Aprendizado de máquinas

Tiago M. Magalhães

Departamento de Estatística - ICE-UFJF

Juiz de Fora, 17 de junho de 2026

Roteiro

Roteiro

Introdução

De modo geral, o objetivo de um modelo de regressão é determinar a relação entre uma variável aleatória $Y \in \mathbb{R}$ e um vetor $\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_d)^\top \in \mathbb{R}^p$.

Mais especificamente, busca-se estimar a função de regressão

$$r(\boldsymbol{x}) := \mathbb{E}(Y|\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x}) \tag{1}$$

como forma de descrever tal relação.

Introdução

De modo geral, o objetivo de um modelo de regressão é determinar a relação entre uma variável aleatória $Y \in \mathbb{R}$ e um vetor $\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_d)^\top \in \mathbb{R}^p$. Mais especificamente, busca-se estimar a função de regressão

$$r(\boldsymbol{x}) := \mathbb{E}(Y|\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x}) \tag{1}$$

como forma de descrever tal relação.

Introdução

Quando Y é uma variável quantitativa, nós temos um problema de regressão. Para as situações em que Y é qualitativa nós temos um problema de classificação.

Introdução

Quando Y é uma variável quantitativa, nós temos um problema de regressão. Para as situações em que Y é qualitativa nós temos um problema de classificação.

Introdução

No entanto, a distinção nem sempre é tão nítida (James et al., 2023, p. 28). Por exemplo, os modelo de regressão normal e logístico fazem parte da classe dos modelos lineares generalizados Nelder e Wedderburn (1972).

Introdução

O objetivo de (1) pode ser dividido em duas classes:

- **Objetivo inferencial:** Quais preditores são importantes? Qual é a relação entre cada preditor e a variável resposta? Qual é o efeito da mudança de valor de um dos preditores na variável resposta?

Introdução

O objetivo de (1) pode ser dividido em duas classes:

- **Objetivo inferencial:** Quais preditores são importantes? Qual é a relação entre cada preditor e a variável resposta? Qual é o efeito da mudança de valor de um dos preditores na variável resposta?

Introdução

- **Objetivo preditivo:** Como podemos criar uma função

$$g : \mathbb{R}^d \longrightarrow \mathbb{R}$$

que tenha bom poder preditivo? Isto é, como criar g tal que, dadas novas observações independentes e identicamente distribuídas (IID) $(\boldsymbol{X}_{n+1}, Y_{n+1}), \ldots, (\boldsymbol{X}_{n+m}, Y_{n+m})$,

Introdução

- **Objetivo preditivo:** Como podemos criar uma função

$$g : \mathbb{R}^d \longrightarrow \mathbb{R}$$

que tenha bom poder preditivo? Isto é, como criar g tal que, dadas novas observações independentes e identicamente distribuídas (IID) $(\boldsymbol{X}_{n+1}, Y_{n+1}), \ldots, (\boldsymbol{X}_{n+m}, Y_{n+m})$, nós tenhamos

$$g(\boldsymbol{x}_{n+1}) \approx y_{n+1}, \ldots, g(\boldsymbol{x}_{n+m}) \approx y_{n+m}?$$

Introdução

- **Objetivo preditivo:** Como podemos criar uma função

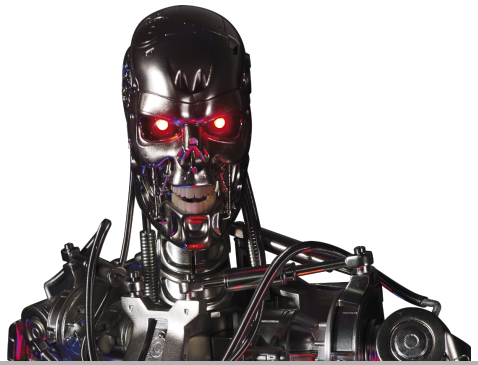
$$g : \mathbb{R}^d \longrightarrow \mathbb{R}$$

que tenha bom poder preditivo? Isto é, como criar g tal que, dadas novas observações independentes e identicamente distribuídas (IID) $(\boldsymbol{X}_{n+1}, Y_{n+1}), \ldots, (\boldsymbol{X}_{n+m}, Y_{n+m})$, nós tenhamos

$$g(\boldsymbol{x}_{n+1}) \approx y_{n+1}, \ldots, g(\boldsymbol{x}_{n+m}) \approx y_{n+m}?$$

Introdução

Breiman (2001) argumenta que existem duas culturas no uso de modelos estatísticos (em especial modelos de regressão).



