Distribuição normal

Tiago M. Magalhães

Departamento de Estatística - ICE-UFJF

Juiz de Fora, 07 de junho de 2024

Roteiro

Roteiro

Distribuição Normal

Uma variável aleatória contínua (VAC) X é dita ter distribuição normal com parâmetros μ e σ^2,

Distribuição Normal

Uma variável aleatória contínua (VAC) X é dita ter distribuição normal com parâmetros μ e σ^2, se sua função densidade de probabilidade (FDP) é dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\} \mathbb{I}_{\mathbb{R}}(x), \tag{1}$$

em que $\mu \in \mathbb{R}$ e $\sigma^2 \in \mathbb{R}_+$.

Distribuição Normal

Uma variável aleatória contínua (VAC) X é dita ter distribuição normal com parâmetros μ e σ^2, se sua função densidade de probabilidade (FDP) é dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\} \mathbb{I}_{\mathbb{R}}(x), \tag{1}$$

em que $\mu \in \mathbb{R}$ e $\sigma^2 \in \mathbb{R}_+$.

Distribuição Normal

De forma alternativa, nós denotamos por $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ ou $X \sim \mathrm{normal}(\mu, \sigma^2)$.

Distribuição Normal

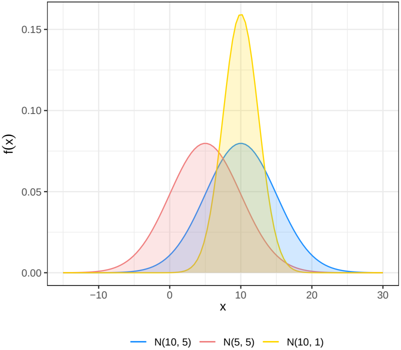
Nota

A distribuição normal tem origem no trabalho de Gauss (1809) sobre erros de observações astronômicas, por isso também ela é conhecida como distribuição gaussiana.

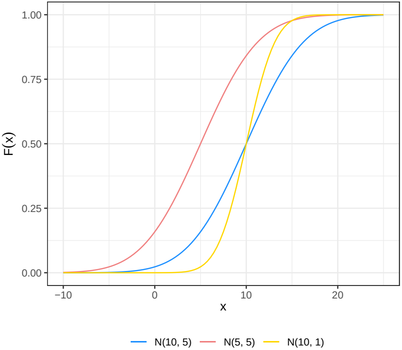
Distribuição Normal

Nota

A distribuição normal tem origem no trabalho de Gauss (1809) sobre erros de observações astronômicas, por isso também ela é conhecida como distribuição gaussiana.



(a) FDP.



(b) FDA.

Figura 1: VAC normal para diferentes valores de μ e σ^2.

Distribuição Normal

Propriedades

1. $f(x)$ é simétrica em relação à μ;

Distribuição Normal

Propriedades

1. $f(x)$ é simétrica em relação à μ;
2. $f(x)$ tem valor máximo quando $x = \mu$ e este valor é $1/\sigma\sqrt{2\pi}$;

Distribuição Normal

Propriedades

1. $f(x)$ é simétrica em relação à μ;
2. $f(x)$ tem valor máximo quando $x = \mu$ e este valor é $1/\sigma\sqrt{2\pi}$;
3. $f(x) \to 0$ quando $x \to \pm\infty$.

Distribuição Normal

Propriedades

1. $f(x)$ é simétrica em relação à μ;
2. $f(x)$ tem valor máximo quando $x = \mu$ e este valor é $1/\sigma\sqrt{2\pi}$;
3. $f(x) \to 0$ quando $x \to \pm\infty$.

Distribuição Normal

A esperança (média) e a variância de uma VAC $X \sim \text{normal}(\mu, \sigma^2)$ são dadas, respectivamente, por:

- $\mathbb{E}(X) = \mu$.
- $\text{Var}(X) = \sigma^2$.

Distribuição Normal

A esperança (média) e a variância de uma VAC $X \sim$ normal(μ, σ^2) são dadas, respectivamente, por:

- $\mathbb{E}(X) = \mu$.
- $\text{Var}(X) = \sigma^2$.

Isto é, os parâmetros que caracterizam uma VAC normal são a média e a variância.

