

## Efeito Josephson e Teoria de Ginzburg-Landau

O tunelamento de elétrons pode ser observado através de uma junção composta por dois condutores separados por uma fina camada de óxido isolante de poucos nanômetros de espessura. Quando os dois condutores são normais a corrente de tunelamento obedece a lei de Ohm para baixas tensões aplicadas. Por outro lado, quando supercondutores são utilizados a corrente é nula para uma temperatura  $T = 0$  a não ser que a tensão aplicada seja maior que uma tensão crítica  $V_c$ . Ambos os casos são mostrados nos gráficos da Fig. 14.15.

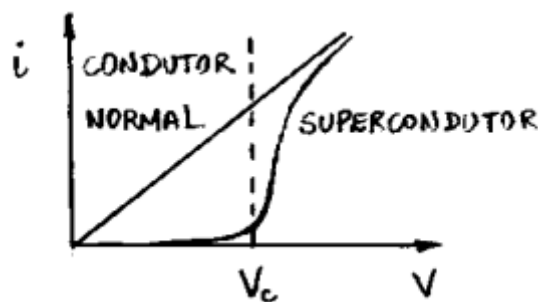


Fig. 14.15 - Correntes de tunelamento para os casos de condutores normais e supercondutores separados por uma fina camada de óxido isolante.

Para o caso de supercondutores, a corrente aumenta abruptamente quando  $V = V_c$  porque essa tensão é suficiente para romper alguns pares de Cooper e criar elétrons desemparelhados. Para temperaturas  $T > 0$  uma corrente baixa pode ser observada mesmo para  $V < V_c$  pois, nesse caso, a agitação térmica deve romper alguns pares de Cooper e criar elétrons desemparelhados.

Em 1962, Brian Josephson propôs que a corrente tunelada de um supercondutor para outro é uma supercorrente. Essa supercorrente se mantém mesmo na ausência de campos elétricos aplicados. Esse efeito é conhecido como efeito Josephson e a junção composta por dois supercondutores e um isolante, como mostrado na Fig.14.16, é conhecida como junção Josephson. As junções Josephson têm sido usadas em inúmeras aplicações tais como nos processos de detecção de tensões e campos magnéticos sensíveis.

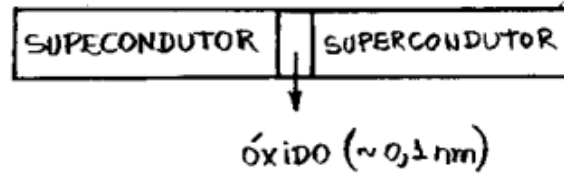


Fig. 14.16 - Junção Josephson composta por dois supercondutores e um óxido isolante.

Por causa da natureza organizacional dos pares de Cooper, em 1950 V. L. Ginzburg e L. D. Landau propuseram um modelo apropriado para representar a função de onda  $\psi(x,t)$  que descreve o comportamento quântico dessas partículas. De acordo com esse modelo, a função de onda define um parâmetro de ordem que se anula para  $T > T_c$ . Com essa interpretação, a densidade de probabilidade  $|\psi(x,t)|^2 = |\psi(x)|^2$  deve fornecer a densidade  $\rho$  de pares de Cooper, isto é,

$$|\psi(x)|^2 = \rho_s \quad (14.34)$$

Nesse caso, a auto função  $\psi(x)$  é dada por

$$\psi(x) = |\psi(x)| e^{i\varphi^0} = \rho_s^{1/2} e^{i\varphi^0} \quad (14.35)$$

onde  $\varphi^0$  é a fase da parcela independente do tempo do parâmetro de ordem  $\psi(x,t)$ . Incluindo a parcela temporal obtém-se

$$\psi(x,t) = \psi(x) e^{i\omega t} = \rho_s^{1/2} e^{i\varphi^0} e^{i\omega t} = \rho_s^{1/2} e^{i\varphi t} \quad (14.36)$$

onde

$$\varphi = \varphi^0 + \omega t \quad (14.37)$$

é a fase dependente do tempo.

