

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

EDUARDO REZENDE PIRES

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM ARCO VOLTAICO NO
PROCESSO DE SOLDAGEM**

JUIZ DE FORA

2017

EDUARDO REZENDE PIRES

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM ARCO VOLTAICO NO
PROCESSO DE SOLDAGEM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Eng., Moisés Luiz Lagares Junior

Coorientador: Prof. Dr. Eng., André Augusto Ferreira

JUIZ DE FORA

2017

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Rezende Pires, Eduardo.

Estudo do comportamento dinâmico de um arco voltaico no processo de soldagem / Eduardo Rezende Pires. -- 2017.
47 f.

Orientador: Moisés Luiz Lagares Junior

Coorientador: André Augusto Ferreira

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia, 2017.

1. Soldagem MIG. 2. Modelagem. 3. Arco de soldagem. I. Lagares Junior, Moisés Luiz, orient. II. Ferreira, André Augusto, coorient. III. Título.

EDUARDO REZENDE PIRES

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM ARCO VOLTAICO NO
PROCESSO DE SOLDAGEM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Aprovada em 21 de junho de 2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Eng., Moisés Luiz Lagares Júnior - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Eng., André Augusto Ferreira - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Eng., Raphael Fortes Marcomini - Avaliador
Universidade Federal de Juiz de Fora

AGRADECIMENTOS

À minha família por sempre estar presente e me apoiar, sendo fundamental para minha educação.

Aos amigos que deram apoio durante essa trajetória.

À minha namorada pelo carinho e paciência durante esse processo.

À Universidade Federal de Juiz de Fora pela oportunidade e acolhimento.

Aos professores da instituição, em especial ao Moisés e ao André, que me auxiliaram de forma muito importante nesse trabalho.

Aos alunos e ao técnico do LABSOLAR da UFJF, que me ajudaram sempre que precisei durante o trabalho.

RESUMO

Esta obra é fruto do estudo do comportamento dinâmico do arco de soldagem para a soldagem MIG com transferência de metal por curto circuito. O objetivo da pesquisa é apresentar a modelagem matemática do comportamento dinâmico do arco de soldagem para diferentes vazões de argônio. Para isso, foram obtidas curvas experimentais de corrente e de tensão durante o processo de solda para fluxos de 4, 8, 10, 16 e 22 litros por minuto de argônio puro. Com esses dados foi possível obter com o auxílio do pacote IDENT do MATLAB as funções de transferência e verificar no SIMULINK. Os resultados foram comparados com os descritos na literatura. Neste contexto, o circuito elétrico equivalente não pode ser composto apenas de um resistor, um capacitor e um indutor conectados em série.

Palavras-chave: Soldagem MIG. Modelagem. Arco de soldagem.

ABSTRACT

This work is a study of the dynamical behavior of the welding arc for the MIG welding process using short circuit metal transfer. The objective is to present the modeling of the dynamical behavior of the welding arc for different argon flows. Therefore, time, current and voltage data were obtained during the welding process for 4, 8, 10, 16 and 22 liters per minute of pure argon as shield gas. Hence, it was possible to use the IDENT command of MATLAB in order to obtain the transfer functions and validate them on SIMULINK. The results were compared with those of the literature. In this context, the model can not be represented by an equivalent circuit consisting of a resistor, inductor and capacitor connected in series.