Distribuição Normal

A esperança (média) e a variância de uma VAC $X \sim$ normal(μ, σ^2) são dadas, respectivamente, por:

- $\mathbb{E}(X) = \mu$.
- $\text{Var}(X) = \sigma^2$.

Isto é, os parâmetros que caracterizam uma VAC normal são a média e a variância.

Distribuição Normal

Os parâmetros de uma normal também servem para quantificar a "massa" de probabilidade abaixo da curva. Por exemplo,

Distribuição Normal

Os parâmetros de uma normal também servem para quantificar a "massa" de probabilidade abaixo da curva. Por exemplo,

- entre $\mu - 3\sigma$ e $\mu + 3\sigma$, a área sob a curva normal é 0,997;

Distribuição Normal

Os parâmetros de uma normal também servem para quantificar a "massa" de probabilidade abaixo da curva. Por exemplo,

- entre $\mu - 3\sigma$ e $\mu + 3\sigma$, a área sob a curva normal é 0,997;
- Md(X) $= \mu$.

Distribuição Normal

Os parâmetros de uma normal também servem para quantificar a "massa" de probabilidade abaixo da curva. Por exemplo,

- entre $\mu - 3\sigma$ e $\mu + 3\sigma$, a área sob a curva normal é 0,997;
- $\text{Md}(X) = \mu$.

A Figura 2 apresenta mais algumas relações entre esses parâmetros.

Distribuição Normal

Os parâmetros de uma normal também servem para quantificar a “massa” de probabilidade abaixo da curva. Por exemplo,

- entre $\mu - 3\sigma$ e $\mu + 3\sigma$, a área sob a curva normal é 0,997;
- $\text{Md}(X) = \mu$.

A Figura 2 apresenta mais algumas relações entre esses parâmetros.

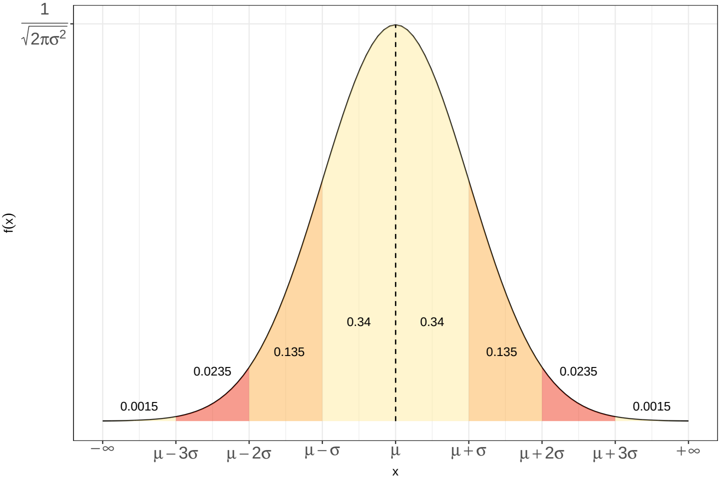


Figura 2: FDP de uma VAC normal em função de μ e σ^2.

Roteiro

Importância da normal

Importância prática

Inúmeros fenômenos encontrados no mundo real podem ser descritos como uma distribuição normal.

Importância da normal

Importância prática

Inúmeros fenômenos encontrados no mundo real podem ser descritos como uma distribuição normal. Sua importância faz com que ela seja mencionada até mesmo na "Cultura Pop",

Importância da normal

Importância prática

Inúmeros fenômenos encontrados no mundo real podem ser descritos como uma distribuição normal. Sua importância faz com que ela seja mencionada até mesmo na "Cultura Pop", como, por exemplo, na série de TV *The Simpsons*

Importância da normal

Importância prática

Inúmeros fenômenos encontrados no mundo real podem ser descritos como uma distribuição normal. Sua importância faz com que ela seja mencionada até mesmo na "Cultura Pop", como, por exemplo, na série de TV *The Simpsons* e no livro *O parque dos dinossauros* (Crichton, 2009, p. 168).

Importância da normal

Importância prática

Inúmeros fenômenos encontrados no mundo real podem ser descritos como uma distribuição normal. Sua importância faz com que ela seja mencionada até mesmo na "Cultura Pop", como, por exemplo, na série de TV *The Simpsons* e no livro *O parque dos dinossauros* (Crichton, 2009, p. 168).

