Uma breve revisão

Tiago M. Magalhães

Departamento de Estatística - ICE-UFJF

Juiz de Fora, 15 de março de 2024

Roteiro

1. Operações
2. Conjuntos
3. Combinações
4. Exercícios
5. Referências bibliográficas

Roteiro

Operações

Propriedades da soma

Sejam a, b e c, três números quaisquer. Então,

Operações

Propriedades da soma

Sejam a, b e c, três números quaisquer. Então,

- Propriedade comutativa da soma: $a + b = b + a$;

Operações

Propriedades da soma

Sejam a, b e c, três números quaisquer. Então,

- Propriedade comutativa da soma: $a + b = b + a$;
- Propriedade associativa da soma: $(a + b) + c = a + (b + c)$;

Operações

Propriedades da soma

Sejam a, b e c, três números quaisquer. Então,

- Propriedade comutativa da soma: $a + b = b + a$;
- Propriedade associativa da soma: $(a + b) + c = a + (b + c)$;
- Propriedade de identidade da soma: $a + 0 = a$.

Operações

Propriedades da soma

Sejam a, b e c, três números quaisquer. Então,

- Propriedade comutativa da soma: $a + b = b + a$;
- Propriedade associativa da soma: $(a + b) + c = a + (b + c)$;
- Propriedade de identidade da soma: $a + 0 = a$.

Operações

Somatórios

Sejam $a_1, a_2, \ldots, a_n$, n números quaisquer.

Operações

Somatórios

Sejam $a_1, a_2, \ldots, a_n$, n números quaisquer. Então,

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n.$$

Operações

Somatórios

Sejam $a_1, a_2, \ldots, a_n$, n números quaisquer. Então,

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n.$$

Operações

Propriedades da multiplicação

Sejam a, b e c, três números quaisquer. Então,

Operações

Propriedades da multiplicação

Sejam a, b e c, três números quaisquer. Então,

- Propriedade comutativa da multiplicação: $a \times b = b \times a$;

Operações

Propriedades da multiplicação

Sejam a, b e c, três números quaisquer. Então,

- Propriedade comutativa da multiplicação: $a \times b = b \times a$;
- Propriedade associativa da multiplicação: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$;

Operações

Propriedades da multiplicação

Sejam a, b e c, três números quaisquer. Então,

- Propriedade comutativa da multiplicação: $a \times b = b \times a$;
- Propriedade associativa da multiplicação: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$;
- Propriedade de identidade da multiplicação: $a \times 1 = a$.

Operações

Propriedades da multiplicação

Sejam a, b e c, três números quaisquer. Então,

- Propriedade comutativa da multiplicação: $a \times b = b \times a$;
- Propriedade associativa da multiplicação: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$;
- Propriedade de identidade da multiplicação: $a \times 1 = a$.

Operações

Produtórios

Sejam $a_1, a_2, \ldots, a_n$, n números quaisquer.

Operações

Produtórios

Sejam $a_1, a_2, \ldots, a_n$, n números quaisquer. Então,

$$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_n.$$

Operações

Produtórios

Sejam $a_1, a_2, \ldots, a_n$, n números quaisquer. Então,

$$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_n.$$

Operações

Frações

Sejam a e b, dois números quaisquer.

Operações

Frações

Sejam a e b, dois números quaisquer. Uma fração é a representação:

$$\frac{a}{b},$$

Operações

Frações

Sejam a e b, dois números quaisquer. Uma fração é a representação:

$$\frac{a}{b},$$

que pode ser interpretada com a divisão de a por b.

Operações

Frações

Sejam a e b, dois números quaisquer. Uma fração é a representação:

$$\frac{a}{b},$$

que pode ser interpretada com a divisão de a por b.

Roteiro

Conjuntos

Na matemática, um conjunto é uma coleção de elementos. Exemplos:

- O conjunto dos números naturais: 0, 1, 2, 3, ...;

Conjuntos

Na matemática, um conjunto é uma coleção de elementos. Exemplos:

- O conjunto dos números naturais: 0, 1, 2, 3, ...;
- O conjunto de todos os alunos de uma sala de aula;

Conjuntos

Na matemática, um conjunto é uma coleção de elementos. Exemplos:

- O conjunto dos números naturais: 0, 1, 2, 3, ...;
- O conjunto de todos os alunos de uma sala de aula;
- Conjuntos de músicos em uma banda, como na Figura 1.

Conjuntos

Na matemática, um conjunto é uma coleção de elementos. Exemplos:

- O conjunto dos números naturais: 0, 1, 2, 3, ...;
- O conjunto de todos os alunos de uma sala de aula;
- Conjuntos de músicos em uma banda, como na Figura 1.

