



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA - *CAMPUS* Governador Valadares  
ECONOMETRIA ESPACIAL  
Prof. Vinícius de Azevedo Couto Firme

**Econometria Espacial:**  
Estimação & Testes: *Software* GeodaSpace



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA - *CAMPUS* Governador Valadares

ECONOMETRIA ESPACIAL

Prof. Vinícius de Azevedo Couto Firme

### **Estrutura da Apresentação:**

1. Testes Básicos da Regressão via MQO
2. Testes Adicionais da Regressão via MQO
3. Correção dos efeitos da Heterogeneidade Espacial



## 1. Testes Básicos da Regressão via MQO

**Mean dependent var** = retorna a média da variável dependente ( $\bar{y}$ ).

**S.D. dependent var** = retorna o desvio padrão da variável dependente.

**R-squared** =  $R^2$ , mede grau de explicação do modelos: (ruim)  $0 \leq R^2 \leq 1$  (bom).

**Adjusted R-squared** =  $R^2$  ajustado (inclui punição para o excesso de variáveis).

**Sum squared residual** = soma dos quadrados do resíduos (quanto menor melhor).

**Sigma-square** =  $\widehat{\sigma^2}$ , variância do termo de erro obtida via MQO (quanto menor melhor).

**S.E. of regression** =  $\widehat{\sigma}$ , desvio padrão do termo de erro obtido via MQO.

**Sigma-square ML** =  $\widehat{\sigma^2}$ , variância do termo de erro obtida via MV (quanto menor melhor).

**S.E. of regression ML** =  $\widehat{\sigma}$ , desvio padrão do termo de erro obtido via MV.

**Number of Observations** = número de observações ( $n$ ).

**Number of Variables** = número de variáveis explicativas + constante ( $k$ ).

**Degrees of Freedom** = graus de liberdade ( $n - k$ ).

**F-statistic** = Estatística F, mede se conjunto  $X$  explica  $y$  (quanto maior melhor).

**Prob(F-statistic)** = Prob. da Estatística F ( $H_0: X$  explica pouco  $y$ ).

**Log likelihood** = função de Log-verossimilhança (quanto maior melhor).

**Akaike info criterion** = Critério de Info. Akaike – AIC (quanto menor melhor).

**Schwarz info criterion** = Critério de Info. Schwarz – SC (quanto menor melhor).



## 1. Testes Básicos da Regressão via MQO

### Exemplo:

#### REGRESSION

#### SUMMARY OF OUTPUT: ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION

```
Data set      : Shape Aula Espacial
Dependent variable : Renda      Number of observations: 1666
Mean dependent var : 0.326978  Number of variables   : 3
S.D. dependent var : 0.18073   Degrees of Freedom    : 1663

R-squared      : 0.502162  F-statistic           : 838.722
Adjusted R-squared : 0.501563  Prob(F-statistic)    : 0
Sum squared residual: 27.0908  Log likelihood        : 1067.17
Sigma-square    : 0.0162903 Akaike info criterion : -2128.33
S.E. of regression : 0.127633  Schwarz criterion     : -2112.08
Sigma-square ML  : 0.016261
S.E of regression ML: 0.127519
```

variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	2.23906	0.0468561	47.7859	0.00000
Y0	-0.43332	0.011605	-37.3389	0.00000
EDUC	1.63881	0.0844859	19.3974	0.00000



## 2. Testes Adicionais da Regressão via MQO

a) **MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER** - MCN: mede o grau de multicolinearidade do modelo ( $MCN = 1$ : nenhuma multicolinearidade).

$1 < MCN \leq 20$ : nível aceitável;

$MCN > 20$ : nível elevado.

b) **TEST ON NORMALITY OF ERRORS**: verifica se  $\varepsilon \sim normal$ .

b.1) Jarque-Bera Test:  $H_0: \varepsilon \sim normal$

c) **DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY**: 3 testes para heterocedasticidade (todos consideram  $H_0: Homocedasticidade$ ).

c.1) Breusch-Pagan test (não indicado para erros não normais);

c.2) Koenker-Bassett test (robusto contra erros não normais);

c.3) White Test (robusto contra qualquer heterocedasticidade não especificada).

