Movimento Retilíneo Uniforme

1 Objetivo

Estudar o Movimento Unidimensional realizando experimentos com um carrinho, em Movimento Retilíneo Uniforme, sobre um trilho de ar. Construção e análise de gráficos de grandezas físicas x e y relacionadas por uma dependência linear, isto é, por uma função $y = f(x)$, onde $f(x)$ obedece a equação de uma reta $y = ax + b$, com a e b constantes.

Para uma melhor compreensão dos resultados desta experiência, é importante que o estudante faça uma leitura das regras básicas para a construção e análise de gráficos lineares, apresentados na seção 3 do texto **"*Análise de dados para Laboratório de Física*"**, disponível na página do Departamento de Física.

2 Introdução Teórica

2.1 Movimento Unidimensional

Define-se movimento como sendo a mudança da posição de um corpo em relação a um determinado referencial. Por exemplo, um carro em movimento numa reta de uma estrada, mantendo o ponteiro do velocímetro sempre na marca de 80 km/h, quer dizer que o carro percorre 80 km a cada 1 hora. Essa situação é um exemplo do que se chama de ***Movimento Retilíneo Uniforme***. Se a velocidade do carro estivesse aumentando, o seu movimento seria acelerado. Se a velocidade do carro estivesse diminuindo, o seu movimento seria desacelerado. Em ambos os casos, a situação é um exemplo do que se chama de ***Movimento Retilíneo Variado***. Para identificar um movimento unidimensional é necessário adotar os conceitos de velocidade escalar média e aceleração escalar média. A velocidade escalar média é definida como

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{1}$$

onde, $\Delta x = x - x_0$ é a variação da posição do corpo e $\Delta t = t - t_0$ é a variação do tempo correspondente. A velocidade escalar instantânea v de um corpo é determinada a partir da sua velocidade média como

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \tag{2}$$

onde dx/dt é a derivada da função x em relação à variável t. Assim como a posição de um corpo pode variar, sua velocidade também pode. A rapidez com que a velocidade varia denomina-se ***aceleração***. A aceleração escalar média de um corpo é definida como

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

onde, $\Delta v = v - v_0$ é a variação da velocidade do corpo e $\Delta t = t - t_0$ é a variação do tempo correspondente. Assim como no caso da velocidade, pode-se definir a aceleração escalar instantânea de um corpo a partir da sua aceleração escalar média:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \tag{3}$$

onde dv/dt é a derivada da função v em relação à variável t.

2.2 Movimento Retilíneo Uniforme

Define-se Movimento Retilíneo Uniforme como sendo aquele movimento que tem ***velocidade escalar constante***. Pode-se dizer ainda que o móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempos iguais. Nesse caso, a velocidade escalar instantânea coincide com a velocidade escalar média em qualquer instante. Substituindo as equações $\Delta x = x - x_0$ e $\Delta t = t - t_0$ na Eq.1, obtém-se

$$v = v_m = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

ou, assumindo $t_0 = 0$, obtém-se a ***equação horária do Movimento Retilíneo Uniforme***:

$$x(t) = x_0 + vt \tag{4}$$

A Eq.4 mostra que a posição $x(t)$ de um corpo em Movimento Retilíneo Uniforme em função do tempo t se comporta como uma função linear.

Quando se faz a substituição da Eq. 4 na Eq. 2, o cálculo diferencial mostra que $v = constante$ para o caso do Movimento Retilíneo Uniforme. Como já visto, o Movimento Retilíneo Uniforme é o movimento que possui velocidade constante, ou seja, ela não varia com o passar do tempo. Entretanto, para que o movimento possa acontecer, essa velocidade constante, deve ser diferente de zero. Quando se faz a substituição $v = constante$ na Eq. 3, o cálculo diferencial mostra que $a = 0$ para o caso do Movimento Retilíneo Uniforme. Como não há variação de velocidade, então não pode haver aceleração neste movimento.

