1 Modelos nucleares

1.1 Espalhamento de Elétrons e Raio Nuclear

Todos os métodos utilizados para medir raios nucleares, mostram que são proporcionais a raiz cúbica do número de massa **A**. O raio nuclear pode ser encontrado, principalmente, por meio de experimentos de **espalhamento de elétrons**, análogo àquele excexutado por Rutherford com partículas α. Para esse método, adota-se um modelo esférico para os núcleos e representa-se a densidade de carga nuclear $\rho(r)$ por uma distribuição de Fermi-Dirac, dada por

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{(r-R)}{\alpha}}} \tag{1}$$

onde os parâmetros R e α controlam a variável radial r. O coeficiente ρ_0 é proporcional a densidade de carga centrada em $r = 0$

$$\rho(0) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{-R}{\alpha}}} \tag{2}$$

tal que $\rho_0 \approx \rho(0)$ para $R \gg \alpha$. Pode-se compreender o significado desse modelo observando-se o gráfico da Fig.1

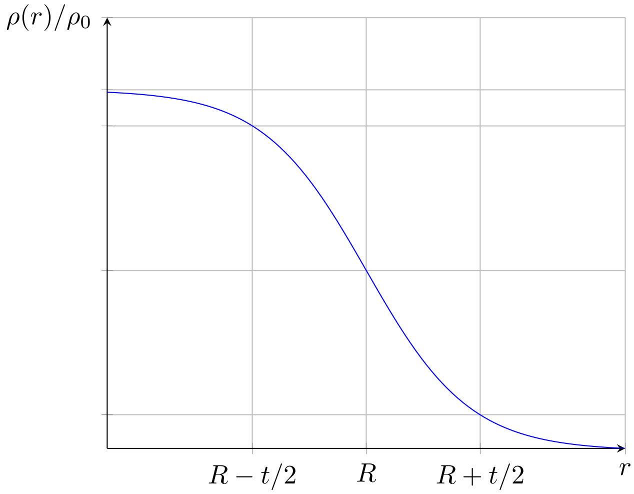

Figure 1: Parametrização da densidade de carga nuclear

O gráfico mostra que a densidade de carga nuclear $\rho(r)$ cai de $1/2\rho_0$ quando $r = R$, e cai de $0,9\rho_0$ a $0,1\rho_0$ sobre uma pequena distância t definida como a espessura da superfície nuclear. Particularmente, o gráfico mostra que $\rho(r)/\rho_0 = 0,1$ para $r = R + t/2$ que substituída na eq.(**??**), fornece

$$0,1 = \frac{1}{1 + e^{\frac{R+t/2-R)}{\alpha}}} \implies 1 + e^{\frac{t}{2\alpha}} = 10 \implies e^{\frac{t}{2\alpha}} = 3^2 \implies \frac{t}{2\alpha} = 2ln3$$

$$t = 4\alpha ln3 \quad (3)$$

isto é, a espessura t da superfície nuclear está relacionada diretamente ao parâmetro α da eq. (1).

Medidas refinadas da estrutura nuclear foram realizadas após o desenvolvimento dos aceleradores de partículas. A primeira série dessas medidas foram excecutadas por Robert Hofstadter e colaboradores a partir de 1953, utilizando o **acelerador linear de Stanford(SLAC)**. O experimento é mostrado na Fig.2, e utiliza feixes de elétrons com energias entre 200 e 500MeV.

C:/Users/Public/Pictures/Slac.JPG

Figure 2: Diagrama do experimento de espalhamento de elétrons com o acelerador SLAC

O equipamento inclui um acelerador de elétrons, defletores magnéticos, um alvo espalhador de uma espécie X e um espectrômetro para detectar **elétrons espalhados elasticamente** em direções angulares θ. A distribuição angular dos elétrons espalhados determina o **padrão de difração** gerado pelos **núcleos espalhadores**. Analogamente ao estudo de espalhamento de partículas α de Rutherford, a distribuição de intensidades de elétrons de alta energia é apresentada frequentemente em termos de uma **seção de choque diferencial de espalhamento** $d\sigma/d\Omega$. A Fig.3 mostra um exemplo de espalhamento de elétrons de energia $\Delta E = 420Mev$ por um alvo de ^6C. A energia do elétron é tal que o comprimento de onda correspondente seja menos que o raio nuclear da amostra.

C:/Users/Public/Pictures/choque.JPG

Figure 3: Figura de difração de elétrons incidentes com energia$\Delta E = 420Mev$ em núcleos espalhadores de ^6C

Considerando o feixe de elétrons incidente como uma onda plana de comprimento de onda λ, o processo de espalhamento será equivalente à difração da luz por uma abertura circular de diâmetro D. Assim, o primeiro mínimo da figura de difração ocorre quando:

$$sen\theta = 1,22\frac{\lambda}{D} = 0,61\frac{\lambda}{R} \quad (4)$$

onde $R = D/2$ é o raio nuclear.

