

Classwork 13

Exercícios

1. Seja X uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo entre zero e um.

Defina $Y = X^n$. Calcule:

- (a) O valor esperado de Y ;
- (b) A esperança aproximada de Y ;
- (c) A variância aproximada de Y .

2. Edmundo Alves de Souza Oliveira, o “Animal”, ou simplesmente Edmundo, e Romário de Souza Faria, o “Baixinho”, ou simplesmente Romário, são ex-jogadores de futebol. Em meados da década de 1990, era o sonho de todos os clubes de futebol brasileiros ter Romário e Edmundo em seu ataque. Porém, era sabido que os dois acabariam se desentendendo. Seja X_1, X_2, \dots uma sequência de variáveis aleatórias tal que X_n é o número de vitórias em n partidas do time que tem a dupla de atacantes em seu elenco. Suponha que o matemático Oswald de Souza constatou que $X_n \sim \text{binomial}(n, 1/n^2)$. Prove que

$$X_n - \frac{1}{n} \xrightarrow{p} 0.$$

Nos termos do enunciado, como essa convergência pode ser interpretada?

3. Seja X_1, X_2, \dots , uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com distribuição uniforme no intervalo entre zero e um. Seja $Y_n = \max(X_1, \dots, X_n)$.
- (a) Determine a distribuição de Y_n ;
 - (b) Prove que $Y_n \xrightarrow{p} 1$.
4. Por experiência, Ernie sabe que o gasto, em dólares, de um jovem em seu *Juice Bar*, no *Angel Grove Youth Center*, é uma variável aleatória N , com média 75 e variância 25.
- (a) Obtenha a probabilidade de N estar entre 65 e 85 dólares.

- (b) Sem utilizar o Teorema Central do Limite, calcule o número de jovens necessários para garantir uma probabilidade de, no mínimo, 0,9 de que a média dos gastos, em um determinado dia, não se altere em mais de 5 dólares.
- (c) Refaça o item anterior utilizando o Teorema Central do Limite. **Observação:** Se $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$ e $P(-a \leq Z \leq a) = 0,90$, então $a = 1,65$.