Quando se observa os movimentos dos corpos no cotidiano percebe-se que o movimento uniforme na realidade é uma idealização, pois sempre é necessário aumentar ou diminuir a velocidade durante o trajeto até um determinado local. Todos os corpos inclusive as pessoas executam algum movimento variado. Um movimento que mais se aproxima dos movimentos do cotidiano é o movimento uniformemente variado. Este movimento possui velocidade variável e aceleração constante e será considerado em experimentos posteriores.

Exemplo:

Considere um experimento hipotético do movimento retilíneo uniforme efetuado por um carrinho no laboratório. Nesse experimento, mede-se tanto sua posição x (em metros) quanto o tempo t (em segundos). Os resultados estão mostrados na tabela e gráfico da Fig.1. Determine a velocidade v e a posição inicial x_0 do carrinho usando o método dos mínimos quadrados e discuta a utilização do método gráfico.

t(s)	x(m)
0,100	0,51
0,200	0,59
0,300	0,72
0,400	0,80
0,500	0,92

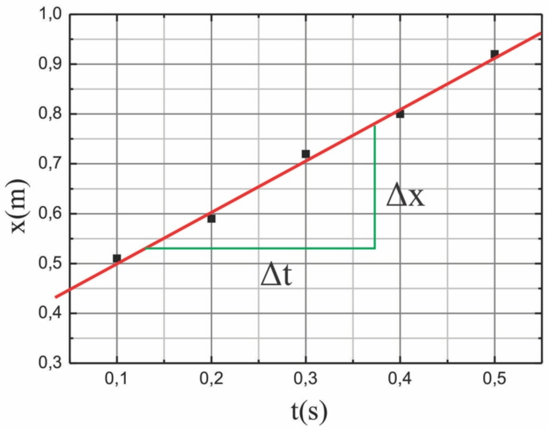

Fig. 1: Resultado hipotético do movimento retilíneo uniforme efetuado por um carrinho no laboratório.

De acordo com a Eq.4, a velocidade v e a posição inicial x_0 do carrinho são, respectivamente, os coeficientes angular a e linear b da reta definida no gráfico da Fig.1. De acordo com o ***método dos mínimos quadrados***, discutido com detalhes na seção 3.4.2 do texto **"*Análise de dados para Laboratório de Física*"**, os coeficientes angular a e linear b de uma reta num gráfico de comportamento linear $y = ax + b$ são dados por:

$$a = \frac{1}{d}\left(n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \langle x \rangle)\, y_i}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \langle x \rangle)^2} \tag{5}$$

e

$$b = \frac{1}{d}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \sum_{i=1}^{n} x_i\right) = \langle y \rangle - a\,\langle x \rangle \tag{6}$$

onde

$$d = n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 \tag{7}$$

Tabela de cálculo para a e b				
i	$t_i\ (s)$	$x_i\ (m)$	t_i^2	$t_i x_i$
1	$0,100$	$0,51$	$0,010$	$0,051$
2	$0,200$	$0,59$	$0,040$	$0,118$
3	$0,300$	$0,72$	$0,090$	$0,216$
4	$0,400$	$0,80$	$0,160$	$0,320$
5	$0,500$	$0,92$	$0,250$	$0,460$
Totais	$\sum t_i = 1,500$	$\sum x_i = 3,54$	$\sum t_i^2 = 0,550$	$\sum t_i x_i = 1,165$

Tab. 1: Tabela de cálculo para os coeficientes angular a e linear b

Na Tab.1 são mostrados os dados do experimento, bem como os somatórios necessários para o cálculo dos coeficientes a e b pelo método dos mínimos quadrado. Substituindo esses dados, com $n = 5$, nas Eqs. 7, 5, 6 para calcular d, a velocidade v e a posição inicial x_0, obtém-se

$$d = 5\sum_{i=1}^{5} t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{5} t_i\right)^2 = 5 \times 0,550 - \Big(1,500\Big)^2 = 0,500$$

$$v = a = \frac{1}{d}\left(5\sum_{i=1}^{5} t_i x_i - \sum_{i=1}^{5} t_i \sum_{i=1}^{5} x_i\right) = \frac{1}{0,500}\Big(5 \times 1,165 - 1,500 \times 3,54\Big) = 1,03\ m/s$$

$$x_0 = b = \frac{1}{d}\left(\sum_{i=1}^{5} t_i^2 \sum_{i=1}^{5} x_i - \sum_{i=1}^{5} t_i x_i \sum_{i=1}^{5} t_i\right) = \frac{1}{0,500}\Big(0,550 \times 3,54 - 1,165 \times 1,500\Big) = 0,399 \approx 0,40\ m$$