Keywords: MIG welding. Modeling. Welding arc.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - <i>ZR</i> representando as qualidades de soldagem [2].....	4
Figura 2 - Comparação da <i>ZR</i> com a resistência $R(t)$ da lei de Ohm [4].....	5
Figura 3 - Representação da tensão versus tempo [4].	6
Figura 4 - Representação da corrente versus tempo [4].	6
Figura 5 - Comportamento do ponto de solda em relação a impedância [5].....	7
Figura 6 - Transferência por curto circuito (SCT) e globular (GT) [6].....	8
Figura 7 - Esquema da soldagem MIG [8] - p 234.....	9
Figura 8 - Diferentes modos de transferência [9] - p 132.....	10
Figura 9 - Oscilograma típico de tensão e de corrente durante a transferência por curto-circuito [8] - p 236.	11
Figura 10 - Processo de armazenagem de dados no domínio do tempo.....	14
Figura 11 - Processo de arbitrar o número de polos e zeros.....	14
Figura 12 - Obtenção da função de transferência.	15
Figura 13 - Validação da função de transferência no SIMULINK.....	15
Figura 14 - Cordões de solda obtidos no procedimento experimental.	16
Figura 15 - Resposta degrau para diferentes funções de transferência de segunda ordem.	17
Figura 16 - Resposta degrau para diferentes funções de transferência de terceira ordem.....	17
Figura 17 - Validação da função de transferência de terceira ordem para 4l/min.....	19
Figura 18 - Validação da função de transferência de terceira ordem para 8l/min.....	19
Figura 19 - Validação da função de transferência de terceira ordem para 10l/min.....	20
Figura 20 - Validação da função de transferência de terceira ordem para 16l/min.....	21
Figura 21 - Validação da função de transferência de terceira ordem para 22l/min.....	21
Figura 22 - Circuito da máquina de soldagem.....	22
Figura 23 - Validação da função de transferência de segunda ordem para 4l/min.....	23
Figura 24 - Validação da função de transferência de segunda ordem para 8l/min.....	24
Figura 25 - Validação da função de transferência de segunda ordem para 10l/min.....	24
Figura 26 - Validação da função de transferência de segunda ordem para 16l/min.....	25
Figura 27 - Validação da função de transferência de segunda ordem para 22l/min.....	26
Figura 28 - Circuito equivalente para segunda ordem.....	26

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores da Z_R e da resistência $R(t)$ da lei de Ohm.	5
Tabela 2 - Principais parâmetros dos experimentos de soldagem.	12
Tabela 3 - Erros percentuais médios das funções de transferência	18
Tabela 4 - Valores de R, L e C no circuito de segunda ordem.	27

LISTA DE NOMENCLATURAS

Símbolos

Z_R - Parte real da impedância (Ω)

Z_x - Parte imaginária da impedância

Z - Impedância (Ω)

$H_{R(t)}$ - Potência do arco elétrico usando a resistência obtida pela lei de Ohm (W)

$H_{Z(t)}$ - Potência do arco elétrico usando a parte real da impedância obtida pela Transformada de Hilbert (W)

H_{diff} - Diferença percentual entre o cálculo das potências do arco elétrico pela lei de Ohm e a Transformada de Hilbert (%)

Abreviaturas

MIG - Metal Active Gas, processo de soldagem com gás inerte

MAG - Metal Active Gas, processo de soldagem com gás ativo

SCT - Short Circuit Transfer, modo de transferência de metal por curto circuito

GT - Globular Transfer, modo de transferência globular de metal

Circuito RLC - corresponde a um circuito elétrico composto de resistor(es), indutor(es) e capacitor(es)

Siglas

t - Tempo

W - Watts

Ω - Ohm

V - Volts

A - Amperes

H - Henry

F - Farad

SUMÁRIO

<u>LISTA DE FIGURAS.....</u>	<u>I</u>
<u>LISTA DE TABELAS.....</u>	<u>II</u>
<u>LISTA DE NOMENCLATURAS.....</u>	<u>III</u>
<u>1. INTRODUÇÃO.....</u>	<u>1</u>
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2 JUSTIFICATIVA.....	1
1.3 OBJETIVOS	2
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	2
<u>2. REVISÃO DA LITERATURA</u>	<u>3</u>
2.1 ESTADO DA ARTE	3
2.2 REVISÃO TEÓRICA	8
<u>3. MODELAGEM ELÉTRICA DO ARCO DE SOLDAGEM</u>	<u>12</u>
3.1 PARÂMETROS DE SOLDAGEM.....	12
3.2 MÉTODO DE OBTENÇÃO DO MODELO DINÂMICO	13
<u>4. RESULTADOS.....</u>	<u>16</u>
<u>5. CONCLUSÕES</u>	<u>28</u>
<u>REFERÊNCIAS.....</u>	<u>29</u>
<u>ANEXO A - CÁLCULO DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA</u>	<u>31</u>

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este trabalho consiste em estudar as características elétricas, como impedância, tensão e corrente, no processo de soldagem MIG. Para isso, foram realizados experimentos de laboratório com fluxos de 4, 8, 10, 16 e 22 litros por minuto de argônio como gás de proteção para que fosse possível obter um modelo matemático que reflita o comportamento dinâmico do arco de soldagem.

