

# PISM PROGRAMAS DE INGRESSO 2018

Módulo

# 3

1º DIA

# MATEMÁTICA

ECONOMIA E ADMINISTRAÇÃO

NOTAS

1

2

3

4

ufjf

UNIVERSIDADE  
FEDERAL DE JUIZ DE FORA

ARBITRÁRIO

COLE AQUI A ETIQUETA

INSCRIÇÃO

UFJF - PISM 2018 - 3 - PROVA 1 (MATEMÁTICA - ECONOMIA E ADMINISTRAÇÃO)

NOME LEGÍVEL: .....

ASSINATURA: .....

INSCRIÇÃO:

						-		
--	--	--	--	--	--	---	--	--

ATENÇÃO, FISCAL: NÃO CORTAR O CANHOTO ANTES DE ETIQUETAR E CONFERIR TODAS AS PROVAS

**ATENÇÃO:**

1. Suas respostas devem estar escritas obrigatoriamente com **caneta esferográfica azul ou preta**, de corpo transparente.
2. **ESCREVA SEU NOME E ASSINE SOMENTE NO ESPAÇO PRÓPRIO DA CAPA.**
3. **NÃO FAÇA NAS DEMAIS PÁGINAS QUALQUER MARCA PARA ALÉM DO SEU TEXTO.** Qualquer tipo de identificação pessoal do candidato nas folhas de questões acarretará sua eliminação.
4. Não ultrapasse o espaço que está pautado nas questões.

**QUESTÃO 1** – Para os itens (a) e (b) abaixo, considere a seguinte circunferência:  $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 44$ .

a) Encontre o centro e o raio da circunferência acima.

Para encontrar o centro e o raio da circunferência, precisamos completar os quadrados:

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y = 44$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 4y + 4) = 44 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 49.$$

Portanto, o centro da circunferência é o ponto  $C = (1, -2)$  e o seu raio vale  $R = 7$ .

b) Encontre a equação da reta que passa pelo centro da circunferência e que é perpendicular a reta que contém os pontos  $P_1 = (6, 3)$  e  $P_2 = (9, 2)$ .

Seja  $r$  a reta que passa pelos pontos  $(6, 3)$  e  $(9, 2)$ . O coeficiente angular da reta  $r$  é:

$$m = \frac{2 - 3}{9 - 6} = \frac{-1}{3}.$$

Logo, o coeficiente angular de qualquer reta perpendicular a reta  $r$  será 3, e terá a seguinte forma:

$$y = 3x + b.$$

Como queremos que a reta perpendicular contenha o ponto  $C = (1, -2)$ , vemos que

$$-2 = 3 + b.$$

Portanto,  $b = -5$ . Assim a equação da reta procurada será

$$y = 3x - 5.$$

**QUESTÃO 2** - Anagrama é a reordenação de letras de uma palavra para formar outras palavras.

a) Quantos são os anagramas da palavra **paralela**?

A palavra paralela possui três letras **A** e duas letras **L**, e as outras três letras não se repetem. Logo, esta palavra possui

$$\frac{8!}{3!2!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 2 = 3360 \text{ anagramas.}$$

b) Quantos são os anagramas da palavra **paralela** que começam e terminam com a mesma letra?

Consideramos dois casos:

**Caso 1)** O anagrama começa e termina com a letra **A**.

Das seis letras remanescentes, temos duas letras **L**, e as demais não se repetem. Assim, temos

$$\frac{6!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360 \text{ anagramas.}$$

**Caso 2)** O anagrama começa e termina com a letra **L**.

Mais uma vez temos seis letras, porém a letra **A** aparece três vezes. Portanto, temos

$$\frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120 \text{ anagramas.}$$

Logo, a palavra paralela possui  $360 + 120 = 480$  anagramas que começam e terminam com a mesma letra.

**QUESTÃO 3** - Determine o polinômio  $P(x)$  de grau 4 que satisfaz todas as propriedades abaixo:

- i)  $P(-x)=P(x)$ , para todo  $x$  real.
- ii)  $P(-1)=3$ .
- iii) O produto de suas raízes é igual a 2.
- iv) O resto da divisão de  $P(x)$  por  $x^3 + 1$  é um polinômio de grau 1.

Todo polinômio de grau 4 pode ser escrito da seguinte forma:

$$P(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \text{ onde } a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 \text{ são números reais.}$$

Pela condição **i)** temos que  $P(-x) = P(x)$ . Portanto,

$$a_4 x^4 - a_3 x^3 + a_2 x^2 - a_1 x + a_0 = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$a_3 x^3 + a_1 x = 0.$$

Como o polinômio  $a_3 x^3 + a_1 x$  coincide com o polinômio identicamente nulo, vemos que  $a_3 = a_1 = 0$ .