O ***método gráfico*** se baseia na estimativa dos parâmetros de uma reta que melhor se ajusta aos pontos experimentais, a partir do ***centro de gravidade*** $(\langle x \rangle, \langle y \rangle)$ desses pontos distribuídos sobre o gráfico, onde $\langle x \rangle$ e $\langle y \rangle$ são os valores médios das variáveis x e y, respectivamente. O método gráfico é discutido com detalhes na seção 3.4.1 do texto ***"Análise de dados para Laboratório de Física"***. Nessa discussão menciona-se o fato que esse método requer uma boa dose de bom senso e é apropriado somente quando se tem um número razoável de pontos experimentais $(n > 10)$. Como não é este o caso deste exemplo, o uso do método gráfico aqui levaria a resultados poucos precisos.

3 Material Necessário

Trilho de ar, cronômetro digital de interface com disparador eletrônico, sensores fotoelétricos, carrinho, papel milimetrado.

4 Procedimento Experimental

1. A Fig.2 mostra a fotografia do trilho de ar e seus acessórios que novamente serão utilizados neste experimento. Coloque a intensidade do gerador de fluxo de ar numa posição entre 2 e 3 e ligue-o. ***Atenção! nunca mova o carrinho sobre o trilho de ar sem que o gerador de fluxo de ar esteja ligado. Isso pode riscar e danificar definitivamente a escala do trilho de ar***. Neste experimento, o pequeno ímã deverá ser mantido no carrinho para prendê-lo no início do trilho de ar e possibilitar o seu movimento assim que a bobina de retenção e disparo for acionada.

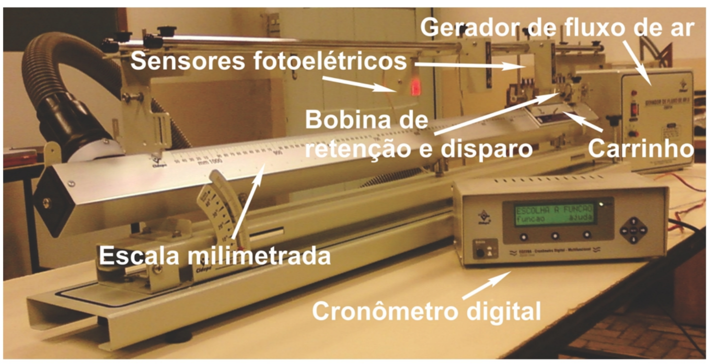

Fig. 2: Esquema do trilho de ar utilizado em nosso laboratório.

x (m)	Δx (m)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_4 (s)	t_5 (s)	$(\langle t\rangle \pm \delta t)$ (s)	$(\langle v\rangle \pm \delta v)$ (m/s)
0,3500								
0,4500								
0,5500								
0,6500								
0,7500								
0,8500								
0,9500								

Tab. 2: Tabela de dados

2. O sensor S_0 será mantido agora numa mesma posição enquanto o sensor S_1 ocupará diferentes posições para o registro de diferentes intervalos de tempo Δt do carrinho enquanto se movimenta sobre o trilho de ar. Como antes, o sensor S_0 é conectado na entrada S_0 e o sensor S_1 é conectado na entrada S_1 do cronômetro digital de interface. Após ligar o cronômetro digital de interface, use as orientações apresentadas na prática "***medidas físicas e o trilho de ar***" para conferir o alinhamento do sensor S_0 na posição $x_0 = 0,2700$ m. Use essas mesmas orientações para alinhar cada uma das posições do sensor S_1 ao longo do experimento.

3. Faça o alinhamento do sensor S_1 na posição $x = 0,3500$ m, calcule o valor do deslocamento $\Delta x = x - x_0$ e anote na Tab.2.