Importância da normal

Importância teórica

A distribuição normal é uma distribuição limite, isto é, sob algumas condições, outras variáveis aleatórias podem ser aproximadas pela VAC normal.

Importância da normal

Importância teórica

A distribuição normal é uma distribuição limite, isto é, sob algumas condições, outras variáveis aleatórias podem ser aproximadas pela VAC normal.

Este resultado é conhecido como **Teorema Central do Limite**.

Importância da normal

Importância teórica

A distribuição normal é uma distribuição limite, isto é, sob algumas condições, outras variáveis aleatórias podem ser aproximadas pela VAC normal. Este resultado é conhecido como **Teorema Central do Limite**.

Exemplos de aplicação da VAC normal na área da saúde podem serem encontrados em Magalhães and Diniz (2020).

Importância da normal

Importância teórica

A distribuição normal é uma distribuição limite, isto é, sob algumas condições, outras variáveis aleatórias podem ser aproximadas pela VAC normal. Este resultado é conhecido como **Teorema Central do Limite**.

Exemplos de aplicação da VAC normal na área da saúde podem serem encontrados em Magalhães and Diniz (2020).

Roteiro

Distribuição Normal Padrão

Se X tem distribuição normal com parâmetros μ e σ^2 e nós definimos uma nova variável, Z, da seguinte forma,

Distribuição Normal Padrão

Se X tem distribuição normal com parâmetros μ e σ^2 e nós definimos uma nova variável, Z, da seguinte forma,

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma},$$

Distribuição Normal Padrão

Se X tem distribuição normal com parâmetros μ e σ^2 e nós definimos uma nova variável, Z, da seguinte forma,

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma},$$

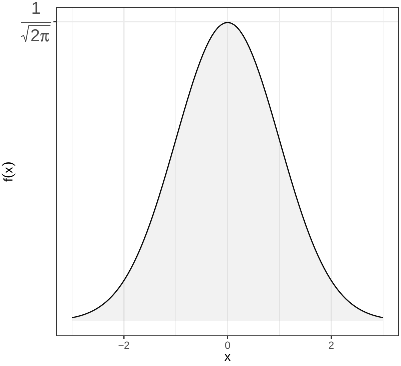
então Z tem distribuição normal de parâmetros 0 e 1, isto é, de (1), sua FDP é dada por

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} \mathbb{I}_{\mathbb{R}}(z).$$

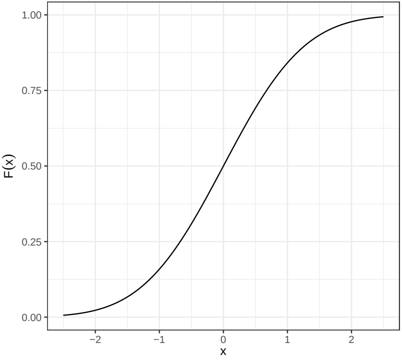
Distribuição Normal Padrão

então Z tem distribuição normal de parâmetros 0 e 1, isto é, de (1), sua FDP é dada por

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\} \mathbb{I}_{\mathbb{R}}(z).$$



(a) FDP.



(b) FDA.

Figura 3: VAC normal padrão.

Distribuição Normal Padrão

Propriedades

1. $f(z)$ é simétrica em relação ao 0;

Distribuição Normal Padrão

Propriedades

1. $f(z)$ é simétrica em relação ao 0;
2. $f(z)$ tem valor máximo quando $z = 0$ e este valor é $1/\sqrt{2\pi}$;

Distribuição Normal Padrão

Propriedades

1. $f(z)$ é simétrica em relação ao 0;
2. $f(z)$ tem valor máximo quando $z = 0$ e este valor é $1/\sqrt{2\pi}$;
3. $f(z) \to 0$ quando $z \to \pm\infty$.

Distribuição Normal Padrão

Propriedades

1. $f(z)$ é simétrica em relação ao 0;
2. $f(z)$ tem valor máximo quando $z = 0$ e este valor é $1/\sqrt{2\pi}$;
3. $f(z) \to 0$ quando $z \to \pm\infty$.

Distribuição Normal Padrão

A esperança (média) e a variância de uma VAC $Z \sim \text{normal}(0, 1)$ são dadas, respectivamente, por:

- $\mathbb{E}(Z) = 0$.
- $\text{Var}(Z) = 1$.