Nota: Quando o valor de prova (*prob.*) é elevado, tendemos a aceitar  $H_0$ . Logo, nos testes b.1, c.1, c.2 e c.3, é desejável que a estatística do teste seja pequena e o valor de prova seja elevado (Ex.: *prob.* = 0.6).



## 2. Testes Adicionais da Regressão via MQO

Exemplo:

variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	2.23906	0.0468561	47.7859	0.00000
Y0	-0.43332	0.011605	-37.3389	0.00000
EDUC	1.63881	0.0844859	19.3974	0.00000

  

REGRESSION DIAGNOSTICS				
MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER	47.554559			
TEST ON NORMALITY OF ERRORS				
TEST	DF	VALUE	PROB	
Jarque-Bera	2	569.0808	0.00000	
DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY				
RANDOM COEFFICIENTS				
TEST	DF	VALUE	PROB	
Breusch-Pagan test	2	46.1551	0.00000	
Koenker-Bassett test	2	20.1108	0.00004	
SPECIFICATION ROBUST TEST				
TEST	DF	VALUE	PROB	
white	5	28.1796	0.00003	



## 2. Testes Adicionais da Regressão via MQO

**d) DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE:** 6 testes para detectar dependência espacial (apenas para ACS na variável dependente ou no termo de erro).

Nota 1: Necessário selecionar uma matriz  $W$  antes de estimar MQO.

**d.1)** Moran's I (error): verifica o I de Moran dos resíduos ( $H_0: \lambda = 0$ ).

**d.2)** Lagrange Multiplier (lag):  $ML_\rho$ , verifica se  $H_0: \rho = 0$

**d.3)** Robust LM (lag):  $ML_\rho$  Robusto, verifica se  $H_0: \rho = 0$

**d.4)** Lagrange Multiplier (error):  $ML_\lambda$ , verifica se  $H_0: \lambda = 0$

**d.5)** Robust LM (error):  $ML_\lambda$  Robusto, verifica se  $H_0: \lambda = 0$

**d.6)** Lagrange Multiplier (SARMA): verifica se  $H_0: \rho = \gamma = 0$

Nota 3: Os testes de Multiplicador de Lagrange ( $ML_\rho$  e  $ML_\lambda$ ) tem baixo poder e tendem a rejeitar  $H_0$  com frequência (Ex.:  $ML_\lambda$  rejeitará  $H_0$  se  $\lambda = 0$  e  $\rho \neq 0$ ).

Nota 4: As versões robustas são mais poderosas e tendem a rejeitar  $H_0$  com mais dificuldade (Ex.:  $ML_\lambda$  aceitará  $H_0$  se  $\lambda = 0$  e  $\rho \neq 0$ ).

\* No EMQ2E (Ex: SAR) aparecerá só o *Anselin-Kelejian test*: verifica se  $H_0: \lambda = 0$ .



## 2. Testes Adicionais da Regressão via MQO

Exemplo:

```
DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE  
FOR WEIGHT MATRIX : queen  
(row-standardized weights)
```

TEST	MI/DF	VALUE	PROB
Moran's I (error)	0.1345	9.2185	0.00000
Lagrange Multiplier (lag)	1	6.9873	0.00821
Robust LM (lag)	1	37.4311	0.00000
Lagrange Multiplier (error)	1	82.7469	0.00000
Robust LM (error)	1	113.1908	0.00000
Lagrange Multiplier (SARMA)	2	120.1781	0.00000

```
===== END OF REPORT =====
```





### 3. Correção dos Efeitos da Heterogeneidade Espacial

- **3.1 A heterocedasticidade** pode ser oriunda da heterogeneidade espacial. Logo, se as regiões são muito heterogêneas será difícil obter um único e representativo parâmetro para as mesmas, sem gerar problemas nos resíduos.
- Neste caso, o EMQO não é enviesado mas deixa de ser eficiente (estatísticas t e F perdem sentido).
- Algumas correções, que permitem analisar as estatísticas t e F de forma robusta, mesmo na presença de Heterocedasticidade são:

**a) Matriz robusta de White:** corrige problema causado pela heterocedasticidade.

**b) Técnica HAC de Keleijian e Prucha (2007):** corrige problema causado pela heterocedasticidade + dependência espacial dos resíduos.

