UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

VINICIUS GARCIA TEIXEIRA

APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR NA ALOCAÇÃO DE VAGÕES GÔNDOLA PARA O TRANSPORTE DE FERRO GUSA NA MRS LOGÍSTICA S.A.

JUIZ DE FORA
2011

VINICIUS GARCIA TEIXEIRA

APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR NA ALOCAÇÃO DE VAGÕES GÔNDOLA PARA O TRANSPORTE DE FERRO GUSA NA MRS LOGÍSTICA S.A.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Orientador: DSc., Fernando Marques de Almeida Nogueira

JUIZ DE FORA

2011

Teixeira, Vinicius Garcia.

Aplicação de programação linear na alocação de vagões gôndola no transporte de ferro gusa na MRS Logística S.A. / Vinícius Garcia Teixeira. – 2011.
56 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia de Produção)–Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

1. Pesquisa operacional. 2. Programação linear. I. Título.

CDU 519.8

VINICIUS GARCIA TEIXEIRA

APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR NA ALOCAÇÃO DE VAGÕES GÔNDOLA PARA O TRANSPORTE DE FERRO GUSA NA MRS LOGÍSTICA S.A.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Aprovada em 10 de Novembro de 2011.

BANCA EXAMINADORA

_____

DSc., Fernando Marques de Almeida Nogueira

Universidade Federal de Juiz de Fora

_____

MSc., Roberto Malheiros Moreira Filho

Universidade Federal de Juiz de Fora

_____

Geraldo Magela Titonelli Pinto

MRS Logística S.A.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por sempre guiar meus passos.

Ao Fernando, por orientar esse trabalho e apresentar a pesquisa operacional como algo tão desafiador.

Ao Roberto Malheiros, pela disponibilidade e paciência para me auxiliar em todos os momentos.

Ao Geraldo Magela, por ser o principal incentivador do trabalho, fornecendo o conhecimento prático para a elaboração do mesmo.

À Jú, por ser fundamental em tudo na minha vida e ter auxiliado cada etapa na elaboração desse trabalho.

Aos meus pais e a minha irmã, pela paciência e dedicação que nunca faltaram nos momentos que mais precisei.

Ao Eduardo Guedes, pela solicitude e auxilio fundamentais para o resultado desse trabalho.

À UFJF, por ter dado toda a condição para que eu pudesse chegar até aqui.

À MRS Logística S.A., pela oportunidade e incentivo para a realização do trabalho.

A todos que torceram por mim, pela força que nunca faltou.

RESUMO

A MRS Logística S.A. possui os direitos de concessão da malha ferroviária que conectam os principais eixos econômicos do país (Rio de Janeiro, São Paulo e Minas Gerais). Atualmente o processo de elaboração do plano mensal e semanal de atendimento à demanda dos clientes é realizado por meio de planilhas em Excel, sem empregar conceitos de Pesquisa Operacional. Todavia, a inexistência de uma metodologia robusta, faz com que as respostas obtidas não sejam sempre a de melhor eficiência e produtividade. O presente trabalho trata acerca da determinação de um modelo matemático que solucione o problema de alocação de vagões gôndolas de carga geral através do emprego de Programação Linear. Diante da limitação de recursos da empresa, tal como quantidade restrita de vagões para transporte e vasta carteira de atendimento de clientes, torna-se fundamental determinar como alocar esses recursos de forma eficiente e lucrativa. Cada cliente e suas respectivas cargas fornecem uma determinada margem financeira, parametrizada como margem por vagão hora. Dessa maneira, é possível modelar um problema real e aplicar Programação Linear que permita definir quais clientes devem ser atendidos, buscando maximizar o resultado sob o aspecto financeiro e garantindo o ponto ótimo no atendimento. O intuito é desenvolver um modelo capaz de determinar a melhor distribuição de vagões entre as cargas de clientes que demandam atendimento, assim otimizando os recursos disponíveis em cada situação, gerando a maior margem por vagão hora possível. O estudo foi conduzido na Gerência de Gestão de Demanda, que integra a Diretoria Comercial da MRS Logística S.A. A pesquisa limita-se à carga geral do tipo ferro gusa, abrangendo clientes que utilizam vagões gôndola no transporte de carga geral. O modelo matemático, desenvolvido no *software* Lindo 6.1, apresentou resultado satisfatório, uma vez que foi possível solucionar o problema de alocação de vagões proposto inicialmente, gerando o melhor resultado para companhia.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional. Programação Linear. Carga Geral.

ABSTRACT

MRS Logistica S.A. detains railway concession rights connecting the main economic regions of Brazil (Rio de Janeiro, Sao Paulo and Minas Gerais). The current elaboration process of the monthly and weekly transportation plan is very manual and using concepts of Internal Operational Research. However, due to a lack of robust methodology, the outcomes do not always represent the best efficiency and productivity. This paper has an objective to determine a mathematical model to solve the problem of allocation at Gondola Freight car of general cargo through the use of Linear Programming. Given the limited resources of the company, such as restricted amount of wagons for transportation and broad portfolio of clients, it becomes important to determine how to allocate these resources efficiently and profitably. For each client and its respective charge it is provided a certain profit margin, parameterized in hours per wagon. Thus, it is possible to model a real problem and apply linear programming that allows definition of witch client should be served in order to maximize the result in a financial aspect, ensuring service optimization. The main goal is to develop a model to determine the best distribution of wagons among the loads of clients who require transportation services, optimizing the resources available in each situation, creating the largest profit margin possible in hours per wagon. The study was conducted at the Demand Management Department, which integrates the Commercial Department of MRS Logistica S/A. The research is limited to general cargo pig iron transportation, using Gondola Freight car. The mathematical model was developed utilizing the software Lindo 6.1, presenting a satisfactory outcome. It was possible to solve the wagon allocation problem first proposed, generating better outcome for the company.

Key words: Operations Research, Linear Programming, General Cargo.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – TU Total 2010 transportada pela MRS Logística S.A. 10
Figura 2 - Metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção..... 13
Figura 3 – Etapas para solução de problemas por meio do uso de Pesquisa Operacional 18
Figura 4 – Mapa de Atuação da MRS Logística S.A. 24
Figura 5 – Organograma Área Comercial na MRS Logística S.A 26
Figura 6 - Fluxo de Processo – Gestão de Demanda na MRS Logística S.A 27
Figura 7 – Pátios de Origem e Destino das Cargas, por Cliente 29

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Restrições por cliente 37
Quadro 2 – Dados - Primeira semana de maio 2011 38
Quadro 3 – Resultado da programação semanal 43
Quadro 4 – Análise de Resultados 44

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 10

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS 11
1.2 JUSTIFICATIVA 11
1.3 ESCOPO DO TRABALHO 11
1.4 FORMULAÇÃO DE HIPÓTESES 12
1.5 OBJETIVOS 12
1.6 DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA 13
1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO 14

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 16

2.1 PESQUISA OPERACIONAL 16
2.2 PROGRAMAÇÃO LINEAR 18
2.3 ALGORITMO SIMPLEX 20
2.4 PROGRAMAÇÃO INTEIRA 20
2.5 MODELAGEM 21
2.5.1 O PROCESSO DE MODELAGEM 21
2.5.2 TIPOS DE MODELOS 21
2.6 VARIÁVEIS BINÁRIAS 22

3 DESENVOLVIMENTO 23

3.1 DESCRIÇÃO DA EMPRESA: MRS LOGÍSTICA S.A. 23
3.2 DESCRIÇÃO DA UNIDADE DE ANÁLISE: GESTÃO DE DEMANDA 25
3.3 ANÁLISE DE DADOS E MODELAGEM 28
3.3.1 FUNÇÃO OBJETIVO 30
3.3.2 RESTRIÇÕES 30
3.3.3 MODELO MATEMÁTICO GERAL 31
3.3.4 APLICAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PARA A PROGRAMAÇÃO SEMANAL 37

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES 43

5 CONCLUSÃO..... 46

6 REFERÊNCIAS..... 48

7 ANEXO A – PROGRAMAÇÃO EM LINGUAGEM COMPUTACIONAL 50

8 ANEXO B – TERMO DE AUTENTICIDADE 54

1 INTRODUÇÃO

O transporte brasileiro de Carga Geral na ferrovia a partir do ano 2000 ingressou em uma fase de grandes investimentos, caracterizada pelo aumento da capacidade (oferta) e a assimilação de diversificados serviços logísticos. Nesse período, ampliaram-se os pátios de manobras, aumentou-se a capacidade de suporte da via permanente, construíram-se terminais de integração rodo ferroviários e adquiriu-se novo material rodante. O sistema foi pressionado pelo aumento da demanda, não só dos tradicionais produtos transportados na ferrovia como minério de ferro, carvão e produtos siderúrgicos, como também por novas demandas entre elas, materiais de construção civil, açúcar, ferro gusa e contêineres. (BNDES, 2011)

A crescente demanda pelo transporte de Carga Geral na MRS Logística S.A. acarreta em um processo decisório sobre qual cliente será atendido, uma vez que, apesar dos investimentos, os recursos são escassos e a pressão por atendimento, tanto interna quanto externa, aumenta a cada dia. Tratar de forma subjetiva a decisão, pode não gerar a melhor solução de atendimento e, por isso, torna-se fundamental estabelecer uma ferramenta objetiva que ofereça velocidade e confiabilidade ao processo de decisão. Esse crescimento pode ser observado na figura a seguir:

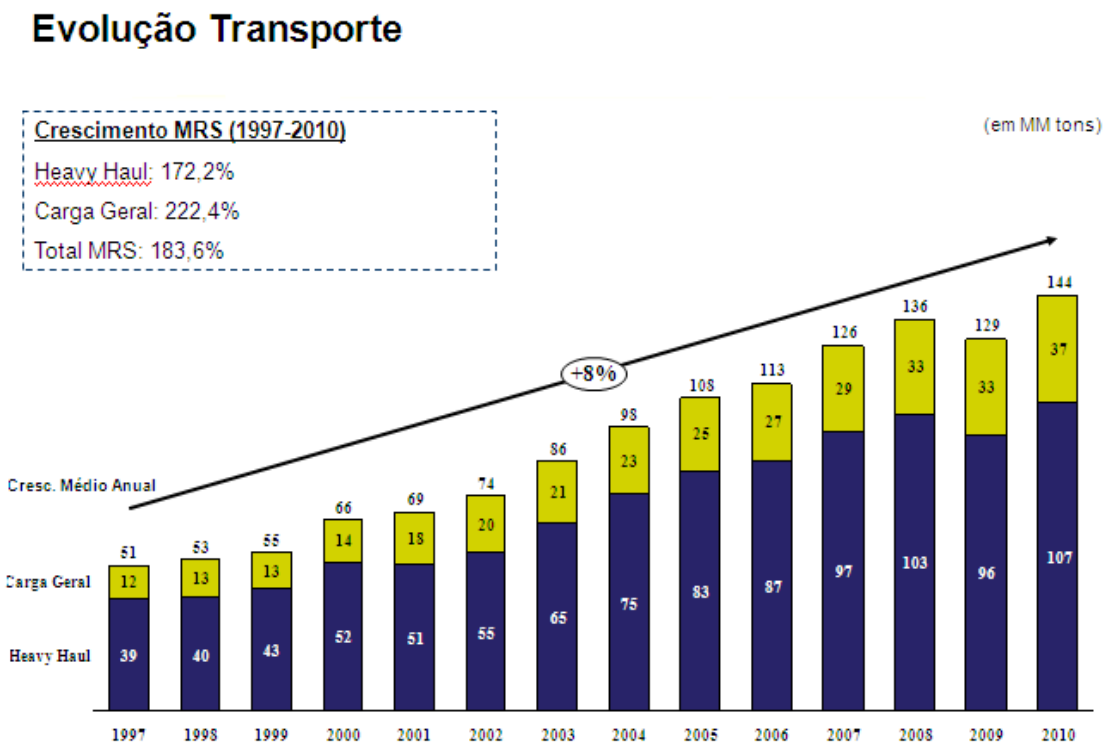

Figura 1 – TU Total 2010 transportada pela MRS Logística S.A.
Fonte: MRS Logística S.A. (2011) adaptado

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A necessidade das organizações em obter parâmetros de decisão confiáveis e objetivos para determinar a alocação ótima de recursos, torna os modelos matemáticos cada vez mais importantes e aplicáveis. Por fornecer aos gestores as informações necessárias para a tomada de decisão, segundo Silva et. al (1998) a Pesquisa Operacional é reconhecida como um método científico de tomada de decisões.