Assim,

$$P(x) = a_4 x^4 + a_2 x^2 + a_0.$$

Ao dividirmos  $P(x)$  por  $x^3 + 1$ , encontramos:

$$P(x) = a_4 x(x^3 + 1) + (a_2 x^2 - a_4 x + a_0).$$

Pela condição **iv)**, a divisão acima deixa como resto um polinômio de grau 1. Portanto,  $a_2 = 0$ .

Assim,  $P(x) = a_4 x^4 + a_0$ .

Pela condição **ii)** obtemos que  $P(-1) = a_4 + a_0 = 3$ .

A condição **iii)** nos diz que  $\frac{a_0}{a_4} = 2$ .

Então  $a_4 = 1$  e  $a_0 = 2$ . Logo,  $P(x) = x^4 + 2$ .

**QUESTÃO 4** - Um funcionário da UFJF gastou 106 reais ao comprar 20 lápis, 4 borrachas, 10 canetas e uma mochila para seu filho. Ao chegar em casa, ele percebeu que o valor da mochila é igual a 10 vezes o valor de cada lápis mais 8 vezes o valor de cada borracha e mais 6 vezes o valor de cada caneta. Sabendo-se que o gasto com os lápis é igual ao dobro do gasto com as canetas mais o dobro do gasto com as borrachas, e que o gasto com as borrachas é igual ao gasto com as canetas, determine o preço de cada produto.

Denotaremos os preços de cada borracha, lápis, caneta e mochila respectivamente por B, L, C e M.

Interpretando o enunciado da questão, podemos formular as seguintes equações:

**Equação 1:**  $20L + 4B + 10C + M = 106$

**Equação 2:**  $M = 10L + 8B + 6C$

**Equação 3:**  $20L = 20C + 8B$

**Equação 4:**  $4B = 10C$

Usando as equações 3 e 4, obtemos:

$$20L = 20C + 8B = 20C + 20C = 40C$$

**Equação 5:**  $L = 2C$

Usando as equações 2, 4 e 5 temos:

**Equação 6:**  $M = 10L + 8B + 6C = 20C + 20C + 6C = 46C$

Substituindo as equações 4, 5 e 6 na equação 1, obtemos:

$$106 = 20L + 4B + 10C + M = 40C + 10C + 10C + 46C = 106C$$

Portanto  $C = 1$ . Substituindo  $C = 1$  nas equações 4, 5 e 6 concluímos que:

Cada borracha custa R\$ 2,50;

Cada lápis custa R\$2,00;

A mochila custa R\$ 46;

Cada caneta custa R\$1,00.

**RASCUNHO**

## **INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA DISCURSIVA**

***Antes de abrir esse caderno, leia atentamente as instruções.***

### ***Antes da prova:***

- Não use em sala: boné, chapéu, chaveiros de qualquer tipo, óculos escuros, relógio e similares.
- Se você possui cabelos compridos, mantenha-os presos, deixando as orelhas descobertas.
- Mantenha com você somente materiais de escrita, documento de identificação, alimentos, água (em garrafa transparente) e medicamentos, se necessário. Tudo o mais que trazer deve ficar no saco plástico que você recebeu, amarrado e colocado embaixo da cadeira.
- **Assine a lista de presença** com a assinatura idêntica à da sua identidade.
- Se solicitado pelo Fiscal, assine a Ata de Abertura do Lacre da pasta que contém as provas.
- Quando autorizado, **vire o caderno e preencha os dados na capa.**
- **Abra seu caderno e confira** se sua prova tem **4 questões**. Caso haja algum problema, solicite imediatamente a substituição de seu caderno de questões.
- Você terá **4 horas e 30 min** para fazer as provas de hoje. Você só pode sair da sala **1h e 30min** depois do início do exame.
- **Será excluído do concurso o candidato que for flagrado portando ou mantendo consigo celular e/ou aparelho e componente eletrônico.**

### ***Durante a prova:***

- Suas respostas devem estar escritas obrigatoriamente com **caneta esferográfica azul ou preta**, de corpo transparente.
- **Devolva ao fiscal esse caderno de questões completo. Se não fizer isso, sua prova não será corrigida.**
- **Se as folhas do seu caderno se soltarem, por algum motivo, peça ao fiscal que as grampeie novamente.**
- Os três últimos candidatos deverão permanecer até o final da prova para assinar a Ata de Encerramento do exame.
- Comunique aos fiscais qualquer irregularidade observada durante a realização da prova. Se eles não tomarem as devidas providências, solicite a presença do Coordenador do Setor ou fale com ele depois que você sair da sala.