PROGRAMA DE INGRESSO SELETIVO MISTO – PISM 2022
DIA 1 – MÓDULO III – Exatas

Prova realizada em 5 de fevereiro de 2022

REFERÊNCIAS DE CORREÇÃO DAS PROVAS DISCURSIVAS

LÍNGUA PORTUGUESA
Discursivas (5 questões)

QUESTÃO 1:

O texto está escrito em primeira pessoa do singular, sendo que o usual para artigos de opinião é a construção impessoal ou em primeira pessoa do plural. Isso ocorreu devido à estratégia argumentativa do relato pessoal, utilizada para destacar a proximidade da articulista com Paulo Freire e, portanto, reforçar a autoridade da escritora no assunto do artigo.

QUESTÃO 2:

A relação semântica é de causa. Tal conjunção pode ser substituída por, por exemplo, "uma vez que": Uma vez que aquela instituição financiava reformas educacionais aqui e em diversos países, ficou clara a vinculação entre os projetos governamentais daquele período e o poder econômico da instituição financeira.

QUESTÃO 3:

A) Citação de autoridade / argumento de autoridade

B) Exemplo de resposta possível: É importante que o recreio tenha seu tempo estendido para que seja possível maior interação entre os alunos. Conforme Paulo Freire defende, a escola deve propiciar momentos de interação de qualidade, inclusive com brincadeiras, o que um intervalo entre as aulas maior permitiria.

QUESTÃO 4:

O verbo ensinar é considerado como um verbo reflexivo de acordo com a argumentação traçada por Paulo Freire, pois, segundo ele, quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender. Isso significa que há uma ação reflexiva que volta ao sujeito da oração, seja ensinando ou aprendendo.

QUESTÃO 5:

Serão avaliados o domínio da normal culta escrita, o enquadramento ao tema proposto e a capacidade de desenvolver um texto argumentativo, apresentando tese bem fundamentada com argumentos.

MATEMÁTICA
Discursivas (5 questões)

QUESTÃO 1:

A quantidade de possíveis resultados no lançamento de dois dados é 36 e se encontram listados no quadro a seguir.

		Resultados possíveis no lançamento do dado 2					
		1	2	3	4	5	6
Resultados possíveis no lançamento do dado 1	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Somente as células desse quadro que se encontram coloridas na cor cinza apresentam a soma dos resultados igual a 7.

Assim, a probabilidade de se obter 7 como soma dos resultados do lançamento simultâneo desses dois dados é dada por:

$$\frac{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ favoráveis\ ao\ evento}{n^{\underline{o}}\ total\ de\ resultados\ possíveis} = \frac{6}{36}$$

QUESTÃO 2:

Completando quadrados na equação da circunferência C_1 tem-se:

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + y^2 - 4y + 4 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 0 + 9$$

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$$

Daí, tem-se que o centro da circunferência C_1 é o ponto $(3, 2)$, enquanto o centro da circunferência C_2 é o ponto $(7, 4)$.

O ponto médio do segmento de reta cujos extremos são os centros das circunferências C_1 e C_2 tem coordenadas:

$$\left(\frac{7+3}{2}, \frac{2+4}{2}\right) = (5, 3)$$

O coeficiente angular da reta que contém esse segmento é:

$$\frac{4-2}{7-3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Assim, a equação da reta que passa perpendicularmente pelo ponto médio do segmento de reta cujos extremos são os centros das circunferências C_1 e C_2 é dada por:

$$y-3=-\frac{1}{1/2}(x-5)$$

$$y-3=-2(x-5) \quad \text{ou} \quad y=-2x+13 \quad \text{ou} \quad 2x+y-13=0$$

QUESTÃO 3:

Como a soma e o produto de suas raízes são, respectivamente, 2 e 3, tem-se, pelas relações de Girard, que:

$$-\frac{b}{a}=2 \quad \text{e} \quad -\frac{d}{a}=3 \Leftrightarrow b=-2a \quad \text{e} \quad d=-3a$$

Sendo $p(1)=10$ e como $p(1)=a(1)^3+b(1)^2+c(1)+d=a+b+c+d$, pode-se concluir que:

$$a+b+c+d=10$$

Sendo -1 uma raiz desse polinômio, tem-se que $p(-1)=0$, ou seja,

$$p(-1)=a(-1)^3+b(-1)^2+c(-1)+d=-a+b-c+d=0$$

Com isso tem-se o seguinte sistema de quatro equações lineares:

$$\begin{cases} b=-2a \\ d=-3a \\ a+b+c+d=10 \\ -a+b-c+d=0 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema por qualquer método obtém-se: $a=-1$, $b=2$, $c=6$ e $d=3$.

QUESTÃO 4:

Representando, respectivamente, por a, b e c as idades da Ana, Bianca e Carla, pelo fato de Ana ser a irmã mais velha e de Bianca ser a irmã do meio tem-se: $c<b<a$.

A soma das idades das irmãs Ana, Bianca e Carla ser igual a 90 anos gera a equação:

$$a+b+c=90$$

O fato da diferença entre as idades de Ana e de Bianca ser a mesma que a diferença entre as idades de Bianca e de Carla gera a equação:

$$a-b=b-c$$

A informação de que Ana tem o dobro da idade de Carla, por sua vez, dá origem à equação:

$$a=2c$$

Com isso, tem-se o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} a+b+c=90 \\ a-2b+c=0 \\ a=2c \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema por qualquer método obtém-se: $a=40$, $b=30$ e $c=20$.

Portanto, as idades das três irmãs são:

- Ana: 40 anos;
- Bianca: 30 anos;
- Carla: 20 anos.

QUESTÃO 5:

A) Sendo r a reta que passa pelos pontos P_1 e P_2, seu coeficiente angular (m_r) é dado por:

$$m_r = \frac{0-1}{1-0} = \frac{-1}{1} = -1$$

Se a reta s é perpendicular à reta r e que passa pelo ponto P_1, então sua equação é da forma:

$$y - 1 = -\frac{1}{m_r}(x-0) \Leftrightarrow y - 1 = -\frac{1}{-1}x \Leftrightarrow y - 1 = x$$

$$y = x + 1 \quad \text{ou} \quad x - y + 1 = 0$$

B) Sendo P_3 o ponto de interseção de s com o eixo das abscissas, sua ordenada vale 0. Com isso, suas coordenadas $P_3 = (x_3, 0)$ devem satisfazer a equação da reta s, ou seja,

$$x_3 - 0 + 1 = 0 \Leftrightarrow x_3 = -1$$

Conhecendo-se as coordenadas dos três pontos, é possível fazer a plotagens no plano cartesiano e, com isso, perceber que o triângulo em questão tem base medindo 2 unidades e altura medindo 1 unidades, donde se conclui que sua área mede:

$\frac{2\times1}{2} = 1\ unidade\ de\ área$

Outra opção seria calcular:

$$\left|\frac{1}{2}det\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right| = \left|\frac{1}{2}(-1-1)\right| = |-1| = 1$$