Dentro da MRS Logística S.A. a área responsável pela tomada de decisão sobre qual cliente atender, uma vez que a capacidade máxima de determinado recurso foi atingida, é a Gestão de Demanda, inserida na Diretoria Comercial.

A proposta do trabalho é estabelecer um modelo matemático aplicável à Gestão de Demanda, que seja capaz de embasar as decisões tomadas, apresentando um resultado objetivo oriundo da Programação Linear Inteira.

1.2 JUSTIFICATIVA

A elaboração do trabalho justifica-se pela falta de um critério científico para embasar as decisões comerciais sobre a alocação ótima dos vagões disponíveis. Ao retirar a subjetividade da tomada de decisão, torna-se o processo mais justo e transparente, uma vez que, além de decidir, cabe à Gestão de Demanda justificar a escolha para as Gerências de Vendas da Diretoria Comercial. A implementação do método proposto possibilitará a obtenção de melhores resultados financeiros para a Diretoria Comercial.

O trabalho justifica-se ainda, por padronizar e agilizar o processo de tomada de decisão, sobre a alocação dos vagões por cliente.

1.3 ESCOPO DO TRABALHO

O presente trabalho deverá ser aplicado pela Gestão de Demanda da MRS Logística S.A. para realizar a alocação de vagões do tipo gôndolas que são utilizados para o transporte de ferro gusa com origem em Sarzedo Novo - MG.

Para tanto, conceitos de Pesquisa Operacional serão utilizados, e por meio de Programação Linear o parâmetro decisório “margem por vagão hora” será maximizado.

O modelo matemático elaborado poderá ser utilizado para elaboração do programa de atendimento a demanda dos clientes mensalmente, semanalmente ou diariamente. Sendo

essa programação feita com ênfase na visão comercial da empresa, é uma alternativa à programação realizada com visão exclusivamente operacional.

1.4 FORMULAÇÃO DE HIPÓTESES

Através do modelo que será estabelecido, espera-se obter a melhor distribuição de vagões gôndolas para o transporte de ferro gusa na Estação Ferroviária de Sarzedo Novo. Assim a Gestão de Demanda pode solucionar o atendimento aos clientes maximizando a margem por vagão hora.

O modelo vai contemplar as restrições: número de vagões gôndolas disponíveis, os volumes de cargas para o transporte, as capacidades dos terminais de carga e de descarga, os períodos de retorno dos vagões para carregamento e os dias disponíveis para o transporte. A função objetivo a ser maximizada contempla a soma das margens por vagão hora de cada cliente que está envolvido no processo decisório.

O modelo matemático buscará retratar a realidade por meio de programação linear, com isso a modelagem será inteiramente expressa em termos de equações de programação linear inteira. Os dados modelados partirão apenas de um terminal de origem, sendo necessário adaptar o modelo para outros pontos de carga.

Vale ressaltar que o método proposto, por utilizar apenas a programação linear inteira, possui limitações no que tange à linearidade do que está sendo estudado. Caso o problema real modelado não respeite uma lógica linear, o modelo não será aplicável.

1.5 OBJETIVOS

O objetivo principal do trabalho é definir uma forma objetiva para a distribuição dos vagões do tipo gôndola para transporte de ferro gusa oriundos do terminal de cargas em Sarzedo Novo. Outro objetivo é estabelecer o melhor programa de atendimento com visão comercial e, assim, criar uma ferramenta que possa ser facilmente aplicada na MRS Logística S.A. e prontamente utilizada pela Gestão de Demanda.

Outro objetivo consequente ao desenvolvimento e aplicação do modelo é findar a análise subjetiva e fundamentar explicações sobre a escolha de um cliente em detrimento dos outros, utilizando o modelo matemático para provar objetivamente a melhor escolha.

1.6 DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA

A classificação do estudo aqui proposto para definição da metodologia mais adequada foi realizada de acordo com a estratificação proposta na figura 2 por meio da qual é possível delinear as características presentes na pesquisa e conduzir o desenvolvimento de maneira adequada.

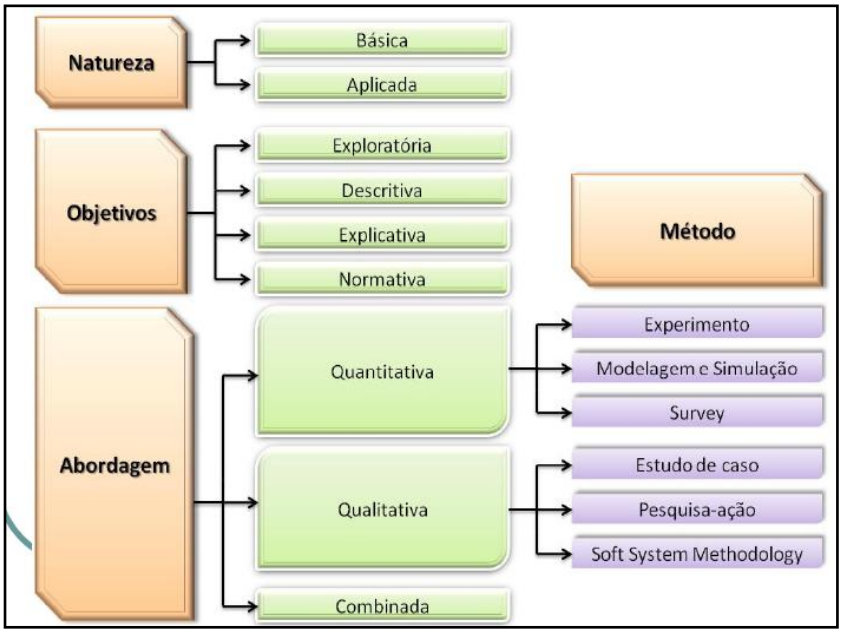

Figura 2 - Metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção
Fonte: Miguel (2010) adaptado

Inicialmente o autor faz a classificação quanto à natureza da metodologia. O presente estudo é de natureza aplicada, uma vez que busca desenvolver um modelo de decisão a ser implementado na prática de uma companhia do ramo logístico, ou seja, um sistema real.

Quanto aos objetivos, estes podem ser caracterizados como exploratórios e normativos, uma vez que o intuito é explorar as variáveis que definem o planejamento de transporte no que tange aos vagões tipo gôndola destinado a cargas gerais, além de buscar padronizar a forma como o planejamento deve ser atendido. A abordagem é quantitativa, demandando análise matemática. O método utilizado é a modelagem e simulação, tratando-se de uma pesquisa operacional que definirá um modelo para a situação em questão. A unidade de estudo é uma empresa do ramo logístico que atua no setor de transporte ferroviário.

As etapas a serem seguidas para desenvolvimento do estudo foram baseadas na proposta de Silva et al. (1998), conforme segue abaixo:

a) Definição do problema: a definição do problema baseia-se em três aspectos principais: descrição exata dos objetivos do estudo; identificação das alternativas de decisão existentes; reconhecimento das limitações, restrições e exigências do sistema.

b) Construção do modelo: a escolha apropriada do modelo é fundamental para a qualidade da solução fornecida. Se o modelo elaborado tem a forma de um modelo conhecido, a solução pode ser obtida através de métodos matemáticos convencionais. Por outro lado, se as relações matemáticas são muito complexas, talvez se faça necessária a utilização de combinações de metodologias.

c) Solução do modelo: o objetivo desta fase é encontrar uma solução para o modelo proposto. Ao contrário das outras fases, que não possuem regras fixas, a solução do modelo é baseada geralmente em técnicas matemáticas existentes.

d) Validação do modelo: um modelo é válido se, levando-se em conta sua inexatidão em representar o sistema, ele for capaz de fornecer uma previsão aceitável do comportamento do sistema

e) Implementação da solução*:* avaliadas as vantagens e a validação da solução obtida, esta deve ser convertida em regras operacionais. A implementação, por ser uma atividade que altera uma situação existente, é uma das etapas críticas do estudo. Para efetivação desta fase, a organização onde o estudo está sendo realizado deverá validar o modelo e autorizar a sua implementação.

Para desenvolvimento da pesquisa serão abordados os passos acima. Para resolução da programação linear do modelo estudado será utilizado o *software* Lindo 6.1, de linguagem própria e que se configura como uma ferramenta de simples utilização.

1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO

Os capítulos apresentados no trabalho proposto podem ser descritos da seguinte maneira:

a) CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO

Neste capítulo o tema da pesquisa é delineado, discutindo-se acerca das justificativas, objetivos, escopo, hipóteses e metodologia científica de estudo.

b) CAPÍTULO II: REVISÃO DA LITERATURA

A revisão de literatura apresenta o estado da arte sobre pesquisa operacional, programação linear, programação inteira, algoritmo simplex e modelagem. Todo esse levantamento de referencial teórico busca embasar o desenvolvimento da pesquisa.

c) CAPÍTULO III: DESENVOLVIMENTO

O capítulo de desenvolvimento aborda a descrição da unidade de análise e a conjuntura na qual a organização está inserida, além de apresentar o protocolo de pesquisa, evidenciando as metodologias aplicadas e os testes realizados.

d) CAPÍTULO IV: RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados oriundos da pesquisa, comparando-os de maneira crítica, a fim de verificar se o modelo pode ser validado.

e) CAPÍTULO V: CONCLUSÕES

Na conclusão do estudo são discutidos os resultados, verificando se a pesquisa atingiu os objetivos inicialmente propostos. Propõe-se ainda, sugestões de temas relacionados a este trabalho para futuros estudos a fim de se obter melhorias.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 PESQUISA OPERACIONAL

Historicamente, os primeiros trabalhos de Pesquisa Operacional serviram para dar apoio quantitativo, aos comandantes das operações militares inglesas na Segunda Guerra Mundial. A grande quantidade de técnicas desenvolvidas abriu espaço para essa nova área de conhecimento que alcançou lugar de destaque em aplicações e pesquisas civis.

Segundo Andrade (1998) a Pesquisa Operacional passou a ser utilizada pela Engenharia de Produção como o método de resolução de problemas a partir da Segunda Guerra Mundial e hoje está tanto na comunidade acadêmica quanto nas empresas.

Para Silva et al. (1998) a Pesquisa Operacional como é conhecida atualmente inicia-se em 1939, onde estudos foram realizados por equipes interdisciplinares de cientistas, com o objetivo de desenvolver soluções para problemas militares de ordem estratégica e tática. O sucesso e credibilidade ganhos durante a guerra foram tão grandes que, terminado o conflito, esses grupos de cientistas e a sua nova metodologia de abordagem dos problemas se transferiram para as empresas que, com o grande crescimento econômico da época, enfrentaram também os problemas de decisão de grande complexidade. Em alguns países, em que prevaleceu a preocupação com a teoria, a Pesquisa Operacional se desenvolveu sob o nome de Ciência da Gestão ou Ciência da Decisão e em outros, em que predominou a ênfase nas aplicações, com o nome de Engenharia Industrial ou Engenharia de Produção.