**c) Técnica KP-HET de Keleijian e Prucha (2010):** corrige problema causado pela heterocedasticidade em modelos com dependência espacial nos resíduos.

Nota 1: HAC = *Heteroskedastic Autocorrelation Consistent estimator*.

Nota 2: a técnica HAC necessita de uma matriz do tipo Kernel Espacial.

Nota 3: as técnicas a, b e c não corrigem nenhum viés associado ao  $\hat{\beta}$ .



### 3. Correção dos Efeitos da Heterogeneidade Espacial

Table 1: Comparison of Functionality: GeoDaSpace, Stata and R

Method	G	Stata	sph1 <sup>1</sup>	sph2 <sup>2</sup>
Standard (OLS)	●	●	●	●
heteroskedasticity (White) <sup>3</sup>	●	●	●	●
s.a. and heteroskedasticity (HAC) <sup>4</sup>	●		●	●
Standard (2SLS)	●	●	●	●
endogenous var and het. (White) <sup>3</sup>	●	●	●	●
endogenous var., s.a. and het. (HAC) <sup>4</sup>	●		●	●
Spatial lag (S2SLS) <sup>5</sup>	●	●	●	●
het. (White) <sup>3</sup>	●	●	●	●
s.a. and het. (HAC) <sup>4</sup>	●		●	●
endogenous var.	●	●		●
endog. var. and het. (White) <sup>3</sup>	●	●		●
endog. var., s.a. and het. (HAC) <sup>4</sup>	●			●
Spatial error (GM) (KP98/99) <sup>6</sup>	●	●	●	●
endogenous var.	●	●		●
Spatial error and lag (GM) (KP98/99) <sup>6</sup>	●	●	●	●
endog. var.	●	●		●
Spatial error (GMM)(KPD) <sup>7</sup>	●	●		●
endogenous var.	●	●		●
Spatial error and lag (GMM) (KPD) <sup>7</sup>	●	●		●
endog. var.	●	●		●
Spatial error with het. (GMM) (KP-Het) <sup>8</sup>	●	●	●	●
endog. var. and het.	●	●		●
Spatial error and lag with het. (GMM) (KP-Het) <sup>8</sup>	●	●	●	●
endog. var. and het.	●	●		●

GLOSSÁRIO DA TABELA 1

1. Pacote R 2012.04.13
2. Pacote R 2012.10.30
3. WHITE, H. (1980). A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4):817–838.
4. KELEJIAN, H. H. AND PRUCHA, I. R. (2007). HAC estimation in a spatial framework. *Journal of Econometrics*, 140(1):131–154.
5. ANSELIN, L. (1988). *Spatial Econometrics: methods and models*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
6. KELEJIAN, H. H. AND PRUCHA, I. R. (1998). A generalized spatial two-stage least squares procedures for estimating a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 17(1):99–121. KELEJIAN, H. H. AND PRUCHA, I. R. (1999). A generalized moments estimator for the autoregressive parameter in a spatial model. *International Economic Review*, 40(2):509–33.
7. DRUKKER, D. M., EGGER, P., AND PRUCHA, I. (2012). On two-step estimation of a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances and endogenous regressors. *Econometric Reviews*. forthcoming.
8. ARRAIZ, I., DRUKKER, D. M., KELEJIAN, H. H., AND PRUCHA, I. R. (2010). A spatial Cliff-Ord-type model with heteroskedastic innovations: Small and large sample results. *Journal of Regional Science*, 50:592–614.