Introdução

A primeira cultura, *data modeling culture*, é a que domina a comunidade estatística. Em geral, nela se assume que o modelo utilizado para $r(\boldsymbol{x})$ é o correto. Pois o principal objetivo está na interpretação dos parâmetros envolvidos no modelo.

Introdução

A primeira cultura, *data modeling culture*, é a que domina a comunidade estatística. Em geral, nela se assume que o modelo utilizado para $r(\boldsymbol{x})$ é o correto. Pois o principal objetivo está na interpretação dos parâmetros envolvidos no modelo.

Introdução

Em particular há interesse em testes de hipóteses e intervalos de confiança para esses parâmetros. Sob essa abordagem, testar se as suposições do modelo são válidas é de fundamental importância.

Introdução

Em particular há interesse em testes de hipóteses e intervalos de confiança para esses parâmetros. Sob essa abordagem, testar se as suposições do modelo são válidas é de fundamental importância. Ainda que predição muitas vezes faça parte dos objetivos, o foco em geral está na inferência.

Introdução

Em particular há interesse em testes de hipóteses e intervalos de confiança para esses parâmetros. Sob essa abordagem, testar se as suposições do modelo são válidas é de fundamental importância. Ainda que predição muitas vezes faça parte dos objetivos, o foco em geral está na inferência.

Introdução

A segunda cultura, *algorithmic modeling culture*, é a que domina a comunidade de aprendizado de máquina (*machine learning*).

Neste meio, o principal objetivo é a predição de novas observações. Não se assume que o modelo utilizado para os dados é correto.

Introdução

A segunda cultura, *algorithmic modeling culture*, é a que domina a comunidade de aprendizado de máquina (*machine learning*).

Neste meio, o principal objetivo é a predição de novas observações. Não se assume que o modelo utilizado para os dados é correto.

Introdução

O modelo é utilizado apenas para criar bons algoritmos para prever bem novas observações.

Muitas vezes não há nenhum modelo probabilístico explícito por trás dos algoritmos utilizados.

Introdução

O modelo é utilizado apenas para criar bons algoritmos para prever bem novas observações.

Muitas vezes não há nenhum modelo probabilístico explícito por trás dos algoritmos utilizados.

Roteiro

Função de risco

O primeiro passo para construir boas funções de predição é criar um critério para medir o desempenho de uma dada função de predição $g : \mathbb{R}^d \longrightarrow \mathbb{R}$.

Função de risco

Em um contexto de regressão, faremos isso através de seu risco quadrático, embora essa não seja a única opção:

$$R_{\text{pred}}(g) = \mathbb{E}\left\{[Y - g(\boldsymbol{X})]^2\right\},$$

em que $(\boldsymbol{X}, Y)$ é uma nova observação que não foi usada para estimar g.

Quanto menor o risco, melhor é a função de predição g.

Função de risco

Em um contexto de regressão, faremos isso através de seu risco quadrático, embora essa não seja a única opção:

$$R_{\text{pred}}(g) = \mathbb{E}\left\{[Y - g(\boldsymbol{X})]^2\right\},$$

em que $(\boldsymbol{X}, Y)$ é uma nova observação que não foi usada para estimar g. Quanto menor o risco, melhor é a função de predição g.

Função de risco

Quando nós medimos o desempenho de um estimador com base em seu risco quadrático, criar uma boa função de predição $g : \mathbb{R}^d \longrightarrow \mathbb{R}$ equivale a encontrar um bom estimador para a função de regressão $r(\boldsymbol{x})$.