Em linhas gerais, Silva et al. (1998) apresenta a Pesquisa Operacional como a utilização de um método de descrição de um sistema organizado, auxiliado por um modelo. De forma que experimentações do modelo levam a maneira ótima de operar o sistema.

Andrade (1998) apresenta a Pesquisa Operacional como um método científico para tomar decisões, por meio da elaboração de modelos, que permitem simulações e servem de auxílio para as decisões.

De acordo com Maximiano (2002) as diversas partes de um sistema são interdependentes e que para uma realidade complexa, deve haver um tratamento complexo. Por isso, as simplificações dos modelos podem apresentar soluções ótimas para as partes e que não necessariamente são boas para o todo.

Dois eventos motivaram o rápido desenvolvimento da Pesquisa Operacional. O primeiro foi o desenvolvimento de um algoritmo simples para solucionar problemas de programação linear, denominado algoritmo simplex e proposto por George Dantzig em 1947.

O segundo foi a proliferação dos microcomputadores e o rápido aumento em sua velocidade de processamento.

Atualmente com os grandes desenvolvimentos técnicos e metodológicos, com o apoio de meios computacionais de crescente capacidade e disseminação, é possível avaliar enormes volumes de dados sobre as atividades. Face ao seu caráter multidisciplinar, a Pesquisa Operacional é uma disciplina científica que se estende por praticamente todos os domínios da atividade humana.

Problemas de Pesquisa Operacional são usualmente modelados na forma de uma função objetivo e diversas restrições. A chave do algoritmo simplex está no formato da região limitada pelas restrições (simplex), comum a todos os problemas de Pesquisa Operacional. Quaisquer dois pontos selecionados no contorno de um simplex, quando unidos por uma linha, resultam em uma linha inteiramente contida dentro do simplex. A partir dessa constatação, a busca pela solução ótima em problemas de Pesquisa Operacional passou a ser limitada a pontos extremos da região simplex, o que permitiu o desenvolvimento de um algoritmo de baixa complexidade computacional.

Um problema qualquer de programação linear é um problema de otimização, ou seja, busca pela melhor dentre várias situações, utilizando um critério pré-estabelecido, com as seguintes características (BRONSON e NAADIMUTHU, 1997):

• o problema possui um conjunto de variáveis manipuláveis no procedimento de busca pelo ótimo; essas são as variáveis de decisão do problema;

• uma função objetivo compõe o critério de ótimo, sendo escrita em termos das variáveis de decisão do problema. A função objetivo é uma função linear das variáveis de decisão, devendo ser maximizada ou minimizada;

• os valores assumidos pelas variáveis de decisão devem satisfazer um conjunto de restrições, que compõem a região de soluções viáveis do problema;

• as variáveis de decisão podem assumir valores pré-estabelecidos no domínio dos números reais.

A solução de problemas através da Pesquisa Operacional pode ser implementada através de um procedimento em sete etapas, conforme apresentado na figura abaixo (WINSTON, 1994):

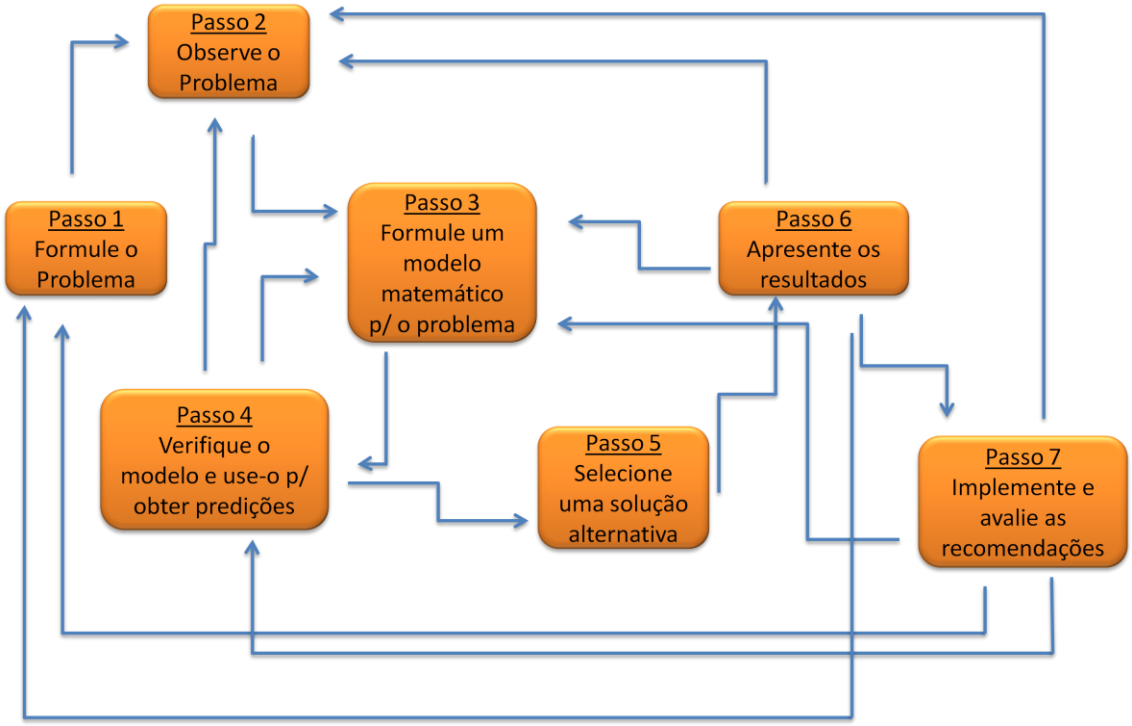

Figura 3 – Etapas para solução de problemas por meio do uso de Pesquisa Operacional
Fonte: Winston (1994) adaptado

2.2 PROGRAMAÇÃO LINEAR

Para Goldbarg e Luna (2000) a Programação Linear apresenta algoritmos extremamente eficientes e que podem ser facilmente resolvidos utilizando o computador.

A Programação Linear é uma técnica que utiliza instrumentos matemáticos que permitem a otimização de operações, e é largamente utilizada na resolução de problemas que tenham seus modelos representados por expressões lineares.

> Os problemas de Programação Linear referem-se à distribuição eficiente de recursos limitados entre atividades competitivas, com a finalidade de atender a um determinado objetivo, por exemplo, maximização de lucros ou minimização de custos. Em se tratando de programação linear, esse objetivo será expresso por uma função linear, à qual se dá o nome de função objetiva. É claro que é necessário dizer quais as atividades que consomem cada recurso, e em que proporção é feito esse consumo. Essas informações serão fornecidas por equação ou inequações lineares, uma para cada recurso. Ao conjunto dessas equações ou inequações lineares dá-se o nome de restrição do modelo. Geralmente existem inúmeras maneiras de distribuir os escassos recursos entre as diversas atividades, bastando para isso que essas distribuições sejam coerentes com as equações de consumo de cada recurso, ou seja, que elas satisfaçam as restrições do problema. Entretanto, deseja-se achar aquela

> distribuição que satisfaça as restrições do problema, e que alcance o objetivo desejado, isto é, que maximize o lucro ou minimize o custo. A essa solução dá-se o nome de solução ótima. Uma vez obtido o modelo linear, constituído pela função objetiva (linear) e pelas restrições lineares, a programação linear se incumbe de achar a sua solução ótima. (PUCCINI, 1980).

Segundo Caixeta Filho (2001), algebricamente, a Programação Linear é o aprimoramento de uma técnica de resolução de sistema de equações lineares, utilizando inversões sucessivas de matrizes, incorporando uma equação linear adicional representativa de um dado comportamento que deverá ser otimizado.

Para Garcia et al. (1997), matematicamente, pode-se formular o modelo de um problema de otimização de acordo com o seguinte esquema:

Maximizar ou Minimizar

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \cdots + C_nX_n \qquad (1)$$

Sujeito a

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n < b_1 \qquad (2)$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n < b_2$$
$$\ldots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}\,x_n < b_m$$

Onde:

$Z =$ função a ser maximizada ou minimizada (geralmente ganho ou custo), respeitando o conjunto de elementos do problema ou restrições;

$x_i =$ variáveis decisórias que representam as quantidades ou recursos que se quer determinar para otimizar o resultado global;

$C_i =$ coeficientes de ganho ou custo que cada variável é capaz de gerar;

$b_j =$ quantidade disponível de cada recurso;

$a_{ij} =$ quantidade de recurso que cada variável decisória consome.

$xi \geq 0$ e bj ≥ 0, para i $= 1,2, \ldots$ n e j $= 1,2, \ldots$ m

(1) é a função matemática que codifica o objetivo do problema e é denominada função objetivo.

(2) são as funções matemáticas que codificam as principais restrições identificadas.

2.3 ALGORITMO SIMPLEX

Problemas simples ou extremamente elaborados de Programação Linear podem ser resolvidos utilizando o método simplex, algoritmo introduzido por George Bernard Dantzig. Segundo Murty (1983) métodos clássicos de cálculo ou álgebra não são suficientemente robustos para a resolução de problemas de Programação Linear.

Goldbarg e Luna (2000) explicam que o algoritmo simplex soluciona problemas de equações lineares através de uma sequência de passos, otimizando uma função objetivo. Além disso, Cormen (1999) define o simplex como o algoritmo que examina um sequência de pontos dentro de uma região viável e encontra a solução ótima.

Para Bronson (1985) o método simplex é um procedimento matemático matricial para resolução de modelos de programação linear na forma normal.

Um simplex é uma forma geométrica com uma propriedade especial, a saber. Uma linha que passe por quaisquer dois pontos pertencentes a um simplex deve estar contida inteiramente dentro do simplex, ou seja, a região é convexa.

O nome do algoritmo tem raízes em seu conceito: um plano que corta vetores unitários. O simplex é base para a implementação do algoritmo B*ranch and Bound* na resolução de problemas de programação inteira.

2.4 PROGRAMAÇÃO INTEIRA

Segundo Lachtermacher (2007), programação inteira é a programação matemática em que uma ou mais variáveis de decisão são representadas apenas por valores inteiros. O algoritmo de *Branch and Bound* é atualmente o procedimento mais utilizado para a resolução de problemas de programação linear inteira. Esse procedimento é baseado em dividir o conjunto de soluções viáveis em subconjuntos sem interseções entre si, calculando limites inferiores e superiores para cada subconjunto e eliminando-os de acordo com regras pré-estabelecidas.

2.5 MODELAGEM

De acordo com Goldbarg e Luna (2000), um problema é a dificuldade que impede que uma vontade seja concretizada. Solucionar Problemas exige a capacidade de criar adequadas representações da realidade (modelos) e, com ajuda delas, encontrar um algoritmo de solução que explique como remover ou superar tal dificuldade. Solucionar problemas é, portanto, uma arte de criar ou escolher modelos, e com eles construir algoritmos que funcionem na prática e ainda sejam rápidos o suficiente para oferecerem a solução. Os Modelos são representações simplificadas da realidade que preservam uma equivalência adequada para determinadas situações e enfoques

2.5.1 O PROCESSO DE MODELAGEM

Segundo Lachtermacher (2007) existem duas formas de chegar a uma decisão gerencial entre uma série de alternativas conflitantes e concorrentes: métodos intuitivos ou realizar um processo de modelagem da situação para estudar o problema mais a fundo. No passado a intuição era predominantemente a forma de decidir, porém com o advento da tecnologia da informação e da potenciação dos computadores de modelarem e simular diferentes cenários tem embasado cada vez mais as decisões dos gestores.