Distribuição Normal Padrão

A esperança (média) e a variância de uma VAC $Z \sim \text{normal}(0, 1)$ são dadas, respectivamente, por:

- $\mathbb{E}(Z) = 0$.
- $\text{Var}(Z) = 1$.

Roteiro

Média amostral

Se $X_1, X_2, \ldots, X_n$ são variáveis aleatórias independentes

Média amostral

Se $X_1, X_2, \ldots, X_n$ são variáveis aleatórias independentes e cada uma delas tem distribuição N(μ, σ^2), então

Média amostral

Se $X_1, X_2, \ldots, X_n$ são variáveis aleatórias independentes e cada uma delas tem distribuição $\mathsf{N}(\mu, \sigma^2)$, então

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} \sim \mathsf{N}(\mu,\, \sigma^2/n),$$

Média amostral

Se $X_1, X_2, \ldots, X_n$ são variáveis aleatórias independentes e cada uma delas tem distribuição $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$, então

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} \sim \mathrm{N}(\mu,\, \sigma^2/n),$$

isto é, a média de variáveis aleatórias normais também tem distribuição normal.

Média amostral

Se $X_1, X_2, \ldots, X_n$ são variáveis aleatórias independentes e cada uma delas tem distribuição $\text{N}(\mu, \sigma^2)$, então

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} \sim \text{N}(\mu,\, \sigma^2/n),$$

isto é, a média de variáveis aleatórias normais também tem distribuição normal.

Média amostral

Nós podemos também padronizar a VAC $\bar{X}$ da seguinte forma,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathrm{N}(0, 1).$$

Média amostral

Nós podemos também padronizar a VAC $\bar{X}$ da seguinte forma,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \text{N}(0, 1).$$

Roteiro

Aproximação da binomial pela normal

Se X tem distribuição binomial com n repetições e probabilidade de sucesso p

Aproximação da binomial pela normal

Se X tem distribuição binomial com n repetições e probabilidade de sucesso p e, adicionalmente,

$$np \geq 5 \text{ e } p \leq 1/2,$$

Aproximação da binomial pela normal

Se X tem distribuição binomial com n repetições e probabilidade de sucesso p e, adicionalmente,

$$np \geq 5 \text{ e } p \leq 1/2,$$

a variável aleatória discreta X pode ser considerada também, aproximadamente, como uma VAC normal

Aproximação da binomial pela normal

Se X tem distribuição binomial com n repetições e probabilidade de sucesso p e, adicionalmente,

$$np \geq 5 \text{ e } p \leq 1/2,$$

a variável aleatória discreta X pode ser considerada também, aproximadamente, como uma VAC normal com média np e variância $np(1-p)$.

Aproximação da binomial pela normal

Se X tem distribuição binomial com n repetições e probabilidade de sucesso p e, adicionalmente,

$$np \geq 5 \text{ e } p \leq 1/2,$$

a variável aleatória discreta X pode ser considerada também, aproximadamente, como uma VAC normal com média np e variância $np(1-p)$.

Exemplo

Exemplo 1. Uma variável aleatória discreta $X \sim \text{bin}(10, 1/2)$. Como,

$$n \times p = 10 \times 1/2 = 5(\geq 5) \text{ e } p \leq 1/2,$$

Exemplo

Exemplo 1. Uma variável aleatória discreta $X \sim \text{bin}(10, 1/2)$. Como,

$$n \times p = 10 \times 1/2 = 5(\geq 5) \text{ e } p \leq 1/2,$$

nós temos que X tem, aproximadamente, uma distribuição normal com

Exemplo

Exemplo 1. Uma variável aleatória discreta $X \sim \text{bin}(10, 1/2)$. Como,

$$n \times p = 10 \times 1/2 = 5(\geq 5) \text{ e } p \leq 1/2,$$

nós temos que X tem, aproximadamente, uma distribuição normal com

$$\text{média } \mu = n \times p = 10 \times 1/2 = 5$$
$$\text{e variância } \sigma^2 = n \times p \times (1 - p) = 10 \times 1/2 \times 1/2 = 5/2.$$

Exemplo

Exemplo 1. Uma variável aleatória discreta $X \sim \text{bin}(10, 1/2)$. Como,

$$n \times p = 10 \times 1/2 = 5(\geq 5) \text{ e } p \leq 1/2,$$

nós temos que X tem, aproximadamente, uma distribuição normal com

$$\text{média } \mu = n \times p = 10 \times 1/2 = 5$$
$$\text{e variância } \sigma^2 = n \times p \times (1 - p) = 10 \times 1/2 \times 1/2 = 5/2.$$

Na Figura 4, nós comparamos essa aproximação.

