



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA - *CAMPUS* Governador Valadares
ECONOMETRIA ESPACIAL
Prof. Vinícius de Azevedo Couto Firme

Econometria Espacial:
Estimação & Testes: *Software* GeodaSpace



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA - *CAMPUS* Governador Valadares

ECONOMETRIA ESPACIAL

Prof. Vinícius de Azevedo Couto Firme

Estrutura da Apresentação:

1. Testes Básicos da Regressão via MQO
2. Testes Adicionais da Regressão via MQO
3. Correção dos efeitos da Heterogeneidade Espacial



1. Testes Básicos da Regressão via MQO

Mean dependent var = retorna a média da variável dependente (\bar{y}).

S.D. dependent var = retorna o desvio padrão da variável dependente.

R-squared = R^2 , mede grau de explicação do modelos: (ruim) $0 \leq R^2 \leq 1$ (bom).

Adjusted R-squared = R^2 ajustado (inclui punição para o excesso de variáveis).

Sum squared residual = soma dos quadrados do resíduos (quanto menor melhor).

Sigma-square = $\widehat{\sigma^2}$, variância do termo de erro obtida via MQO (quanto menor melhor).

S.E. of regression = $\widehat{\sigma}$, desvio padrão do termo de erro obtido via MQO.

Sigma-square ML = $\widehat{\sigma^2}$, variância do termo de erro obtida via MV (quanto menor melhor).

S.E. of regression ML = $\widehat{\sigma}$, desvio padrão do termo de erro obtido via MV.

Number of Observations = número de observações (n).

Number of Variables = número de variáveis explicativas + constante (k).

Degrees of Freedom = graus de liberdade ($n - k$).

F-statistic = Estatística F, mede se conjunto X explica y (quanto maior melhor).

Prob(F-statistic) = Prob. da Estatística F ($H_0: X$ explica pouco y).

Log likelihood = função de Log-verossimilhança (quanto maior melhor).

Akaike info criterion = Critério de Info. Akaike – AIC (quanto menor melhor).

Schwarz info criterion = Critério de Info. Schwarz – SC (quanto menor melhor).



1. Testes Básicos da Regressão via MQO

Exemplo:

REGRESSION

SUMMARY OF OUTPUT: ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION

```
Data set : Shape Aula Espacial
Dependent variable : Renda Number of observations: 1666
Mean dependent var : 0.326978 Number of variables : 3
S.D. dependent var : 0.18073 Degrees of Freedom : 1663

R-squared : 0.502162 F-statistic : 838.722
Adjusted R-squared : 0.501563 Prob(F-statistic) : 0
Sum squared residual: 27.0908 Log likelihood : 1067.17
Sigma-square : 0.0162903 Akaike info criterion : -2128.33
S.E. of regression : 0.127633 Schwarz criterion : -2112.08
Sigma-square ML : 0.016261
S.E of regression ML: 0.127519
```

variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	2.23906	0.0468561	47.7859	0.00000
Y0	-0.43332	0.011605	-37.3389	0.00000
EDUC	1.63881	0.0844859	19.3974	0.00000



2. Testes Adicionais da Regressão via MQO

a) **MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER** - MCN: mede o grau de multicolinearidade do modelo ($MCN = 1$: nenhuma multicolinearidade).

$1 < MCN \leq 20$: nível aceitável;

$MCN > 20$: nível elevado.

b) **TEST ON NORMALITY OF ERRORS**: verifica se $\varepsilon \sim normal$.

b.1) Jarque-Bera Test: $H_0: \varepsilon \sim normal$

c) **DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY**: 3 testes para heterocedasticidade (todos consideram $H_0: Homocedasticidade$).

c.1) Breusch-Pagan test (não indicado para erros não normais);

c.2) Koenker-Bassett test (robusto contra erros não normais);

c.3) White Test (robusto contra qualquer heterocedasticidade não especificada).

Nota: Quando o valor de prova (*prob.*) é elevado, tendemos a aceitar H_0 . Logo, nos testes b.1, c.1, c.2 e c.3, é desejável que a estatística do teste seja pequena e o valor de prova seja elevado (Ex.: *prob.* = 0.6).



2. Testes Adicionais da Regressão via MQO

Exemplo:

variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	2.23906	0.0468561	47.7859	0.00000
Y0	-0.43332	0.011605	-37.3389	0.00000
EDUC	1.63881	0.0844859	19.3974	0.00000

REGRESSION DIAGNOSTICS

MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER 47.554559

TEST ON NORMALITY OF ERRORS

TEST	DF	VALUE	PROB
Jarque-Bera	2	569.0808	0.00000

DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY

RANDOM COEFFICIENTS

TEST	DF	VALUE	PROB
Breusch-Pagan test	2	46.1551	0.00000
Koenker-Bassett test	2	20.1108	0.00004

SPECIFICATION ROBUST TEST

TEST	DF	VALUE	PROB
white	5	28.1796	0.00003



2. Testes Adicionais da Regressão via MQO

d) DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE: 6 testes para detectar dependência espacial (apenas para ACS na variável dependente ou no termo de erro).