(a) a-ha

(b) The Beatles

Figura 1: Conjunto de músicos.

Conjuntos

Por convenção, qualquer conjunto é representado por uma letra do alfabeto em maiúsculo: $A, B, C, \ldots, Z$.

Conjuntos

Elemento

Elemento de um conjunto é qualquer coisa que pertença a um determinado conjunto.

Conjuntos

Elemento

Elemento de um conjunto é qualquer coisa que pertença a um determinado conjunto. Exemplos:

- "a" é um elemento do conjunto das vogais, "a" $\in \{a, e, i, o, u\}$;
- John Lennon é um elemento do conjunto musical *The Beatles*.

Conjuntos

Elemento

Elemento de um conjunto é qualquer coisa que pertença a um determinado conjunto. Exemplos:

- "a" é um elemento do conjunto das vogais, "a" $\in \{$a, e, i, o, u$\}$;
- John Lennon é um elemento do conjunto musical *The Beatles*.

Conjuntos

Pertinência

Pertinência é a característica associada a um elemento ao qual faz parte de um conjunto.

Conjuntos

Pertinência

Pertinência é a característica associada a um elemento ao qual faz parte de um conjunto. Exemplos:

- "a" pertence ao conjunto das vogais;
- John Lennon pertence ao conjunto musical *The Beatles*.

Conjuntos

Pertinência

Pertinência é a característica associada a um elemento ao qual faz parte de um conjunto. Exemplos:

- "a" pertence ao conjunto das vogais;
- John Lennon pertence ao conjunto musical *The Beatles*.

Conjuntos

Conjuntos especiais:

- Conjunto unitário: é o conjunto composto por apenas um elemento.

Conjuntos

Conjuntos especiais:

- Conjunto unitário: é o conjunto composto por apenas um elemento.
- Conjunto vazio ($\emptyset$): é o conjunto com zero elementos.

Conjuntos

Conjuntos especiais:

- Conjunto unitário: é o conjunto composto por apenas um elemento.
- Conjunto vazio ($\emptyset$): é o conjunto com zero elementos.
- Conjunto universo: é o conjunto com todos os elementos.

Conjuntos

Conjuntos especiais:

- Conjunto unitário: é o conjunto composto por apenas um elemento.
- Conjunto vazio ($\emptyset$): é o conjunto com zero elementos.
- Conjunto universo: é o conjunto com todos os elementos.
- Conjunto iguais: dois conjuntos A e B são ditos iguais se todo elemento de A é também elemento de B e vice-versa.

Conjuntos

Conjuntos especiais:

- Conjunto unitário: é o conjunto composto por apenas um elemento.
- Conjunto vazio ($\emptyset$): é o conjunto com zero elementos.
- Conjunto universo: é o conjunto com todos os elementos.
- Conjunto iguais: dois conjuntos A e B são ditos iguais se todo elemento de A é também elemento de B e vice-versa.

Conjuntos - operações

Sejam A e B são dois conjuntos não vazios e U o conjunto Universo.

Conjuntos - operações

Sejam A e B são dois conjuntos não vazios e U o conjunto Universo.

- União ($A \cup B$): são os elementos que pertencem a A ou pertencem a B.

Conjuntos - operações

Sejam A e B são dois conjuntos não vazios e U o conjunto Universo.

- União ($A \cup B$): são os elementos que pertencem a A ou pertencem a B.
- Interseção ($A \cap B$): são os elementos que pertencem simultaneamente a A e B.

Conjuntos - operações

Sejam A e B são dois conjuntos não vazios e U o conjunto Universo.

- União ($A \cup B$): são os elementos que pertencem a A ou pertencem a B.
- Interseção ($A \cap B$): são os elementos que pertencem simultaneamente a A e B.

Conjuntos - operações

- Diferença $(A - B)$: são os elementos que pertencem a A e não pertencem a B.

Conjuntos - operações

- Diferença $(A - B)$: são os elementos que pertencem a A e não pertencem a B.
- Complementar (A^c): são os elementos que pertence a U e não pertencem a A.

Conjuntos - operações

- Diferença $(A - B)$: são os elementos que pertencem a A e não pertencem a B.
- Complementar (A^c): são os elementos que pertence a U e não pertencem a A.

Roteiro

Fatorial

Seja n um número natural, definimos como fatorial de n, denotado por $n!$, o número:

Fatorial

Seja n um número natural, definimos como fatorial de n, denotado por $n!$, o número:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1.$$

Fatorial

Seja n um número natural, definimos como fatorial de n, denotado por $n!$, o número:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1.$$

Exemplos:

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Por convenção, $0! = 1$.

