capacidade de produção dos recursos necessários para a fabricação de cada produto, elaboração da previsão de demanda a partir do histórico de vendas, estruturação do modelo matemático que maximize a margem de contribuição total da empresa e análise dos resultados.

1.5 DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA

Para elaborar um modelo matemático do mix ótimo de produção em uma indústria de laticínios foi utilizada a seguinte metodologia:

a. Pesquisa bibliográfica dos seguintes assuntos:

- Histórico da indústria de laticínios para conhecer a dinâmica do setor e a evolução dessa indústria ao longo dos anos;
- Metodologias adotadas por empresas do ramo na determinação do plano de produção para se obter embasamento teórico suficiente para o trabalho em questão.
- Modelos matemáticos utilizados para a tomada de decisão. Esse estudo foi importante para analisar os pontos fortes e de melhoria de cada modelo e explorá-los de forma positiva para o aprimoramento do trabalho em questão.

b. A pesquisa de campo teve como objetivo compreender o fluxo de produção de cada produto e coletar as seguintes informações:

- Dados sobre os custos envolvidos na fabricação dos produtos. Essas informações foram utilizadas para a determinação da margem de contribuição unitária, os coeficientes da função objetivo;
- Histórico de vendas para a determinação da previsão de vendas. Essa informação foi importante para conhecer a relação do mercado consumidor com os produtos disponíveis na Cooperativa, ou seja, saber quais produtos são mais consumidos e acrescer essa informação ao modelo;
- Dados relativos ao tempo médio de produção de cada produto, bem como o maquinário utilizado. Dessa forma, determinou-se a capacidade produtiva da planta e a utilização de seus recursos;
- Quantidade de leite recebida diariamente. Através do histórico desses dados analisou-se o comportamento do principal insumo da Cooperativa e foi estabelecido o que pode ser produzido a partir de determinados valores.

Para a coleta desses dados, foram realizadas visitas na Cooperativa acompanhada pelos responsáveis de cada setor e foram enviados e-mails para esclarecimento de dúvidas pontuais.

c. Os dados coletados foram organizados em planilhas e gráficos e foi feita uma verificação com o intuito de evitar inconsistências no modelo.

d. Determinação da margem de contribuição unitária para definição da função objetivo. Os custos variáveis de cada produto foram identificados e esse valor foi subtraído do preço de venda praticado pela empresa, resultando na margem de contribuição unitária.

e. Determinação dos valores máximos e mínimos de demanda prevista. A partir do histórico de vendas dos anos de 2014 e 2015 e com o auxílio do software FORECAST PRO FOR WINDOWS (FPW) foram geradas previsões de demanda com intervalo de confiança de 90% e 95% para o ano de 2016. Dessa forma, outro modelo de programação linear foi elaborado com o objetivo de determinar qual intervalo de confiança era mais indicado para cada produto. Isso foi feito comparando os dados reais e previstos de 2016. Em seguida, foi realizada uma nova previsão de demanda utilizando os valores de venda dos anos de 2014, 2015 e 2016 com o intervalo de confiança indicado para cada produto pelo modelo anterior.

f. Determinação da capacidade produtiva da planta. Esse cálculo foi realizado a partir de informações sobre maquinário e utilização em cada setor cedidas pela Cooperativa.

g. Modelagem:

- Definição das variáveis do problema;
- Determinação das restrições do modelo de acordo com os dados e os cálculos realizados anteriormente;
- Elaboração da função objetivo;
- Conclusão do modelo matemático através de programação linear;
- Resolução do problema por meio do software Lingo.

h. Análise dos resultados. A partir da saída do modelo foram feitas análises críticas relativas aos recursos mais utilizados, aos produtos que possuem maior importância para a Cooperativa e observações quanto aos custos mais significativos da produção.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

O primeiro capítulo possui caráter introdutório, onde foram apresentados os objetivos e o escopo do trabalho, a justificativa do tema escolhido e a metodologia que foi utilizada para a elaboração do trabalho.

No segundo capítulo foi reunido o material teórico relacionado ao tema que fundamentou a realização do trabalho, desde estudos de casos a trabalhos acadêmicos.

O terceiro capítulo descreve a empresa estudada e o desenvolvimento do modelo matemático para a determinação do mix ótimo de produção no laticínio. As etapas de

manipulação dos dados, determinação da capacidade, previsão de demanda e definição da margem de contribuição unitária são tratadas nesse capítulo.

No quarto capítulo os resultados do modelo são apresentados e analisados. Além disso, uma comparação dos resultados do modelo com as vendas de 2017 é realizada.

Por fim, no último capítulo são feitas as considerações finais sobre os resultados e análise do cumprimento dos objetivos traçados no início do trabalho.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 TOMADA DE DECISÃO NA INDÚSTRIA DE LATICÍNIOS

De acordo com Siqueira (2010), o Brasil é tradicionalmente um grande produtor de leite por razões históricas e, atualmente, a atividade representa um dos principais agronegócios do país, estando presente em quase todos os seus municípios.

Para Souza Júnior, Araújo e Alves (2005), a demanda por produtos lácteos de alta qualidade tende a crescer em decorrência do progressivo avanço tecnológico na indústria de laticínios e da evolução da economia brasileira nos últimos anos. Além disso, a demanda crescente do consumidor pela qualidade dos produtos tem conduzido a indústria a exigir melhor padrão da matéria prima, com ganhos de eficiência em vários elos da cadeia produtiva.

No âmbito regional, Minas Gerais se destaca como o principal estado produtor de leite do Brasil. Segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2015), o estado produziu cerca de 9,2 bilhões litros de leite, sendo aproximadamente 26% da produção nacional.

Embora a produção leiteira de Minas Gerais seja a maior do país e represente fator importante na renda de muitas famílias, trata-se de uma atividade pouco tecnificada apresentando rebanhos com baixo potencial genético, áreas de pastagens com graus variáveis de degradação, deficiência na alimentação suplementar do rebanho no período da seca, manejo sanitário e reprodutivo deficientes e ausência de práticas voltadas à obtenção higiênica do leite. Todos esses fatores são agravados quando não se utiliza instrumentos de gestão ou qualquer tipo de ferramenta que auxilie os pequenos e médios produtores na tomada de decisão em seus negócios, o que pode resultar, de forma geral, em baixo desempenho zootécnico e econômico da atividade colocando em risco a sustentabilidade do negócio (EMATER, 2010).

Para Padilha (2003) é notório que as organizações produtoras de leite precisam ter conhecimento sobre o produto que o mercado exige e as tecnologias disponíveis e acessíveis para atender às necessidades da demanda. Segundo a autora, para que isso aconteça é necessário que o produtor esteja a par do ambiente interno e externo, o que é conseguido por meio da leitura e interpretação de informações disponíveis. Dessa maneira, eles devem usar essas informações como suporte à tomada de decisão na produção, o que irá refletir e interferir na competitividade e eficácia da operacionalização da atividade produtiva.

Além da informação ser um fator fundamental para a tomada de decisão, Saito (2007) ressalta que o resultado final e a qualidade das decisões estão muito associados à capacidade e às características pessoais de julgamento, que podem depender tanto da experiência quanto do perfil do gestor.

Uma pesquisa realizada por Almeida Júnior (2004) em laticínios mineiros apontou que os principais motivos que levam os produtores a não fazerem a programação da produção são: a pequena quantidade de produtos fabricados (inferior a 3 variedades), a invariabilidade da produção ao longo do tempo e o giro rápido dos produtos fabricados.

O estudo de Padilha (2003) também aponta a falta de interesse dos produtores em melhorar a situação da propriedade e do pessoal, a falta de ferramentas organizacionais e sistemas de controle de custos de produção, o baixo nível de profissionalização dos produtores e funcionários decorrente da carência de treinamento técnico e gerencial e a ausência de incentivo governamental como aspectos relativos ao processo de tomada de decisão que limitam as organizações produtivas.

Dessa forma, para Souza Júnior, Araújo e Alves (2005) a informática e a modelagem matemática são poderosos instrumentos de gestão moderna e ferramentas indispensáveis nos processos de monitoramento, tomada de decisão e busca de soluções nos vários segmentos da cadeia produtiva do leite.

A pesquisa de Almeida Júnior e Silva (2005) ainda mostra que, para as empresas entrevistadas que fazem algum tipo de controle da produção, as maiores dificuldades apontadas por elas são: planejar a compra de materiais, incluindo aquisição de matéria prima e outros insumos, definir o mix de produção propriamente dito, planejar vendas e controlar os níveis de estoques de produtos acabados. Além disso, nenhum dos laticínios entrevistados referiu-se a problemas proeminentes na definição da ordem (sequência) de produção e na elaboração de cronogramas de mão de obra.

Portanto, de acordo com Mendes, Soalheiro, Silveira et al. (2010), que também pesquisaram sobre a tomada de decisão em um laticínio da Zona da Mata Mineira, a necessidade de informações gerenciais que considerem o cenário no qual a empresa está inserida para auxiliar os gestores na tomada de decisão se faz cada vez mais necessária por conta da escassez de recursos disponíveis e da concorrência acirrada entre as organizações.

2.2 MIX DE PRODUÇÃO ÓTIMO

Para Vaccaro, Rodrigues e Menezes (2006), a definição do mix ótimo de produção pode ser vista por dois ângulos diferentes:

> Do ponto de vista comercial, a definição do mix ótimo de produção depende diretamente da compreensão da necessidade dos clientes, traduzida pelas previsões de demanda.[...]
>
> Do ponto de vista estratégico, a definição do mix de produção afeta a rentabilidade das empresas de duas formas: pela racionalização do uso de recursos, matérias primas, transportes e outros elementos do ambiente produtivo; e pela indicação de qual combinação de produtos pode maximizar a receita líquida da empresa.

De acordo com Geary, Shalloo e Lopez et al. (2010) é muito difícil definir o mix ótimo de produção sem o auxílio de ferramentas matemáticas e computacionais de apoio à decisão no momento de planejar a produção de lácteos, pois essa tarefa exige cálculos que envolvem muitos coeficientes técnicos, como por exemplo, horas-homem, quantidade de leite por unidade de produto, horas-máquina, dentre outros.

Além disso, fatores como sazonalidade da produção leiteira, instabilidade da qualidade do leite, alta perecibilidade da matéria-prima, falta de informação e baixa capacitação dos responsáveis dificultam ainda mais a tomada de decisão na indústria láctea (ALMEIDA JUNIOR e SILVA 2005).

Para Miranda, Martins e Faria (2006), grande parte dos pequenos produtores não possui condições de investir em produtos de maior valor agregado devido aos altos custos requeridos. Sendo assim, para obterem vantagens competitivas restam-lhe melhorar a utilização do parque industrial existente. Para isso, é necessário buscar melhores formas de gerenciar o uso da matéria-prima leite cru, uma vez que essa restrição possui oferta irregular durante o ano. Entretanto, além da matéria-prima, há fatores do próprio processo produtivo e restrições mercadológicas que limitam o resultado econômico da empresa. No caso de haver sobra de leite cru, a fabricação de produtos com maior margem de contribuição deve ser priorizada e, quando possível, transformá-lo em pó para futura industrialização. Da mesma forma, quando houver falta de leite cru, deve-se optar pela produção de produtos com maior margem de contribuição unitária por fator limitante da capacidade.

Santos (2011) destaca que o problema de formular os programas mais lucrativos de produção e composições de matérias-primas é essencialmente o do lucro em relação a diversos fatores limitadores. A programação linear (PL) é uma ferramenta para a otimização de

resultados, que leva em conta certas restrições existentes no sistema. Consiste em uma técnica matemática desenvolvida após a segunda guerra mundial para resolver problemas logísticos militares, que com avanço tecnológico pode ser utilizada na gestão empresarial por organizações de todos os portes.

Souza Júnior, Araújo e Alves (2005) salientam que a informática e a modelagem matemática são importantes ferramentas e instrumentos de gestão atual indispensáveis nos processos de tomada de decisão, monitoramento e busca de solução nos múltiplos segmentos da cadeia produtiva do leite.

Para Almeida Júnior e Silva (2005) a modelagem desse tipo de problema através da PL utilizando softwares resolve de forma simplificada a definição do mix ótimo de produção, maximizando a margem de contribuição de acordo com as restrições operacionais e mercadológicas da empresa. Características particulares da indústria láctea permitem a produção de produtos intermediários ao longo de seu processo produtivo, como o creme e o soro do leite, que servem como matéria-prima de outros produtos. Dessa forma, a aplicação da PL é eficiente para resolver problemas de otimização de processos e definir o mix de produção com ampla variedade de produtos.

No trabalho de Saito (2007), que teve como objetivo determinar o plano ótimo de produção para uma indústria de laticínios, o autor considerou como quantidade máxima de leite o valor máximo recebido no período das águas e estoque inicial igual a zero. O cálculo da margem de contribuição de cada produto foi feito a partir da subtração do preço descontado, que é o preço de venda menos os impostos e descontos, e do custo variável, que considerou os insumos necessários para a fabricação de cada produto, como embalagem, fermentos, açúcar, dentre outros. Com relação às restrições de demanda, o autor analisou o histórico de vendas do laticínio e identificou os valores máximo e mínimo vendidos de cada produto. Esses números representaram os limites para a quantidade de produtos a serem fabricados no período de um mês.

Uma análise interessante feita no trabalho de Saito (2007) foi a simulação de dois modelos: um considerando as restrições de demanda e outro não considerando essas restrições. A conclusão dessa simulação indicou que, quando não existe qualquer restrição de demanda, a margem de contribuição total alcançada é bem superior quando comparada com os casos que existem pelo menos uma restrição de mercado, o que pode indicar subutilização dos recursos de produção. Outro ponto relevante do estudo está relacionado à análise do comportamento da margem de contribuição com a variação da quantidade de leite recebida pelo laticínio, que

indicou a margem de contribuição máxima que pode ser alcançada de acordo com as condições de mercado existentes, ou seja, o valor em que o shadow-price da restrição do leite passa a ser zero. Para o volume de leite recebido na época do trabalho, foi possível aumentar em 30% o valor da margem de contribuição mensal do laticínio com a aplicação do modelo desenvolvido.

Castro, Borgert e Souza (2015) tiveram objetivo semelhante em seu trabalho. Entretanto, para a determinação da margem de contribuição, os autores utilizaram os conceitos de receita operacional líquida, que é a receita bruta menos impostos e descontos, e custos diretos de cada produto. Além disso, os autores consideraram a quantidade média absorvida pelo mercado para determinar o limite das restrições de demanda e o volume médio de leite recebido mensalmente pela empresa para definir a restrição da principal matéria-prima. Por não estabelecer a obrigatoriedade de a produção atender à demanda média, a solução ótima sugeriu que alguns produtos não fossem produzidos, pois suas margens de contribuição eram muito menores quando comparadas com outros produtos.