Sabe-se que, na ausência de campos externos, o fluxo de corrente de probabilidade é

$$j = \frac{\hbar}{2im} (\psi^* \nabla \psi - \nabla \psi^* \psi) \quad (14.38)$$

Como um par de Cooper é formado por dois elétrons, então no caso supercondutor deve-se trocar por  $2m$ , isto é,

$$j_s = \frac{\hbar}{2i(2m)}(\psi^* \nabla \psi - \nabla \psi^* \psi) = \frac{1}{2} j$$

(14.39)

Multiplicando  $j_s$  pela carga  $(-2e)$  de um par de Cooper, obtém-se a densidade de supercorrente  $J_s$  no supercondutor, isto é,

$$J_s = -2ej_s = -ej = -\frac{e\hbar}{2im}(\psi^* \nabla \psi - \nabla \psi^* \psi)$$

(14.40)

Quando um campo magnético externo  $B$  está presente, pode-se mostrar que a eq.(14.40) pode ser generalizada para

$$J_s = -\frac{e\hbar}{2im}(\psi^* \nabla \psi - \nabla \psi^* \psi) - \frac{2e^2|\psi|^2}{m} A$$

(14.41)

onde  $A$  é o potencial vetor magnético dado, em termos de campo magnético  $B$ , por

$$B = \nabla \times A$$

(14.42)

Pode-se verificar que a eq.(14.21) está de fato correta, mostrando que ela resulta na equação de London dada na eq.(14.19) Isso é feito em detalhes no exemplo 14.2. Nesse exemplo mostra-se também que a eq.(14.41) pode ser simplificada para

$$J_s = -\left(\frac{e\hbar}{m} \nabla \phi + \frac{2e^2}{m} A\right) |\psi|^2$$

(14.43)

onde  $\phi$  é a fase de  $\psi$  dada na eq.(14.37). Essa equação fornece uma descrição quântica dos pares de Cooper em um supercondutor na presença de um campo magnético externo  $B$ .

#### Exemplo 14.2 - Facultativo

Uma característica comum da maioria dos supercondutores é que os pares de Cooper se comportam como partículas livres. Usar este fato para mostrar que a eq.(14.41) resulta na equação de London dada na eq.(14.19).

Se os pares de Cooper se comportam como partículas livres então  $|\psi(x)|^2 = \rho_s$  é independente da posição  $x$ .

Nesse caso, tem-se

$$\nabla \psi = \nabla(|\psi|e^{i\phi}) = i|\psi|e^{i\phi} \nabla \phi = i\psi \nabla \phi$$

e

$$\nabla \psi^* = \nabla(|\psi|e^{-i\varphi}) = -i|\psi|e^{-i\varphi}\nabla\varphi = -i\psi^*\nabla\varphi$$

Substituindo estas equações na eq.(14.41), obtém-se

$$J_s = -\frac{e\hbar}{2im} [(\psi^*(i\psi\nabla\varphi) - (i\psi^*\nabla\varphi)\psi)] - \frac{2e^2|\psi|^2}{m} A$$

Como  $\psi^*\psi = |\psi|^2$ , essa equação resulta diretamente na eq.(14.43). Aplicando o rotacional a ambos os lados da eq.(14.43), obtém-se

$$\nabla \times J_s = -\left(\frac{e\hbar}{m}\nabla \times \nabla\varphi + \frac{2e^2}{m}\nabla \times A\right)|\psi|^2$$

ou, como  $\nabla \times \nabla\varphi = 0$  e  $B = \nabla \times A$ ,

$$\nabla \times J_s = -\frac{2|\psi|^2 e^2}{m} B = -\frac{2\rho_s e^2}{m} B$$

pois  $|\psi|^2 = \rho_s$ . Como a densidade de pares de Cooper  $\rho_s$  é a metade da densidade de  $\rho$  de elétrons, então

$$B + \frac{m}{\rho e^2} \nabla \times J_s = 0$$

que é a equação de London dada na eq.(14.19).

Um caso particular de interesse ocorre quando, na ausência de campos magnéticos externos, se aplica, respectivamente, diferenças de potenciais  $-V/2$  e  $+V/2$  nos lados esquerdo e direito de uma junção Josephson como mostra a Fig.14.17.

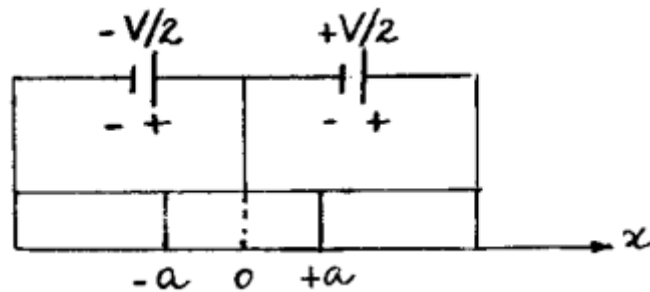


Fig.14.17 - Aplicação de diferenças de potências a ambos os lados de uma junção Josephson.