Exemplo

Exemplo 1. Uma variável aleatória discreta $X \sim \text{bin}(10, 1/2)$. Como,

$$n \times p = 10 \times 1/2 = 5(\geq 5) \text{ e } p \leq 1/2,$$

nós temos que X tem, aproximadamente, uma distribuição normal com

$$\text{média } \mu = n \times p = 10 \times 1/2 = 5$$
$$\text{e variância } \sigma^2 = n \times p \times (1 - p) = 10 \times 1/2 \times 1/2 = 5/2.$$

Na Figura 4, nós comparamos essa aproximação.

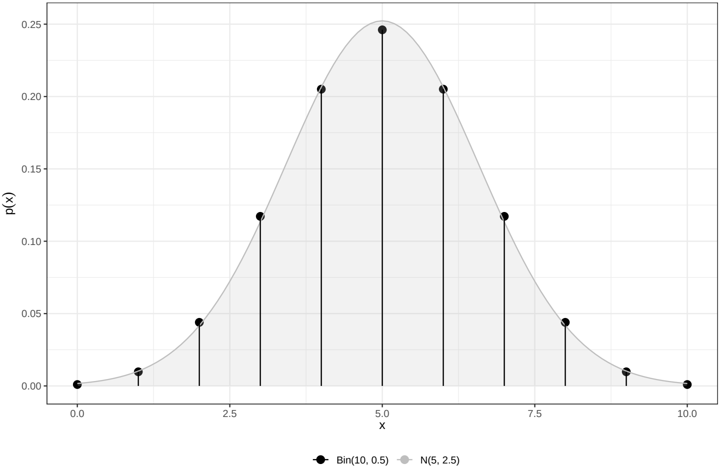


Figura 4: Comparação entre uma bin$(10, 1/2)$ e uma normal$(5, 5/2)$.

Exemplo

Exemplo 2. Carly e Sam são *influencers* no `Instagram`. A primeira tem 2.000 seguidores e a segunda tem 5.000.

Exemplo

Exemplo 2. Carly e Sam são *influencers* no `Instagram`. A primeira tem 2.000 seguidores e a segunda tem 5.000. Para qualquer *post*, Carly tem a probabilidade 0,5 de receber uma curtida e Sam tem 0,2.

Exemplo

Exemplo 2. Carly e Sam são *influencers* no `Instagram`. A primeira tem 2.000 seguidores e a segunda tem 5.000. Para qualquer *post*, Carly tem a probabilidade 0,5 de receber uma curtida e Sam tem 0,2.

Exemplo

Se C e S são as variáveis aleatórias discretas que descrevem, respectivamente, o número de curtidas recebidas por Carly e Sam em uma postagem.

Exemplo

Se C e S são as variáveis aleatórias discretas que descrevem, respectivamente, o número de curtidas recebidas por Carly e Sam em uma postagem.

Nós podemos assumir que

$$C \sim \text{binomial}(n = 2.000, p = 0{,}5) \text{ e } S \sim \text{binomial}(n = 5.000, p = 0{,}2).$$

Exemplo

Se C e S são as variáveis aleatórias discretas que descrevem, respectivamente, o número de curtidas recebidas por Carly e Sam em uma postagem. Nós podemos assumir que

$$C \sim \text{binomial}(n = 2.000, p = 0{,}5) \text{ e } S \sim \text{binomial}(n = 5.000, p = 0{,}2).$$

Exemplo

Dessa forma, essas VAD podem ser aproximadas por

$$C \sim \mathrm{N}(\mu = 1.000, \sigma^2 = 500) \text{ e } S \sim \mathrm{N}(\mu = 1.000, \sigma^2 = 800).$$

Exemplo

Dessa forma, essas VAD podem ser aproximadas por

$$C \sim \mathrm{N}(\mu = 1.000, \sigma^2 = 500) \text{ e } S \sim \mathrm{N}(\mu = 1.000, \sigma^2 = 800).$$

A Figura 5 apresenta o gráfico das distribuições aproximadas.