Para uma dada energia dos elétrons incidentes, as figuras de difração observadas para núcleos de número de massa A mais elevados apresentam mínimos adicionais cada vez mais próximos entre si. Este fato, juntamente com a eq. (1), mostra que o raio da distribuição de carga nuclear aumenta com o aumento de A. Resultados quantitativos são apresentados na Fig.4 ,onde as curvas fornecem as densidades de carga $\rho(r)$ obtidas para alguns nuclídeos, dentre eles ^6C.

C:/Users/Public/Pictures/densidade.JPG

Figure 4: Densidade de carga nuclear para alguns nuclídeos, obtidos a partir de experimentos de espalhamento de elétrons de alta energia

Normalizando cada uma das curvas tal que se tenha um máximo $\rho(r)/\rho_0 = 1$ e comparando-as com o modelo teórico dado na Fig.1, pode-se concluir que, usando $R_0 = 1,07fm$ e $t = 2,4fm$:

$$R = R_0 A^{1/3} \tag{5}$$

Outros métodos confirmama dependência do raio nuclear com o número de massa A como o da eq.(5). Em geral, tais métodos produzem valores de R_0 que variam entre $1,18$ e $1,40fm$

Exemplo 15.1: Utilize o modelo de gás de Fermi para partículas nucleares para calcular a energia total $E = E_Z + E_N$ de tais partículas.

Da eq.(5) os núcleos tem um volume esférico determinado pelo número de massa A: $V = 4\pi R^3/3 = 4\pi R_0^3 A/3$. As energias de fermi são dadas pela fórmula:

$$\varepsilon_{F_p} = \frac{1}{2M}\left(\frac{3\pi^2\hbar^3}{V}Z\right)^{2/3}$$

$$\varepsilon_{F_n} = \frac{1}{2M}\left(\frac{3\pi^2\hbar^3}{V}N\right)^{2/3}$$

Onde Z e N são os números de prótons e neutrons, respectivamente, enquanto M é a massa da partícula e portanto a mesma em ambos.Substituindo o volume encontrado, temos:

$$\varepsilon_{F_p} = \frac{\hbar^2}{2MR_0^2}\left(\frac{9\pi}{4}\frac{Z}{A}\right)^{2/3} \text{ e } \varepsilon_{F_n} = \frac{\hbar^2}{2MR_0^2}\left(\frac{9\pi}{4}\frac{N}{A}\right)^{2/3}$$

A energia total das partículas em termos da energia de Fermi é dada pela relação:$E = 3n\varepsilon_F/5$, onde n é o numero de partículas. Para a energia dos prótons fazemos $n = Z$ e $\varepsilon_F = \varepsilon_{F_p}$, para a energia de neutrons o processo é análogo:

$$E_z = \frac{3\hbar^2}{10MR_0^2}\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3} A\left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3} \text{ e } E_n = \frac{3\hbar^2}{10MR_0^2}\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3} A\left(\frac{N}{A}\right)^{5/3}$$

Pode-se perceber uma certa simetria em energia dos núcleos por conta de um desvio em torno da igualdade $Z = N = A/2$. É conveniente, portanto, introduzir uma mudança de variável tal que:$N = \xi + A/Z$ e $Z = -\xi + A/Z$. Dessa forma podemos escrever $N/A = 0,5(1 + 2\xi/A)$ e $Z/A = 0,5(1 - 2\xi/A)$ que permite a seguinte expanção:

$$\frac{Z}{A}^{5/3} + \frac{N}{A}^{5/3} = \frac{1}{2}^{5/3}\left[\left(1 - \frac{2\xi}{A}^{5/3}\right)^{5/3} + \left(1 + \frac{2\xi}{A}^{5/3}\right)^{5/3}\right]$$

$$= \frac{1}{2}^{5/3}\left[1 - \frac{5}{3}\frac{2\xi}{A} + \frac{5}{9}\left(\frac{2\xi}{A}\right)^2 + ... + 1 + \frac{5}{3}\frac{2\xi}{A} + \frac{5}{9}\left(\frac{2\xi}{A}\right)^2 + ...\right]$$

$$= \frac{1}{2}^{5/3}\left(1 + \frac{20\xi^2}{9A^2} + ...\right)$$

Agora substituimos essa expanção, descartando os termos de ordem superior, para obter:

$$E = E_Z + E_N = \frac{3\hbar^2}{40MR_0^2}(9\pi)^{2/3}\left(A + \frac{20\xi^2}{A}\right)$$

Essa equação deve contribuir para a energia de repolso do núclídeo X^A.