Nota: s.a. = spatial autocorrelation.



### 3. Correção dos Efeitos da Heterogeneidade Espacial

**Exemplo** (Matriz Robusta de White):

Variable	Coefficient	Std.Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	2.2390591	0.0468561	47.7858621	0.0000000
Educ	1.6388050	0.0844859	19.3973834	0.0000000
Y0	-0.4333196	0.0116050	-37.3388994	0.0000000

White Standard Errors

Variable	Coefficient	Std.Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	2.2390591	0.0496453	45.1010909	0.0000000
Educ	1.6388050	0.0937190	17.4863785	0.0000000
Y0	-0.4333196	0.0127076	-34.0991684	0.0000000

Questão: como a matriz robusta de White afetou os resultados obtidos?

Resp.: apenas a estatística t é afetada, os coeficientes estimados permanecem os mesmos.

Nota: o mesmo é válido para a técnicas HAT (afeta apenas estatística t). No caso da KP-HET, os coeficientes também podem se alterar.



### 3. Correção dos Efeitos da Heterogeneidade Espacial

**3.2 Regimes Espaciais:** a heterogeneidade pode se manifestar no termo de erro (heterocedasticidade) e/ou nos parâmetros de intercepto e inclinação. Neste último caso, sugere-se o uso de regimes espaciais (regressões diferentes para regiões diferentes):

- A estimação de um modelo via regimes espaciais segue a mesma lógica dos demais modelos espaciais. Contudo, deve-se escolher uma variável que indicará o regime a ser adotado.
- Tal variável deve ser numérica e categórica (Ex: 1=SUL; 2=NORT 3=NORD; 4=CO; 5=SUD).
- A estimação via regimes possuirá os mesmos testes do modelo sem regimes. Contudo, ainda apresentará o **Teste de Chow Espacial** para:
  - a) os coeficientes de todas as variáveis em conjunto;
  - b) os coeficientes de cada variável separadamente.
- Em ambos os casos, verifica-se:  $H_0: \beta_{SUL} = \beta_{NORT} = \beta_{NORD} = \beta_{CO} = \beta_{SUD}$ .



### 3. Correção dos Efeitos da Heterogeneidade Espacial

**Exemplo** (Regimes p/ UFs sudeste: MG=31; ES=32; RJ=33; SP=35):

Variable	Coefficient	Std.Error	t-Statistic	Probability
31_CONSTANT	2.2490894	0.0657896	34.1860783	0.0000000
31_Educ	1.7624933	0.1342500	13.1284395	0.0000000
31_Y0	-0.4422675	0.0163145	-27.1088185	0.0000000
32_CONSTANT	1.9022765	0.2991553	6.3588266	0.0000000
32_Educ	2.2778163	0.3941034	5.7797426	0.0000002
32_Y0	-0.4182440	0.0635653	-6.5797510	0.0000000
33_CONSTANT	1.1045353	0.2523249	4.3774332	0.0000329
33_Educ	1.0686679	0.3734847	2.8613435	0.0052697
33_Y0	-0.2109317	0.0546333	-3.8608600	0.0002152
35_CONSTANT	2.1581391	0.0927172	23.2765697	0.0000000
35_Educ	1.8069649	0.1614463	11.1923565	0.0000000
35_Y0	-0.4344307	0.0186986	-23.2333548	0.0000000

Regimes variable: UF\_IBGE

REGIMES DIAGNOSTICS - CHOW TEST

VARIABLE	DF	VALUE	PROB
CONSTANT	3	20.071	0.0002
Educ	3	5.237	0.1553
Y0	3	16.691	0.0008
Global test	9	35.326	0.0001

=====  
END OF REPORT  
=====



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA - *CAMPUS* Governador Valadares  
ECONOMETRIA ESPACIAL  
Prof. Vinícius de Azevedo Couto Firme

## Referência

1. CHASCO, C. *GeodaSpace: A resource for teaching spatial regression models*, 2013.

Disponível on line em: <https://www.researchgate.net/publication/256373609>