2.5.2 TIPOS DE MODELOS

Em uma visão macro, os modelos de simulação podem ser divididos em três grandes grupos: físicos, matemáticos e simbólicos. O mais utilizado na modelagem de situações gerenciais são os modelos matemáticos, onde variáveis de decisão representam as grandezas e as relações entre elas são representadas por expressões matemáticas. Quanto ao nível de incerteza os modelos matemáticos se subdividem em determinísticos ou probabilísticos. Modelos em que não existem incertezas são denominados determinísticos já quando uma ou mais variáveis de decisão são conhecidas existe incerteza, ou seja, probabilidade de um resultado, o modelo é probabilístico (LACHTERMACHER, 2007).

2.6 VARIÁVEIS BINÁRIAS

De acordo com Lachtermacher (2007), variáveis binárias são aquelas que assumem os valores 0 ou 1. De forma que:

$X_i = 1, se\ a\ decisão\ for\ positiva$

$X_i = 0, se\ a\ decisão\ for\ negativa$

Problemas modelados com variáveis binárias indicam a decisão a ser tomada. Se o valor da variável for igual a um significa escolher. De forma inversa, se o valor da variável for igual a zero, significa não escolher.

Essas variáveis ainda podem ser utilizadas para compor uma restrição do tipo “ou-ou” (ou faz um mínimo ou não faz nada).

3 DESENVOLVIMENTO

3.1 DESCRIÇÃO DA EMPRESA: MRS LOGÍSTICA S.A.

A MRS Logística S.A. é uma concessionária que controla, opera e monitora a Malha Sudeste da Rede Ferroviária Federal. A empresa atua no mercado de transporte ferroviário desde 1996, quando foi constituída, interligando os estados do Rio de Janeiro, Minas Gerais e São Paulo. No total, são mais de 1.600 km de malha ferroviária distribuída na região sudeste, que concentra aproximadamente 65% do produto interno bruto do Brasil, onde estão instalados os maiores complexos industriais do país. Pela malha da MRS Logística S.A. também é possível alcançar os portos de Sepetiba, do Rio de Janeiro e de Santos, fator este que favorece a sua competitividade nos segmentos relacionados à importação e exportação. (Adaptado de MRS LOGÍSTICA S.A, 2011).

Os negócios da MRS Logística S.A. podem ser estratificados em dois grandes grupos de carga: Heavy Haul (73,7%) e Carga Geral (26,3%). (Adaptado de MRS LOGÍSTICA S.A, 2011).

O Heavy Haul é característico por utilizar serviços de trens unitários, essencialmente com origem e destino ferroviário, e com expressivos volumes de transporte de commodities, no caso da MRS Logística S.A., minerais. Compõem esse grupo: minério de ferro exportação, minério de ferro mercado interno e carvão e coque destinado à siderurgia. (Adaptado de MRS LOGÍSTICA S.A., 2011).

Já a Carga Geral é característica por utilizar serviços MRS Logística S.A. de trens com blocos de vagões de clientes diferentes, que demandam de serviços intermodais, e com volumes menores - porém não fracionados, mas com cargas de maior valor agregado. Compõem esse grupo: produtos siderúrgicos, granéis, industrializados, contêineres e commodities agrícolas. (Adaptado de MRS LOGÍSTICA S.A, 2011).

O objetivo da MRS Logística S.A. para os próximos anos é alcançar o topo da eficiência operacional. Diferenciais competitivos, reestruturação de processos existentes para conquista de novos clientes, investimento em pessoal e ampliação da participação no mercado de carga geral estão em pauta para fazer a MRS Logística S.A. cada vez mais importante na cadeia logística brasileira (Adaptado de MRS LOGÍSTICA S.A, 2011).

Por sua privilegiada localização geográfica, a MRS Logística S.A. está desenvolvendo e operando Rotas Expressas com horários pré-definidos de chegada e saída, atendendo as principais cidades e mercados da região sudeste. Através da utilização de trens expressos, a

empresa prepara-se para servir de maneira mais ampla o mercado de carga geral, disponibilizando um serviço regular e confiável. A empresa desenvolve ainda novos serviços de transporte intermodal e faz a interface com as ferrovias Centro-Atlântica (FCA), Estrada de Ferro Vitória a Minas (EFVM) e FERROBAN (ANTF, 2011).

A MRS Logística S.A. vem realizando expressivos investimentos na aquisição e recuperação do material rodante (locomotivas e vagões), em suas linhas, nos sistemas de comunicação, no desenvolvimento tecnológico e na qualificação de seus recursos humanos em busca de ganhos de produtividade; prestação de serviços com maior regularidade e confiabilidade; redução no índice de acidentes. Como consequência, vem obtendo incremento significativo nos volumes transportados, ano a ano, e cumpre integralmente as metas estabelecidas no Contrato de Concessão (ANTF, 2011).

A figura a seguir mostra a área de atuação da MRS Logística S.A.

Figura 4 – Mapa de Atuação da MRS Logística S.A.
Fonte: MRS Logística S.A (2011)

3.2 DESCRIÇÃO DA UNIDADE DE ANÁLISE: GESTÃO DE DEMANDA

A gestão da demanda é um processo que visa orientar as empresas em como deve ser toda a produção e a gestão de inventário, tendo como foco o atendimento ao cliente (VOLLMANN et al., 1997). Para tanto, necessita de uma abordagem integradora e multifuncional unindo áreas e ações da manufatura (TROQUE e PIRES, 2003). Mesmo dentro dos muros da empresa, a gestão da demanda tem um papel integrador e orientador para as demais atividades da empresa.

Nesse sentido, Corrêa et al. (2001) apontam como sendo as principais atividades da gestão da demanda a previsão de vendas, a comunicação com o mercado, a influência sobre a demanda, as promessas de prazos e a alocação e priorização de pedidos.

Isso fica mais claro quando Slack et al. (2002) afirmam que a gestão da demanda aproxima fornecedores e clientes na cadeia, aloca pedidos de acordo com a estratégica da empresa, além de poder influenciar a demanda de acordo com as necessidades da cadeia.

No contexto da MRS Logística S.A., a Gestão de Demanda constitui uma área que se insere na Diretoria Comercial, possuindo uma gerência independente, a qual é responsável por atuar interligando o cliente e as áreas de programação, planejamento e operação. É função da Gestão de Demanda decidir acerca da alocação de vagões por cliente, quando não há recursos suficientes para atender a todas as demandas sinalizadas.

A figura 5 mostra como a área de Gestão de Demanda está posicionada dentro da diretoria comercial na MRS Logística S.A. Torna-se importante compreender o nível hierárquico de produção no qual a Gestão de Demanda se insere.

Segundo Tubino (2000), o nível estratégico estabelece um planejamento de produção para períodos de longo prazo, de acordo com as estimativas de vendas e a disponibilidade de recursos. De acordo com Moreira (1996), o direcionamento estratégico tem relação com a tomada de decisão pela alta diretoria e considera riscos financeiros que possam afetar a organização em um prazo relativamente longo. No caso de ferrovias, o plano estratégico reflete na análise de aquisição de material rodante (como locomotivas e vagões), bem como ampliação e construção de trechos.

Para Tubino (2000), o nível tático estabelece um plano de produção para médio prazo, baseando-se em previsões de demanda ou pedidos já confirmados. Neste nível de planejamento busca-se alocar eficientemente os recursos disponíveis, a fim de satisfazer a demanda da melhor maneira possível.

Ainda citando Tubino (2000), o nível operacional visa à programação, acompanhamento e controle produtivo no curto prazo, definindo quantidades e períodos para aquisição de recursos.

Os conceitos de níveis hierárquicos de produção citados, permitem enquadrar a área de Gestão de Demanda no nível tático. A principal atribuição da área é decidir qual cliente atender em caso de escassez de recursos, o que possui efeito de médio prazo para a companhia. Complementarmente, há uma interface intensa com a área de programação de atendimento à produção, que se encontra no nível operacional, visando acompanhamento das decisões diárias. Portanto, o impacto da Gestão de Demanda ocorre no médio prazo e converge com as decisões de nível estratégico.

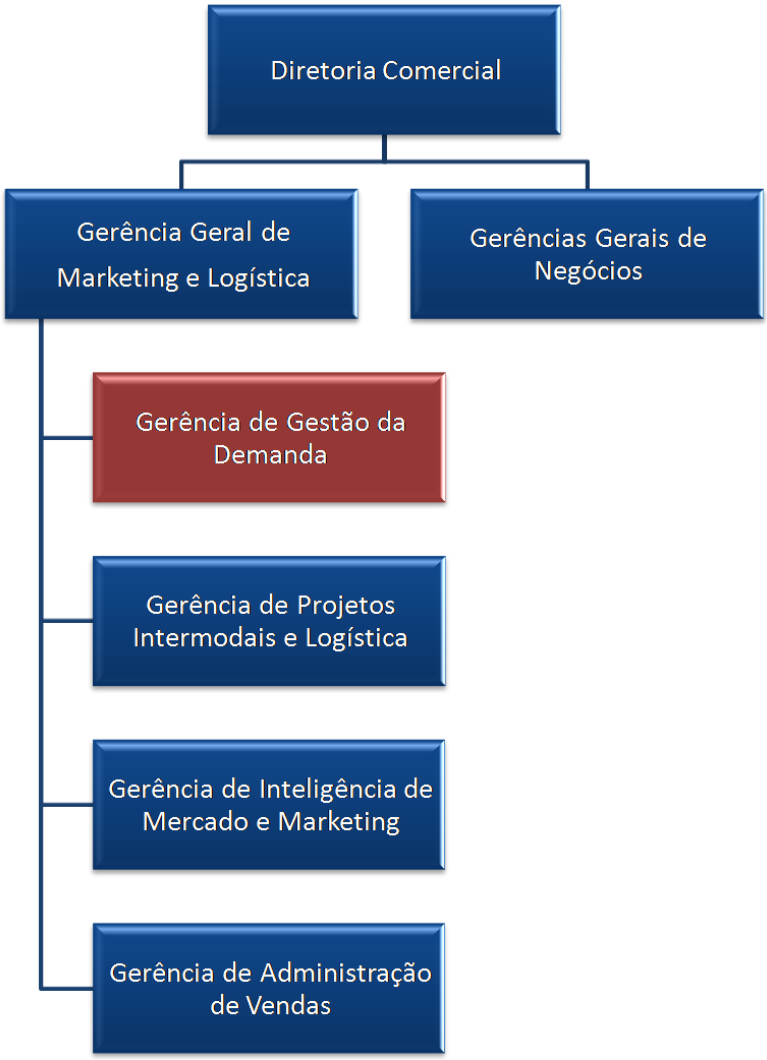

Figura 5 – Organograma Área Comercial na MRS Logística S.A
Fonte: Autor

O fluxo de processo existente nas atividades desenvolvidas pela Gestão de Demanda pode ser melhor visualizado na figura 6:

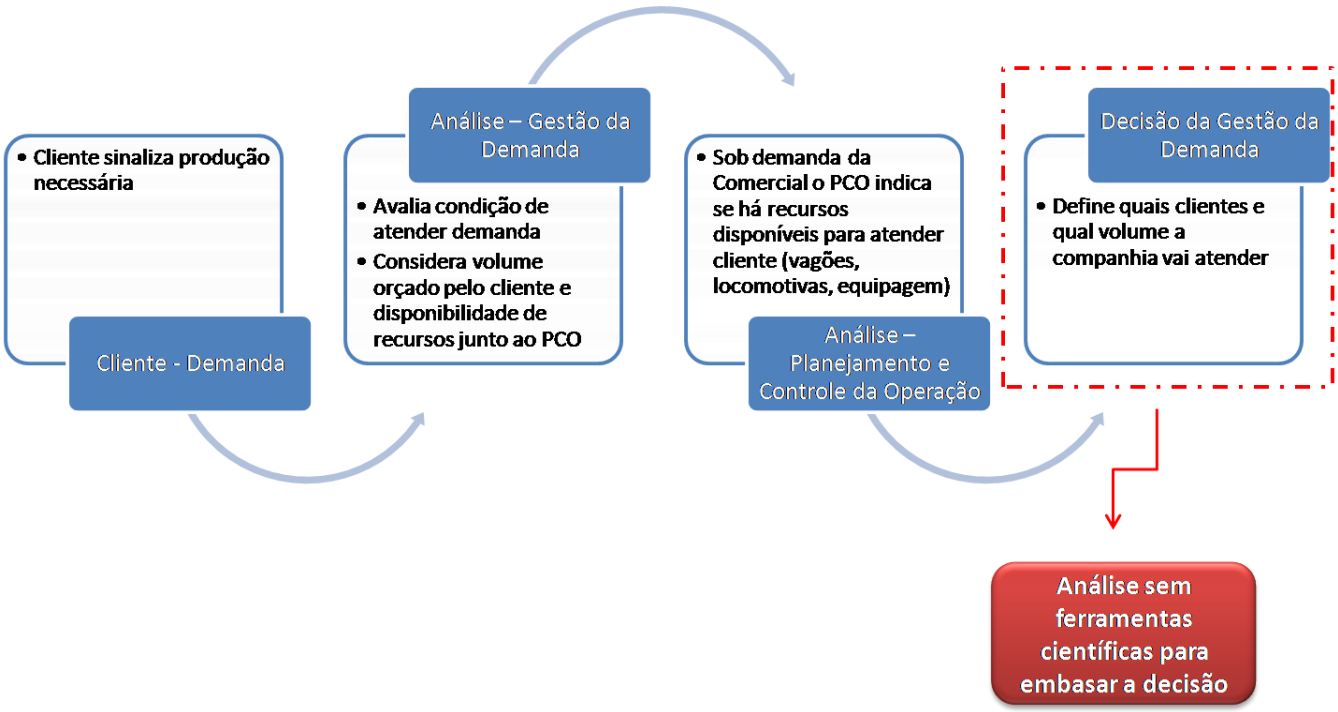

Figura 6 - Fluxo de Processo – Gestão de Demanda na MRS Logística S.A
Fonte: Autor

O processo de Gestão de Demanda possui como *input* inicial a informação contida no planejamento mensal. Neste planejamento, o cliente é consultado acerca do volume que deseja transportar no horizonte de um mês. A demanda de todos os clientes da companhia é sinalizada pela área comercial e analisada juntamente com a área de Planejamento e Controle da Operação (PCO). O PCO, de posse dessa informação de demanda, verifica as reais condições de atendimento, avalia se o volume solicitado pelo cliente é compatível com o que foi orçado para longo prazo e consolida o volume de todos os clientes em um plano mensal. O plano mensal é desdobrado em semanas e a produção da semana é ajustada diariamente, de forma que sejam feitas adequações ao possível atendimento pela MRS Logística S.A. e à oferta de carga do cliente. Os ajustes dependem da disponibilidade de vagões, disponibilidade de carga, *transit time*, ciclo, entre outros.

A Gestão de Demanda, sendo informada da disponibilidade de ativos para atendimento ao cliente, tem a função de decidir quantos vagões irá utilizar para atender cada tipo de carga e cliente. Isso ocorre, pois a quantidade de vagões existente na companhia pode não ser

suficiente para atender toda a demanda. Para cada tipo de carga é necessário um tipo de vagão diferente. Dessa maneira, clientes distintos podem demandar o mesmo tipo de vagão. Além disso, é importante ressaltar que no caso deste estudo, os vagões não são cativos, ou seja, um cliente não possui vagões exclusivos para transportar sua carga.

Atualmente, o processo decisório da Gestão de Demanda ocorre de acordo com critérios pré-estabelecidos, tais como rentabilidade, aderência aos planos mensais e semanais de produção e consenso com a área de vendas. Juntamente com estes critérios, emprega-se a experiência de negócio que a área já possui para tomar decisões de alocação de vagões, buscando sempre o alinhamento com o direcionamento estratégico da organização.

A falha neste processo pode ser identificada justamente na tomada de decisão que, sem ferramentas matemáticas, capazes de oferecer resultados ótimos para distribuição dos vagões acaba ocorrendo sem embasamento científico. Essa situação pode levar a decisões equivocadas, que não oferecem a melhor solução para a companhia e sem referencial de padronização. A ocorrência desta possível falha na tomada de decisão deve ser sanada com a proposta final deste estudo.

3.3 ANÁLISE DE DADOS E MODELAGEM

Para o desenvolvimento dos modelos, escolheu-se um determinado terminal de cargas e entre as cargas que o terminal opera, uma em especial foi selecionada como fonte de dados para a elaboração do modelo matemático. A seleção do terminal e da carga ocorreu em função da facilidade de acesso aos dados e informações necessárias a este estudo.

Será elaborado um modelo matemático para resolução da programação semanal. O modelo aborda os clientes que demandam transporte de ferro gusa em vagões do tipo gôndola. O fluxo de transporte sempre tem origem no terminal de cargas de Sazerdo Novo, localizado em Sarzedo – MG e os destinos serão diferenciados de acordo com cada cliente, conforme a figura abaixo:

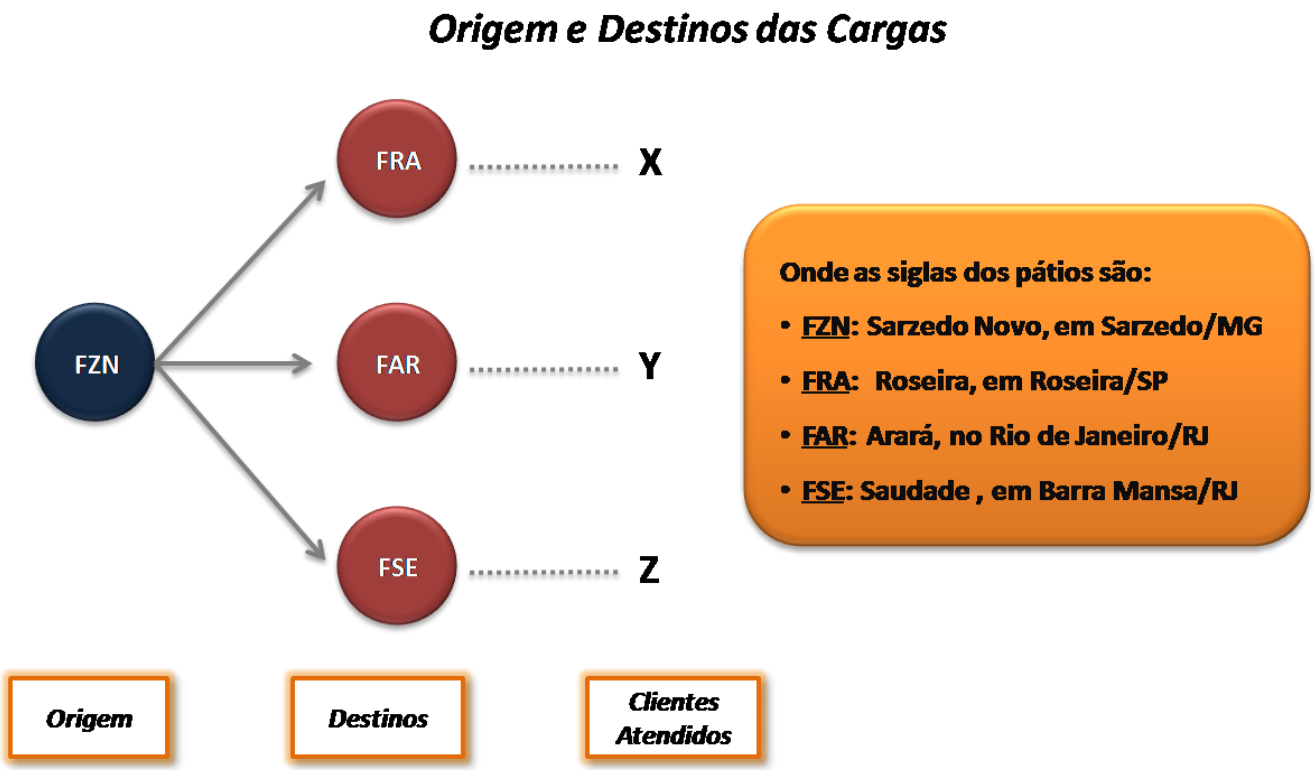

Figura 7 – Pátios de Origem e Destino das Cargas, por Cliente
Fonte: Autor

Os dados utilizados neste estudo foram fornecidos pela Gestão de Demanda e pela área de Planejamento e Controle Operacional e referem-se à programação de produção de ferro gusa com origem no terminal de cargas de Sarzedo Novo do mês de maio de 2011. Os dados coletados foram utilizados para elaborar o modelo matemático para alocação de vagões.

Os dados foram organizados de maneira a facilitar a sua manipulação. As informações subsequentes, presentes nos quadros podem ser interpretadas da seguinte maneira:

- Cliente: Foram analisados todos os clientes com carga do tipo Ferro Gusa originários no Terminal de Cargas de Sarzedo Novo, sendo mapeados três clientes, denominados X, *Y*, *Z*.
- Margem/VgH: A margem por vagão hora, mensurada em reais, corresponde à margem líquida gerada por hora de cada vagão alocado para determinado cliente. Esse valor trata-se de um parâmetro já utilizado pela Gestão de Demanda.

- Demanda: A demanda é o volume, em toneladas, solicitado por cada cliente para a programação de transportes em cada período (mês, semana e dia).
- Período: O período deve ser compreendido como o tempo pré-estabelecido para que o vagão, uma vez carregado, retorne ao seu local de origem. Este tempo planejado é previsto com base em valores reais.
- Capacidade/Vagão: A capacidade por vagão é definida como a quantidade de carga, em toneladas, que cada vagão transporta. Essa quantidade pode variar com a capacidade máxima do modelo do vagão e de acordo com as características do material de cada cliente. Portanto, trata-se de um valor pré-estabelecido e é determinado baseando-se em valores reais de operação.
- Máx.Vgs/dia: O máximo de vagões por dia é a quantidade de vagões que pode ser enviada para cada destino, tendo como limitante a capacidade física dos terminais de descarga.

3.3.1 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo dos modelos buscará otimizar a margem por vagão hora, parâmetro já pré-estabelecido pela Gerência de Gestão de Demanda como diferencial de decisão. A utilização desse critério busca inserir a visão comercial nas tomadas de decisão a respeito da alocação de vagões na MRS Logística S.A, uma vez que se prioriza a relevância econômica da decisão, deixando em segundo plano o critério operacional.

3.3.2 RESTRIÇÕES

As restrições dos modelos são oriundas das características contratuais de cada cliente, limitações de capacidade dos terminais envolvidos (carga e descarga), a quantidade de vagões disponíveis e a demanda de cada cliente.

As restrições de cada cliente encontram-se no quadro a seguir e são comuns a todas as programações (mensal, semanal e diária).

3.3.3 MODELO MATEMÁTICO GERAL

Função Objetivo

$$Max\ W = AX_1 + AX_2 + AX_3 + \cdots + AX_n + BY_1 + BY_2 + BY_3 + \cdots + BY_n + CZ_1 + CZ_2 + CZ_3 + \cdots + CZ_n \quad (1)$$

Onde:

$W =$ Função a ser maximizada (margem por vagão hora), respeitando o conjunto de restrições;

$X_i =$ Variável decisória que representa as quantidades de vagões por dia $({}_1^n i)$ para o cliente *X* capaz de otimizar o resultado global;

$Y_i =$ Variável decisória que representa as quantidades de vagões por dia $({}_1^n i)$ para o cliente *Y* capaz de otimizar o resultado global;

$Z_i =$ Variável decisória que representa as quantidades de vagões por dia $({}_1^n i)$ para o cliente *Z* capaz de otimizar o resultado global;

$A =$ Constante que representa a margem por vagão hora para o cliente *X*;

$B =$ Constante que representa a margem por vagão hora para o cliente *Y*;

$C =$ Constante que representa a margem por vagão hora para o cliente *Z*;

$n =$ Número de dias do período estudado.