Outra forma de se definir o mix ótimo de produção é pela simulação de Monte Carlo. Esse método fornece ao tomador de decisão uma gama de resultados possíveis e as probabilidades de ocorrências desses resultados de acordo com a ação escolhida como decisão. No trabalho de Mendes, Soalheiro, Silveira et al. (2010), os autores utilizaram esse método para determinar a margem de contribuição e o ponto de equilíbrio esperados em um laticínio. Foram adotadas as seguintes variáveis para a construção do modelo: preço dos produtos, descontos praticados, matéria-prima, embalagem, insumos, mão-de-obra direta, despesas variáveis e custos fixos. Para cada uma delas foi definido um valor máximo e mínimo de ocorrência baseado em dados históricos e na experiência dos gestores envolvidos, e com o auxílio do software Microsoft Office Excel® foram gerados 50 valores possíveis para cada variável. A partir desses resultados simulados aleatoriamente foi possível calcular os valores esperados para a margem de contribuição e o ponto de equilíbrio no horizonte de seis meses. A projeção de ambos foi abaixo do desejado pela empresa e permitiu que os gestores tomassem algumas decisões relacionadas ao processo produtivo para minimizar os efeitos desse fato.

Independente do modelo escolhido para a tomada de decisão, é necessário que a empresa tenha controle dos custos de produção antes de implantar qualquer sistema de apoio à decisão. Outro ponto relevante é a capacitação profissional que os envolvidos devem ter para utilizar as ferramentas computacionais. Por fim, os modelos são guias para o tomador de decisão, o qual deve analisar o resultado com criticidade e avaliar a solução proposta pelo modelo (CRAIG; NORBACK; JOHNSON, 1989).

3. DESENVOLVIMENTO DO MODELO

3.1 CONSTRUÇÃO DO MODELO PARA DEFINIÇÃO DO MIX DE PRODUÇÃO

O presente trabalho teve como foco de estudo uma Cooperativa Agropecuária da Zona da Mata Mineira que possui capacidade instalada para processar 25 mil litros de leite por dia, mas atualmente processa 20 mil litros e pode chegar no mínimo de 15 mil litros diário, dependendo da época do ano. O leite recebido pode ser manufaturado nos seguintes derivados: manteiga, requeijão, requeijão ligth, requeijão em barra, queijo muçarela, doce de leite em barra e pastoso, queijo minas frescal, queijo minas padrão, ricota fresca, ricota temperada, leite pasteurizado e leite longa vida. Tais produtos foram listados com suas respectivas apresentações para venda, conforme quadro 2 abaixo:

Código	Produto	Apresentação
X1	Manteiga Pote	Pote de 200 g
X2	Manteiga Caixa Pequena	Caixa de 200 g
X3	Manteiga Caixa Grande	Caixa de 500 g
X4	Requeijão em Barra	Embalagem de 350 g
X5	Requeijão Ligth Pequeno	Copo de 200 g
X6	Requeijão Ligth Grande	Copo de 400 g
X7	Requeijão Pequeno	Copo de 220 g
X8	Requeijão Grande	Copo de 400 g
X9	Requeijão em Balde	Balde de 3,6 kg
X10	Requeijão Bisnaga	Bisnaga de 1,8 kg
X11	Muçarela de meio quilo	Embalagem de 500 g
X12	Muçarela	Embalagem de 3 kg
X13	Muçarela Brotinho	Embalagem de 500 g
X14	Doce de Leite Pastoso	Pote de 400 g
X15	Doce de Leite em Barra	Embalagem de 400 g
X16	Doce de Leite Balde Pequeno	Balde de 4,5 kg
X17	Doce de Leite Balde Grande	Balde de 10 kg
X18	Queijo Minas Frescal	Embalagem de 500 g
X19	Queijo Minas Padrão	Embalagem de 600 g
X20	Queijo Minas Padrão Meia Lua	Embalagem de 340 g
X21	Ricota Fresca	Embalagem de 420 g
X22	Ricota Temperada	Embalagem de 420 g
X23	Leite Pasteurizado Integral	Embalagem de 1 L
X24	Leite Pasteurizado Desnatado	Embalagem de 1 L
X25	Leite Longa Vida Integral	Embalagem de 1 L
X26	Leite Longa Vida Desnatado	Embalagem de 1 L

Quadro 2 - Lista de produtos comercializados pela Cooperativa
Fonte: Elaboração própria

Devido à sazonalidade da quantidade de leite recebida pela Cooperativa foram considerados dois cenários para a elaboração do modelo proposto, diferentes apenas em dois aspectos: na quantidade de leite recebida e no preço do leite. O primeiro cenário corresponde aos meses do período das águas (janeiro, fevereiro, março, abril, setembro, outubro, novembro e dezembro) e nele foi adotado o preço de R$1,034 para o litro de leite consumido e quantidade máxima de 558.000 litros recebidos por mês. Já o segundo cenário se refere aos meses de seca (maio, junho, julho e agosto) e teve como resultado o valor de R$1,301 para o litro de leite consumido e quantidade máxima de 409.817 litros recebidos por mês. Realizou-se a média dos valores do ano de 2016 correspondente aos meses de cada período para se obter esses resultados.

3.1.1 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo do problema tem como finalidade maximizar o ganho total da Cooperativa. Portanto, para a determinação da margem de contribuição unitária foi necessário identificar as matérias-primas e embalagens e seus respectivos custos. O quadro 3 resume essas informações:

Insumo	**Custo unitário R$**
Ácido lático	47,9/L
Açúcar	2,76/kg
Bicarbonato	4,24/kg
Caixa externa Doce de leite	0,84/unidade
Caixa externa Leite Longa Vida	0,38/unidade
Caixa externa Manteiga	0,8/unidade
Caixa externa Muçarela	1,09/unidade
Caixa externa Queijo Minas	0,96/unidade
Caixa externa Requeijão	0,83/unidade
Caixa externa Ricota	1,09/unidade
Candymil	5,91/kg
Cloreto CA	2,47/L
Coalho	13/L
Dcream 9	17,51/kg
Embalagem Doce de Leite Balde Grande	5,6/unidade
Embalagem Doce de Leite Balde Pequeno	3,0/unidade
Embalagem Doce de Leite em Barra	0,47/unidade
Embalagem Doce de Leite Pastoso	0,51/unidade
Embalagem Leite Longa Vida Desnatado	0,50/unidade
Embalagem Leite Longa Vida Integral	0,50/unidade
Embalagem Leite Pasteurizado Desnatado	0,04/unidade
Embalagem Leite Pasteurizado Integral	0,04/unidade

Embalagem Manteiga Caixa Grande	0,44/unidade
Embalagem Manteiga Caixa Pequena	0,31/unidade
Embalagem Manteiga Pote	0,25/unidade
Embalagem Muçarela	0,58/unidade
Embalagem Muçarela Brotinho	0,31/unidade
Embalagem Muçarela de meio quilo	0,49/unidade
Embalagem Queijo Minas Frescal	0,25/unidade
Embalagem Queijo Minas Padrão	0,34/unidade
Embalagem Queijo Minas Padrão Meia Lua	0,32/unidade
Embalagem Requeijão Bisnaga	0,69/unidade
Embalagem Requeijão em Balde	2,87/unidade
Embalagem Requeijão em Barra	0,40/unidade
Embalagem Requeijão Grande	0,51/unidade
Embalagem Requeijão Ligth Grande	0,54/unidade
Embalagem Requeijão Ligth Pequeno	0,37/unidade
Embalagem Requeijão Pequeno	0,31/unidade
Embalagem Ricota Fresca	0,18/unidade
Embalagem Ricota Temperada	0,18/unidade
Fermento	0,16/unidade
Leite período das águas	1,03/L
Leite período da seca	1,30/L
Req 7003-1	34,53/kg
Req 7019-45	49,04/kg
Req 9	15,15/kg
Sal	1,23/kg
Sorbato	32,11/kg

Quadro 3 - Custo das matérias-primas e embalagens utilizadas na produção dos derivados
Fonte: Elaboração própria

Em seguida foi calculado o custo variável de cada produto baseado nas receitas para fabricação disponibilizadas pela empresa.

MANTEIGA

		X1	X2	X3
Insumos	**Custo**	**Pote 200g**	**Caixa 200g**	**Caixa 500g**
Leite	1,03	0,484	0,484	1,209
Sal	1,24	0,005	0,005	0,034
Bicarbonato	4,25	0,001	0,000	0,001
Embalagem Manteiga Caixa Grande	0,44			1,000
Embalagem Manteiga Caixa Pequena	0,32		1,000	
Embalagem Manteiga Pote	0,26	1,000		
Caixa externa Manteiga	0,81	0,027	0,016	0,060
	R$/unidade	0,789	0,838	1,789
	R$/Kg	3,947	4,192	3,577

Tabela 1 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de manteiga
Fonte: Elaboração própria

MUÇARELA

		X11	X12	X13
Insumos	**Custo**	**500g**	**3kg**	**Brotinho 500g**
Leite	1,03	5,000	30,000	5,000
Coalho	13,00	0,007	0,009	0,001
Cloreto CA	2,48	0,003	0,015	0,002
Fermento	0,16	0,005	0,030	0,005
Embalagem Muçarela	0,58		1,000	
Embalagem Muçarela Brotinho	0,31			1,000
Embalagem Muçarela de meio quilo	0,50	1,000		
Caixa externa Muçarela	1,10	0,024	0,177	0,041
	R$/unidade	5,794	31,960	5,548
	R$/Kg	11,588	10,653	11,096

Tabela 2 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de muçarela
Fonte: Elaboração própria

REQUEIJÃO

		X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
Insumos	**Custo**	**Barra 350g**	**Light 200g**	**Light 400g**	**Copo 220g**	**Copo 400g**	**Balde 3,6kg**	**Bisnaga 1,8kg**
Leite	1,03	2,679	0,878	2,000	1,004	1,816	16,482	8,562
Coalho	13,00	0,001	0,000	0,001	0,000	0,001	0,004	0,003
Cloreto CA	2,48	0,001	0,000	0,001	0,000	0,001	0,008	0,004
Fermento	0,16	0,003	0,001	0,002	0,001	0,002	0,016	0,008
Sal	1,24	0,004	0,002	0,004	0,002	0,003	0,030	0,018
Req 7019-45	49,04	0,000	0,003	0,006				
Req 7003-1	34,53	0,000	0,003	0,004				
Req 9	15,15	0,004	0,002	0,003	0,002	0,003	0,032	0,019
Dcream 9	17,51	0,003	0,001	0,003	0,001	0,002	0,011	0,008
Candymil	5,91						0,117	0,058
Sorbato	32,11	0,000		0,000	0,000	0,000	0,001	0,000
Bicarbonato	4,25	0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,004	0,004
Embalagem Requeijão Bisnaga	0,70							1,000
Embalagem Requeijão em Balde	2,87						1,000	
Embalagem Requeijão em Barra	0,40	1,000						
Embalagem Requeijão Grande	0,51					1,000		
Embalagem Requeijão Ligth Grande	0,55			1,000				
Embalagem Requeijão Ligth Pequeno	0,37		1,000					
Embalagem Requeijão Pequeno	0,32				1,000			
Caixa externa Requeijão	0,84	0,023	0,041	0,056	0,038	0,056		0,128
	R$/unidade	3,340	1,624	3,221	1,442	2,539	21,441	10,524
	R$/Kg	9,542	8,120	8,053	6,553	6,347	5,956	5,846

Tabela 3 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de requeijão
Fonte: Elaboração própria

DOCE DE LEITE

		X14	X15	X16	X17
Insumos	**Custo**	**Pote 400g**	**Barra 400g**	**Balde 4,5kg**	**Balde 10kg**
Leite	1,03	0,979	0,910	8,079	18,060
Açúcar	2,76	0,196	0,245	1,387	3,614
Candymil	5,91			0,081	0,319
Sorbato	32,11	0,000	0,000	0,001	0,002
Bicarbonato	4,25	0,000	0,000	0,002	0,005
Embalagem Doce de Leite Balde Grande	5,61				1,000
Embalagem Doce de Leite Balde Pequeno	3,01			1,000	
Embalagem Doce de Leite em Barra	0,47		1,000		
Embalagem Doce de Leite Pastoso	0,52	1,000			
Caixa externa Doce de leite	0,85	0,063	0,020		
	R$/unidade	2,126	2,113	15,702	36,246
	R$/Kg	5,315	5,282	3,489	3,625

Tabela 4 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de doce de leite
Fonte: Elaboração própria

QUEIJO MINAS

		X18	X19	X20
Insumos	**Custo**	**Frescal**	**Padrão**	**Meia lua**
Leite	1,03	2,850	5,100	2,890
Coalho	13,00	0,001	0,001	0,001
Cloreto CA	2,48	0,001	0,030	0,001
Fermento	0,16	0,003	0,005	0,003
Sal	1,24	0,057		
Ácido lático	47,90	0,000		
Embalagem Queijo Minas Frescal	0,26	1,000		
Embalagem Queijo Minas Padrão	0,34		1,000	
Embalagem Queijo Minas Padrão Meia Lua	0,33			1,000
Caixa externa Queijo Minas	0,97	0,037	0,037	0,034
	R$/unidade	3,346	5,745	3,364
	R$/Kg	6,692	9,574	9,893

Tabela 5 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de queijo minas
Fonte: Elaboração própria

RICOTA

		X21	X22
Insumos	**Custo**	**Fresca**	**Temperada**
Leite	1,03	1,019	1,015
Soro	0,00	10,271	10,220
Sal	1,24	0,019	0,019
Bicarbonato	4,25	0,004	0,003
Ácido lático	47,90	0,016	0,014
Embalagem Ricota Fresca	0,19	1,000	
Embalagem Ricota Temperada	0,19		1,000
Caixa externa Ricota	1,10	0,039	0,042
	R$/unidade	2,077	2,007
	R$/Kg	4,945	4,778

Tabela 6 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de ricota
Fonte: Elaboração própria

LEITE PASTEURIZADO

		X23	X24
Insumos	**Custo**	**Integral**	**Desnatado**
Leite	1,03	1,000	1,000
Embalagem Leite Pasteurizado Desnatado	0,05		1,000
Embalagem Leite Pasteurizado Integral	0,05	1,000	
	R$/L	1,082	1,082

Tabela 7 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de leite pasteurizado
Fonte: Elaboração própria