Exemplo

Dessa forma, essas VAD podem ser aproximadas por

$$C \sim \mathrm{N}(\mu = 1.000, \sigma^2 = 500) \text{ e } S \sim \mathrm{N}(\mu = 1.000, \sigma^2 = 800).$$

A Figura 5 apresenta o gráfico das distribuições aproximadas.

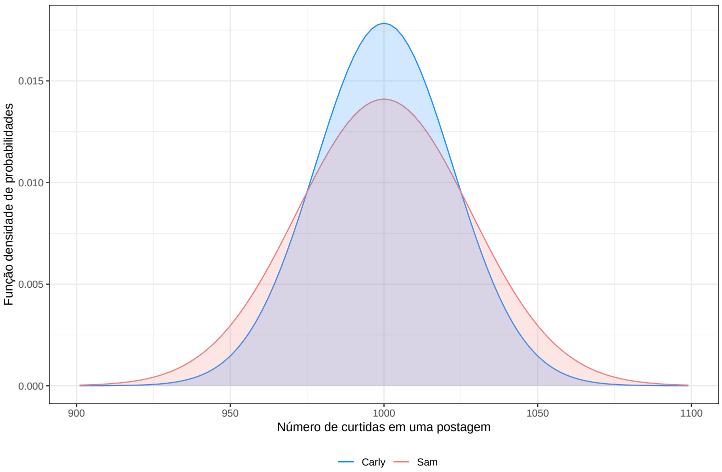


Figura 5: Distribuição de probabilidades aproximada.

Roteiro

Exemplo

Philip é um superintendente da *Bel-Air Asset Management* (BAAM). Ele tem duas funcionárias: Ashley e Hilary.

Exemplo

Philip é um superintendente da *Bel-Air Asset Management* (BAAM). Ele tem duas funcionárias: Ashley e Hilary. Após um longo estudo, ele conseguiu descrever o tempo (em dias) de entrega das tarefas destas duas por duas VAC normais, A e H,

Exemplo

Philip é um superintendente da *Bel-Air Asset Management* (BAAM). Ele tem duas funcionárias: Ashley e Hilary. Após um longo estudo, ele conseguiu descrever o tempo (em dias) de entrega das tarefas destas duas por duas VAC normais, A e H, tais que:

$$A \sim \mathrm{N}(35, 25) \text{ e } H \sim \mathrm{N}(30, 100). \tag{2}$$

Exemplo

Philip é um superintendente da *Bel-Air Asset Management* (BAAM). Ele tem duas funcionárias: Ashley e Hilary. Após um longo estudo, ele conseguiu descrever o tempo (em dias) de entrega das tarefas destas duas por duas VAC normais, A e H, tais que:

$$A \sim \mathrm{N}(35, 25) \text{ e } H \sim \mathrm{N}(30, 100). \tag{2}$$

A Figura 6 apresenta a FDP das distribuições dos tempos.

Exemplo

Philip é um superintendente da *Bel-Air Asset Management* (BAAM). Ele tem duas funcionárias: Ashley e Hilary. Após um longo estudo, ele conseguiu descrever o tempo (em dias) de entrega das tarefas destas duas por duas VAC normais, A e H, tais que:

$$A \sim \mathrm{N}(35, 25) \text{ e } H \sim \mathrm{N}(30, 100). \tag{2}$$

A Figura 6 apresenta a FDP das distribuições dos tempos.

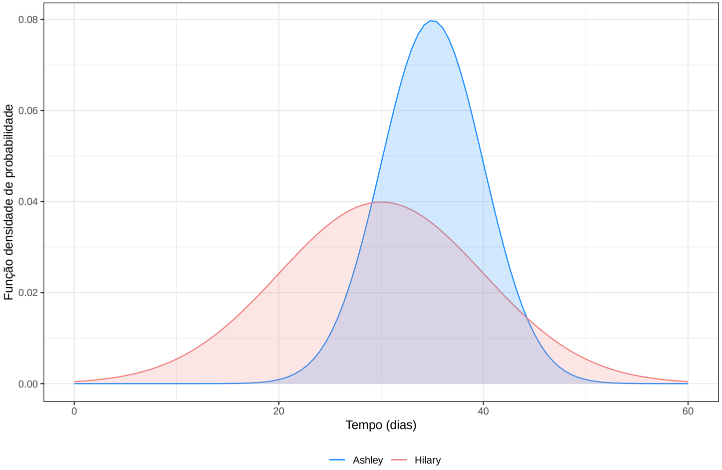


Figura 6: Distribuição dos tempos (em dias) de entrega.