Sujeito a

- Restrição de demanda por cliente (*X*, *Y*, *Z*)

$$DX_1 + DX_2 + DX_3 + \cdots + DX_n \leq G \quad (2)$$

$$EY_1 + EY_2 + EY_3 + \cdots + EY_n \leq H \quad (3)$$

$$FZ_1 + FZ_2 + FZ_3 + \cdots + FZ_n \leq I \quad (4)$$

Onde:

$D =$ Constante que representa a quantidade de carga por vagão do cliente *X*;

$E =$ Constante que representa a quantidade de carga por vagão do cliente *Y*;

$F =$ Constante que representa a quantidade de carga por vagão do cliente *Z*;

$G =$ Constante que representa a demanda para o período estudado do cliente X;

$H =$ Constante que representa a demanda para o período estudado do cliente Y;

$I =$ Constante que representa a demanda para o período estudado do cliente Z;

- Restrição de quantidade de vagões disponíveis por dia no terminal de origem (carga), que corresponde à entrada de vagões no sistema

$$X_1 + Y_1 + Z_1 \leq J_1 \quad (5)$$

$$X_2 + Y_2 + Z_2 \leq J_2 \quad (6)$$

$$X_3 + Y_3 + Z_3 \leq J_3 \quad (7)$$

$$\vdots$$

$$X_t + Y_t + Z_t \leq J_t \quad (8)$$

Onde:

$J_i =$ Constante que representa a quantidade de vagões disponíveis para carregamento no dia ($_1^t i$);

$t =$ Constante que representa o último dia de entrada dos vagões disponibilizados para o atendimento da programação;

- Restrição de quantidade de vagões disponíveis por dia no terminal de origem (carga), que corresponde ao retorno dos vagões vindos dos clientes (de acordo com o período de transporte)

$$X_{t+1} + Y_{t+1} + Z_{t+1} - X_1 - Y_1 - Z_1 = 0 \quad (9)$$

$$X_{t+2} + Y_{t+2} + Z_{t+2} - X_2 - Y_2 - Z_2 = 0 \quad (10)$$

$$X_{t+3} + Y_{t+3} + Z_{t+3} - X_3 - Y_3 - Z_3 = 0 \quad (11)$$

$$\vdots$$

$$X_n + Y_n + Z_n - X_{n-t} - Y_{n-t} - Z_{n-t} = 0 \quad (12)$$

- Restrição de quantidade máxima de vagões a serem carregados por dia no terminal de origem (carga)

$$X_1 + Y_1 + Z_1 \leq P \quad (13)$$

$$X_2 + Y_2 + Z_2 \leq P \quad (14)$$

$$X_3 + Y_3 + Z_3 \leq P \quad (15)$$

$$X_4 + Y_4 + Z_4 \leq P \quad (16)$$

$$X_5 + Y_5 + Z_5 \leq P \quad (17)$$

$$X_6 + Y_6 + Z_6 - X_1 - Y_1 \leq P \quad (18)$$

$$X_7 + Y_7 + Z_7 - X_2 - Y_2 - Z_1 \leq P \quad (19)$$

$$X_8 + Y_8 + Z_8 - X_3 - Y_3 - Z_2 \leq P \quad (20)$$

$$\vdots$$

$$X_n + Y_n + Z_n - X_{n-5} - Y_{n-5} - Z_{n-6} \leq P \quad (21)$$

Onde:

$P =$ Constante que representa a quantidade máxima de vagões que podem ser posicionados no terminal de origem da carga.

- Restrição de quantidade total de vagões disponíveis na semana no terminal de origem (carga)

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5 + Z_6 \leq Q \quad (22)$$

Onde:

$Q =$ Constante que representa a quantidade de vagões disponíveis no período em estudo.

- Restrição contratual do cliente X

$$X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_m \geq R \quad (23)$$

$$X_2 + X_3 + X_4 + \cdots + X_{m+1} \geq R \quad (24)$$

$$X_3 + X_4 + X_5 + \cdots + X_{m+2} \geq R \quad (25)$$

$$\vdots$$

$$X_{n-m+1} + \cdots + X_{n-2} + X_{n-1} + X_n \geq R \quad (26)$$

Onde:

$R =$ Constante que representa a quantidade mínima de vagões a serem carregados pelo cliente *X* no período estabelecido em contrato;

$m =$ Constante que representa o intervalo de tempo máximo, no qual deve existir carregamento.

- Restrição contratual do cliente *Y*

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 + \cdots + Y_m \geq S \quad (27)$$

$$Y_2 + Y_3 + Y_4 + \cdots + Y_{m+1} \geq S \quad (28)$$

$$Y_3 + Y_4 + Y_5 + \cdots + Y_{m+2} \geq S \quad (29)$$

$$\vdots$$

$$Y_{n-m+1} + \cdots + Y_{n-2} + Y_{n-1} + Y_n \geq S \quad (30)$$

Onde:

S = Constante que representa a quantidade mínima de vagões a serem carregados pelo cliente *Y* no período estabelecido em contrato.

- Restrição contratual do cliente *Z*

$$Z_1 + Z_2 + Z_3 + \cdots + Z_m \geq T \quad (31)$$

$$Z_2 + Z_3 + Z_4 + \cdots + Z_{m+1} \geq T \quad (32)$$

$$Z_3 + Z_4 + Z_5 + \cdots + Z_{m+2} \geq T \quad (33)$$

$$\vdots$$

$$Z_{n-m+1} + \cdots + Z_{n-2} + Z_{n-1} + Z_n \geq T \quad (34)$$

Onde:

T = Constante que representa a quantidade mínima de vagões a serem carregados pelo cliente *Z* no período estabelecido em contrato.

- Restrição de lote mínimo de carregamento do cliente *X*

$$X_1 - U\alpha_1 \geq 0 \quad (35)$$

$$X_2 - U\alpha_2 \geq 0 \quad (36)$$

$$X_3 - U\alpha_3 \geq 0 \quad (37)$$

$$\vdots$$

$$X_n - U\alpha_n \geq 0 \quad (38)$$

Onde:

$U =$ Constante que representa a quantidade mínima de vagões que devem ser carregados por dia;

$\alpha_i =$ Variável binária que determina se haverá ou não carregamento do cliente X no dia $(\,_1^n\mathrm{i})$.

- Restrição de lote mínimo de carregamento dos clientes Y

$$Y_1 - U\beta_1 \geq 0 \quad (39)$$

$$Y_2 - U\beta_2 \geq 0 \quad (40)$$

$$Y_3 - U\beta_3 \geq 0 \quad (41)$$

$$\vdots$$

$$Y_n - U\beta_n \geq 0 \quad (41)$$

Onde:

$\beta_i =$ Variável binária que determina se haverá ou não carregamento do cliente Y no dia $(\,_1^n i)$.

- Restrição de lote mínimo de carregamento dos clientes Z

$$Z_1 - U\gamma_1 \geq 0 \quad (42)$$

$$Z_2 - U\gamma_2 \geq 0 \quad (43)$$

$$Z_3 - U\gamma_3 \geq 0 \quad (44)$$

$$\vdots$$

$$Z_n - U\gamma_n \geq 0 \quad (45)$$

Onde:

γ_i = Variável binária que determina se haverá ou não carregamento do cliente Z no dia $(\binom{n}{1} i)$.

- Restrição de lote máximo de carregamento do cliente X

$$X_1 - K\alpha_1 \leq 0 \quad (46)$$
$$X_2 - K\alpha_2 \leq 0 \quad (47)$$
$$X_3 - K\alpha_3 \leq 0 \quad (48)$$
$$\vdots$$
$$X_n - K\alpha_n \leq 0 \quad (49)$$

Onde:

K = Quantidade máxima de vagões que pode ser carregada por dia para o cliente X.

- Restrição de lote máximo de carregamento do cliente Y

$$Y_1 - L\beta_1 \leq 0 \quad (50)$$
$$Y_2 - L\beta_2 \leq 0 \quad (51)$$
$$Y_3 - L\beta_3 \leq 0 \quad (52)$$
$$\vdots$$
$$Y_n - L\beta_n \leq 0 \quad (53)$$

Onde:

L = Quantidade máxima de vagões que pode ser carregada por dia para o cliente Y.

- Restrição de lote máximo de carregamento do cliente Z

$$Z_1 - M\gamma_1 \leq 0 \quad (54)$$
$$Z_2 - M\gamma_2 \leq 0 \quad (55)$$
$$Z_3 - M\gamma_3 \leq 0 \quad (56)$$
$$\vdots$$
$$Z_n - M\gamma_n \leq 0 \quad (57)$$

Onde:

$M =$ Quantidade máxima de vagões que pode ser carregada por dia para o cliente Z.

- Restrições quanto aos tipos de variáveis

$$X_1; X_2; X_3; \dots; X_n \in \mathbb{Z} \quad (58)$$

$$Y_1; Y_2; Y_3; \dots; Y_n \in \mathbb{Z} \quad (59)$$

$$Z_1; Z_2; Z_3; \dots; Z_n \in \mathbb{Z} \quad (60)$$

$$\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3; \dots; \alpha_n \in \{0,1\} \quad (61)$$

$$\beta_1; \beta_2; \beta_3; \dots; \beta_n \in \{0,1\} \quad (62)$$

$$\gamma_1; \gamma_2; \gamma_3; \dots; \gamma_n \in \{0,1\} \quad (63)$$

3.3.4 APLICAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PARA A PROGRAMAÇÃO SEMANAL

O quadro 1 contém as restrições que devem ser consideradas para todos os clientes em estudo.

Cliente	**Capacidade de vagões na origem**	**Demanda**	**Restrições Contratuais**	**Lote Mínimo de Carregamento (vagões)***
X	44	Variável de acordo com a sinalização do cliente no horizonte de tempo (mês, semana, dia)	Carregamento mínimo de 20 vagões a cada 3 dias	10
Y			Não possui	
Z			Carregamento mínimo de 10 vagões a cada 3 dias	

* O cliente pode não realizar carregamento ou carregar o lote mínimo estipulado.

Quadro 1 – Restrições por cliente
Fonte: Autor

O quadro a seguir mostra os dados utilizados para o modelo de programação semanal e corresponde à primeira semana de maio de 2011.