4. Para um teste de treinamento do uso do cronômetro digital, siga novamente os passos abaixo cuidadosamente e meça um intervalo de tempo de percurso do carrinho entre o sensor S_0 e o sensor S_1 no trilho de ar:

   (a) Ligar o cronômetro. Aparece na tela **Escolha a Função**.

   (b) Escolha a opção **função**, clicando a tecla 1.

   (c) Escolha a opção **OK**, clicando a tecla 2, para definir o número de sensores utilizados na experiência.

   (d) Escolha a opção N^o2, clicando a tecla 1, para definir o uso de 2 sensores.

   (e) Aparece na tela **Inserir Distância**. Note que no cronômetro digital a distância é simbolizada pela letra S. Escolha a opção **Não**, clicando a tecla 1. Nesse momento o cronômetro está preparado para o ***início da experiência***.

5. Aperte o botão disparador da fonte da bobina de retenção e disparo para impulsionar o carrinho no trilho de ar e dar início ao experimento.

6. Aparece na tela do cronômetro **Exp. Finalizado**. Escolha a opção **Ver**, clicando a tecla 1, para ver o resultado da medida. Aparece na tela do cronômetro **Resultados**. Escolha a opção **t**, clicando a tecla 1, para ver e anotar o intervalo de tempo que o carrinho gasta para percorrer a distância entre os dois sensores. Escolha a opção **OK**, clicando a tecla 2 e, em seguida, a opção **Sair**, clicando a tecla 3, para retornar aos recursos anteriores.

7. Escolha a opção **Repetir**, clicando a tecla 2 para novamente dar início a experiência. Repita a experiência 5 vezes e anote todos os valores dos intervalos de tempo correspondentes t_1,t_2, t_3, t_4 e t_5 na Tab.2.

8. Repita todo o procedimento anterior para outras 6 posições do sensor S_1 indicadas na Tab.2.

9. Calcule o valor médio $\langle t\rangle$ das 5 medidas de tempo, o valor da incerteza total δt de cada medida e anote-os na Tab.2. No cálculo da incerteza total, despreze a incerteza do cronômetro e admita que a incerteza aleatória seja dada pelo ***desvio padrão da média*** σ_m.

10. Calcular e anotar na Tab.2 a velocidade média $\langle v\rangle$ do carrinho, com a sua respectiva incerteza total δv, utilizando para isso a seguinte equação:

$$\langle v\rangle \pm \delta v = \frac{\Delta x}{\langle t\rangle} \pm \frac{\Delta x \delta t}{\langle t\rangle^2}$$

11. Para construir o gráfico do ***deslocamento*** Δx do carrinho em função do ***tempo médio*** $\langle t\rangle$, marque os pontos da Tab. 2 no papel milimetrado 1 anexo. No gráfico, coloque ***barras de erro*** na horizontal, referentes as medidas dos tempos, com magnitudes iguais às incertezas δt associados a essas medidas, e trace a reta que melhor se ajusta aos pontos do gráfico.

12. Com base na análise do gráfico, é possível afirmar que o mesmo é uma ***função linear***? Em caso afirmativo, como deve ser a dependência da posição do carrinho com o tempo? Determine os ***coeficientes angular*** e ***coeficiente linear*** da função obtida no gráfico, usando o ***método gráfico*** e o ***método dos mínimos quadrados***. Compare a diferença entre os dois métodos. Qual é o significado físico dos coeficientes angular e linear neste caso, quais suas unidades e quantos algarismos significativos podem ter?

13. Para construir o gráfico da ***velocidade média*** do carrinho $\langle v \rangle$ em função do ***tempo médio*** $\langle t \rangle$, marque os pontos da Tab. 2 no papel milimetrado 2 anexo. No gráfico, coloque ***barras de erro*** na vertical, referentes as medidas das velocidades, com magnitudes iguais às incertezas δv propagadas para essas medidas, trace a reta que melhor se ajusta aos pontos do gráfico e discuta o resultado.