Nota 1: Necessário selecionar uma matriz W antes de estimar MQO.

d.1) Moran's I (error): verifica o I de Moran dos resíduos ($H_0: \lambda = 0$).

d.2) Lagrange Multiplier (lag): ML_ρ , verifica se $H_0: \rho = 0$

d.3) Robust LM (lag): ML_ρ Robusto, verifica se $H_0: \rho = 0$

d.4) Lagrange Multiplier (error): ML_λ , verifica se $H_0: \lambda = 0$

d.5) Robust LM (error): ML_λ Robusto, verifica se $H_0: \lambda = 0$

d.6) Lagrange Multiplier (SARMA): verifica se $H_0: \rho = \gamma = 0$

Nota 3: Os testes de Multiplicador de Lagrange (ML_ρ e ML_λ) tem baixo poder e tendem a rejeitar H_0 com frequência (Ex.: ML_λ rejeitará H_0 se $\lambda = 0$ e $\rho \neq 0$).

Nota 4: As versões robustas são mais poderosas e tendem a rejeitar H_0 com mais dificuldade (Ex.: ML_λ aceitará H_0 se $\lambda = 0$ e $\rho \neq 0$).

* No EMQ2E (Ex: SAR) aparecerá só o *Anselin-Kelejian test*: verifica se $H_0: \lambda = 0$.



2. Testes Adicionais da Regressão via MQO

Exemplo:

```
DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE  
FOR WEIGHT MATRIX : queen  
(row-standardized weights)
```

TEST	MI/DF	VALUE	PROB
Moran's I (error)	0.1345	9.2185	0.00000
Lagrange Multiplier (lag)	1	6.9873	0.00821
Robust LM (lag)	1	37.4311	0.00000
Lagrange Multiplier (error)	1	82.7469	0.00000
Robust LM (error)	1	113.1908	0.00000
Lagrange Multiplier (SARMA)	2	120.1781	0.00000

```
===== END OF REPORT =====
```



3. Correção dos Efeitos da Heterogeneidade Espacial

- **3.1 A heterocedasticidade** pode ser oriunda da heterogeneidade espacial. Logo, se as regiões são muito heterogêneas será difícil obter um único e representativo parâmetro para as mesmas, sem gerar problemas nos resíduos.
- Neste caso, o EMQO não é enviesado mas deixa de ser eficiente (estatísticas t e F perdem sentido).
- Algumas correções, que permitem analisar as estatísticas t e F de forma robusta, mesmo na presença de Heterocedasticidade são:

a) Matriz robusta de White: corrige problema causado pela heterocedasticidade.

b) Técnica HAC de Keleijian e Prucha (2007): corrige problema causado pela heterocedasticidade + dependência espacial dos resíduos.

c) Técnica KP-HET de Keleijian e Prucha (2010): corrige problema causado pela heterocedasticidade em modelos com dependência espacial nos resíduos.

Nota 1: HAC = *Heteroskedastic Autocorrelation Consistent estimator*.

Nota 2: a técnica HAC necessita de uma matriz do tipo Kernel Espacial.

Nota 3: as técnicas a, b e c não corrigem nenhum viés associado ao $\hat{\beta}$.



3. Correção dos Efeitos da Heterogeneidade Espacial

Table 1: Comparison of Functionality: GeoDaSpace, Stata and R

Method	G	Stata	sph1 ¹	sph2 ²
Standard (OLS)	●	●	●	●
heteroskedasticity (White) ³	●	●	●	●
s.a. and heteroskedasticity (HAC) ⁴	●		●	●
Standard (2SLS)	●	●	●	●
endogenous var and het. (White) ³	●	●	●	●
endogenous var., s.a. and het. (HAC) ⁴	●		●	●
Spatial lag (S2SLS) ⁵	●	●	●	●
het. (White) ³	●	●	●	●
s.a. and het. (HAC) ⁴	●		●	●
endogenous var.	●	●		●
endog. var. and het. (White) ³	●	●		●
endog. var., s.a. and het. (HAC) ⁴	●			●
Spatial error (GM) (KP98/99) ⁶	●	●	●	●
endogenous var.	●	●		●
Spatial error and lag (GM) (KP98/99) ⁶	●	●	●	●
endog. var.	●	●		●
Spatial error (GMM)(KPD) ⁷	●	●		●
endogenous var.	●	●		●
Spatial error and lag (GMM) (KPD) ⁷	●	●		●
endog. var.	●	●		●
Spatial error with het. (GMM) (KP-Het) ⁸	●	●	●	●
endog. var. and het.	●	●		●
Spatial error and lag with het. (GMM) (KP-Het) ⁸	●	●	●	●
endog. var. and het.	●	●		●