Função de risco

Assim, responder à pergunta do porquê estimar a função de regressão é, nesse sentido, o melhor caminho para se criar uma função para predizer novas observações Y com base em covariáveis observadas $\boldsymbol{x}$. Isso é mostrado no seguinte teorema:

Função de risco

Teorema

Suponha que definimos o risco de uma função de predição $g : \mathbb{R}^d \longrightarrow \mathbb{R}$ via perda quadrática: $R_{\text{pred}}(g) = \mathbb{E}\left\{[Y - g(\boldsymbol{X})]^2\right\}$, em que $(\boldsymbol{X}, Y)$ é uma nova observação que não foi usada para estimar g.

Função de risco

Suponhamos também que medimos o risco de um estimador da função de regressão via perda quadrática: $R_{\text{reg}}(g) = \mathbb{E}\left\{[r(\boldsymbol{X}) - g(\boldsymbol{X})]^2\right\}$. Então

$$R_{\text{pred}}(g) = R_{\text{reg}}(g) + \mathbb{E}\left[\text{Var}(Y|\boldsymbol{X})\right].$$

Função de risco

Suponhamos também que medimos o risco de um estimador da função de regressão via perda quadrática: $R_{\text{reg}}(g) = \mathbb{E}\left\{[r(\boldsymbol{X}) - g(\boldsymbol{X})]^2\right\}$. Então

$$R_{\text{pred}}(g) = R_{\text{reg}}(g) + \mathbb{E}\left[\text{Var}(Y|\boldsymbol{X})\right].$$

Função de risco

Assim, visto que o termo $\mathbb{E}\left[\text{Var}(Y|\boldsymbol{X})\right]$ não depende de $g(\boldsymbol{x})$, estimar bem a função de regressão $r(\boldsymbol{x})$ é fundamental para se criar uma boa função de predição sob a ótica do risco quadrático, já que a melhor função de predição para Y é a função de regressão $r(\boldsymbol{x})$:

$$\text{argmin}_g R_{\text{pred}}(g) = \text{argmin}_g R_{\text{reg}}(g) = r(\boldsymbol{x}).$$

Daqui em diante, nós denotaremos por R o risco preditivo R_{pred}.

Função de risco

Assim, visto que o termo $\mathbb{E}\left[\text{Var}(Y|\boldsymbol{X})\right]$ não depende de $g(\boldsymbol{x})$, estimar bem a função de regressão $r(\boldsymbol{x})$ é fundamental para se criar uma boa função de predição sob a ótica do risco quadrático, já que a melhor função de predição para Y é a função de regressão $r(\boldsymbol{x})$:

$$\text{argmin}_g R_{\text{pred}}(g) = \text{argmin}_g R_{\text{reg}}(g) = r(\boldsymbol{x}).$$

Daqui em diante, nós denotaremos por R o risco preditivo R_{pred}.

Função de risco

Em um contexto de predição, a definição de risco condicional (isto é, considerando g fixo) possui grande apelo frequentista. Digamos que nós observamos um novo conjunto,

$$(\boldsymbol{X}_{n+1}, Y_{n+1}), \ldots, (\boldsymbol{X}_{n+m}, Y_{n+m}),$$

IID à amostra observada.

Função de risco

Em um contexto de predição, a definição de risco condicional (isto é, considerando g fixo) possui grande apelo frequentista. Digamos que nós observamos um novo conjunto,

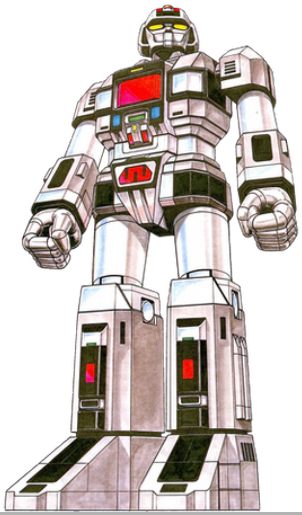
$$(\boldsymbol{X}_{n+1}, Y_{n+1}), \ldots, (\boldsymbol{X}_{n+m}, Y_{n+m}),$$

IID à amostra observada.