14. Ao terminar a experiência, desligue o gerador do fluxo de ar e o cronômetro digital.

Referências

[1] Squires G. L., "*Practical Physics*", 3rd. edition, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.

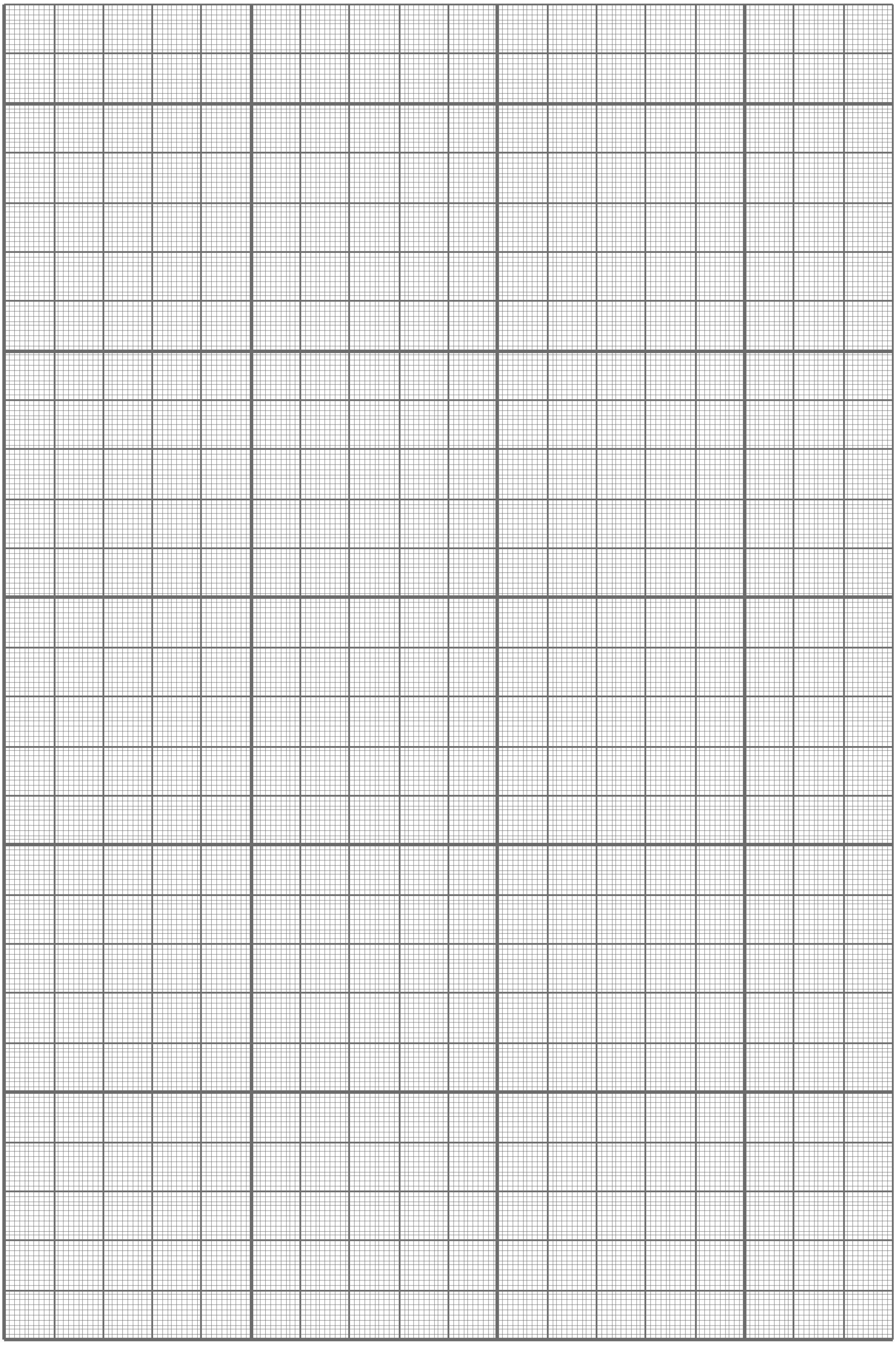

Fig. 3: Papel milimetrado 1.