Cliente	Margem/VgH (R$)	Demanda (Ton)	Período (Dias)	Capacidade/Vagão (Ton)	Máx.Vgs/dia (Un)
X	11	7.500	5	75	22
Y	10	7.500	5	75	44
Z	6	3.040	6	76	12

Quadro 2 – Dados - Primeira semana de maio 2011
Fonte: Autor

Utilizou-se o *software* Lindo 6.1 para resolução do modelo de programação linear apresentado a seguir:

<u>Função Objetivo</u>

$$Max\ Z = 11X_1 + 11X_2 + 11X_3 + 11X_4 + 11X_5 + 11X_6 + 11X_7 + 10Y_1 + 10Y_2 + 10Y_3 + 10Y_4 + 10Y_5 + 10Y_6 + 10Y_7 + 6Z_1 + 6Z_2 + 6Z_3 + 6Z_4 + 6Z_5 + 6Z_6 + 6Z_7$$

Onde:

$Z =$ Função a ser maximizada (Margem/Vagão Hora), respeitando o conjunto de restrições;

$X_i =$ Variável decisória que representa as quantidades de vagões por dia $({}_1^7 i)$ para o cliente *X* capaz otimizar o resultado global;

$Y_i =$ Variável decisória que representa as quantidades de vagões por dia $({}_1^7 i)$ para o cliente *Y* capaz otimizar o resultado global;

$Z_i =$ Variável decisória que representa as quantidades de vagões por dia $({}_1^7 i)$ para o cliente *Z* capaz otimizar o resultado global;

<u>Sujeito a</u>

- Restrição de demanda por cliente (*X*, *Y*, *Z*)

$$75X_1 + 75X_2 + 75X_3 + 75X_4 + 75X_5 + 75X_6 + 75X_7 \leq 7500$$
$$75Y_1 + 75Y_2 + 75Y_3 + 75Y_4 + 75Y_5 + 75Y_6 + 75Y_7 \leq 7500$$

$$76Z_1 + 76Z_2 + 76Z_3 + 76Z_4 + 76Z_5 + 76Z_6 + 76Z_7 \leq 3040$$

- Restrição de quantidade de vagões disponíveis por dia no terminal de origem (carga)

$$X_1 + Y_1 + Z_1 \leq 30$$
$$X_2 + Y_2 + Z_2 \leq 30$$
$$X_3 + Y_3 + Z_3 \leq 30$$
$$X_4 + Y_4 + Z_4 \leq 30$$
$$X_5 + Y_5 + Z_5 \leq 30$$

Quantidade de vagões disponíveis para carga do 1° ao 5° dia.

$$X_6 + Y_6 + Z_6 - X_1 - Y_1 \leq 0$$
$$X_7 + Y_7 + Z_7 - X_2 - Y_2 - Z_1 \leq 0$$

Quantidade de vagões disponíveis para carga no 6° e no 7° dia de acordo com o período de transporte de cada cliente.

- Restrição de quantidade máxima de vagões a serem carregados por dia no terminal de origem (carga)

$$X_1 + Y_1 + Z_1 \leq 44$$
$$X_2 + Y_2 + Z_2 \leq 44$$
$$X_3 + Y_3 + Z_3 \leq 44$$
$$X_4 + Y_4 + Z_4 \leq 44$$
$$X_5 + Y_5 + Z_5 \leq 44$$
$$X_6 + Y_6 + Z_6 - X_1 - Y_1 \leq 44$$
$$X_7 + Y_7 + Z_7 - X_2 - Y_2 - Z_1 \leq 44$$

- Restrição de quantidade total de vagões disponíveis na semana no terminal de origem (carga)

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5 + Z_6 \leq 150$$

- Restrição contratual do cliente X

$$\mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2 + \mathrm{X}_3 \geq 20$$
$$\mathrm{X}_2 + \mathrm{X}_3 + \mathrm{X}_4 \geq 20$$
$$\mathrm{X}_3 + \mathrm{X}_4 + \mathrm{X}_5 \geq 20$$

$\mathrm{X}_4 + \mathrm{X}_5 + \mathrm{X}_6 \geq 20$

$\mathrm{X}_5 + \mathrm{X}_6 + \mathrm{X}_7 \geq 20$

- Restrição contratual do cliente Z

$Z_1 + Z_2 + Z_3 \geq 10$

$Z_2 + Z_3 + Z_4 \geq 10$

$Z_3 + Z_4 + Z_5 \geq 10$

$Z_4 + Z_5 + Z_6 \geq 10$

$Z_5 + Z_6 + Z_7 \geq 10$

- Restrição de lote mínimo de carregamento do cliente X

$X_1 - 10\alpha_1 \geq 0$

$X_2 - 10\alpha_2 \geq 0$

$X_3 - 10\alpha_3 \geq 0$

$X_4 - 10\alpha_4 \geq 0$

$X_5 - 10\alpha_5 \geq 0$

$X_6 - 10\alpha_6 \geq 0$

$X_7 - 10\alpha_7 \geq 0$

Onde:

$a_i =$ Variável binária que determina se haverá ou não carregamento do cliente X no dia $(\,_1^7 i)$.

- Restrição de lote mínimo de carregamento dos clientes Y

$Y_1 - 10\beta_1 \geq 0$

$Y_2 - 10\beta_2 \geq 0$

$Y_3 - 10\beta_3 \geq 0$

$Y_4 - 10\beta_4 \geq 0$

$Y_5 - 10\beta_5 \geq 0$

$Y_6 - 10\beta_6 \geq 0$

$Y_7 - 10\beta_7 \geq 0$

Onde:

c_i = Variável binária que determina se haverá ou não carregamento do cliente *Y* no dia $\binom{7}{1}i$.

- Restrição de lote mínimo de carregamento dos clientes *Z*

$Z_1 - 10\gamma_1 \geq 0$
$Z_2 - 10\gamma_2 \geq 0$
$Z_3 - 10\gamma_3 \geq 0$
$Z_4 - 10\gamma_4 \geq 0$
$Z_5 - 10\gamma_5 \geq 0$
$Z_6 - 10\gamma_6 \geq 0$
$Z_7 - 10\gamma_7 \geq 0$

Onde:

b_i = Variável binária que determina se haverá ou não carregamento do cliente *Z* no dia $\binom{7}{1}i$.

- Restrição de lote máximo de carregamento do cliente *X*:

$X_1 - 22\alpha_1 \leq 0$
$X_2 - 22\alpha_2 \leq 0$
$X_3 - 22\alpha_3 \leq 0$
$X_4 - 22\alpha_4 \leq 0$
$X_5 - 22\alpha_5 \leq 0$
$X_6 - 22\alpha_6 \leq 0$
$X_7 - 22\alpha_7 \leq 0$

- Restrição de lote máximo de carregamento do cliente *Y:*

$Y_1 - 44\beta_1 \leq 0$

$Y_2 - 44\beta_2 \leq 0$

$Y_3 - 44\beta_3 \leq 0$

$Y_4 - 44\beta_4 \leq 0$

$Y_5 - 44\beta_5 \leq 0$

$Y_6 - 44\beta_6 \leq 0$

$Y_7 - 44\beta_7 \leq 0$

- Restrição de lote máximo de carregamento do cliente *Z:*

$Z_1 - 12\gamma_1 \leq 0$

$Z_2 - 12\gamma_2 \leq 0$

$Z_3 - 12\gamma_3 \leq 0$

$Z_4 - 12\gamma_4 \leq 0$

$Z_5 - 12\gamma_5 \leq 0$

$Z_6 - 12\gamma_6 \leq 0$

$Z_7 - 12\gamma_7 \leq 0$

- Restrições quanto aos tipos de variáveis*:*

$X_1; X_2; X_3; X_4; X_5; X_6; X_7 \in \mathbb{Z}$

$Y_1; Y_2; Y_3; Y_4; Y_5; Y_6; Y_7 \in \mathbb{Z}$

$Z_1; Z_2; Z_3; Z_4; Z_5; Z_6; Z_7 \in \mathbb{Z}$

$\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3; \dots; \alpha_n \in \{0,1\}$

$\beta_1; \beta_2; \beta_3; \dots; \beta_n \in \{0,1\}$

$\gamma_1; \gamma_2; \gamma_3; \dots; \gamma_n \in \{0,1\}$

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para o modelo acima proposto, obtiveram-se os seguintes resultados, que foram extraídos da resposta do *software* Lindo 6.1:

Z = 2120

Variável	Valor
X_1	20
X_2	0
X_3	20
X_4	0
X_5	20
X_6	20
X_7	20

Variável	Valor
Y_1	10
Y_2	30
Y_3	0
Y_4	30
Y_5	0
Y_6	10
Y_7	10

Variável	Valor
Z_1	0
Z_2	0
Z_3	10
Z_4	0
Z_5	10
Z_6	0
Z_7	0

Variável	Valor
α_1	1
α_2	0
α_3	1
α_4	0
α_5	1
α_6	1
α_7	1

Variável	Valor
β_1	1
β_2	1
β_3	0
β_4	1
β_5	0
β_6	1
β_7	1

Variável	Valor
γ_1	0
γ_2	0
γ_3	1
γ_4	0
γ_5	1
γ_6	0
γ_7	0

Quadro 3 – Resultado da programação semanal
Fonte: Autor

De acordo com o resultado apresentado no quadro anterior, é observa-se que a solução determina uma distribuição de vagões para cada cliente a cada dia da semana. As variáveis binárias recebem valor igual a 1 (um), indicando realização de carregamento ou,

igual a zero, indicando ausência de carregamento. Para os dados analisados, a solução ótima oferece uma margem por vagão hora de R$ 2.120,00 na semana.

O quadro a seguir apresenta uma análise dos resultados obtidos com relação ao atendimento à demanda e a quantidade de vagões utilizada.

Cliente	**Vol. solicitado (ton)**	**Vol. atendido (ton)**	**% de Atendimento à demanda**	**Total de vagões disponíveis para atender todos os clientes**	**Total de vagões utilizados**
X	7.500	7.500	100%	150	150
Y	7.500	6.750	90%		
Z	3.040	1.520	50%		

Quadro 4 – Análise de Resultados
Fonte: Autor

Observa-se que os volumes não foram atendidos em sua totalidade, pois a quantidade de vagões disponíveis não foi suficiente para suprir a quantidade de carga solicitada para a semana em estudo. Sendo, neste caso, o vagão um recurso escasso, a quantidade total de vagões foi alocada para atendimento aos clientes. O modelo distribui os vagões entre os clientes a cada dia, atendendo as restrições e otimizando a função objetivo.

Verifica-se que todas as restrições impostas ao modelo foram atendidas de maneira satisfatória. No caso do cliente *X*, que, contratualmente deve realizar carregamento, no mínimo, a cada três dias, essa condição foi respeitada. A mesma restrição contratual, imposta para o cliente *Z*, foi igualmente atendida. Quanto às restrições de carregamentos mínimos e máximos, estas também foram supridas.

Dessa maneira, avalia-se que o modelo elaborado obteve o resultado esperado, uma vez que estabeleceu a distribuição ótima dos vagões gôndolas, para os parâmetros abordados, respeitando todas as restrições estabelecidas. Utilizando a ferramenta matemática proposta, será possível para a Gestão de Demanda apresentar resultados rápidos, confiáveis e capazes de embasar as decisões de alocação de vagões entre os clientes, garantindo a solução ótima do ponto de vista financeiro.

A modelagem baseada na programação linear foi suficiente para obter os resultados esperados, uma vez que não foi necessário utilizar equações não lineares para a resolução do

problema inicialmente identificado nesse estudo. Caso algum cliente venha a apresentar margem negativa é necessário estabelecer o volume que será atendido como uma restrição, da mesma forma quando já é pré estabelecido o volume de algum cliente antes mesmo da programação ser realizada. Assim verifica-se a influencia desses clientes na programação dos demais.

A função objetivo estudada reflete a premissa atualmente adotada pela Gestão de Demanda para definir a alocação dos vagões, que é a margem por vagão hora, de maneira que este parâmetro de decisão é garantido e obtém-se a formalização do processo decisório.

Avalia-se ainda que as restrições utilizadas foram suficientes para elaborar um modelo próximo à realidade, que trata as principais dificuldades operacionais para distribuir os vagões entre os clientes. Ressalta-se então, que as condições de operação são respeitadas neste modelo, garantindo a exequibilidade da solução.