Função de risco

Então, pela Lei dos Grandes Números, nós sabemos que, se m é grande,

$$\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left[Y_{n+i} - g(\boldsymbol{X}_{n+i})\right]^2 \approx R(g) := \mathbb{E}\left\{\left[Y - g(\boldsymbol{X})\right]^2\right\}.$$



Função de risco

Em outras palavras, se $R(g)$ possui valor baixo, então

$$g(\boldsymbol{x}_{n+1}) \approx y_{n+1}, \ldots g(\boldsymbol{x}_{n+m}) \approx y_{n+m},$$

e, portanto, nós teremos boas predições em novas observações.

Função de risco

Em outras palavras, se $R(g)$ possui valor baixo, então

$$g(\boldsymbol{x}_{n+1}) \approx y_{n+1}, \ldots g(\boldsymbol{x}_{n+m}) \approx y_{n+m},$$

e, portanto, nós teremos boas predições em novas observações.

Função de risco

Essa conclusão vale para qualquer função de perda L utilizada para definir o risco, uma vez que

$$\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} L\left[g(\boldsymbol{X}_{n+i}; Y_{n+1})\right] \approx R(g) := \mathbb{E}\left\{L\left[g(\boldsymbol{X}; Y)\right]\right\}.$$

Função de risco

O objetivo dos métodos de regressão sob a ótica preditivista é, portanto, fornecer, em diversos contextos, métodos que apresentem bons estimadores de $r(\boldsymbol{x})$, isto é, estimadores com risco baixo.

Roteiro

Seleção de Modelos

Em problemas práticos, é comum ajustar vários modelos para a função de regressão $r(\boldsymbol{x})$ e buscar qual deles possui maior poder preditivo, isto é, qual possui menor risco.

Seleção de Modelos

O objetivo de um método de seleção de modelos é selecionar uma boa função g. Nesse caso, nós utilizaremos o critério do risco quadrático para avaliar a qualidade da função.

Seleção de Modelos

O objetivo de um método de seleção de modelos é selecionar uma boa função g. Nesse caso, nós utilizaremos o critério do risco quadrático para avaliar a qualidade da função.

Logo, nós queremos escolher uma função g dentro de uma classe de candidatos $\mathbb{G}$ que possua bom poder preditivo (baixo risco quadrático).

Seleção de Modelos

O objetivo de um método de seleção de modelos é selecionar uma boa função g. Nesse caso, nós utilizaremos o critério do risco quadrático para avaliar a qualidade da função.

Logo, nós queremos escolher uma função g dentro de uma classe de candidatos $\mathbb{G}$ que possua bom poder preditivo (baixo risco quadrático).

Seleção de Modelos

Dessa forma, nós queremos evitar modelos que sofram de sub ou super-ajuste. Uma vez que $R(g)$ é desconhecido, é necessário estimá-lo para avaliar a função $g \in \mathbb{G}$.

Seleção de Modelos

Dessa forma, nós queremos evitar modelos que sofram de sub ou super-ajuste. Uma vez que $R(g)$ é desconhecido, é necessário estimá-lo para avaliar a função $g \in \mathbb{G}$.

Seleção de Modelos

O risco observado (também chamado de erro quadrático médio no conjunto de treinamento), definido por

$$\text{EQM}(g) := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[Y_i - g(\boldsymbol{X}_i)]^2$$

é um estimador muito otimista do real risco.

Seleção de Modelos

Se usado para fazer seleção de modelos, ele leva ao super-ajuste, um ajuste perfeito dos dados. Isto ocorre pois g foi escolhida de modo a ajustar bem $(\boldsymbol{X}_1, Y_1), \ldots, (\boldsymbol{X}_n, Y_n)$.