Para o caso particular de campo magnético nulo ( $B = 0$ ), a eq.(14.43) torna-se

$$J_s = -\frac{e\hbar}{m} |\psi|^2 \nabla\varphi \quad (14.44)$$

O parâmetro de ordem no lado esquerdo da junção será

$$\psi(x,t) = \rho_s^{1/2} e^{i\varphi_1} \quad (14.45)$$

onde, nesse caso,

$$\varphi_1 = \varphi_0 + (\omega + \frac{E}{\hbar})t = \varphi_0 + [\omega + (-2e)(-\frac{V}{2\hbar})]t$$

ou

$$\varphi_1 = \varphi_0 + (\omega - \frac{eV}{\hbar})t$$

(14.46)

Similarmente, no lado direito da junção, tem-se

$$\psi_2(x,t) = \rho_s^{1/2} e^{i\varphi_2}$$

(14.47)

onde

$$\varphi_2 = \varphi_0 + (\omega - \frac{eV}{\hbar})t$$

(14.48)

Como  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  são dependentes do tempo, então a densidade de corrente  $J_s$  na eq.(14.37) é alternada (AC).

Para estabelecer um fluxo de corrente na junção da esquerda para a direita, deve-se admitir tunelamento quântico no interior da camada isolante. Assumindo uma queda exponencial na corrente de tunelamento, as eqs.(14.45) e (14.47) devem ser reescritas respectivamente como

$$\psi_1(x,t) = \rho_s^{1/2} e^{i\varphi_1} e^{-\alpha(x+a)}$$

para a direita

$$\psi_2(x,t) = \rho_s^{1/2} e^{i\varphi_2} e^{+\alpha(x+a)}$$

para a esquerda

onde  $\alpha$  é uma constante de decaimento que depende da barreira de potencial. O comportamento dessas funções é mostrado na Fig.14.18.

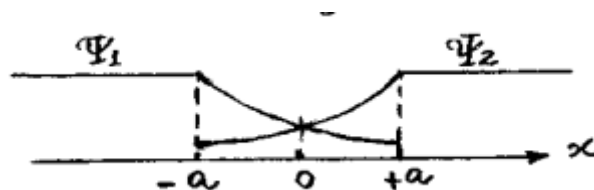


Fig.14.18 - Decaimento exponencial de  $\psi_1$  e  $\psi_2$  na barreira de potencial de uma junção Josephson.

A solução geral apropriada do parâmetro de ordem na região  $-a < x < +a$  é

$$\psi_{\pm} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 \pm \psi_2)$$

ou

$$\psi_{\pm} = \frac{\rho^{1/2}}{\sqrt{2}} [ e^{i\varphi_1} e^{-\alpha(x+a)} \pm e^{i\varphi_2} e^{+\alpha(x+a)} ]$$

(14.49)

Qualquer uma das funções  $\psi_{\pm}$  deve gerar o mesmo resultado para a densidade de supercorrente. Por exemplo, a substituição de  $\psi_+$  na eq.(14.44) e após alguma manipulação algébrica, resulta em

$$J_s = J_{s0} \sin \delta$$

(14.50)

onde

$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2eV}{\hbar} t = \omega_J t$$

(14.51)

e

$$J_{s0} = - \frac{\alpha \rho_s e \hbar}{m} e^{-2\alpha a}$$

(14.52)

Da eq.(14.51), a frequência  $\nu_J$  da densidade de supercorrente AC é

$$\nu_J = \frac{\omega_J}{2\pi} = \frac{2eV}{2\pi\hbar} = \frac{2eV}{h}$$

(14.53)

Para  $V = 1\mu\text{V}$ , obtém-se  $\nu_J = 484\text{Hz}$ , que está na região das microondas. Radiações de supercorrentes, tem sido detectadas experimentalmente. Esse fenômeno é conhecido como efeito Josephson AC.

A junção Josephson constitui-se como um dos métodos mais precisos para a determinação da razão  $e/h$ .