A ideia inicial era elaborar três modelos de otimização. A diferença entre os modelos estaria no horizonte de tempo para o qual cada um se propunha; um mensal, outro semanal e, por último, um modelo diário. Essa tratativa seria empregada no intuito de atender à realidade da companhia, que trabalha com tais dimensões de programação. Entretanto, em função de limitações na versão demonstrativa do *software* empregado, Lindo 6.1, não foi possível resolver o modelo de programação mensal. Dessa maneira, optou-se por trabalhar apenas com o modelo de programação semanal.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho de conclusão de curso apresentou uma ferramenta matemática de otimização para alocação de vagões em uma empresa do ramo logístico de transporte ferroviário de cargas. A ferramenta, fundamentada em conceitos de pesquisa operacional e programação linear, pode ser empregada na elaboração do programa semanal de atendimento a clientes de carga geral do tipo ferro gusa.

Julga-se de extrema importância a aplicação de ferramentas de pesquisa operacional que permitam embasar as tomadas de decisões em nível gerencial. O maior estreitamento da relação entre o setor de programação e o de execução é fundamental para mapear as restrições envolvidas no processo, de maneira que seja possível alinhar o modelo matemático com a realidade, tornando a programação cada vez mais aderente ao planejado e eficiente.

O *software* utilizado para resolução do problema de programação linear, Lindo 6.1, atendeu as necessidades, ao passo que apresentou resultados com elevada confiabilidade e rapidez. Para a realização deste trabalho foi utilizada a versão demonstrativa do referido *software*, que se mostrou suficiente para fins acadêmicos. É importante ressaltar que em caso de aplicação do modelo pela empresa, será necessário adquirir a licença da versão oficial.

Os resultados obtidos para a programação da semana em estudo demonstraram que os conceitos iniciais foram plenamente atendidos, de maneira que a solução final oferece atendimento decrescente no que se refere ao cliente que gera maior margem para o que gera menor margem, elencando o nível de atendimento. Além disso, foi possível chegar a um detalhamento de programação diária para o atendimento da programação semanal.

Verifica-se que o modelo matemático abordado nesta pesquisa pode ser facilmente implementado na MRS Logística S.A., por se tratar de uma ferramenta confiável e que gera resultado em curto período de tempo, possibilitando análises mais rápidas. Sua utilização pode ser expandida para elaboração de programação mensal e diária, sendo necessário acompanhar o processo de implementação para identificar possíveis necessidades de ajuste do modelo.

Para realização de trabalhos futuros nesta linha, sugere-se o seguinte:

- Implementar o modelo proposto, seguindo as etapas proposta inicialmente como metodologia para o trabalho, ilustrada na figura 3.
- Estudo de outros tipos de carga, adequando o modelo às peculiaridades de transporte do cliente em questão e as restrições atreladas ao cenário, como

tipo de vagão utilizado, terminais de carga e de descarga e o período necessário para o atendimento.

- Considerar como restrição no modelo matemático a capacidade de vagões em cada tipo de trem, uma vez que o comprimento e o peso de cada composição é limitado. Tal restrição não foi considerada no presente trabalho, pois, para o estudo, existe capacidade ociosa para o transporte, ou seja, tem-se uma demanda de vagões inferior ao disponível no trem. Portanto, essa situação descaracteriza, nesta pesquisa, a capacidade do trem de receber vagões como sendo uma restrição relevante.
- Realizar uma análise comparativa utilizando outros *softwares* de programação linear para resolução do modelo, de forma que seja possível avaliar o impacto sobre o modelo, verificando qual *software* é mais adequado.
- Inserir na modelagem uma restrição que reflita a possibilidade da existência de estoque de vagões nos terminais de carga e descarga, o que poderia ser feito por meio do balanceamento de estoque. Da forma como está modelado, a quantidade de vagões no sistema é um dado de *input* e não seria aderente em caso de novas entradas de vagões ao longo da execução da programação. Da mesma maneira, seria interessante modelar a entrada de vagões que antes estavam avariados e foram disponibilizados para o uso, compondo o estoque.

De acordo com as análises realizadas, considera-se que o estudo cumpriu com seus objetivos iniciais, configurando-se em excelente oportunidade de aplicação dos conceitos abordados na graduação de Engenharia de Produção. Além disso, a interação com a organização onde o trabalho foi realizado proporcionou grande crescimento pessoal e profissional, possibilitando a visualização dos processos de maneira sistêmica.

6 REFERÊNCIAS

ANDRADE, Eduardo L. *Introdução à pesquisa operacional*. 2 ed. Rio de Janeiro: LCT, 1998.

ANTF. Disponível em *http://www.antf.org.br/index.php/mrs* Acesso em 03/10/2011.

BNDES. Disponível em *http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/liv_perspectivas/08.pdf* Acesso em 08/10/2011

BRONSON, R. - *Pesquisa operacional*. 1. ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1985.

BRONSON, R.; NAADIMUTHU, G. *Operations Research.* 2 Ed. New York: McGraw-Hill, 1997.

CAIXETA-FILHO, José Vicente. *Pesquisa Operacional*. São Paulo: Atlas, 2001.

CORMEN, Thomas H. *Introduction to algorithm*. 23. ed. MIT: McGraw-Hill, 1999.

CORRÊA, H. L.; GIANESI, I. G. N.; CAON, M. *Planejamento, programação e controle da produção: MRP II/ERP: Conceitos, uso e implantação.* Atlas. 4 a Edição. São Paulo, 2001.

FARIA, Ana Cristina de. *Custos Logísticos: Uma abordagem na adequação das informações de Controladoria à Gestão da Logística Empresarial*. São Paulo: 2003. Tese (Doutorado). Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo.

GARCIA, Solange. GUERREIRO, Reinado, CORRAR, Luis J. *Teoria das Restrições e Programação Linear*. Trabalho apresentado no V Congresso Internacional de Custos, Acapulco, México, 1997.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. *Otimização Combinatória e Programação Linear.* 2 Ed. Editora Campus, 2000.

HAYES, R. H.; PISANO, G. *Manufacturing Strategy: at the intersection of two paradigm shifts.* Production and Operations Management, v. 5, n. 1, p. 25-41, 1996.

LACHTERMACHER, Gerson. *Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões*, 3.ed. Rio de Janeiro : Editora Campus Elsivier, 2007.

MAXIMIANO, Antonio César Amaru. *Teoria geral da administração: da revolução urbana à revolução digital*. 3 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MOREIRA, D. A. *Administração da Produção e Operações*. Ed. Pioneira. São Paulo,1996.

MRS LOGÍSTICA S.A. Disponível em *http://www.mrs.com.br* Acesso em 03/10/2011.
MURTY, Katta G. *Linear programing*. Stanford: John Wiley & Sons, 1983.

PUCCINI, Abelardo de Lima. *Introdução à programação linear*. Rio de Janeiro: livros técnicos e científicos editora S.A, 1980.

SILVA, E. M.; SILVA, E. M.; GONÇALVES, V.; MUROLO, A. C. *Pesquisa Operacional: programação linear*. 3 Ed. São Paulo: Atlas, 1998.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. *Administração da Produção*. Atlas, São Paulo, 2002.

TROQUE, W. A.; PIRES, S. R. I. *Influência das práticas da Gestão da cadeia de Suprimentos na Gestão da Demanda*. XXIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção - ENEGEP – Ouro Preto, MG, Brasil, 2003.

TUBINO, Dalvio Ferrari. *Manual de Planejamento e controle da produção*. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 2000.

VOLLMANN, T. E.; BERRY, W L.; WHYBARK, D. *Manufacturing Planning And Control Systems*. McGraw-Hill. Irwin. 1997.

WINSTON, W. L. *Operations Research, Applications and Algorithm*. 3 Ed. Belmont (CA): Duxburry Press, 1994.

7 ANEXO A – PROGRAMAÇÃO EM LINGUAGEM COMPUTACIONAL

Software utilizado: Lindo 6.1

```
MAX11x1+11x2+11x3+11x4+11x5+11x6+11x7+10y1+10y2+10y3+10y4+10y5+10y6+10y7
+6z1+6z2+6z3+6z4+6z5+6z6+6z7
        Subject to
75x1+75x2+75x3+75x4+75x5+75x6+75x7<=7500;
75y1+75y2+75y3+75y4+75y5+75y6+75y7<=7500;
76z1+76z2+76z3+76z4+76z5+76z6+76z7<=3040;

x1+y1+z1<=30;
x2+y2+z2<=30;
x3+y3+z3<=30;
x4+y4+z4<=30;
x5+y5+z5<=30;
x6+y6+z6-x1-y1<=0;
x7+y7+z7-x2-y2-z1<=0;

x1+y1+z1<=44;
x2+y2+z2<=44;
x3+y3+z3<=44;
x4+y4+z4<=44;
x5+y5+z5<=44;
x6+y6+z6-x1-y1<=44;
x7+y7+z7-x2-y2-z1<=44;

x1+x2+x3+x4+x5+y1+y2+y3+y4+y5+z1+z2+z3+z4+z5+z6<=150;

z1+z2+z3>=10;
z2+z3+z4>=10;
z3+z4+z5>=10;
z4+z5+z6>=10;
z5+z6+z7>=10;
```

z1-10c1>=0;

z2-10c2>=0;

z3-10c3>=0;

z4-10c4>=0;

z5-10c5>=0;

z6-10c6>=0;

z7-10c7>=0;

z1-12c1<=0;

z2-12c2<=0;

z3-12c3<=0;

z4-12c4<=0;

z5-12c5<=0;

z6-12c6<=0;

z7-12c7<=0;

x1-10a1>=0;

x2-10a2>=0;

x3-10a3>=0;

x4-10a4>=0;

x5-10a5>=0;

x6-10a6>=0;

x7-10a7>=0;

x1-22a1<=0;

x2-22a2<=0;

x3-22a3<=0;

x4-22a4<=0;

x5-22a5<=0;

x6-22a6<=0;

x7-22a7<=0;

```
y1-10b1>=0;
y2-10b2>=0;
y3-10b3>=0;
y4-10b4>=0;
y5-10b5>=0;
y6-10b6>=0;
y7-10b7>=0;

y1-44b1<=0;
y2-44b2<=0;
y3-44b3<=0;
y4-44b4<=0;
y5-44b5<=0;
y6-44b6<=0;
y7-44b7<=0;

END

INT b1
INT b2
INT b3
INT b4
INT b5
INT b6
INT b7

INT a1
INT a2
INT a3
INT a4
INT a5
INT a6
INT a7
```

INT c1

INT c2

INT c3

INT c4

INT c5

INT c6

INT c7

8 ANEXO B – TERMO DE AUTENTICIDADE

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA

Termo de Declaração de Autenticidade de Autoria

Declaro, sob as penas da lei e para os devidos fins, junto à Universidade Federal de Juiz de Fora, que meu Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Graduação em Engenharia de Produção é original, de minha única e exclusiva autoria. E não se trata de cópia integral ou parcial de textos e trabalhos de autoria de outrem, seja em formato de papel, eletrônico, digital, áudio-visual ou qualquer outro meio.
Declaro ainda ter total conhecimento e compreensão do que é considerado plágio, não apenas a cópia integral do trabalho, mas também de parte dele, inclusive de artigos e/ou parágrafos, sem citação do autor ou de sua fonte.
Declaro, por fim, ter total conhecimento e compreensão das punições decorrentes da prática de plágio, através das sanções civis previstas na lei do direito autoral[1] e criminais previstas no Código Penal[2], além das cominações administrativas e acadêmicas que poderão resultar em reprovação no Trabalho de Conclusão de Curso.

Juiz de Fora, 10 de Novembro de 2011.

VINICIUS GARCIA TEIXEIRA MATRÍCULA: 200649041

_____ CPF: 076.182.846-01

ASSINATURA

[1] LEI N° 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998. Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.
[2] Art. 184. Violar direitos de autor e os que lhe são conexos: Pena – detenção, de 3 (três) meses a 1 (um) ano, ou multa.