LEITE LONGA VIDA

		X25	X26
Insumos	**Custo**	**Integral**	**Desnatado**
Leite	1,03	1,000	1,000
Embalagem Leite Longa Vida Desnatado	0,51		1,000
Embalagem Leite Longa Vida Integral	0,51	1,000	
Caixa externa Leite Longa Vida	0,39	0,083	0,083
	R$/L	1,574	1,571

Tabela 8 - Discriminação dos custos variáveis referente aos tipos de leite longa vida
Fonte: Elaboração própria

As tabelas apresentadas anteriormente utilizam o preço do leite no período das águas. O mesmo cálculo foi realizado para a determinação da margem de contribuição no período da seca, alterando apenas o custo do leite. Os resultados desses cálculos foram subtraídos do preço de venda praticado pela empresa e estão expostos na seguinte tabela:

Código	**Produto**	**Margem de contribuição (período das águas) R$/kg**	**Margem de contribuição (período da seca) R$/kg**
X1	Manteiga Pote	21,05	20,41
X2	Manteiga Caixa Pequena	20,81	20,16
X3	Manteiga Caixa Grande	21,42	20,78
X4	Requeijão em Barra	10,26	8,21
X5	Requeijão Ligth Pequeno	11,13	9,96
X6	Requeijão Ligth Grande	9,32	7,99
X7	Requeijão Pequeno	12,99	11,77
X8	Requeijão Grande	10,15	8,94
X9	Requeijão em Balde	7,41	6,18
X10	Requeijão Bisnaga	5,99	4,72
X11	Muçarela de meio quilo	6,71	4,04
X12	Muçarela	7,65	4,98
X13	Muçarela Brotinho	7,20	4,53
X14	Doce de Leite Pastoso	6,31	5,66
X15	Doce de Leite em Barra	6,62	6,01
X16	Doce de Leite Balde Pequeno	4,00	3,52
X17	Doce de Leite Balde Grande	3,21	2,72
X18	Queijo Minas Frescal	6,21	4,69
X19	Queijo Minas Padrão	16,53	14,26
X20	Queijo Minas Padrão Meia Lua	16,21	13,94
X21	Ricota Fresca	3,95	3,31
X22	Ricota Temperada	4,52	3,88
X23	Leite Pasteurizado Integral	1,02	0,75
X24	Leite Pasteurizado Desnatado	1,02	0,75
X25	Leite Longa Vida Integral	0,92	0,65
X26	Leite Longa Vida Desnatado	0,92	0,65

Tabela 9 - Margem de contribuição para o período das águas e período da seca
Fonte: Elaboração própria

Dessa forma foi possível modelar a função objetivo do problema com as seguintes variáveis:

- Z1: função objetivo do problema para o período das águas;
- Z2: função objetivo do problema para o período da seca;
- X1: variável para a quantidade em kg de manteiga pote;
- X2: variável para a quantidade em kg de manteiga caixa pequena;
- X3: variável para a quantidade em kg de manteiga caixa grande;
- X4: variável para a quantidade em kg de requeijão em barra;
- X5: variável para a quantidade em kg de requeijão ligth pequeno;
- X6: variável para a quantidade em kg de requeijão ligth grande;
- X7: variável para a quantidade em kg de requeijão pequeno;
- X8: variável para a quantidade em kg de requeijão grande;
- X9: variável para a quantidade em kg de requeijão em balde;
- X10: variável para a quantidade em kg de requeijão bisnaga;
- X11: variável para a quantidade em kg de muçarela de meio quilo;
- X12: variável para a quantidade em kg de muçarela;
- X13: variável para a quantidade em kg de muçarela brotinho;
- X14: variável para a quantidade em kg de doce de leite pastoso;
- X15: variável para a quantidade em kg de doce de leite em barra;
- X16: variável para a quantidade em kg de doce de leite balde pequeno;
- X17: variável para a quantidade em kg de doce de leite balde grande;
- X18: variável para a quantidade em kg de queijo minas frescal;
- X19: variável para a quantidade em kg de queijo minas padrão;
- X20: variável para a quantidade em kg de queijo minas padrão meia lua;
- X21: variável para a quantidade em kg de ricota fresca,
- X22: variável para a quantidade em kg de ricota temperada;
- X23: variável para a quantidade em L de leite pasteurizado integral;
- X24: variável para a quantidade em L de leite pasteurizado desnatado;
- X25: variável para a quantidade em L de leite longa vida integral;
- X26: variável para a quantidade em L de leite longa vida desnatado.

Função objetivo do problema para o período das águas:

$$MAX\ Z1 = 21{,}05\ X1 + 20{,}81\ X2 + 21{,}42\ X3 + 10{,}26\ X4 + 11{,}13\ X5 + 9{,}32\ X6 + 12{,}99\ X7 + 10{,}15\ X8 + 7{,}41\ X9 + 5{,}99\ X10 + 6{,}71\ X11 + 7{,}65\ X12 + 7{,}20\ X13 + 6{,}31\ X14 + 6{,}62\ X15 + 4{,}00X16 + 3{,}21\ X17 + 6{,}21\ X18 + 16{,}53\ X19 + 16{,}21\ X20 + 3{,}95\ X21 + 4{,}52\ X22 + 1{,}02\ X23 + 1{,}02\ X24 + 0{,}92\ X25 + 0{,}92\ X26 \quad (1)$$

Função objetivo do problema para o período da seca:

$$MAX\ Z2 = 20{,}41\ X1 + 20{,}16\ X2 + 20{,}78X3 + 8{,}21\ X4 + 9{,}96X5 + 7{,}99\ X6 + 11{,}77\ X7 + 8{,}94X8 + 6{,}18\ X9 + 4{,}72X10 + 4{,}04\ X11 + 4{,}98\ X12 + 4{,}53\ X13 + 5{,}66\ X14 + 6{,}01\ X15 + 3{,}52\ X16 + 2{,}72\ X17 + 4{,}69\ X18 + 14{,}26\ X19 + 13{,}94\ X20 + 3{,}31\ X21 + 3{,}88\ X22 + 0{,}75\ X23 + 0{,}75\ X24 + 0{,}65\ X25 + 0{,}65\ X26 \quad (2)$$

3.1.2 RESTRIÇÕES

Após a definição da função objetivo foi necessário identificar as inequações referentes às restrições do problema. Tais restrições compreendem: o volume de leite recebido mensalmente, a capacidade dos recursos utilizados e a demanda mensal pelos produtos.

- VOLUME DE LEITE DISPONÍVEL

Como exposto anteriormente, serão considerados dois valores médios para a quantidade de leite recebida mensalmente pela Cooperativa, 558.000 litros para o período das águas e 409.817 litros para o período da seca. Quando se multiplica o consumo de leite pela quantidade em quilos (ou litros, no caso do leite pasteurizado e longa vida) dos produtos, obtêm-se a quantidade total de leite cru utilizada na produção. Esse volume deve ser menor ou igual a quantidade de leite recebida em cada período. As inequações resultantes foram:

$$2{,}42X1 + 2{,}42\,X2 + 2{,}42\,X3 + 7{,}3\,X4 + 4{,}1\,X5 + 4{,}1\,X6 + 4{,}3\,X7 + 4{,}3\,X8 + 4{,}3\,X9 + 4{,}3\,X10 + 10\,X11 + 10\,X12 + 10\,X13 + 2{,}45\,X14 + 2{,}35\,X15 + 1{,}8\,X16 + 1{,}8\,X17 + 5{,}7\,X18 + 8{,}5\,X19 + 8{,}5\,X20 + 2{,}3\,X21 + 2{,}3\,X22 + 1\,X23 + 1\,X24 + 1\,X25 + 1\,X26 <= 558.000 \quad (3)$$

$$2{,}42\,X1 + 2{,}42\,X2 + 2{,}42\,X3 + 7{,}3\,X4 + 4{,}1\,X5 + 4{,}1\,X6 + 4{,}3\,X7 + 4{,}3\,X8 + 4{,}3\,X9 + 4{,}3\,X10 + 10\,X11 + 10\,X12 + 10\,X13 + 2{,}45\,X14 + 2{,}35\,X15 + 1{,}8\,X16 + 1{,}8\,X17 + 5{,}7\,X18 + 8{,}5\,X19 + 8{,}5\,X20 + 2{,}3\,X21 + 2{,}3\,X22 + 1\,X23 + 1\,X24 + 1\,X25 + 1\,X26 <= 409.817 \quad (4)$$

– CAPACIDADE DOS RECURSOS

Os principais equipamentos utilizados na produção dos derivados lácteos são:

- Para as variedades de queijo:
  - Tanques de produção;
  - Tacho para filagem de muçarela;
  - Moldeira de muçarela.
- Para as variedades de manteiga:
  - Pasteurizador maturador;
  - Batedeira;
  - Envasadora semiautomática.
- Para as variedades de requeijão:
  - Tachos de parede dupla;
  - Envasadora semiautomática.
- Para as variedades de doce de leite:
  - Tachos industriais.
- Para as variedades de leite pasteurizado:
  - Envasadoras;
  - Pasteurizador a placas;
  - Desnatadeira;
  - Resfriador para leite cru.

A capacidade fornecida pela gerência da Cooperativa foi resumida no quadro abaixo:

Equipamento	**Capacidade**
Pasteurizador maturador	165 horas/produção
Batedeira	165 horas/produção
Tachos de parede dupla	160 horas/produção
Tacho muçarela	150 horas/produção
Moldeira de muçarela	150 horas/produção
Tachos industriais	900 horas/produção

Quadro 4 - Capacidade dos equipamentos
Fonte: elaboração própria

Os equipamentos que não apareceram no quadro 4 possuem capacidade maior do que a quantidade de leite que pode ser processada mensalmente, portanto, não há restrição para eles. A capacidade de cada equipamento foi multiplicada pela disponibilidade mensal de 220 horas de trabalho, descontando 10% para setups, e obteve-se as seguintes inequações:

Pasteurizador maturador:

$$5\,X1 + 8\,X2 + 8\,X3 <= 32.670 \quad (5)$$

Batedeira:

$$5\,X1 + 8\,X2 + 8\,X3 <= 32.670 \quad (6)$$

Envasadora semiautomática:

$$0.03\,X1 + 0.04\,X5 + 0.04\,X6 + 0.04\,X7 + 0.04\,X8 <= 198 \quad (7)$$

Tachos de parede dupla:

$$3.2\,X4 + 3.2\,X5 + 3.2\,X6\ \ 3.2\,X7 + 3.2\,X8 + 3.2\,X9 + 3.2\,X10 <= 31.680 \quad (8)$$

Tacho muçarela:

$$6\,X11 + 6\,X12 + 6\,X13 <= 29.700 \quad (9)$$

Moldeira muçarela:

$$6\,X11 + 6\,X12 + 6\,X13 <= 29.700 \quad (10)$$

Tachos industriais:

$$36\,X14 + 36\,X15 + 36\,X16 + 36\,X17 <= 178.200 \qquad (11)$$

3.1.3 DEMANDA

Em um primeiro momento, foram considerados os maiores e os menores valores de venda de cada produto durante os últimos três anos como demanda máxima e mínima, respectivamente. Entretanto, percebeu-se que esses valores resultaram em uma faixa de demanda muito abrangente e que refletia pouco a realidade do mercado. Dessa forma, foi necessário buscar outras maneiras para estimar os valores de demanda baseado nas vendas.

A solução encontrada foi desenvolver outro modelo de programação linear utilizando previsões de demanda realizadas pelo software FORECAST PRO FOR WINDOWS (FPW) que indique qual intervalo de confiança deve ser utilizado em cada mês para cada produto. O modelo será descrito com detalhes no próximo tópico.

3.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO PARA DEFINIÇÃO DO INTERVALO DE DEMANDA

Como a quantidade demandada de cada produto tem papel importante na construção do modelo foi necessário criar este segundo para melhorar os resultados do objetivo deste trabalho. As condições de dois cenários e as restrições de capacidade descritas anteriormente foram mantidas.

Para esse modelo, primeiramente foram feitas previsões do ano de 2016 com o auxílio do software Forecast utilizando dados de vendas de 2014 e 2015, nos intervalos de confiança de 90% e 95% para cada produto. Em seguida, as variáveis de decisões e a função objetivo foram definidas.

3.2.1 VARIÁVEIS DE DECISÃO

Foram introduzidas as seguintes variáveis de decisão no modelo:

- Xri: demanda real no ano de 2016;
- ERROi: diferença entre a demanda indicada pelo modelo e a demanda real;
- a1i: variável binária que representa o intervalo de confiança de 90%;
- a2i: variável binária que representa o intervalo de confiança de 95%;
- Z1’: função objetivo do problema para o período das águas;

- Z2’: função objetivo do problema para o período da seca.