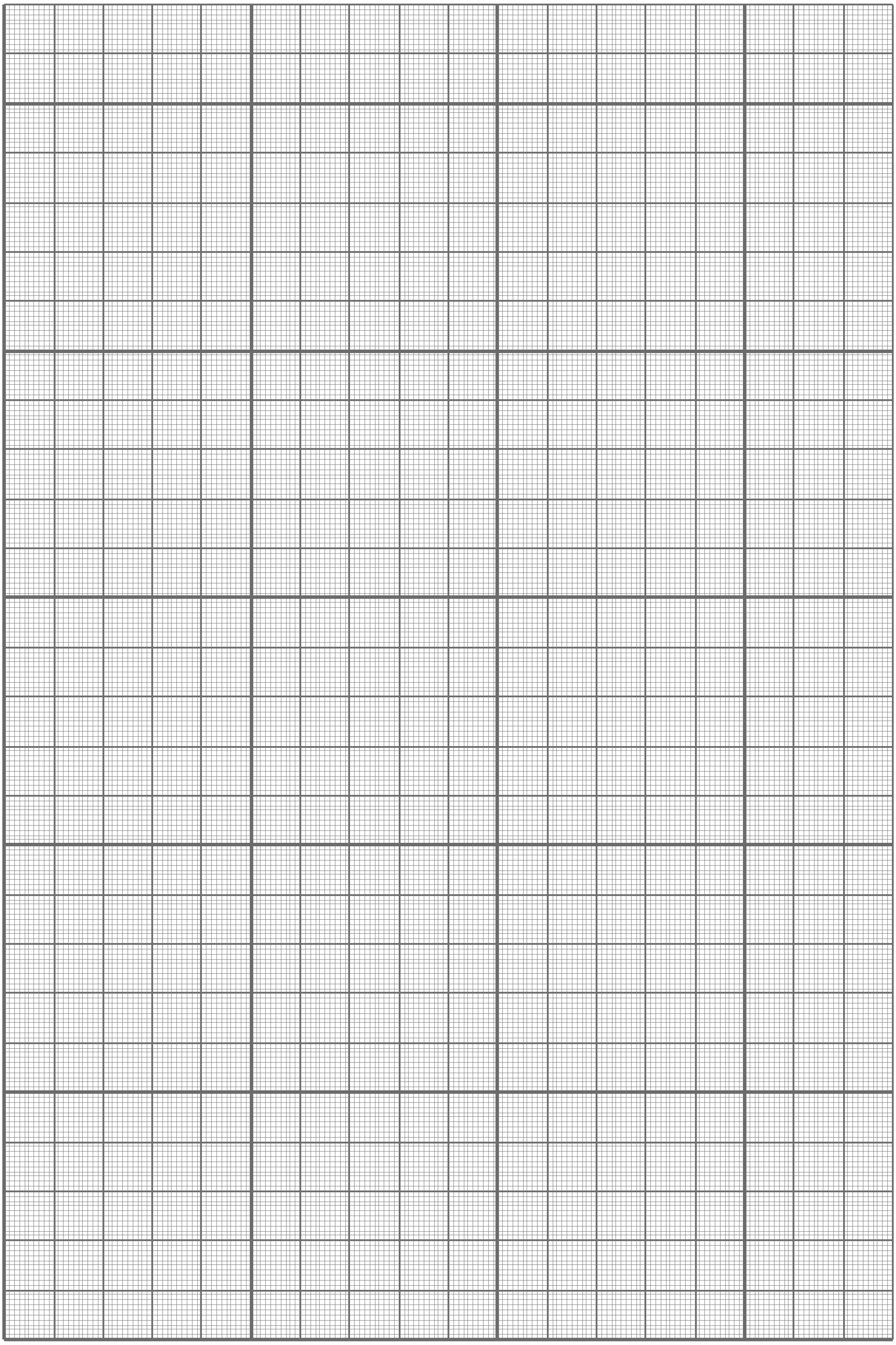

Fig. 4: Papel milimetrado 2.