Data Splitting

Uma maneira de solucionar este problema é dividir o conjunto de dados em duas partes, treinamento e validação:

$$\overbrace{(\boldsymbol{X}_1, Y_1), (\boldsymbol{X}_2, Y_2), \ldots, (\boldsymbol{X}_s, Y_s)}^{\text{Treinamento}}, \overbrace{(\boldsymbol{X}_{s+1}, Y_{s+1}), \ldots (\boldsymbol{X}_n, Y_n)}^{\text{Validação}}.$$

Data Splitting

Nós usamos o conjunto de treinamento exclusivamente para estimar g e o conjunto de validação apenas para estimar $R(g)$ via

$$\hat{R}(g) = \frac{1}{n-s} \sum_{i=s+1}^{n} [Y_i - g(\boldsymbol{X}_i)]^2 := \widehat{R}(g),$$

isto é, nós avaliamos o erro quadrático médio no conjunto de validação.

Data Splitting

Como o conjunto de validação não foi usado para estimar os parâmetros de g, o estimador da equação acima é consistente pela Lei dos Grandes Números.

Data Splitting

O procedimento de dividir os dados em dois e utilizar uma parte para estimar o risco é chamado de *data splitting*.

Validação Cruzada

Uma variação deste método é a validação cruzada, que faz uso de toda a amostra. Por exemplo, no *leave-one-out cross validation* (LOOCV; Stone, 1974), o estimador usado é dado por

$$\hat{R}(g) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} [Y_i - g_{-i}(\boldsymbol{X}_i)]^2 \,,$$

Validação Cruzada

Uma variação deste método é a validação cruzada, que faz uso de toda a amostra. Por exemplo, no *leave-one-out cross validation* (LOOCV; Stone, 1974), o estimador usado é dado por

$$\hat{R}(g) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} [Y_i - g_{-i}(\boldsymbol{X}_i)]^2 \,,$$

Validação Cruzada

em que g_{-i} é ajustado utilizando-se todas as observações exceto a i-ésima delas, ou seja, utilizando-se

$$(\boldsymbol{X}_1, Y_1), \ldots, (\boldsymbol{X}_{i-1}, Y_{i-1}), (\boldsymbol{X}_{i+1}, Y_{i+1}), \ldots, (\boldsymbol{X}_n, Y_n).$$

Validação Cruzada

Alternativamente, pode-se usar o *k-fold cross validation*. Nessa abordagem divide-se os dados aleatoriamente em *k-folds* (lotes) disjuntos com aproximadamente o mesmo tamanho.

Validação Cruzada

Sejam $L_1, \ldots, L_k \subset \{1, \ldots, n\}$ os índices associados a cada um dos lotes. A ideia do *k-fold cross validation* é criar k estimadores da função de regressão, $\hat{g}_{-1}, \ldots, \hat{g}_{-k}$, em que $\hat{g}_{-j}$ é criado usando todas as observações do banco menos aquelas do lote L_j.

Validação Cruzada

O estimador do risco é dado por

$$\hat{R}(g) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i \in L_j} [Y_i - g_{-j}(\boldsymbol{X}_i)]^2 .$$

Note que quando $k = n$, nós recuperamos o LOOCV.

Validação Cruzada

O estimador do risco é dado por

$$\hat{R}(g) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i \in L_j} [Y_i - g_{-j}(\boldsymbol{X}_i)]^2 .$$

Note que quando $k = n$, nós recuperamos o LOOCV.

Validação Cruzada

Observação

Segue, da Lei dos Grandes Números, que a estimação do risco baseada na divisão treinamento versus validação fornece um estimador consistente para o erro condicional.

Treino versus Validação versus Teste

Do mesmo modo que o EQM no conjunto de treinamento é muito otimista pois cada $g \in \mathbb{G}$ é escolhida de modo a (aproximadamente) minimizá-lo, o EQM no conjunto de validação avaliado na g com menor EQM no conjunto de validação também é otimista, principalmente se muitos métodos de predição forem avaliados no conjunto de validação.

Treino versus Validação versus Teste

Do mesmo modo que o EQM no conjunto de treinamento é muito otimista pois cada $g \in \mathbb{G}$ é escolhida de modo a (aproximadamente) minimizá-lo, o EQM no conjunto de validação avaliado na g com menor EQM no conjunto de validação também é otimista, principalmente se muitos métodos de predição forem avaliados no conjunto de validação.