3.2.2 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo desse modelo continua sendo de maximizar o ganho financeiro da Cooperativa. Entretanto há uma parcela de subtração para o erro associado a cada variável e uma penalização para cada intervalo de confiança. Foram colocados valores diferentes nessa penalização para os casos em que, havendo empate, o modelo não escolha qualquer intervalo. Os valores das margens de contribuição são os mesmos utilizados no modelo anterior. Portanto, a função objetivo é dada por:

MAXZ1' =	21,1	Xr1	-	21,1	ERRO1	-	a11	-	2	a21+	
20,8	Xr2	-	20,8	ERRO2	-	a12	-	2	a22	+	
21,4	Xr3	-	21,4	ERRO3	-	a13	-	2	a23	+	
10,3	Xr4	-	10,3	ERRO4	-	a14	-	2	a24	+	
11,1	Xr5	-	11,1	ERRO5	-	a15	-	2	a25	+	
9,3	Xr6	-	9,3	ERRO6	-	a16	-	2	a26	+	
13	Xr7	-	13	ERRO7	-	a17	-	2	a27	+	
10,2	Xr8	-	10,2	ERRO8	-	a18	-	2	a28	+	
7,4	Xr9	-	7,4	ERRO9	-	a19	-	2	a29	+	
6	Xr10	-	6	ERRO10	-	a110	-	2	a210	+	
6,7	Xr11	-	6,7	ERRO11	-	a111	-	2	a211	+	
7,6	Xr12	-	7,6	ERRO12	-	a112	-	2	a212	+	
7,2	Xr13	-	7,2	ERRO13	-	a113	-	2	a213	+	
6,3	Xr14	-	6,3	ERRO14	-	a114	-	2	a214	+	
6,6	Xr15	-	6,6	ERRO15	-	a115	-	2	a215	+	
4	Xr16	-	4	ERRO16	-	a116	-	2	a216	+	
3,2	Xr17	-	3,2	ERRO17	-	a117	-	2	a217	+	
6,2	Xr18	-	6,2	ERRO18	-	a118	-	2	a218	+	
16,5	Xr19	-	16,5	ERRO19	-	a119	-	2	a219	+	
16,2	Xr20	-	16,2	ERRO20	-	a120	-	2	a220	+	
4	Xr21	-	4	ERRO21	-	a121	-	2	a221	+	
4,5	Xr22	-	4,5	ERRO22	-	a122	-	2	a222	+	
1	Xr23	-	1	ERRO23	-	a123	-	2	a223	+	

1	Xr24	-	1	ERRO24	-	a124	-	2	a224	+
0,9	Xr25	-	0,9	ERRO25	-	a125	-	2	a225	+
0,9	Xr26	-	0,9	ERRO26	-	a126	-	2	a226	;

(12)

MAXZ2' =	20.4	Xr1	-	20.4	ERRO1	-	a11	-	2	a21+
20.16	Xr2	-	20.16	ERRO2	-	a12	-	2	a22	+
20.77	Xr3	-	20.77	ERRO3	-	a13	-	2	a23	+
8.21	Xr4	-	8.21	ERRO4	-	a14	-	2	a24	+
9.95	Xr5	-	9.95	ERRO5	-	a15	-	2	a25	+
7.98	Xr6	-	7.98	ERRO6	-	a16	-	2	a26	+
11.77	Xr7	-	11.77	ERRO7	-	a17	-	2	a27	+
8.94	Xr8	-	8.94	ERRO8	-	a18	-	2	a28	+
6.18	Xr9	-	6.18	ERRO9	-	a19	-	2	a29	+
4.71	Xr10	-	4.71	ERRO10	-	a110	-	2	a210	+
4.04	Xr11	-	4.04	ERRO11	-	a111	-	2	a211	+
4.97	Xr12	-	4.97	ERRO12	-	a112	-	2	a212	+
4.53	Xr13	-	4.53	ERRO13	-	a113	-	2	a213	+
5.65	Xr14	-	5.65	ERRO14	-	a114	-	2	a214	+
6.01	Xr15	-	6.01	ERRO15	-	a115	-	2	a215	+
3.52	Xr16	-	3.52	ERRO16	-	a116	-	2	a216	+
2.72	Xr17	-	2.72	ERRO17	-	a117	-	2	a217	+
4.68	Xr18	-	4.68	ERRO18	-	a118	-	2	a218	+
14.25	Xr19	-	14.25	ERRO19	-	a119	-	2	a219	+
13.93	Xr20	-	13.93	ERRO20	-	a120	-	2	a220	+
3.3	Xr21	-	3.3	ERRO21	-	a121	-	2	a221	+
3.87	Xr22	-	3.87	ERRO22	-	a122	-	2	a222	+
0.75	Xr23	-	0.75	ERRO23	-	a123	-	2	a223	+
0.75	Xr24	-	0.75	ERRO24	-	a124	-	2	a224	+
0.64	Xr25	-	0.64	ERRO25	-	a125	-	2	a225	+
0.65	Xr26	-	0.65	ERRO26	-	a126	-	2	a226.	

(13)

3.2.3 RESTRIÇÕES

As restrições de capacidade dos recursos e de volume de leite disponível foram mantidas exatamente como as apresentadas anteriormente. Para garantir que o erro seja em módulo as seguintes restrições foram empregadas para cada produto:

$$\begin{aligned} &ERROi \geq Xi - Xri; \\ &ERROi \geq Xri - Xi; \\ &Para\ i = 1, 2, \dots, 26. \end{aligned} \tag{14}$$

Como o problema é de maximizar, o erro está subtraindo na função objetivo e, dessa forma, o modelo tentará diminuir tal erro aproximando os valores de Xi e Xri.

Os valores de Xri foram inicializados com as vendas de 2016 em cada mês analisado. As variáveis a1i e a2i são binárias e, para que o modelo escolha qual dos dois intervalos de confiança utilizar, foi necessário escrever as seguintes inequações:

$$a1i = \begin{cases} Xi \ \geq \ Dmínima\ i - M(1 - a1i); \\ Xi \ \leq \ Dmáxima\ i + M(1 - a1i); \\ \qquad i = 1, 2, \dots, 26. \end{cases} \tag{15}$$

$$a2i = \begin{cases} Xi \ \geq \ Dmínima\ i - M(1 - a2i); \\ Xi \ \leq \ Dmáxima\ i + M(1 - a2i); \\ \qquad i = 1, 2, \dots, 26. \end{cases} \tag{16}$$

Onde M = 10.000.000, Dmínima representa o valor mínimo de demanda indicado no Forecast para o produto i e Dmáxima representa o valor máximo de demanda indicado no Forecast para o produto i.

$$a1i + a2i = 1 \tag{17}$$

A expressão anterior garante que o modelo escolherá pelo menos um valor para o intervalo de confiança.

3.2.4 RESULTADOS

Foi utilizado o software Lingo para resolver o problema de programação linear para cada um dos meses de 2016. Os resultados obtidos para os intervalos de confiança são mostrados nas tabelas a seguir:

MANTEIGA						
	A11	**A21**	**A12**	**A22**	**A13**	**A23**
Janeiro	1	0	1	0	1	0
Fevereiro	1	0	1	0	1	0
Março	1	0	1	0	1	0
Abril	1	0	1	0	1	0
Maio	1	0	1	0	1	0
Junho	1	0	1	0	1	0
Julho	1	0	1	0	1	0
Agosto	1	0	1	0	1	0
Setembro	1	0	1	0	1	0
Outubro	1	0	1	0	1	0
Novembro	1	0	1	0	1	0
Dezembro	1	0	1	0	1	0

Tabela 10 - Nível de serviço para os tipos de Manteiga
Fonte: Elaboração própria

REQUEIJÃO														
	A14	**A24**	**A15**	**A25**	**A16**	**A26**	**A17**	**A27**	**A18**	**A28**	**A19**	**A29**	**A110**	**A210**
Janeiro	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Fevereiro	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Março	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Abril	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Maio	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Junho	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Julho	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Agosto	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Setembro	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Outubro	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Novembro	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Dezembro	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Tabela 11 - Intervalo de confiança para os tipos de Requeijão
Fonte: Elaboração própria

MUÇARELA						
	A111	**A211**	**A112**	**A212**	**A113**	**A213**
Janeiro	0	1	0	1	0	1
Fevereiro	0	1	1	0	0	1
Março	0	1	1	0	0	1
Abril	0	1	1	0	0	1
Maio	0	1	1	0	0	1
Junho	0	1	1	0	0	1
Julho	0	1	0	1	0	1
Agosto	1	0	1	0	1	0
Setembro	1	0	1	0	1	0
Outubro	0	1	1	0	0	1
Novembro	0	1	1	0	0	1
Dezembro	0	1	1	0	0	1

Tabela 12 - Intervalo de confiança para os tipos de Muçarela
Fonte: Elaboração própria

DOCE DE LEITE								
	A114	**A214**	**A115**	**A215**	**A116**	**A216**	**A117**	**A217**
Janeiro	1	0	1	0	1	0	1	0
Fevereiro	1	0	1	0	1	0	1	0
Março	0	1	0	1	0	1	0	1
Abril	1	0	1	0	1	0	1	0
Maio	0	1	0	1	0	1	0	1
Junho	1	0	1	0	1	0	1	0
Julho	1	0	1	0	1	0	1	0
Agosto	1	0	1	0	1	0	1	0
Setembro	1	0	1	0	1	0	1	0
Outubro	1	0	1	0	1	0	1	0
Novembro	1	0	1	0	1	0	1	0
Dezembro	1	0	1	0	1	0	1	0

Tabela 13: Intervalo de confiança para os tipos de Doce de leite
Fonte: Elaboração própria

QUEIJO MINAS						
	A118	**A218**	**A119**	**A219**	**A120**	**A220**
Janeiro	1	0	1	0	1	0
Fevereiro	0	1	0	1	0	1
Março	0	1	0	1	0	1
Abril	0	1	1	0	1	0
Maio	1	0	1	0	1	0
Junho	0	1	0	1	0	1
Julho	0	1	0	1	0	1
Agosto	0	1	1	0	1	0
Setembro	1	0	0	1	0	1
Outubro	0	1	0	1	0	1
Novembro	1	0	0	1	0	1
Dezembro	0	1	0	1	0	1

Tabela 14: Intervalo de confiança para os tipos de Queijo Minas
Fonte: Elaboração própria

RICOTA				
	A121	**A221**	**A122**	**A222**
Janeiro	0	1	0	1
Fevereiro	0	1	0	1
Março	1	0	1	0
Abril	1	0	1	0
Maio	1	0	1	0
Junho	1	0	1	0
Julho	0	1	0	1
Agosto	1	0	1	0
Setembro	1	0	1	0
Outubro	1	0	1	0
Novembro	1	0	1	0
Dezembro	1	0	1	0

Tabela 15: Intervalo de confiança para os tipos de Ricota
Fonte: Elaboração própria

LEITE PASTEURIZADO				
	A123	**A223**	**A124**	**A224**
Janeiro	0	1	0	1
Fevereiro	0	1	0	1
Março	0	1	0	1
Abril	0	1	0	1
Maio	0	1	0	1
Junho	0	1	0	1
Julho	0	1	0	1
Agosto	0	1	0	1
Setembro	0	1	0	1
Outubro	0	1	0	1
Novembro	0	1	0	1
Dezembro	0	1	0	1

Tabela 16: Intervalo de confiança para os tipos de Leite Pasteurizado
Fonte: Elaboração própria

LEITE LONGA VIDA				
	A125	**A225**	**A126**	**A226**
Janeiro	1	0	1	0
Fevereiro	1	0	1	0
Março	0	1	0	1
Abril	1	0	1	0
Maio	1	0	1	0
Junho	0	1	0	1
Julho	0	1	0	1
Agosto	0	1	0	1
Setembro	0	1	0	1
Outubro	0	1	0	1
Novembro	0	1	0	1
Dezembro	0	1	0	1

Tabela 17: Intervalo de confiança para os tipos de Leite Longa Vida
Fonte: Elaboração própria

Como se pôde observar pelas tabelas anteriores apenas as variedades de manteiga e de leite pasteurizado indicaram exclusivamente um único intervalo de confiança: o primeiro apontou intervalo de 90% e o segundo de 95% para todos os meses. Esses valores de intervalo de confiança indicaram a faixa de demanda que será utilizada no modelo inicial para determinar o mix ótimo de produção para cada mês.

3.3 MODELO FINAL

No modelo final foi necessário utilizar novamente o software Forecast para fazer a previsão de demanda do ano de 2017, baseado nas informações de venda dos anos de 2014, 2015 e 2016, de acordo com os intervalos de confiança indicados pelo modelo descrito no tópico 3.2. Com isso foi possível concluir o modelo para determinação do mix ótimo de produção na Cooperativa, que apresenta a seguinte estrutura para o mês de janeiro:

$$\begin{aligned} MAX\ Z = {} & 21{,}05\ \mathrm{X1} + 20{,}81\ \mathrm{X2} + 21{,}42\ \mathrm{X3} + 10{,}26\ \mathrm{X4} + 11{,}13\ \mathrm{X5} + 9{,}32\ \mathrm{X6} \\ & + 12{,}99\ \mathrm{X7} + 10{,}15\ \mathrm{X8} + 7{,}41\ \mathrm{X9} + 5{,}99\ \mathrm{X10} + 6{,}71\ \mathrm{X11} + 7{,}65\ \mathrm{X12} \\ & + 7{,}20\ \mathrm{X13} + 6{,}31\ \mathrm{X14} + 6{,}62\ \mathrm{X15} + 4{,}00\mathrm{X16} + 3{,}21\ \mathrm{X17} + 6{,}21\ \mathrm{X18} \\ & + 16{,}53\ \mathrm{X19} + 16{,}21\ \mathrm{X20} + 3{,}95\ \mathrm{X21} + 4{,}52\ \mathrm{X22} + 1{,}02\ \mathrm{X23} \\ & + 1{,}02\ \mathrm{X24} + 0{,}92\ \mathrm{X25} + 0{,}92\ \mathrm{X26} \end{aligned} \tag{18}$$

Demanda mínima para o mês de janeiro:

$$X1 >= 1125{,}04 \tag{19}$$

$$X2 >= 1125{,}04 \tag{20}$$

$$X3 >= 764{,}09 \tag{21}$$

$$X4 >= 1134{,}41 \tag{22}$$

$$X5 >= 73{,}7 \tag{23}$$

$$X6 >= 44{,}58 \tag{24}$$

$$X7 >= 512{,}67 \tag{25}$$

$$X8 >= 337{,}02 \tag{26}$$

$$X9 >= 685{,}64 \quad (27)$$

$$X10 >= 183{,}67 \quad (28)$$

$$X11 >= 245{,}5 \quad (29)$$

$$X12 >= 4559{,}1 \quad (30)$$

$$X13 >= 145{,}09 \quad (31)$$

$$X14 >= 541{,}88 \quad (32)$$

$$X15 >= 503{,}24 \quad (33)$$

$$X16 >= 89{,}32 \quad (34)$$

$$X17 >= 430{,}03 \quad (35)$$

$$X18 >= 1141{,}67 \quad (36)$$

$$X19 >= 560{,}25 \quad (37)$$

$$X20 >= 297{,}84 \quad (38)$$

$$X21 >= 370{,}77 \quad (39)$$

$$X22 >= 312{,}8 \quad (40)$$

$$X23 >= 183043{,}47 \quad (41)$$

$$X24 >= 27860{,}4 \quad (42)$$

$$X25 >= 2364{,}83 \quad (43)$$

$$X26 >= 523{,}33 \quad (44)$$

Demanda máxima para o mês de janeiro:

$$X1 <= 1528{,}77 \quad (45)$$

$$X2 <= 1528{,}77 \quad (46)$$

$$X3 <= 1038{,}29 \quad (47)$$

$$X4 <= 1633{,}28 \quad (48)$$

$$X5 <= 106 \quad (49)$$

$$X6 <= 64 \quad (50)$$

$$X7 <= 738 \quad (51)$$

$$X8 <= 485 \quad (52)$$

$$X9 <= 987 \quad (53)$$

$$X10 <= 264 \quad (54)$$

$$X11 <= 412 \quad (55)$$

$$X12 <= 8603{,}77 \quad (56)$$

$$X13 <= 244 \quad (57)$$

$$X14 <= 751{,}12 \quad (58)$$

$$X15 <= 697{,}56 \quad (59)$$

$$X16 <= 123{,}81 \quad (60)$$

$$X17 <= 596{,}08 \quad (61)$$

$$X18 <= 1445{,}58 \quad (62)$$

$$X19 <= 777{,}2 \quad (63)$$

$$X20 <= 413{,}18 \quad (64)$$

$$X21 <= 740 \quad (65)$$

$$X22 \leq 625 \quad (66)$$

$$X23 <= 272603{,}8 \quad (67)$$

$$X24 <= 41492{,}06 \quad (68)$$

$$X25 <= 15262{,}96 \quad (69)$$

$$X26 <= 3377{,}68 \quad (70)$$

Restrição do volume de leite disponível:

$$2{,}42X1 + 2{,}42\,X2 + 2{,}42\,X3 + 7{,}3\,X4 + 4{,}1\,X5 + 4{,}1\,X6 + 4{,}3\,X7 + 4{,}3\,X8 + 4{,}3\,X9 + 4{,}3\,X10 + 10\,X11 + 10\,X12 + 10\,X13 + 2{,}45\,X14 + 2{,}35\,X15 + 1{,}8\,X16 + 1{,}8\,X17 + 5{,}7\,X18 + 8{,}5\,X19 + 8{,}5\,X20 + 2{,}3\,X21 + 2{,}3\,X22 + 1\,X23 + 1\,X24 + 1\,X25 + 1\,X26 <= 558.000 \quad (71)$$

