Classwork 08

Exercícios

1. Seja $X_{11}, \ldots, X_{1n_1}$ variáveis aleatórias (VAs) independentes e identicamente distribuídas (IID) segundo uma distribuição normal com média μ_1 e variância σ_1^2. Seja também $X_{21}, \ldots, X_{2n_2}$ um conjunto de VAs IID segundo uma normal com média μ_2 e variância σ_2^2. Assuma ainda que X_{1i} é independente de X_{2j}, para $i = 1, \ldots, n_1$ e $j = 1, \ldots, n_2$. Determine a distribuição de $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$, em que

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} X_{1i} \text{ e } \bar{X}_2 = \frac{1}{n_2}\sum_{j=1}^{n_2} X_{2j}.$$

   (a) Utilizando algum resultado visto em sala de aula.

   (b) Demonstrando através da função geradora de momentos.

2. A nota de um estudante em um exame vestibular tem distribuição normal com parâmetros $\mu = 75$ e $\sigma^2 = 64$. Uma amostra aleatória de nove provas é selecionada. Obtenha as seguintes probabilidades:

   (a) de que exatamente duas provas na amostra tenham nota superior a 83.

   (b) de que a média das nove provas escolhidas seja maior que 83.

3. Um elevador tem capacidade máxima de 450 kg. Suponha que o peso em kg de uma pessoa adulta tem distribuição normal com parâmetros $\mu = 71$ e $\sigma^2 = 96$. Obtenha a probabilidade de que o peso total de seis passageiros adultos exceda a capacidade máxima do elevador.

4. Se as variáveis aleatórias $X_1, \ldots, X_n$ são independentes e identicamente distribuídas, tal que $X_i \sim \mathrm{N}(20, 100)$, $i = 1, \ldots, n$. Determine o tamanho de amostra para que a:

   (a) $\mathbb{P}(\bar{X} > 15) = 0{,}84$;

   (b) $\mathbb{P}(|\bar{X} - \mu| < 5) = 0{,}997$.

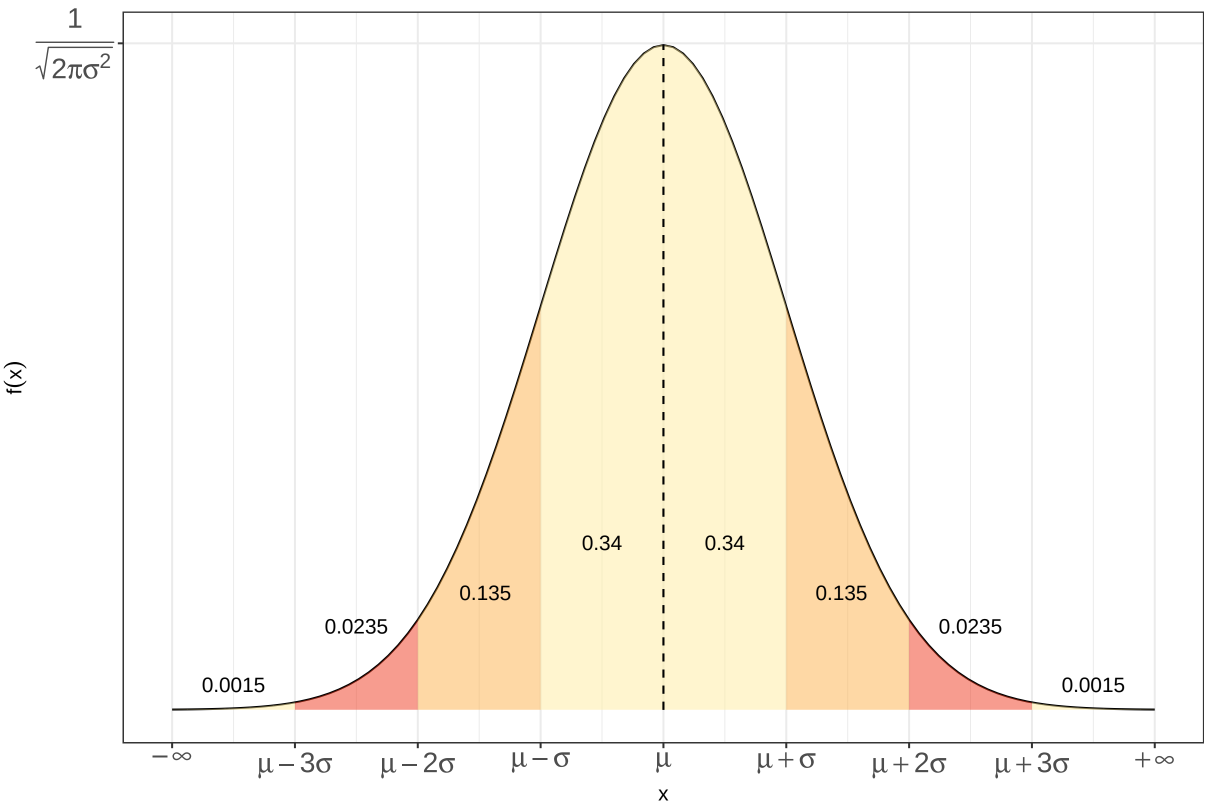

Figura 1: Função densidade de probabilidade de uma normal em função de μ e σ^2.