Treino versus Validação versus Teste

Isso pode levar a um super-ajuste ao conjunto de validação, isto é, pode levar à escolha de uma função g que tem bom desempenho no conjunto de validação, mas não em novas observações.

Uma forma de contornar esse problema é dividir o conjunto original em três partes: treinamento, validação e teste.

Treino versus Validação versus Teste

Isso pode levar a um super-ajuste ao conjunto de validação, isto é, pode levar à escolha de uma função g que tem bom desempenho no conjunto de validação, mas não em novas observações.

Uma forma de contornar esse problema é dividir o conjunto original em três partes: treinamento, validação e teste.

Treino versus Validação versus Teste

Os conjuntos de treinamento e validação são usados como descrito anteriormente.

Já o conjunto de teste é usado para estimar o erro do melhor estimador da regressão determinado com a utilização do conjunto de validação.

Treino versus Validação versus Teste

Os conjuntos de treinamento e validação são usados como descrito anteriormente.

Já o conjunto de teste é usado para estimar o erro do melhor estimador da regressão determinado com a utilização do conjunto de validação. Assim, poderemos saber se o risco da melhor g encontrada de fato é pequeno.

Treino versus Validação versus Teste

Os conjuntos de treinamento e validação são usados como descrito anteriormente.

Já o conjunto de teste é usado para estimar o erro do melhor estimador da regressão determinado com a utilização do conjunto de validação. Assim, poderemos saber se o risco da melhor g encontrada de fato é pequeno.

Roteiro

Balanço entre viés e variância

Um grande apelo para o uso do risco quadrático é sua grande interpretabilidade: o risco quadrático (condicional no novo $\boldsymbol{x}$ observado) pode ser decomposto como

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left\{[Y-\hat{g}(\boldsymbol{X})]^2\,|\boldsymbol{X}=\boldsymbol{x}\right\} &= \text{Var}\,(Y|\boldsymbol{X}=\boldsymbol{x}) \\ &\quad + \{r(\boldsymbol{x})-\mathbb{E}[\hat{g}(\boldsymbol{x})]\}^2 \\ &\quad + \text{Var}\,[\hat{g}(\boldsymbol{x})]\,.\end{aligned}$$

Balanço entre viés e variância

Assim, o risco pode ser decomposto em três termos:

- $\text{Var}\left(Y|\boldsymbol{X}=\boldsymbol{x}\right)$ é a variância intrínseca da variável resposta, que não depende da função $\hat{g}$ escolhida e, assim, não pode ser reduzida;

Balanço entre viés e variância

Assim, o risco pode ser decomposto em três termos:

- $\text{Var}\,(Y|\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x})$ é a variância intrínseca da variável resposta, que não depende da função $\hat{g}$ escolhida e, assim, não pode ser reduzida;
- $\{r(\boldsymbol{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\boldsymbol{x})]\}^2$ é o quadrado do viés do estimador $\hat{g}$ e

Balanço entre viés e variância

Assim, o risco pode ser decomposto em três termos:

- $\text{Var}\,(Y|\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x})$ é a variância intrínseca da variável resposta, que não depende da função $\hat{g}$ escolhida e, assim, não pode ser reduzida;
- $\{r(\boldsymbol{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\boldsymbol{x})]\}^2$ é o quadrado do viés do estimador $\hat{g}$ e
- $\text{Var}\,[\hat{g}(\boldsymbol{x})]$ é a variância do estimador $\hat{g}$.

Balanço entre viés e variância

Assim, o risco pode ser decomposto em três termos:

- $\text{Var}\,(Y|\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x})$ é a variância intrínseca da variável resposta, que não depende da função $\hat{g}$ escolhida e, assim, não pode ser reduzida;
- $\{r(\boldsymbol{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\boldsymbol{x})]\}^2$ é o quadrado do viés do estimador $\hat{g}$ e
- $\text{Var}\,[\hat{g}(\boldsymbol{x})]$ é a variância do estimador $\hat{g}$.

É importante observar que os valores dos dois últimos itens podem ser reduzidos se escolhermos $\hat{g}$ adequado.