Restrição do pasteurizador maturador:

$$5\,X1 + 8\,X2 + 8\,X3 <= 32.670 \quad (72)$$

Restrição da batedeira:

$$5\,X1 + 8\,X2 + 8\,X3 <= 32.670 \quad (73)$$

Restrição da envasadora semiautomática:

$$0.03\,X1 + 0.04\,X5 + 0.04\,X6 + 0.04\,X7 + 0.04\,X8 <= 198 \quad (74)$$

Restrição dos tachos de parede dupla:

$$3.2\,X4 + 3.2\,X5 + 3.2\,X6\ \ 3.2\,X7 + 3.2\,X8 + 3.2\,X9 + 3.2\,X10 <= 31.680 \quad (75)$$

Restrição do tacho muçarela:

$$6\,X11 + 6\,X12 + 6\,X13 <= 29.700 \quad (76)$$

Restrição da moldeira muçarela:

$$6\,X11 + 6\,X12 + 6\,X13 <= 29.700 \quad (77)$$

Restrição dos tachos industriais:

$$36\,X14 + 36\,X15 + 36\,X16 + 36\,X17 <= 178.200 \quad (78)$$

Onde:

Z: função objetivo do problema;

X1: variável para a quantidade em kg de manteiga pote;

X2: variável para a quantidade em kg de manteiga caixa pequena;

X3: variável para a quantidade em kg de manteiga caixa grande;

X4: variável para a quantidade em kg de requeijão em barra;

X5: variável para a quantidade em kg de requeijão ligth pequeno;

X6: variável para a quantidade em kg de requeijão ligth grande;

X7: variável para a quantidade em kg de requeijão pequeno;

X8: variável para a quantidade em kg de requeijão grande;

X9: variável para a quantidade em kg de requeijão em balde;

X10: variável para a quantidade em kg de requeijão bisnaga;

X11: variável para a quantidade em kg de muçarela de meio quilo;

X12: variável para a quantidade em kg de muçarela;

X13: variável para a quantidade em kg de muçarela brotinho;

X14: variável para a quantidade em kg de doce de leite pastoso;

X15: variável para a quantidade em kg de doce de leite em barra;

X16: variável para a quantidade em kg de doce de leite balde pequeno;

X17: variável para a quantidade em kg de doce de leite balde grande;

X18: variável para a quantidade em kg de queijo minas frescal;

X19: variável para a quantidade em kg de queijo minas padrão;

X20: variável para a quantidade em kg de queijo minas padrão meia lua;

X21: variável para a quantidade em kg de ricota fresca;

X22: variável para a quantidade em kg de ricota temperada;

X23: variável para a quantidade em L de leite pasteurizado integral;

X24: variável para a quantidade em L de leite pasteurizado desnatado;

X25: variável para a quantidade em L de leite longa vida integral;

X26: variável para a quantidade em L de leite longa vida desnatado.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 RESULTADOS DO PERÍODO DAS ÁGUAS

Após a finalização do modelo de programação linear, foi utilizado o software Lingo (versão 15.0) para determinar a solução ótima do problema.

O modelo apontou R$542.513,50 para o ganho ótimo do mês de janeiro. O resultado também indicou que se deve produzir o valor de demanda máxima para todos os produtos, exceto as variáveis da muçarela (X11, X12 e X13), as quais devem ser produzidas apenas no valor mínimo da demanda. A solução final para o mês de janeiro é apresentada no quadro 5.

Código	Produto	Quantidade a ser produzida
X1	Manteiga Pote	1.528,77
X2	Manteiga Caixa Pequena	1.528,77
X3	Manteiga Caixa Grande	1.038,29
X4	Requeijão em Barra	1.633,28
X5	Requeijão Ligth Pequeno	106,11
X6	Requeijão Ligth Grande	64,18
X7	Requeijão Pequeno	738,12
X8	Requeijão Grande	485,23
X9	Requeijão em Balde	987,16
X10	Requeijão Bisnaga	264,44
X11	Muçarela de meio quilo	245,5
X12	Muçarela	4.559,41
X13	Muçarela Brotinho	145,09
X14	Doce de Leite Pastoso	751,12
X15	Doce de Leite em Barra	697,56
X16	Doce de Leite Balde Pequeno	123,81
X17	Doce de Leite Balde Grande	596,08
X18	Queijo Minas Frescal	1.445,58
X19	Queijo Minas Padrão	777,2
X20	Queijo Minas Padrão Meia Lua	413,18
X21	Ricota Fresca	740,41
X22	Ricota Temperada	624,65
X23	Leite Pasteurizado Integral	272.603,8
X24	Leite Pasteurizado Desnatado	41.492,06
X25	Leite Longa Vida Integral	15.262,96
X26	Leite Longa Vida Desnatado	3.377,68

Quadro 5 - Solução ótima para as variáveis de decisão do mês de Janeiro
Fonte: Elaboração própria

Shadow-price ou preço sombra é um importante conceito na análise de sensibilidade. Ele corresponde à variação do valor da função objetivo obtido através do relaxamento de alguma restrição em uma unidade. De outra maneira, o shadow-price é o preço máximo que se deve pagar por uma unidade adicional de um recurso escasso. Os recursos ociosos apresentam shadow-price nulo. O quadro abaixo apresenta o shadow-price de todos os recursos identificados no problema.

Recurso	**Folga**	**Shadow-price**	**Recurso**	**Folga**	**Shadow-price**
Dmín X1	403,73	0	Dmáx X5	0	11,1
Dmín X2	403,73	0	Dmáx X6	0	9,3
Dmín X3	274,2	0	Dmáx X7	0	13
Dmín X4	498,87	0	Dmáx X8	0	10,2
Dmín X5	32,41	0	Dmáx X9	0	7,4
Dmín X6	19,6	0	Dmáx X10	0	6
Dmín X7	225,45	0	Dmáx X11	166,54	0
Dmín X8	148,21	0	Dmáx X12	4.044,36	0
Dmín X9	301,52	0	Dmáx X13	98,43	0
Dmín X10	80,77	0	Dmáx X14	0	6,3
Dmín X11	0	-0,9	Dmáx X15	0	6,6
Dmín X12	0,31	0	Dmáx X16	0	4
Dmín X13	0	-0,4	Dmáx X17	0	3,2
Dmín X14	209,24	0	Dmáx X18	0	6,2
Dmín X15	194,32	0	Dmáx X19	0	16,5
Dmín X16	34,49	0	Dmáx X20	0	16,2
Dmín X17	166,05	0	Dmáx X21	0	4
Dmín X18	303,91	0	Dmáx X22	0	4,5
Dmín X19	216,95	0	Dmáx X23	0	1
Dmín X20	115,34	0	Dmáx X24	0	1
Dmín X21	369,64	0	Dmáx X25	0	0,9
Dmín X22	311,85	0	Dmáx X26	0	0,9
Dmín X23	89.560,33	0	Volume de leite	116.367,2	0
Dmín X24	13.631,66	0	Pasteurizador	4.489,67	0
Dmín X25	12.898,13	0	Batedeira	4.489,67	0
Dmín X26	2.854,35	0	Envasadora	96,3913	0
Dmáx X1	0	21,1	Tachos	17.988,74	0
Dmáx X2	0	20,8	Tacho muçarela	0	0
Dmáx X3	0	21,4	Moldeira	0	1,27
Dmáx X4	0	10,3	Tacho industrial	100.131,5	0

Quadro 6 – Folga e shadow-price dos recursos no mês de Janeiro
Fonte: Elaboração própria

Nesse cenário, há sobra na quantidade de leite recebida. Tal recurso apresenta folga no valor de 116.367,2 litros, ou seja, mesmo tendo a opção de se produzir mais quantidade de muçarela com o excesso do leite o modelo prefere não produzir. Isso acontece porque as variáveis X11 e X13 (muçarela de meio quilo e muçarela Brotinho, respectivamente) apresentam shadow-price negativo para as restrições de demanda mínima e caso se opte por produzir uma unidade a mais do que é indicado na solução, o valor da função objetivo diminuirá.

Os valores mais expressivos de shadow-price positivo são as restrições de demanda máxima das manteigas (X1, X2 e X3) e as dos queijos minas padrão (X19 e X20). Isso significa que se houver aumento de um quilo na demanda de manteiga de pote (X1), por exemplo, a função objetivo será incrementada em R$ 21,10.

Além disso, percebe-se que as restrições de demanda máxima com shadow-price positivo indicam que a empresa pode fazer uso de ferramentas de marketing para estimular o consumo desses produtos e assim aumentar seu ganho financeiro.

Outro ponto que merece destaque se refere ao uso dos equipamentos empregados na produção dos derivados. Assim sendo, apenas a moldeira de muçarela apresenta shadow-price diferente de zero, indicando que os demais recursos estão ociosos e permanecerão assim mesmo que a quantidade recebida de leite aumente, pois esse recurso já é abundante. Para que tais recursos sejam mais bem utilizados é necessário aumentar a demanda por todos os produtos do mix. Dessa forma, os recursos apresentarão shadow-price diferente de zero.

O gráfico abaixo mostra uma comparação entre o ganho total ótimo e o tipo de restrição de demanda inserido no problema, tendo como base o mês de janeiro. Foram considerados três cenários: no primeiro não há nenhum tipo de restrição de demanda, no segundo apenas as restrições de demanda máxima e, no último há restrições de demanda máxima e mínima.

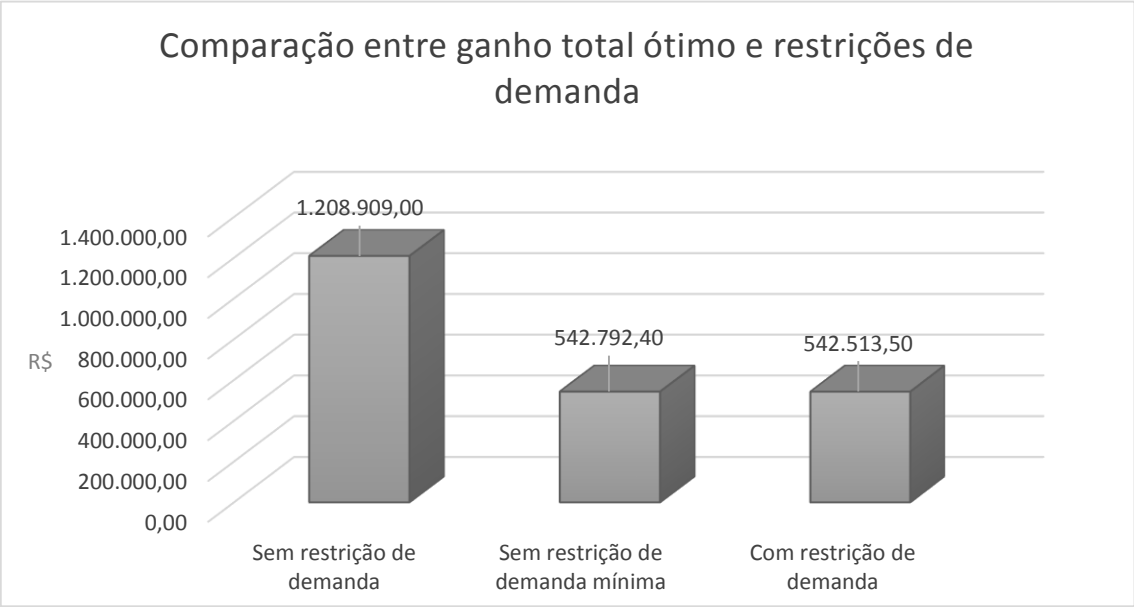

Gráfico 1 - Comparação entre ganho total ótimo e restrições de demanda
Fonte: Elaboração própria

De acordo com o gráfico 1, não havendo nenhuma restrição de demanda, a margem de contribuição alcançada é extremamente superior se comparada aos casos em que existe pelo menos uma restrição desse tipo. Quando se retiram as restrições de demanda mínima, os valores das margens de contribuição quase não se alteram. Isso indica que é interessante para a empresa manter todos os produtos no mix, ainda que alguns deles não sejam economicamente vantajosos.

Uma análise semelhante pode ser feita para os demais meses do período das águas (fevereiro, março, abril, setembro, outubro, novembro e dezembro), visto que os resultados para esses modelos foram muito semelhantes aos do mês de janeiro.

4.2 RESULTADOS DO PERÍODO DA SECA

Assim como foi realizado no tópico anterior, empregou-se o software Lingo (versão 15.0) para determinar a solução ótima para os meses do período da seca. Os resultados para o mês de maio, primeiro mês desse período, são apresentados no quadro 7.