Fatorial

Seja n um número natural, definimos como fatorial de n, denotado por $n!$, o número:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1.$$

Exemplos:

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Por convenção, $0! = 1$.

Fatorial - exercício

O professor José irá tirar dúvidas de três alunos: Alberto, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras os alunos poderão ser atendidos de forma individual e por ordem de chegada?

Fatorial - exercício

O professor José irá tirar dúvidas de três alunos: Alberto, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras os alunos poderão ser atendidos de forma individual e por ordem de chegada? Resposta:

Fatorial - exercício

O professor José irá tirar dúvidas de três alunos: Alberto, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras os alunos poderão ser atendidos de forma individual e por ordem de chegada? Resposta:

Maneira 1: Alberto, Hellinton, Sylvio;

Fatorial - exercício

O professor José irá tirar dúvidas de três alunos: Alberto, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras os alunos poderão ser atendidos de forma individual e por ordem de chegada? Resposta:

Maneira 1:	Alberto,	Hellinton,	Sylvio;
Maneira 2:	Alberto,	Sylvio,	Hellinton;

Fatorial - exercício

O professor José irá tirar dúvidas de três alunos: Alberto, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras os alunos poderão ser atendidos de forma individual e por ordem de chegada? Resposta:

Maneira 1:	Alberto,	Hellinton,	Sylvio;
Maneira 2:	Alberto,	Sylvio,	Hellinton;
Maneira 3:	Hellinton,	Alberto,	Sylvio;

Fatorial - exercício

O professor José irá tirar dúvidas de três alunos: Alberto, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras os alunos poderão ser atendidos de forma individual e por ordem de chegada? Resposta:

Maneira 1:	Alberto,	Hellinton,	Sylvio;
Maneira 2:	Alberto,	Sylvio,	Hellinton;
Maneira 3:	Hellinton,	Alberto,	Sylvio;
Maneira 4:	Hellinton,	Sylvio,	Alberto;

Fatorial - exercício

O professor José irá tirar dúvidas de três alunos: Alberto, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras os alunos poderão ser atendidos de forma individual e por ordem de chegada? Resposta:

Maneira 1:	Alberto,	Hellinton,	Sylvio;
Maneira 2:	Alberto,	Sylvio,	Hellinton;
Maneira 3:	Hellinton,	Alberto,	Sylvio;
Maneira 4:	Hellinton,	Sylvio,	Alberto;
Maneira 5:	Sylvio,	Alberto,	Hellinton;

Fatorial - exercício

O professor José irá tirar dúvidas de três alunos: Alberto, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras os alunos poderão ser atendidos de forma individual e por ordem de chegada? Resposta:

Maneira 1:	Alberto,	Hellinton,	Sylvio;
Maneira 2:	Alberto,	Sylvio,	Hellinton;
Maneira 3:	Hellinton,	Alberto,	Sylvio;
Maneira 4:	Hellinton,	Sylvio,	Alberto;
Maneira 5:	Sylvio,	Alberto,	Hellinton;
Maneira 6:	Sylvio,	Hellinton,	Alberto.

Fatorial - exercício

O professor José irá tirar dúvidas de três alunos: Alberto, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras os alunos poderão ser atendidos de forma individual e por ordem de chegada? Resposta:

Maneira 1:	Alberto,	Hellinton,	Sylvio;
Maneira 2:	Alberto,	Sylvio,	Hellinton;
Maneira 3:	Hellinton,	Alberto,	Sylvio;
Maneira 4:	Hellinton,	Sylvio,	Alberto;
Maneira 5:	Sylvio,	Alberto,	Hellinton;
Maneira 6:	Sylvio,	Hellinton,	Alberto.

Fatorial - exercício

Existem 6 possibilidades de atendimento. De maneira mais simples, ao invés de termos que listar todas maneiras, basta notarmos que

Fatorial - exercício

Existem 6 possibilidades de atendimento. De maneira mais simples, ao invés de termos que listar todas maneiras, basta notarmos que

$$6 = 3! = \{\text{número de alunos}\}!$$

Fatorial - exercício

Existem 6 possibilidades de atendimento. De maneira mais simples, ao invés de termos que listar todas maneiras, basta notarmos que

$$6 = 3! = \{\text{número de alunos}\}!$$

Coeficiente binomial

Sejam n e k dois números naturais, nós definimos como coeficiente binomial a seguinte expressão:

Coeficiente binomial

Sejam n e k dois números naturais, nós definimos como coeficiente binomial a seguinte expressão:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Coeficiente binomial

Sejam n e k dois números naturais, nós definimos como coeficiente binomial a seguinte expressão:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Aplicação

Coeficiente binomial

Sejam n e k dois números naturais, nós definimos como coeficiente binomial a seguinte expressão:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Aplicação

Sorteios em que a ordem dos sorteados não é importante.