Balanço entre viés e variância

Assim, o risco pode ser decomposto em três termos:

- $\text{Var}\,(Y|\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x})$ é a variância intrínseca da variável resposta, que não depende da função $\hat{g}$ escolhida e, assim, não pode ser reduzida;
- $\{r(\boldsymbol{x}) - \mathbb{E}[\hat{g}(\boldsymbol{x})]\}^2$ é o quadrado do viés do estimador $\hat{g}$ e
- $\text{Var}\,[\hat{g}(\boldsymbol{x})]$ é a variância do estimador $\hat{g}$.

É importante observar que os valores dos dois últimos itens podem ser reduzidos se escolhermos $\hat{g}$ adequado.

Balanço entre viés e variância

Grosso modo, modelos com muitos parâmetros possuem viés relativamente baixo, mas variância alta, já que é necessário estimar todos eles.

Balanço entre viés e variância

Já modelos com poucos parâmetros possuem variância baixa, mas viés muito alto, já que são demasiado simplistas para descrever o modelo gerador dos dados.

Balanço entre viés e variância

Assim, com a finalidade de obter um bom poder preditivo, deve-se escolher um número de parâmetros nem tão alto, nem tão baixo.

Balanço entre viés e variância

Note que, enquanto em inferência paramétrica tradicionalmente buscam-se estimadores não viesados para os parâmetros de interesse, em inferência preditiva é comum abrir mão de se ter um estimador viesado para, em troca, conseguir-se uma variância menor e, assim, um risco menor.

Roteiro

Agradecimentos

Para mais detalhes sobre o assunto, ver Izbicki e dos Santos (2020), de onde o conteúdo desta apresentação foi majoritariamente tirado. Qualquer imprecisão poderá ter sido ocasionada na montagem dos slides.

Roteiro

Referências bibliográficas I

Breiman, L. (2001), 'Statistical modeling: the two cultures', *Statistical Science* **16**(3), 199–231.

Izbicki, R. e dos Santos, T. M. (2020), *Aprendizado de máquina: uma abordagem estatística*, UICLAP, São Carlos.

James, G., Witten, D., Hastie, T. e Tibshirani, R. (2023), *An introduction to statistical learning: with applications in R*, 2nd edn, Springer, New York, NY.

Referências bibliográficas II

Nelder, J. A. e Wedderburn, R. W. M. (1972), 'Generalized linear models', *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)* **135**(3), 370–384.

Stone, M. (1974), 'Cross-validatory choice and assessment of statistical predictions', *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* **36**(2), 111–133.

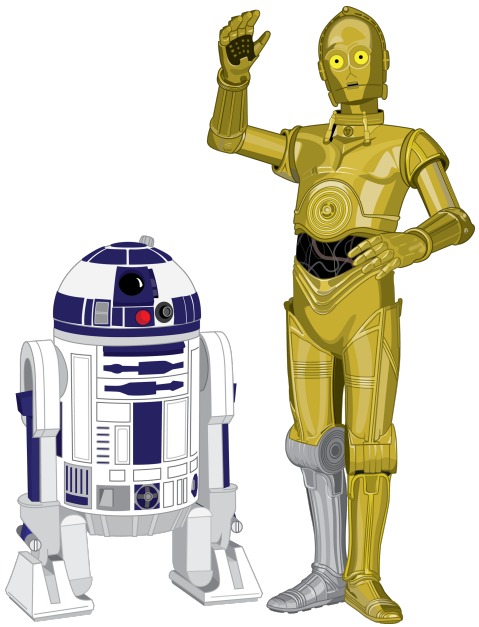
Obrigado!

✉ tiago.magalhaes@ufjf.br

ufjf.br/tiago_magalhaes

Departamento de Estatística, Sala 319

↑ ↑ ↓ ↓ ← → ← → B A



Obrigado!

✉ tiago.magalhaes@ufjf.br

ufjf.br/tiago_magalhaes

Departamento de Estatística, Sala 319

↑ ↑ ↓ ↓ ← → ← → B A