Código	Produto	Quantidade a ser produzida
X1	Manteiga Pote	1.582,61
X2	Manteiga Caixa Pequena	1.582,61
X3	Manteiga Caixa Grande	1.074,86
X4	Requeijão em Barra	1.602,14
X5	Requeijão Ligth Pequeno	104,09
X6	Requeijão Ligth Grande	62,96
X7	Requeijão Pequeno	724,05
X8	Requeijão Grande	475,98
X9	Requeijão em Balde	968,33
X10	Requeijão Bisnaga	259,39
X11	Muçarela de meio quilo	186,39
X12	Muçarela	4.332,28
X13	Muçarela Brotinho	110,16
X14	Doce de Leite Pastoso	989,38
X15	Doce de Leite em Barra	918,83
X16	Doce de Leite Balde Pequeno	163,08
X17	Doce de Leite Balde Grande	785,16
X18	Queijo Minas Frescal	1.311,27
X19	Queijo Minas Padrão	783,93
X20	Queijo Minas Padrão Meia Lua	416,76
X21	Ricota Fresca	752,55
X22	Ricota Temperada	634,89
X23	Leite Pasteurizado Integral	254.000,7
X24	Leite Pasteurizado Desnatado	38.660,55
X25	Leite Longa Vida Integral	5.712,675
X26	Leite Longa Vida Desnatado	4.912,66

Quadro 7 - Solução ótima para as variáveis de decisão do mês de Maio
Fonte: Elaboração própria

O valor da solução ótima para o mês de maio foi de R$ 412.194,8 e, assim como no resultado do mês de janeiro, as variáveis de decisão para os tipos de muçarela (X11, X12 e X13) devem ter a produção equivalente ao valor mínimo da demanda para esses produtos. O leite longa vida integral também teve produção sugerida diferente da quantidade máxima que pode ser absorvida pelo mercado, uma vez que a quantidade de leite recebida nesse período é insuficiente para atender a essa demanda. Isso se deve ao fato de esse produto apresentar menor margem de contribuição quando comparado aos demais, por isso sua produção foi reduzida.

O quadro 8 traz o shadow-price dos recursos identificados nesse problema.

Recurso	Folga	Shadow-price	Recurso	Folga	Shadow-price
Dmín X1	578,58	0	Dmáx X5	0	7,326
Dmín X2	578,58	0	Dmáx X6	0	5,356
Dmín X3	392,96	0	Dmáx X7	0	9,018
Dmín X4	436,59	0	Dmáx X8	0	6,188
Dmín X5	28,37	0	Dmáx X9	0	3,428
Dmín X6	17,16	0	Dmáx X10	0	1,958
Dmín X7	197,31	0	Dmáx X11	190,91	0
Dmín X8	129,71	0	Dmáx X12	3.105,89	0
Dmín X9	263,87	0	Dmáx X13	112,82	0
Dmín X10	70,68	0	Dmáx X14	0	4,082
Dmín X11	0	-2,36	Dmáx X15	0	4,506
Dmín X12	0	-1,43	Dmáx X16	0	2,368
Dmín X13	0	-1,87	Dmáx X17	0	1,568
Dmín X14	268,56	0	Dmáx X18	0	1,032
Dmín X15	249,41	0	Dmáx X19	0	8,81
Dmín X16	44,27	0	Dmáx X20	0	8,49
Dmín X17	213,12	0	Dmáx X21	0	1,83
Dmín X18	284,12	0	Dmáx X22	0	2,39
Dmín X19	228,49	0	Dmáx X23	0	0,11
Dmín X20	121,47	0	Dmáx X24	0	0,11
Dmín X21	393,92	0	Dmáx X25	16.486,5	0
Dmín X22	332,33	0	Dmáx X26	0	0,01
Dmín X23	112.272	0	Volume de leite	0	0,64
Dmín X24	17.088,5	0	Pasteurizador	3.497,19	0
Dmín X25	3.347,85	0	Batedeira	3.497,19	0
Dmín X26	4.389,33	0	Envasadora	95,84	0
Dmáx X1	0	18,85	Tachos	18.249,8	0
Dmáx X2	0	18,61	Tacho muçarela	1.927,02	0
Dmáx X3	0	19,22	Moldeira	1.927,02	0
Dmáx X4	0	3,54	Tacho industrial	75.367,8	0

Quadro 8 - Folga e shadow-price dos recursos no mês de Maio
Fonte: Elaboração própria

Como pode-se perceber, assim como no modelo para os meses do período das águas, todos os equipamentos apresentam capacidade ociosa durante o mês de maio e os maiores shadow-price continuam sendo os das restrições de demanda dos produtos com maiores margens de contribuição unitária.

Nesse contexto, o volume de leite recebido tem shadow-price maior que zero, indicando que é um recurso escasso. Conforme quadro 8, um incremento de uma unidade nesse

recurso melhora em R$ 0,64 o resultado da função objetivo. Portanto, no período da seca é interessante para a Cooperativa buscar formas de aumentar o volume de leite recebido.

O gráfico 2 mostra o incremento no ganho total em função da variação no volume de leite recebido pela Cooperativa, ou seja, o quanto ou até que ponto o ganho total pode melhorar com o aumento no volume de leite recebido.

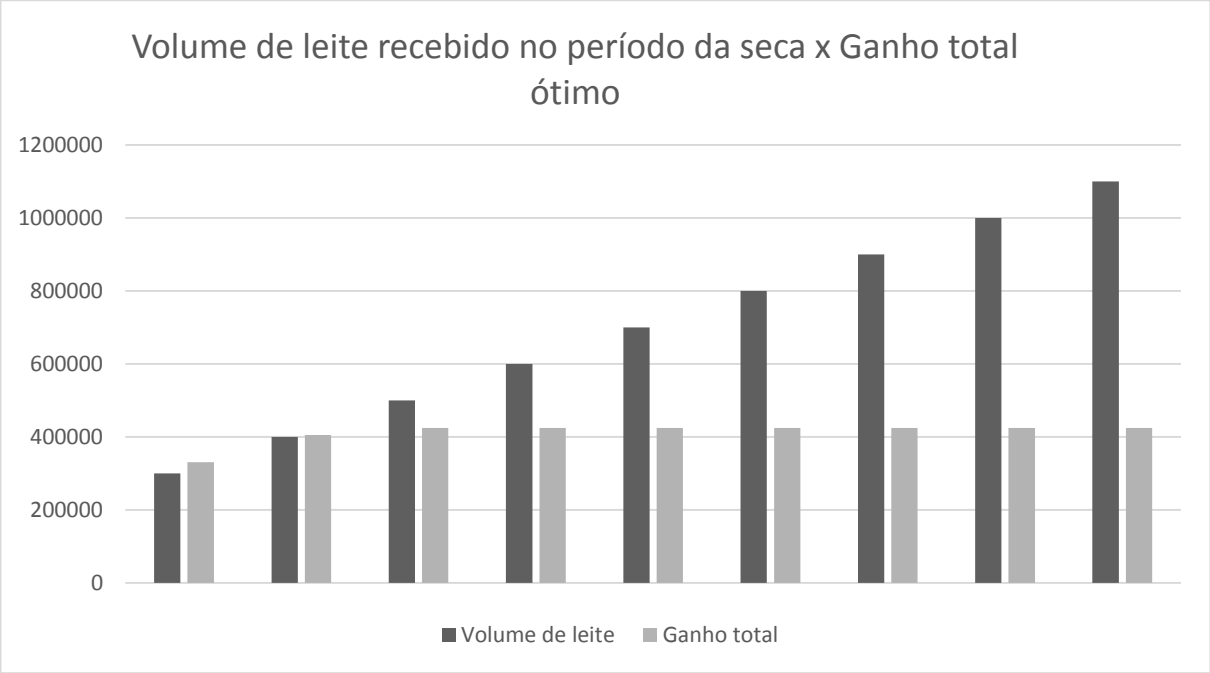

Gráfico 2 - Volume de leite recebido no período da seca x Margem de contribuição ótima
Fonte: Elaboração própria

De acordo com o gráfico, pode-se perceber que com um volume de leite em torno de 430.000 litros o ganho total se mantém constante para diferentes valores de leite recebido pela Cooperativa. Isso significa que a partir desse valor, aproximadamente, não é interessante para a empresa buscar meios de aumentar sua arrecadação de leite, uma vez que o mercado consumidor não é capaz de absorver essa quantidade de produtos e é inviável estocar esse tipo de produto por longos períodos de tempo.

4.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Os resultados do modelo proposto foram comparados com as vendas dos meses de janeiro, fevereiro, março e abril do ano de 2017. Essa comparação foi realizada para que seja verificado o quanto a produção prevista se aproximou das vendas realizadas, que no trabalho está sendo considerada como demanda real.

Os gráficos a seguir mostram os valores de vendas para os meses mencionados anteriormente e a produção sugerida pelo modelo proposto para cada tipo de produto.

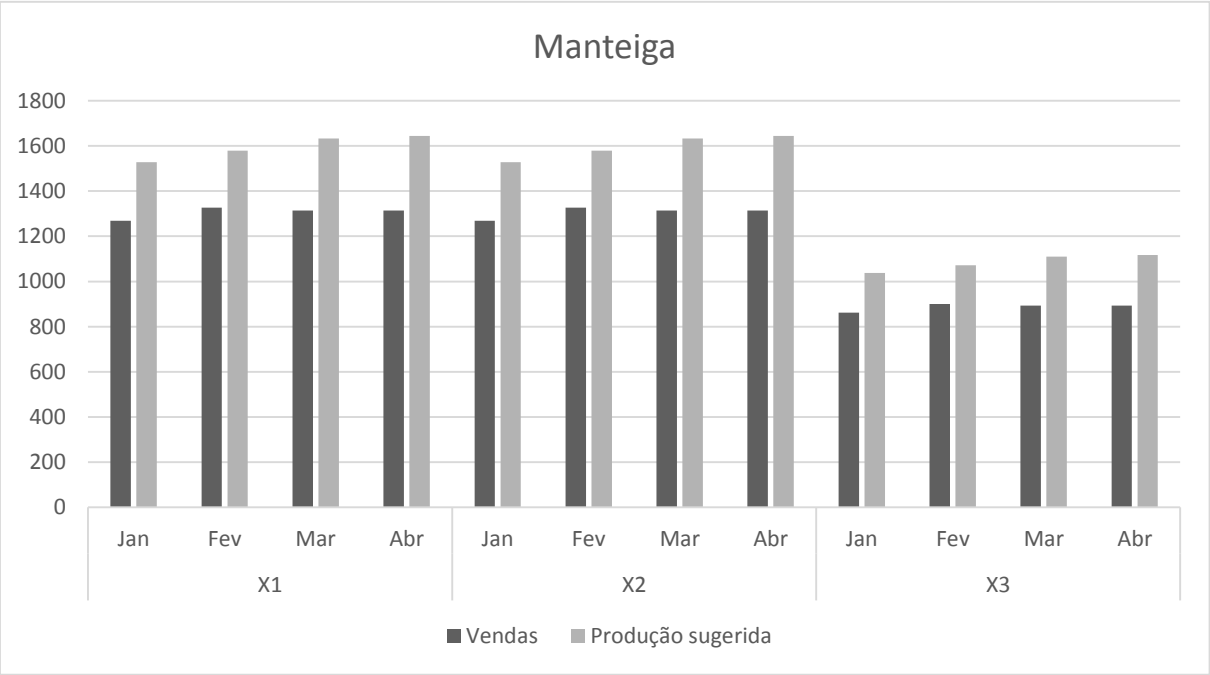

Gráfico 3 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de manteiga
Fonte: Elaboração própria

De acordo com o gráfico 3, a produção sugerida pelo modelo para as variedades de manteiga foi superior às vendas em todos os meses. Apesar dessa produção ter sido um pouco maior do que as vendas, isso pode indicar mudança de comportamento do mercado nesse período.

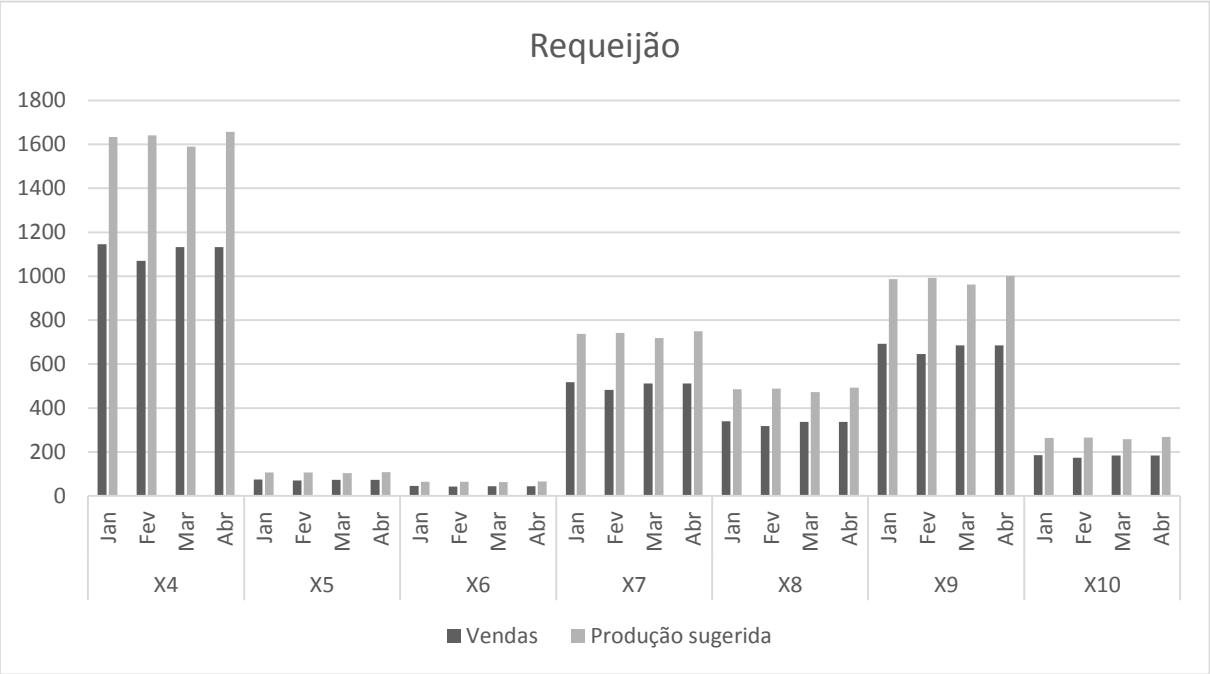

Gráfico 4 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de requeijão
Fonte: Elaboração própria

O gráfico 4 também indicou produção maior do que as vendas no período, principalmente para os produtos X4 (requeijão em barra) e X9 (requeijão em balde). Já com relação aos produtos X5 e X6 (requeijão light pequeno e requeijão light grande, respectivamente), os valores reais e do modelo ficaram próximos, o que pode indicar estabilidade na demanda por esses produtos.