GLOSSÁRIO DA TABELA 1

1. Pacote R 2012.04.13
2. Pacote R 2012.10.30
3. WHITE, H. (1980). A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4):817–838.
4. KELEJIAN, H. H. AND PRUCHA, I. R. (2007). HAC estimation in a spatial framework. *Journal of Econometrics*, 140(1):131–154.
5. ANSELIN, L. (1988). *Spatial Econometrics: methods and models*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
6. KELEJIAN, H. H. AND PRUCHA, I. R. (1998). A generalized spatial two-stage least squares procedures for estimating a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 17(1):99–121. KELEJIAN, H. H. AND PRUCHA, I. R. (1999). A generalized moments estimator for the autoregressive parameter in a spatial model. *International Economic Review*, 40(2):509–33.
7. DRUKKER, D. M., EGGER, P., AND PRUCHA, I. (2012). On two-step estimation of a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances and endogenous regressors. *Econometric Reviews*. forthcoming.
8. ARRAIZ, I., DRUKKER, D. M., KELEJIAN, H. H., AND PRUCHA, I. R. (2010). A spatial Cliff-Ord-type model with heteroskedastic innovations: Small and large sample results. *Journal of Regional Science*, 50:592–614.

Nota: s.a. = spatial autocorrelation.



3. Correção dos Efeitos da Heterogeneidade Espacial

Exemplo (Matriz Robusta de White):

Variable	Coefficient	Std.Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	2.2390591	0.0468561	47.7858621	0.0000000
Educ	1.6388050	0.0844859	19.3973834	0.0000000
Y0	-0.4333196	0.0116050	-37.3388994	0.0000000

White Standard Errors

Variable	Coefficient	Std.Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	2.2390591	0.0496453	45.1010909	0.0000000
Educ	1.6388050	0.0937190	17.4863785	0.0000000
Y0	-0.4333196	0.0127076	-34.0991684	0.0000000

Questão: como a matriz robusta de White afetou os resultados obtidos?

Resp.: apenas a estatística t é afetada, os coeficientes estimados permanecem os mesmos.

Nota: o mesmo é válido para a técnicas HAT (afeta apenas estatística t). No caso da KP-HET, os coeficientes também podem se alterar.



3. Correção dos Efeitos da Heterogeneidade Espacial

3.2 Regimes Espaciais: a heterogeneidade pode se manifestar no termo de erro (heterocedasticidade) e/ou nos parâmetros de intercepto e inclinação. Neste último caso, sugere-se o uso de regimes espaciais (regressões diferentes para regiões diferentes):

- A estimação de um modelo via regimes espaciais segue a mesma lógica dos demais modelos espaciais. Contudo, deve-se escolher uma variável que indicará o regime a ser adotado.
- Tal variável deve ser numérica e categórica (Ex: 1=SUL; 2=NORT 3=NORD; 4=CO; 5=SUD).
- A estimação via regimes possuirá os mesmos testes do modelo sem regimes. Contudo, ainda apresentará o **Teste de Chow Espacial** para:
 - a) os coeficientes de todas as variáveis em conjunto;
 - b) os coeficientes de cada variável separadamente.
- Em ambos os casos, verifica-se: $H_0: \beta_{SUL} = \beta_{NORT} = \beta_{NORD} = \beta_{CO} = \beta_{SUD}$.



3. Correção dos Efeitos da Heterogeneidade Espacial

Exemplo (Regimes p/ UFs sudeste: MG=31; ES=32; RJ=33; SP=35):

Variable	Coefficient	Std.Error	t-Statistic	Probability
31_CONSTANT	2.2490894	0.0657896	34.1860783	0.0000000
31_Educ	1.7624933	0.1342500	13.1284395	0.0000000
31_Y0	-0.4422675	0.0163145	-27.1088185	0.0000000
32_CONSTANT	1.9022765	0.2991553	6.3588266	0.0000000
32_Educ	2.2778163	0.3941034	5.7797426	0.0000002
32_Y0	-0.4182440	0.0635653	-6.5797510	0.0000000
33_CONSTANT	1.1045353	0.2523249	4.3774332	0.0000329
33_Educ	1.0686679	0.3734847	2.8613435	0.0052697
33_Y0	-0.2109317	0.0546333	-3.8608600	0.0002152
35_CONSTANT	2.1581391	0.0927172	23.2765697	0.0000000
35_Educ	1.8069649	0.1614463	11.1923565	0.0000000
35_Y0	-0.4344307	0.0186986	-23.2333548	0.0000000

Regimes variable: UF_IBGE

REGIMES DIAGNOSTICS - CHOW TEST

VARIABLE	DF	VALUE	PROB
CONSTANT	3	20.071	0.0002
Educ	3	5.237	0.1553
Y0	3	16.691	0.0008
Global test	9	35.326	0.0001

=====
END OF REPORT
=====



Referência

1. CHASCO, C. *GeodaSpace: A resource for teaching spatial regression models*, 2013.

Disponível on line em: <https://www.researchgate.net/publication/256373609>