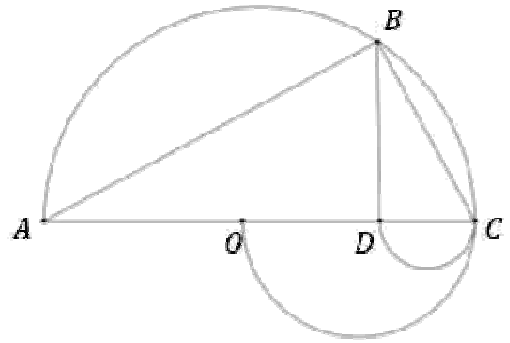


QUESTÃO 1 – Antônio, um fã de histórias em quadrinhos, decidiu confeccionar uma roupa para uma festa a fantasia. Para desenhar o símbolo da roupa, ele utilizou seus conhecimentos de matemática. Considere a figura do símbolo ao lado.



- a) Considere o triângulo ABC , de lado AB medindo 80mm e inscrito em uma semicircunferência de raio 50mm e centro O . Calcule os comprimentos dos segmentos OD e DC sabendo-se que BD é uma altura do triângulo ABC . Considere $\pi = 3$

a) (3 pontos)

O triângulo ABC está inscrito na semicircunferência de diâmetro AC , logo é um triângulo retângulo com $\hat{B} = 90^\circ$. Como $\overline{AO} = 50\text{mm}$, temos que $\overline{AC} = 100\text{mm}$. Usando o Teorema de Pitágoras obtemos que $\overline{BC} = 60\text{mm}$. A área do triângulo ABC é dada por $\frac{60 \times 80}{2} = 2400\text{mm}^2$.

Como BD é a altura do triângulo ABC relativa ao lado AC , então o triângulo BDC é retângulo com $\hat{D} = 90^\circ$. Usando a área do triângulo ABC dada por $\frac{BD \times AC}{2} = 2400\text{mm}^2$, obtemos que $\overline{BD} = 48\text{mm}$. Como o triângulo BDC é retângulo, $\overline{BC} = 60\text{mm}$ e $\overline{BD} = 48\text{mm}$ obtemos pelo Teorema de Pitágoras que $\overline{DC} = 36\text{mm}$. Usando $\overline{OD} + \overline{DC} = \overline{OC} = 50\text{mm}$ concluímos $\overline{OD} = 14\text{mm}$.

- b) Antônio deseja confeccionar o triângulo ABC e a semicircunferência de diâmetro DC com um tecido vermelho, e o restante do símbolo com um tecido azul. De quantos milímetros quadrados de cada tecido, Antônio vai precisar para confeccionar o símbolo para sua fantasia? Considere $\pi = 3$

b) (2 pontos)

$$S_{\Delta ABC} = \frac{60 \times 80}{2} = 2400\text{mm}^2.$$

$$\text{Área do semicírculo de diâmetro } DC \text{ é dada por } S_{DC} = \frac{\pi \left(\frac{DC}{2}\right)^2}{2} = 486\text{mm}^2$$

$$S_{\text{vermelha}} = S_{\Delta ABC} + S_{DC} = 2886\text{mm}^2$$

$$\text{Área do semicírculo de diâmetro } AC \text{ é dada por } S_{AC} = \frac{\pi \overline{AO}^2}{2} = 3750\text{mm}^2$$

$$\text{Área do semicírculo de diâmetro } OC \text{ é dada por } S_{OC} = \frac{\pi \left(\frac{OC}{2}\right)^2}{2} = 937,5\text{mm}^2$$

$$S_{\text{azul}} = S_{AC} + S_{OC} - S_{\Delta ABC} - S_{DC} = 1801,5\text{mm}^2$$

QUESTÃO 2 – Um capital de R\$ 1.000,00 aplicado no sistema de juros compostos a uma taxa de 10% ao mês, gera, após n meses, o montante (que é o juros mais o capital inicial) é dado pela fórmula ao lado:

$$M(n) = 1.000\left(1 + \frac{1}{10}\right)^n$$

a) Qual o valor do montante após 2 meses?

$$M(2) = 1000(1 + 1/10)^2 = R\$ 1210$$

b) Qual o número mínimo de meses necessários para que o valor do montante seja igual a R\$ 10.000,00 ?
(Use que $\log_{10} 11 = 1,04$)

b) (4 pontos)

Substituindo $M(n)=10000$ na equação temos:

$$10000 = 1000(1 + 1/10)^n$$

Simplificando e aplicando logaritmo na base 10 dos dois lados da equação obtemos que:

$$\log_{10} 10 = \log_{10}(1,1)^n$$

Usando as propriedades de logaritmo e que $\log_{10} 11 = 1,04$ temos que:

$$1 = n(\log 1,1) = n\left(\log_{10} \frac{11}{10}\right) = n(\log_{10} 11 - \log_{10} 10) = n(1,04 - 1) = 0,04n.$$

$$n = \frac{1}{0,04} = 25 \text{ meses.}$$