Exemplo

De (2) e recordando a Figura 2, nós podemos fazer alguns comentários:

Exemplo

De (2) e recordando a Figura 2, nós podemos fazer alguns comentários:

- Em **média**,

Exemplo

De (2) e recordando a Figura 2, nós podemos fazer alguns comentários:

- Em **média**, Hilary entrega suas tarefas antes da Ashley,

Exemplo

De (2) e recordando a Figura 2, nós podemos fazer alguns comentários:

- Em **média**, Hilary entrega suas tarefas antes da Ashley, pois $\mathbb{E}(H) = 30 < 35 = \mathbb{E}(A)$;

Exemplo

De (2) e recordando a Figura 2, nós podemos fazer alguns comentários:

- Em **média**, Hilary entrega suas tarefas antes da Ashley, pois $\mathbb{E}(H) = 30 < 35 = \mathbb{E}(A)$;
- Em **50% das vezes**,

Exemplo

De (2) e recordando a Figura 2, nós podemos fazer alguns comentários:

- Em **média**, Hilary entrega suas tarefas antes da Ashley, pois $\mathbb{E}(H) = 30 < 35 = \mathbb{E}(A)$;
- Em **50% das vezes**, Hilary, demorará mais do que 30 dias para entregar uma tarefa,

Exemplo

De (2) e recordando a Figura 2, nós podemos fazer alguns comentários:

- Em **média**, Hilary entrega suas tarefas antes da Ashley, pois $\mathbb{E}(H) = 30 < 35 = \mathbb{E}(A)$;
- Em **50% das vezes**, Hilary, demorará mais do que 30 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 dias;

Exemplo

De (2) e recordando a Figura 2, nós podemos fazer alguns comentários:

- Em **média**, Hilary entrega suas tarefas antes da Ashley, pois $\mathbb{E}(H) = 30 < 35 = \mathbb{E}(A)$;
- Em **50% das vezes**, Hilary, demorará mais do que 30 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 dias;
- O **desvio padrão** do tempo de entrega Hilary é o dobro de Ashley,

Exemplo

De (2) e recordando a Figura 2, nós podemos fazer alguns comentários:

- Em **média**, Hilary entrega suas tarefas antes da Ashley, pois $\mathbb{E}(H) = 30 < 35 = \mathbb{E}(A)$;
- Em **50% das vezes**, Hilary, demorará mais do que 30 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 dias;
- O **desvio padrão** do tempo de entrega Hilary é o dobro de Ashley, pois $\mathrm{DP}(H) = 10\,(\sqrt{100})$ e $\mathrm{DP}(A) = 5\,(\sqrt{25})$;

Exemplo

De (2) e recordando a Figura 2, nós podemos fazer alguns comentários:

- Em **média**, Hilary entrega suas tarefas antes da Ashley, pois $\mathbb{E}(H) = 30 < 35 = \mathbb{E}(A)$;
- Em **50% das vezes**, Hilary, demorará mais do que 30 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 dias;
- O **desvio padrão** do tempo de entrega Hilary é o dobro de Ashley, pois $\text{DP}(H) = 10\,(\sqrt{100})$ e $\text{DP}(A) = 5\,(\sqrt{25})$;

Exemplo

- Em **34% das vezes**,

Exemplo

- Em **34% das vezes**, Hilary, demorará entre 30 e 40 dias para entregar uma tarefa,

Exemplo

- Em **34% das vezes**, Hilary, demorará entre 30 e 40 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 e 40 dias;

Exemplo

- Em **34% das vezes**, Hilary, demorará entre 30 e 40 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 e 40 dias;
- Em **16% das vezes**,

Exemplo

- Em **34% das vezes**, Hilary, demorará entre 30 e 40 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 e 40 dias;
- Em **16% das vezes**, Ashley e Hilary, demorarão mais do que 40 dias para entregarem uma tarefa;