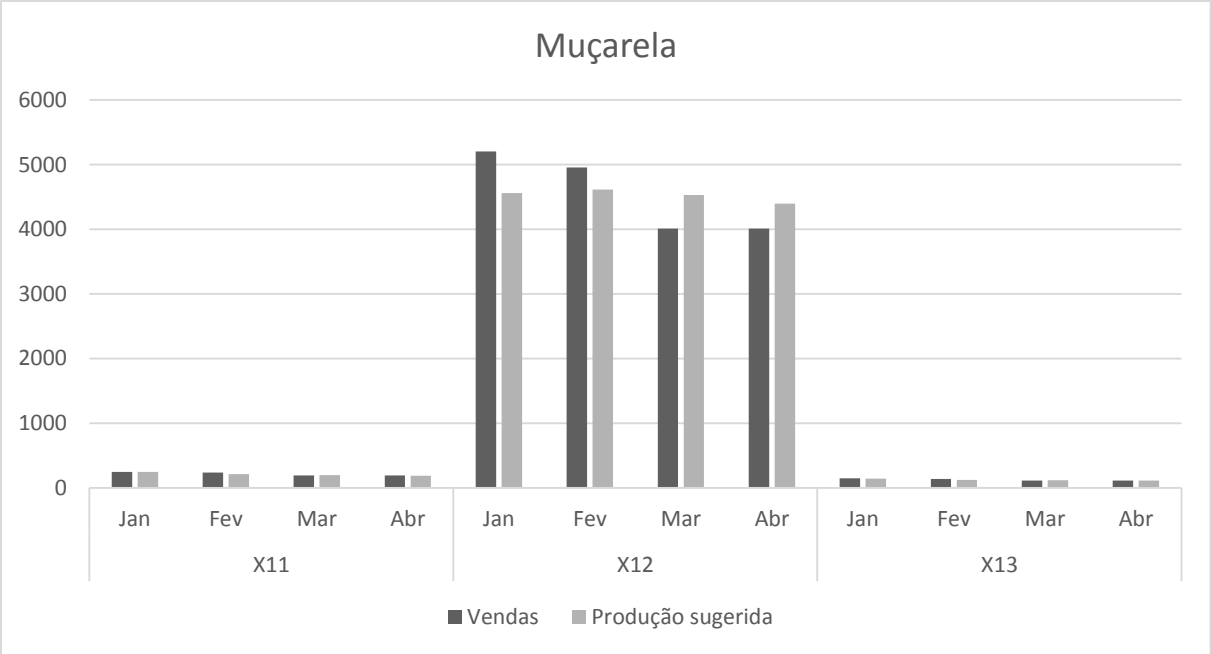

Gráfico 5 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de muçarela
Fonte: Elaboração própria

A muçarela, especificamente a embalagem de 3 quilos (X12), foi o único produto em que as vendas foram superiores a produção sugerida pelo modelo em alguns meses. Para as demais variedades esses valores foram praticamente os mesmos. É importante recordar que a muçarela foi a única variedade do mix em que a produção sugerida pelo modelo foi exatamente igual ou pouco maior do que a demanda mínima exigida.

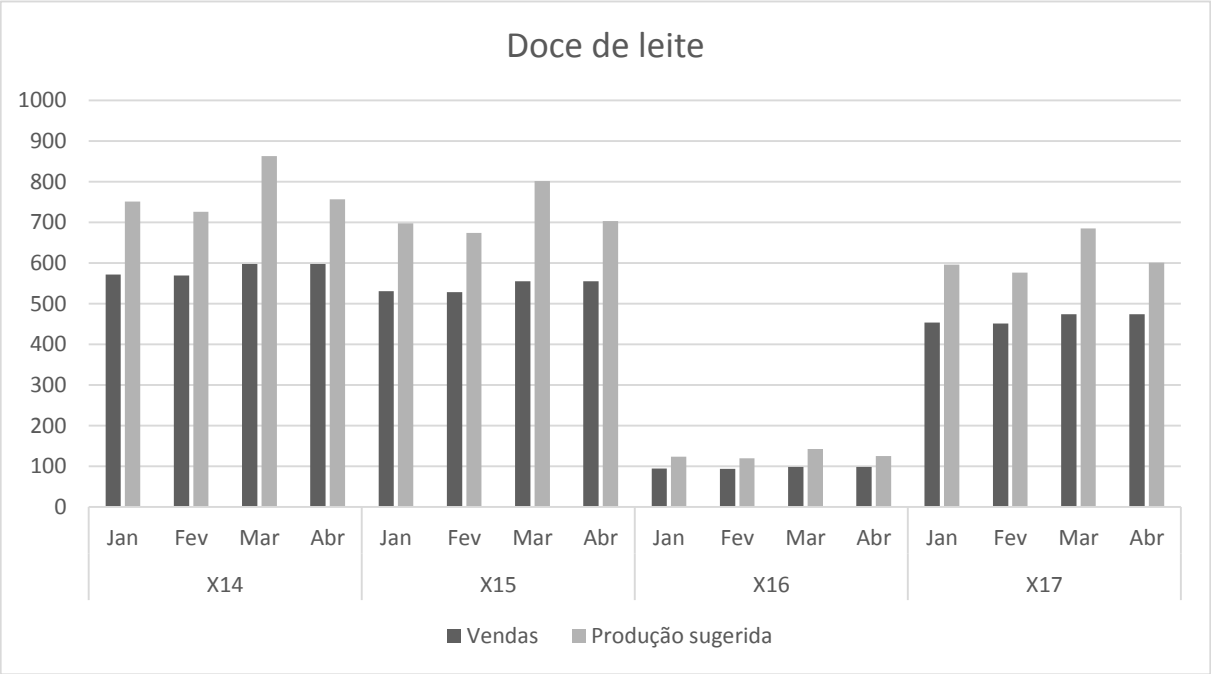

Gráfico 6 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de doce de leite
Fonte: Elaboração própria

O gráfico 6 apresenta a comparação para os tipos de doce de leite. Nele pode-se observar que, proporcionalmente, a diferença entre o realizado e o indicado pelo modelo foi quase a mesma no mesmo mês. Além disso, o período em que essa diferença mais se destacou para todos os produtos foi o mês de março e as vendas sempre apresentaram valores inferiores.

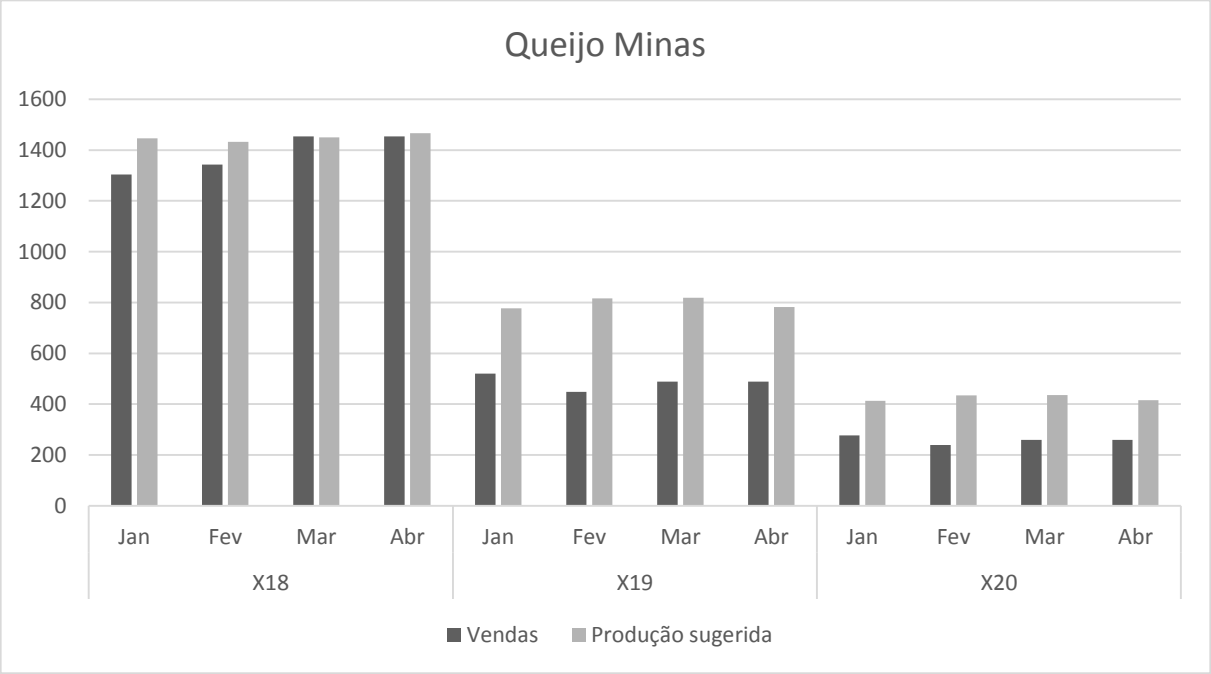

Gráfico 7- Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de queijo Minas
Fonte: Elaboração própria

A quantidade vendida e a produção sugerida para o queijo Minas frescal (X18) foram quase as mesmas para todos os meses analisados no gráfico 7. Entretanto, as demais variedades, X19 e X20, apresentaram valores de produção sugerida profundamente superiores às vendas de todos os meses.

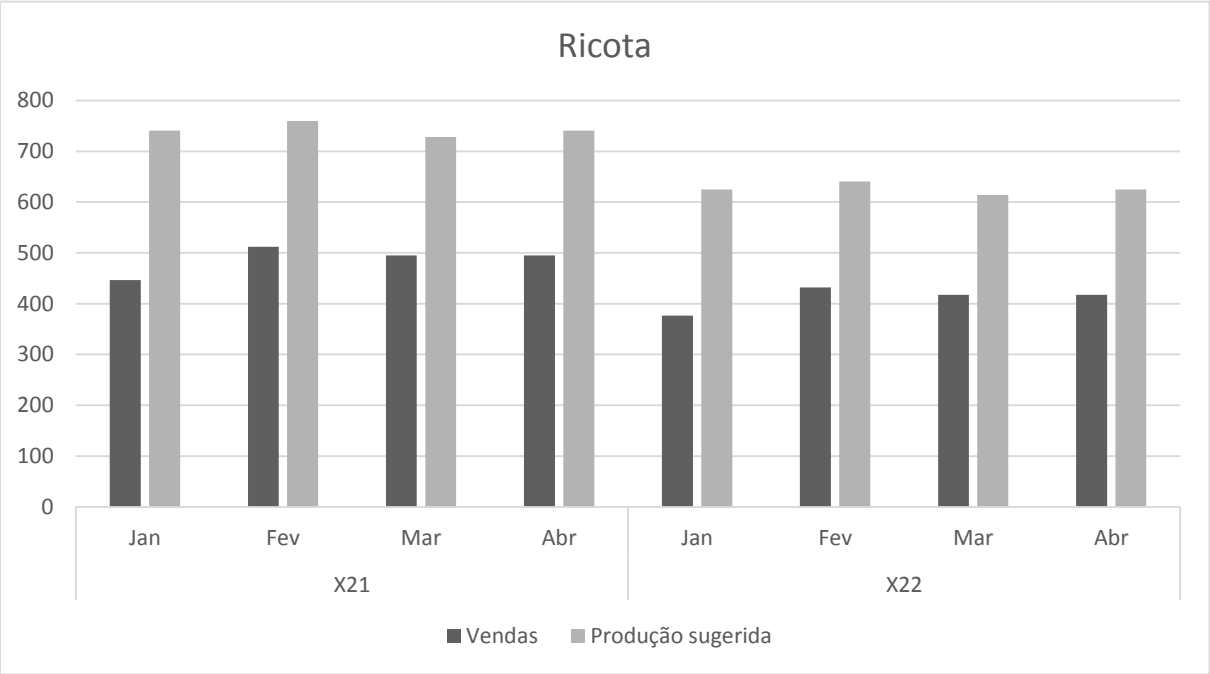

Gráfico 8 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de ricota
Fonte: Elaboração própria

Para as variedades de ricota o modelo também indicou valores de produção consideravelmente superiores às vendas, principalmente no mês de janeiro.

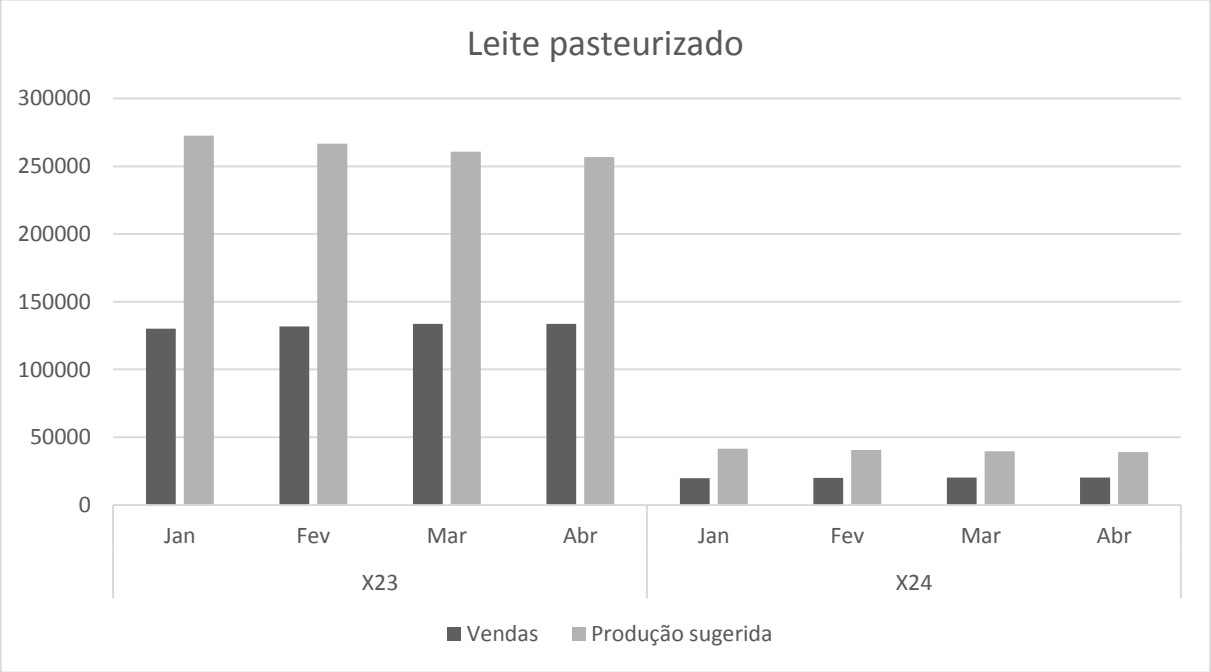

Gráfico 9 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de leite pasteurizado
Fonte: Elaboração própria

De acordo com o gráfico 9, os resultados do modelo proposto para as duas variedades de leite em todos os períodos foram quase duas vezes maiores do que os valores de venda desse produto.

