

Questão 1: O polinômio $p(x) = 2x^4 + x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ foi dividido por um polinômio $d(x)$ e obteve-se, por quociente, o polinômio $q(x) = x^2 + 3$ e, por resto, um polinômio $r(x)$. Sabe-se que $r(-1) = 0$ e $r(1) = 2$.

a) Determine os graus dos polinômios $d(x)$ e $r(x)$.

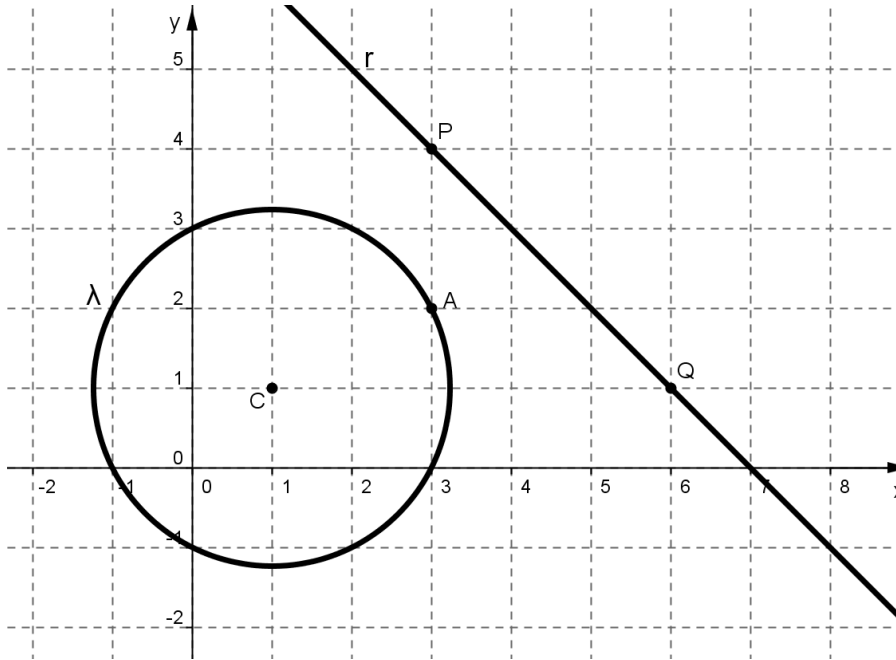
b) Determine os polinômios $d(x)$ e $r(x)$.

Questão 2: Dizemos que $x_0 \in \mathbb{R}$ é ponto fixo de uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se $f(x_0) = x_0$.

a) Verifique se a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 - 4x + 6$, possui ponto fixo e, em caso afirmativo, determine seu(s) ponto(s) fixo(s).

b) Seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função da forma $g(x) = ax + b$. Determine a e b para que g admita dois pontos fixos x_1 e x_2 distintos.

Questão 3: Considere a reta r determinada pelos pontos P e Q e a circunferência λ , de centro C , que passa pelo ponto A , conforme representados no plano cartesiano abaixo.



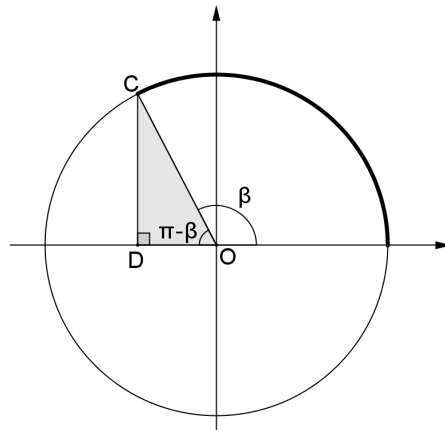
Determine a equação da reta s , perpendicular à reta r , tangente à circunferência λ e que contém pontos do 2º quadrante.

Questão 4: Nessa questão, trataremos do processo de redução ao 1º quadrante das funções trigonométricas de um arco $\beta \in [0, 2\pi]$. Se um arco β tem extremidade C no 2º quadrante, podemos obter um arco α , com extremidade no 1º quadrante, tal que $\text{sen}\beta = \text{sen}\alpha$ e $\text{cos}\beta = -\text{cos}\alpha$. Para isso, consideremos o triângulo OCD, retângulo em D, representado no círculo trigonométrico abaixo. Note que, nesse triângulo, $OC = 1$ e o ângulo agudo $\widehat{C\hat{O}D} = \pi - \beta$. Tomando $\alpha = \pi - \beta$ e utilizando as razões trigonométricas em um triângulo retângulo, obtemos:

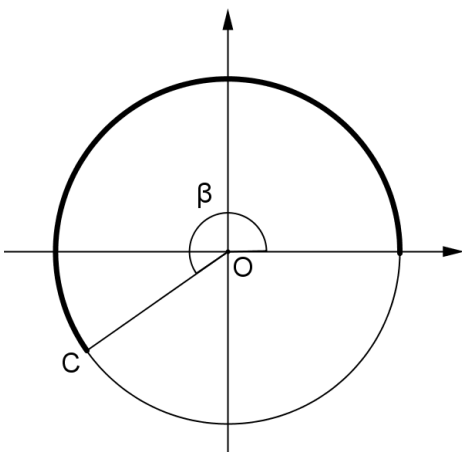
$$\text{sen}\alpha = \text{sen}(\pi - \beta) = \frac{CD}{OC} = \frac{CD}{1} = CD \text{ e } \text{cos}\alpha = \text{cos}(\pi - \beta) = \frac{OD}{OC} = \frac{OD}{1} = OD.$$

Por outro lado, $\text{sen}\beta = CD$ e $\text{cos}\beta = -OD$.

Portanto, $\text{sen}\beta = \text{sen}\alpha$ e $\text{cos}\beta = -\text{cos}\alpha$.



Considere um arco β com extremidade no 3º quadrante, como ilustrado no círculo trigonométrico abaixo. Procedendo como acima, escolha adequadamente um arco α , com extremidade no 1º quadrante, e obtenha $\text{sen}\beta$ e $\text{cos}\beta$ em função de $\text{sen}\alpha$ e $\text{cos}\alpha$, respectivamente.



Questão 5: Sejam a e b números reais positivos que satisfazem simultaneamente as duas equações abaixo:

$$2\log_2 a + 4\log_2 b = 5$$

$$\log_4 a - \log_4 b = -3$$

Calcule o valor de $a^3 b^3$ e expresse o resultado na forma de uma fração irredutível.