Coeficiente binomial

Sejam n e k dois números naturais, nós definimos como coeficiente binomial

a seguinte expressão:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Aplicação

Sorteios em que a ordem dos sorteados não é importante.

Coeficiente binomial

Exemplo. Quantas são as possíveis combinações de números em um sorteio da mega-sena? (Lembrando que são seis dezenas sorteadas.)

Coeficiente binomial

Exemplo. Quantas são as possíveis combinações de números em um sorteio da mega-sena? (Lembrando que são seis dezenas sorteadas.) Resposta:

Exemplo. Quantas são as possíveis combinações de números em um sorteio da mega-sena? (Lembrando que são seis dezenas sorteadas.) Resposta:

$$\binom{60}{6} = 50.063.860.$$

Coeficiente binomial

Exemplo. Quantas são as possíveis combinações de números em um sorteio da mega-sena? (Lembrando que são seis dezenas sorteadas.) Resposta:

$$\binom{60}{6} = 50.063.860.$$

Coeficiente binomial

Sejam os conjuntos de dezenas:

1. 01 02 03 04 05 06;
2. 03 05 19 33 34 51;
3. 11 14 30 36 44 60.

Coeficiente binomial

Sejam os conjuntos de dezenas:

1. 01 02 03 04 05 06;
2. 03 05 19 33 34 51;
3. 11 14 30 36 44 60.

Algum dos jogos acima tem mais "sorte" do que os outros?

Coeficiente binomial

Sejam os conjuntos de dezenas:

1. 01 02 03 04 05 06;
2. 03 05 19 33 34 51;
3. 11 14 30 36 44 60.

Algum dos jogos acima tem mais “sorte” do que os outros?


OPOVO online | Notícias | Esportes | Divirta-se | Vida & Arte | Vídeos | ÁREA EXCLUSIVA | ASSINE

Autor do Manual das Loterias fez 1.500 jogos na Mega da Virada e não acertou nenhum

O contador Guilhermino Ferreira usou a lógica matemática dos últimos sorteios da Mega-Sena para aposta na Mega da Virada

Por DO JORNAL DO COMMERCIO

19:00 | 01/01/2020

2

Figura 2: O Povo online (2020).

Coeficiente binomial - exercício

O professor José irá sortear um trabalho para ser resolvido por um dos seus quatro alunos: Alberto, Christian, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras isso é possível?

Coeficiente binomial - exercício

O professor José irá sortear um trabalho para ser resolvido por um dos seus quatro alunos: Alberto, Christian, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras isso é possível? Resposta:

Coeficiente binomial - exercício

O professor José irá sortear um trabalho para ser resolvido por um dos seus quatro alunos: Alberto, Christian, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras isso é possível? Resposta:

$$\binom{4}{1} = 4.$$

Coeficiente binomial - exercício

O professor José irá sortear um trabalho para ser resolvido por um dos seus quatro alunos: Alberto, Christian, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras isso é possível? Resposta:

$$\binom{4}{1} = 4.$$

O professor percebeu que o trabalho precisa resolvido por dois alunos ao mesmo tempo.

Coeficiente binomial - exercício

O professor José irá sortear um trabalho para ser resolvido por um dos seus quatro alunos: Alberto, Christian, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras isso é possível? Resposta:

$$\binom{4}{1} = 4.$$

O professor percebeu que o trabalho precisa resolvido por dois alunos ao mesmo tempo. De quantas maneiras isso é possível?

Coeficiente binomial - exercício

O professor José irá sortear um trabalho para ser resolvido por um dos seus quatro alunos: Alberto, Christian, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras isso é possível? Resposta:

$$\binom{4}{1} = 4.$$

O professor percebeu que o trabalho precisa resolvido por dois alunos ao mesmo tempo. De quantas maneiras isso é possível? Resposta:

Coeficiente binomial - exercício

O professor José irá sortear um trabalho para ser resolvido por um dos seus quatro alunos: Alberto, Christian, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras isso é possível? Resposta:

$$\binom{4}{1} = 4.$$

O professor percebeu que o trabalho precisa resolvido por dois alunos ao mesmo tempo. De quantas maneiras isso é possível? Resposta:

$$\binom{4}{2} = 6.$$

Coeficiente binomial - exercício

O professor José irá sortear um trabalho para ser resolvido por um dos seus quatro alunos: Alberto, Christian, Hellinton e Sylvio. De quantas maneiras isso é possível? Resposta:

$$\binom{4}{1} = 4.$$

O professor percebeu que o trabalho precisa resolvido por dois alunos ao mesmo tempo. De quantas maneiras isso é possível? Resposta:

$$\binom{4}{2} = 6.$$

Roteiro

Exercícios

Seja D o conjunto das faces de um dado, isto é, $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

a. Quem é o conjunto dos números pares, P?
b. Quem é o conjunto dos números ímpares, I?
c. Quem é o conjunto interseção entre P e I, $P \cap I$?
d. Quem é o conjunto $D - I$?
e. Se T é o conjunto das faces maiores que 3. Quem é o conjunto T?
f. Se U é o conjunto das faces ≤ 1. Quem é o conjunto U?
g. Quem é o conjunto da união entre T e U, $T \cup U$?

Exercícios

Seja D o conjunto das faces de um dado, isto é, $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

a. Quem é o conjunto dos números pares, P?
b. Quem é o conjunto dos números ímpares, I?
c. Quem é o conjunto interseção entre P e I, $P \cap I$?
d. Quem é o conjunto $D - I$?
e. Se T é o conjunto das faces maiores que 3. Quem é o conjunto T?
f. Se U é o conjunto das faces ≤ 1. Quem é o conjunto U?
g. Quem é o conjunto da união entre T e U, $T \cup U$?

Exercícios

No voo 815 da *Oceanic Airlines* há 122 passageiros, dos quais 96 são brasileiros,

Exercícios

No voo 815 da *Oceanic Airlines* há 122 passageiros, dos quais 96 são brasileiros, 64 são homens,

Exercícios

No voo 815 da *Oceanic Airlines* há 122 passageiros, dos quais 96 são brasileiros, 64 são homens, 47 fumantes,

Exercícios

No voo 815 da *Oceanic Airlines* há 122 passageiros, dos quais 96 são brasileiros, 64 são homens, 47 fumantes, 51 homens brasileiros,

Exercícios

No voo 815 da *Oceanic Airlines* há 122 passageiros, dos quais 96 são brasileiros, 64 são homens, 47 fumantes, 51 homens brasileiros, 25 homens fumantes,

Exercícios

No voo 815 da *Oceanic Airlines* há 122 passageiros, dos quais 96 são brasileiros, 64 são homens, 47 fumantes, 51 homens brasileiros, 25 homens fumantes, 36 brasileiros fumantes

Exercícios

No voo 815 da *Oceanic Airlines* há 122 passageiros, dos quais 96 são brasileiros, 64 são homens, 47 fumantes, 51 homens brasileiros, 25 homens fumantes, 36 brasileiros fumantes e 20 homens brasileiros fumantes.

Exercícios

No voo 815 da *Oceanic Airlines* há 122 passageiros, dos quais 96 são brasileiros, 64 são homens, 47 fumantes, 51 homens brasileiros, 25 homens fumantes, 36 brasileiros fumantes e 20 homens brasileiros fumantes. Determine entres os passageiros quantos deles eram:

a. Mulheres brasileiras não fumantes;
b. Homens fumantes não brasileiros;
c. Mulheres fumantes;
d. Mulheres fumantes não brasileiras;
e. Homens brasileiros não fumantes.

Exercícios

No voo 815 da *Oceanic Airlines* há 122 passageiros, dos quais 96 são brasileiros, 64 são homens, 47 fumantes, 51 homens brasileiros, 25 homens fumantes, 36 brasileiros fumantes e 20 homens brasileiros fumantes. Determine entres os passageiros quantos deles eram:

a. Mulheres brasileiras não fumantes;
b. Homens fumantes não brasileiros;
c. Mulheres fumantes;
d. Mulheres fumantes não brasileiras;
e. Homens brasileiros não fumantes.

Roteiro

Referências I

O Povo online (2020), 'Autor do manual das loterias fez 1.500 jogos na mega da virada e não acertou nenhum', https://www.opovo.com.br/noticias/brasil/2020/01/01/autor-do-manual-das-loterias-fez-1-500-jogos-na-mega-da-vir html. Accessado: 2020-03-05.

Obrigado!

✉ tiago.magalhaes@ufjf.br

🖱 ufjf.br/tiago_magalhaes

🌍 Departamento de Estatística, Sala 319