Exemplo

- Em **34% das vezes**, Hilary, demorará entre 30 e 40 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 e 40 dias;
- Em **16% das vezes**, Ashley e Hilary, demorarão mais do que 40 dias para entregarem uma tarefa;
- Em **2,5% das vezes**,

Exemplo

- Em **34% das vezes**, Hilary, demorará entre 30 e 40 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 e 40 dias;
- Em **16% das vezes**, Ashley e Hilary, demorarão mais do que 40 dias para entregarem uma tarefa;
- Em **2,5% das vezes**, Hilary, demorará mais do que 50 dias para entregar uma tarefa,

Exemplo

- Em **34% das vezes**, Hilary, demorará entre 30 e 40 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 e 40 dias;
- Em **16% das vezes**, Ashley e Hilary, demorarão mais do que 40 dias para entregarem uma tarefa;
- Em **2,5% das vezes**, Hilary, demorará mais do que 50 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 45 dias.

Exemplo

- Em **34% das vezes**, Hilary, demorará entre 30 e 40 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 35 e 40 dias;
- Em **16% das vezes**, Ashley e Hilary, demorarão mais do que 40 dias para entregarem uma tarefa;
- Em **2,5% das vezes**, Hilary, demorará mais do que 50 dias para entregar uma tarefa, enquanto Ashley, 45 dias.

Exemplo

Perguntas

Existe uma funcionária melhor do que a outra? Existem situações que poderiam favorecer umas das duas funcionárias?

Exemplo

Perguntas

Existe uma funcionária melhor do que a outra? Existem situações que poderiam favorecer umas das duas funcionárias?

Exemplo

A BAAM tem um grupo de estagiários, em que o tempo (em dias) de entrega das tarefas recebidas por eles

Exemplo

A BAAM tem um grupo de estagiários, em que o tempo (em dias) de entrega das tarefas recebidas por eles pode ser descrita por uma distribuição normal com média 10 e variância 4.

Exemplo

A BAAM tem um grupo de estagiários, em que o tempo (em dias) de entrega das tarefas recebidas por eles pode ser descrita por uma distribuição normal com média 10 e variância 4.

Ashley e Hilary têm, respectivamente, 2 e 20 destes estagiários.

Exemplo

A BAAM tem um grupo de estagiários, em que o tempo (em dias) de entrega das tarefas recebidas por eles pode ser descrita por uma distribuição normal com média 10 e variância 4.

Ashley e Hilary têm, respectivamente, 2 e 20 destes estagiários. Sejam $\bar{A}$ e $\bar{H}$ o tempo médio de entrega dos estagiários da Ashley e Hilary, respectivamente.

Exemplo

A BAAM tem um grupo de estagiários, em que o tempo (em dias) de entrega das tarefas recebidas por eles pode ser descrita por uma distribuição normal com média 10 e variância 4.

Ashley e Hilary têm, respectivamente, 2 e 20 destes estagiários. Sejam $\bar{A}$ e $\bar{H}$ o tempo médio de entrega dos estagiários da Ashley e Hilary, respectivamente.

Exemplo

Pergunta

É vantajoso para Hilary ter 10 vezes mais estagiários que Ashley? Em caso afirmativo, existe alguma situação em que isso se torna desfavorável?

Exemplo

Pergunta

É vantajoso para Hilary ter 10 vezes mais estagiários que Ashley? Em caso afirmativo, existe alguma situação em que isso se torna desfavorável?

Roteiro

1. Distribuição Normal
2. Importância da normal
3. Distribuição Normal Padrão
4. Resultados
5. Aproximação da binomial pela normal
6. Exemplo
7. Referências bibliográficas

Referências bibliográficas

Crichton, M. (2009). *O parque dos dinossauros*. Porto Alegre: L&PM.

Gauss, C. F. (1809). *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium*. Hamburgi: s.n.

Magalhães, T. M. and M. A. Diniz (2020). Normalidade dos dados: suposições, transformações e valores atípicos. In A. Lunardi (Ed.), *Manual de pesquisa clínica aplicada à saúde*, Chapter 27, pp. 349–364. São Paulo: Blucher.

Obrigado!

✉ tiago.magalhaes@ufjf.br

ufjf.br/tiago_magalhaes

Departamento de Estatística, Sala 319