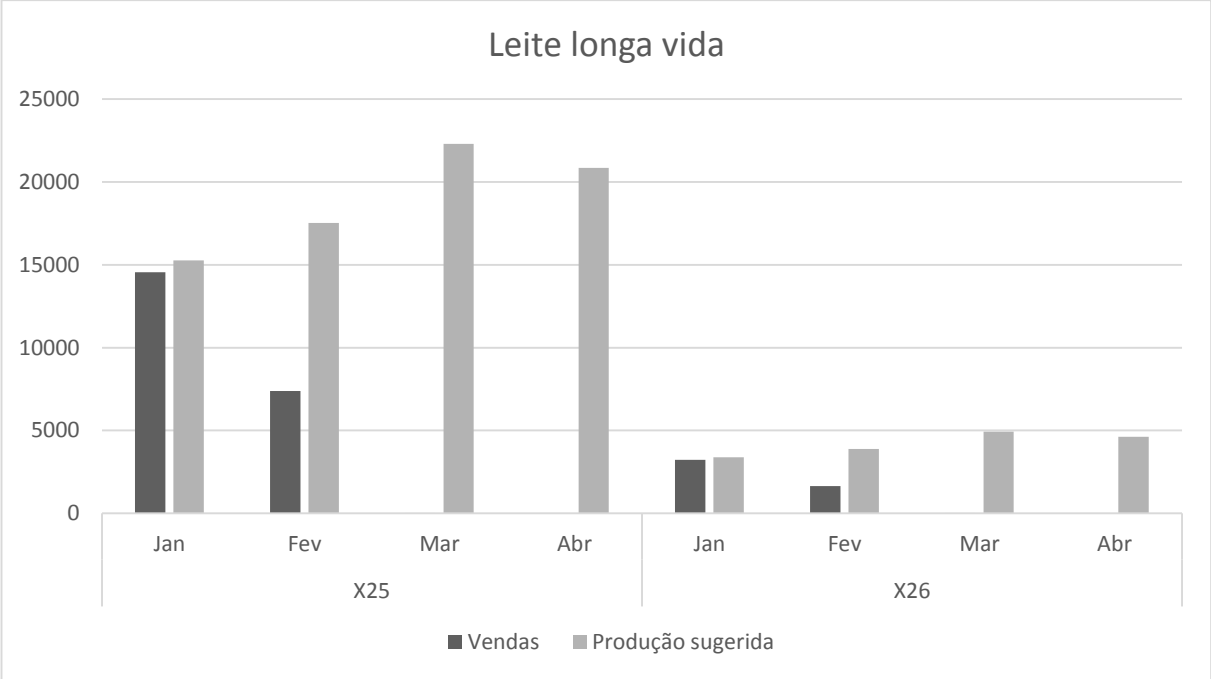

Gráfico 10 - Vendas x Produção sugerida pelo modelo para as variedades de leite longa vida
Fonte: Elaboração própria

O gráfico 10 apresenta valores muito diferentes entre as vendas e a produção sugerida pelo modelo para os meses de março e abril das variedades de leite longa vida. Isso pode ter acontecido por erro na coleta de dados ou até mesmo indicar uma mudança no comportamento da demanda por esses produtos.

No geral, os resultados do modelo proposto neste trabalho foram satisfatórios quando comparados com as vendas reais.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo geral do trabalho foi elaborar um modelo de programação linear que resultasse em um mix ótimo de produção para uma indústria de lácteos. Tal objetivo foi totalmente atendido, visto que os resultados do modelo indicaram valores praticáveis e próximos da realidade da empresa.

Com relação aos objetivos específicos, na definição da margem de contribuição unitária foi feita uma análise criteriosa que permitiu determinar as informações relevantes nos custos de cada produto e determinar valores consistentes para os coeficientes da função objetivo.

O cálculo da capacidade, que foi baseado nos dados disponibilizados pela empresa, pretendeu compreender o máximo de informações relacionadas aos processos produtivos para que os resultados conquistados fossem compatíveis com a capacidade real. Esses valores podem ser aperfeiçoados com novas medições e registros mais precisos para que as saídas de trabalhos futuros sejam ainda mais confiáveis.

O objetivo específico de elaborar a previsão de demanda com base no histórico de vendas é um ponto que pode ser aprimorado em trabalhos futuros. Na confecção do modelo para definição do intervalo de demanda, os valores dos coeficientes de a1i e a2i podem ser melhor definidos. No presente trabalho foram colocados valores diferentes apenas para o modelo ter opção de escolha em caso de empate. Entretanto, para uma melhor definição desses coeficientes podem ser considerados custos de vendas perdidas e custos de armazenagem de produtos acabados. Dessa forma, a escolha do intervalo de confiança para a faixa de demanda contará com informações reais e não apenas com valores arbitrários para que haja desempate.

Por fim, é importante salientar que o trabalho de conclusão de curso é uma fase importante na formação de um aluno como engenheiro de produção, uma vez que exige a aplicação de conceitos e fundamentos aprendidos em sala de aula para identificar e solucionar problemas reais.

Além disso, este trabalho pode ser utilizado como exemplo para pequenos e médios laticínios na determinação do mix ótimo de produção e assim, aumentar o ganho financeiro e otimizar a utilização dos recursos dessas empresas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, E. F. L. de. **Aspectos Sociais da Produção de Leite no Brasil.** In: MADALENA, F. E.; MATOS, L. L.; HOLANDA JR., E. V. (editores). Produção de Leite e Sociedade: uma análise crítica da cadeia do leite no Brasil. Belo Horizonte: FEPMVZ, 2001. Disponível em: <http://www.fernandomadalena.com/site_arquivos/909.pdf>. Acesso em: 4 nov. 2016.

ALMEIDA JÚNIOR, J. F. de. **Planejamento da produção na indústria de laticínios:** práticas atuais e desenvolvimento de um protótipo de sistema de apoio à decisão. Viçosa, 2004. Tese (Pós-graduação em Ciência e Tecnologia de Alimentos). Universidade Federal de Viçosa. Disponível em: <https://www.sbiagro.org.br/pdf/revista/rbiagro-v7n2-artigo2.pdf>. Acesso em: 14 nov. 2016.

ALMEIDA JÚNIOR, J.F. de; SILVA, C. A. B. da. Um sistema de apoio à decisão baseado em planilha eletrônica para o planejamento da produção na indústria de laticínios. **Revista Brasileira de Agroinformática.** Viçosa, v. 7, n. 2, p. 17-31, 2005. Disponível em: <https://www.sbiagro.org.br/pdf/revista/rbiagro-v7n2-artigo2.pdf>. Acesso em: 14 nov. 2016.

ALVIM, M. J. et al. **Mercado e Comercialização** - Mercado de Leite e Derivados. Embrapa, 2005. Disponível em <https://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Leite/LeiteRecriadeNovilhas/mercados.htm>. Acesso em: 4 out. 2016.

BRASIL. Empresa de Assistência Técnica e Extensão Rural do Estado de Minas Gerais. **Minas Leite**: História. Disponível em: <http://www.emater.mg.gov.br/portal.cgi?flagweb=site_tpl_minas_leite&id=7530>. Acesso em: 8 nov. 2016.

CAIXETA FILHO, J. V. **Pesquisa operacional:** técnicas de otimização aplicadas a sistemas agroindustriais. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2010. 176 p.

CARVALHO, G. R. **A indústria de laticínios no Brasil:** passado, presente e futuro. Embrapa Gado de Leite, 2010. (Embrapa Gado de Leite. Circular Técnica, 102). Disponível em: <https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/870411/1/CT102.pdf>. Acesso em: 4 out. 2016.

CASTRO, L.; BORGERT, A.; SOUZA, F. R. Definição do mix de produção em uma indústria de lácteos com uso da programação linear: um estudo de caso. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CUSTOS, 22., 2015, Foz do Iguaçu. Disponível em: <https://anaiscbc.emnuvens.com.br/anais/article/viewFile/4051/4052>. Acesso em: 4 out. 2016.

CRAIG, K. L.; NORBACK, J. P.; JOHNSON, M. E. A linear programming model integrating resource allocation and product acceptability for processed cheese products. **Journal of dairy Science.** Madison,v. 72, n. 11, p. 3098-3108, 1989.

EMATER. Empresa de Assistência Técnica e Extensão Rural do Estado de Minas Gerais. História: Minas Leite. Disponível em: <http://www.emater.mg.gov.br/portal.cgi?flagweb=site_tpl_minas_leite&id=7530>. Acesso em: 4 out. 2016.

GEARY, U.; SHALLO, L.; LOPEZ, N.; Development of a dairy processing sector model for the Irish dairy industry. **Advances in Animal Biosciences**, Cambrigde, v. 1, n. 1, p. 335-335, 2010. Disponível em: < https://www.cambridge.org/core/journals/advances-in-animal-biosciences/article/development-of-a-dairy-processing-sector-model-for-the-irish-dairy-industry/18660560EFC4D86966B9FE8F91F0C653>. Acesso em: 4 out. 2016.

IBGE: produção de leite cresceu 2,7% em 2014; Sul tornou-se a maior região produtora. Disponível em < http://www.milkpoint.com.br/cadeia-do-leite/giro-lacteo/ibge-producao-de-leite-cresceu-27-em-2014-sul-tornouse-a-maior-regiao-produtora-97326n.aspx>. Acesso em: 4 out. 2016.

IBGE: Pesquisa Pecuária Municipal. Disponível em <http://www.sidra.ibge.gov.br/bda/tabela/listabl.asp?c=74&z=p&o=29>. Acesso em: 19 nov. 2016.

MENDES, A. C. A.; SOALHEIRO, E. M.; SILVEIRA, T. S.; ZUCCOLOTTO, R.; COSTA, T. M. T. Simulação de Monte Carlo como Ferramenta de Apoio à Decisão em um Laticínio na Zona da Mata Mineira. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CUSTOS, 17., 2010, Belo Horizonte. Disponível em: <https://anaiscbc.emnuvens.com.br/anais/article/view/682/682>. Acesso em: 19 nov. 2016.

MENEGHINI, R. C. M. **Ferramenta para maximização do lucro de laticínios pelo planejamento do mix ótimo de produtos lácteos e precificação dos componentes do leite cru.** 2014. Tese (Doutorado em Ciências) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 2014. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/11/11139/tde-30042014-113554/en.php>. Acesso em: 3 nov. 2016.

MINAS GERAIS. Governo do Estado de Minas Gerais. Secretaria de Ciência, Tecnologia e Ensino Superior. **Perfil do Produtor de Leite nas Mesorregiões da Zona da Mata e Campo das Vertentes de Minas Gerais.** Belo Horizonte, MG: Pólo de Excelência do Leite e Derivados, 2010. Disponível em: <http://www.sistemafaemg.org.br/Content.aspx?Code=1405&fileDownload=True&Portal=1&ParentCode=1404>. Acesso em: 3 out. 2016.

MIRANDA, G. J.; MARTINS, V. F.; FARIA, A. F. de. O uso da programação linear num contexto de laticínios com várias restrições na capacidade produtiva. **Custos e @gronegócio.** Uberlândia, v. 3, p. 902, 2007. Disponível em: <http://www.custoseagronegocioonline.com.br/especialv3/programacao%20linear.pdf>. Acesso em: 3 nov. 2016.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa operacional:** curso introdutório. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010. 356 p.

NANCI, L. C. et al. **O PCP no contexto estratégico**. In: LUSTOSA et. al.. Planejamento e Controle da Produção. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008, p. 5-10.

PADILHA, A. C. M. **Informações na tomada de decisões de produção da cadeia produtiva de leite da região de Palmeira das Missões – RS**. 2003. Dissertação (Mestrado em Agronegócios) - Centro de Estudos e Pesquisas em Agronegócios, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003. Disponível em: <http://www.sober.org.br/palestra/12/02O088.pdf >. Acesso em: 3 nov. 2016.

SAITO, M. M. **Determinação do plano de produção ótimo para uma indústria de laticínios.** 2007. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2007. Disponível em <http://www.ufjf.br/ep/files/2014/07/2007_3_Michael.pdf>. Acesso em: 4 out. 2016.

SANTOS, J. J. **Contabilidade e Análise de Custos:** modelo contábil, métodos de depreciação, ABC - custeio baseado em atividades, análise atualizada de encargos sociais sobre salários, custos de tributos sobre compras e vendas. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2011. 245 p.

SIQUEIRA, K. B. et al. **O mercado lácteo brasileiro no contexto mundial**. Embrapa Gado de Leite. Embrapa Gado de Leite, 2010. (Embrapa Gado de Leite. Circular Técnica, 104). Disponível em: <http://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/886169/1/CT104Kennya.pdf>. Acesso em: 4 out. 2016.

SOBREIRO, V. A.; NAGANO, M. S. Um novo método heurístico para a otimização de mix de produção baseado na teoria das restrições e no problema da mochila. **Revista Produção Online.** Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 520-543, abr./jun. 2013. Disponível em: < https://www.producaoonline.org.br/rpo/article/view/1125>. Acesso em: 4 out. 2016.

SOUZA JUNIOR, A. J. de; ARAÚJO, R. E. C.; ALVES, D. B. **Modelagem Matemática na Indústria de Laticínio.** Uberlândia, 2005. Disponível em: < http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/cd_xxviii_cnmac/posters/054posterCNMAC2005_deive_alves.pdf>. Acesso em: 14 nov. 2016.

ANEXO A – TERMO DE AUTENTICIDADE

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA

Termo de Declaração de Autenticidade de Autoria

Declaro, sob as penas da lei e para os devidos fins, junto à Universidade Federal de Juiz de Fora, que meu Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Graduação em Engenharia de Produção é original, de minha única e exclusiva autoria. E não se trata de cópia integral ou parcial de textos e trabalhos de autoria de outrem, seja em formato de papel, eletrônico, digital, áudio-visual ou qualquer outro meio.
Declaro ainda ter total conhecimento e compreensão do que é considerado plágio, não apenas a cópia integral do trabalho, mas também de parte dele, inclusive de artigos e/ou parágrafos, sem citação do autor ou de sua fonte.
Declaro, por fim, ter total conhecimento e compreensão das punições decorrentes da prática de plágio, através das sanções civis previstas na lei do direito autoral[1] e criminais previstas no Código Penal[2], além das cominações administrativas e acadêmicas que poderão resultar em reprovação no Trabalho de Conclusão de Curso.

Juiz de Fora, 10 de JULHO de 2017.

CINARA CORRÊA CUNHA	201049112
NOME LEGÍVEL DO ALUNO (A)	Matrícula
Cinara Corrêa Cunha	105 846 166 43
ASSINATURA	CPF

[1] LEI N° 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998. Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.
[2] Art. 184. Violar direitos de autor e os que lhe são conexos: Pena - detenção, de 3 (três) meses a 1 (um) ano, ou multa.