Essa modelagem é de grande importância para buscar identificar um possível padrão de comportamento do processo de soldagem.

1.2 JUSTIFICATIVA

Este tema tem notável relevância para melhor compreensão do processo de solda, visto que há uma crescente demanda de estudos nessa área. Usualmente, não são realizadas as modelagens dinâmicas. Pelo contrário, apenas descrevem um circuito RLC em série, o que é bastante simplório e equivocado.

Cientificamente, este estudo aumenta o leque de informações sobre o que ocorre durante o processo de soldagem. Possibilitando melhor entendimento de como o sistema se comporta dinamicamente pelos diferentes fluxos de gás de proteção.

A pesquisa consiste essencialmente em analisar dados experimentais de tensão e corrente medidos nos terminais do arco de solda. Uma ferramenta computacional foi utilizada para auxiliar na tarefa de modelagem do comportamento dinâmico do processo de soldagem.

Vale ainda ressaltar que esse tipo de estudo pode servir como futura forma de investigação em soldas que apresentem problemas de qualidade, permitindo predizer algum tipo de defeito inerente ao processo. Isso seria muito interessante para realização de um possível monitoramento da solda em tempo real através da alteração de suas variáveis elétricas.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é obter o modelo do comportamento dinâmico do arco elétrico no processo de soldagem para diferentes condições de vazão de gás de proteção. Os objetivos específicos incluem determinar um circuito elétrico equivalente do modelo do sistema e analisar a influência da vazão no modelo do sistema.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Essa obra é organizada de acordo com a seguinte estrutura. Após as considerações iniciais apresentadas no capítulo 1, é exposta no item 2 a revisão bibliográfica, que consiste em um resumo de artigos científicos, dissertações de mestrado e teses de doutorado relacionados a área de interesse do trabalho. Além disso, é feita uma breve revisão teórica a respeito do processo de soldagem MIG.

A seção 3 apresenta o procedimento utilizado para a modelagem do circuito elétrico, explicitando como os experimentos, programas e gráficos foram realizados durante o trabalho. Segue-se então para a parte 4 que se refere aos resultados observados com esse estudo e discussões a respeito das informações obtidas. Por fim, o capítulo 5 aborda as conclusões sobre o que foi estudado, propondo também sugestões para trabalhos futuros nesta área.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1 ESTADO DA ARTE

Em [1], foi desenvolvida a medição em tempo real e monitoramento de fase e módulo de impedâncias por meio de análise digital utilizando filtros digitais e *downsampling*, tratando o sinal recebido por meio da Transformada de Hilbert. Para obter o modelo foi colocado um resistor auxiliar em série com a impedância a ser medida, conectando-os a uma fonte de tensão de frequência fixa. Com os valores de tensões enviados para a aquisição de dados, foi possível realizar a análise dos dados por meio de um algoritmo. O principal destaque do trabalho foi a possibilidade de medição da impedância em tempo real por meio de um algoritmo que foi desenvolvido.

De acordo com [2], a qualidade ruim da soldagem por pontos pode causar problemas futuros na estrutura que foi soldada. Por isso, propôs-se um método de monitoramento da qualidade em tempo real que consiste no monitoramento da impedância de entrada do processo. Isso é possível manipulando a tensão e a corrente para encontrar a impedância de acordo com o tempo, por meio da Transformada de Hilbert. Além disso, foram utilizadas redes neurais, o que possibilitou criar sequências de classificação da soldagem, melhorando a posterior qualidade da estrutura soldada sem prejudicar o processo.

Observou-se também a variação da reatância durante o processo de soldagem, porém não se sabe explicar se isso é intrínseco ao processo de soldagem ou se afeta na qualidade da solda. A presença da parte real e imaginária da impedância passa a ser uma nova condição de soldagem, permitindo conhecer como a microestrutura é afetada pelos parâmetros de soldagem e aperfeiçoando o controle da qualidade de solda. Na figura 1, temos a impedância versus o tempo, ficando evidenciada a forma de monitoramento da soldagem proposta de acordo com a forma da curva[2].

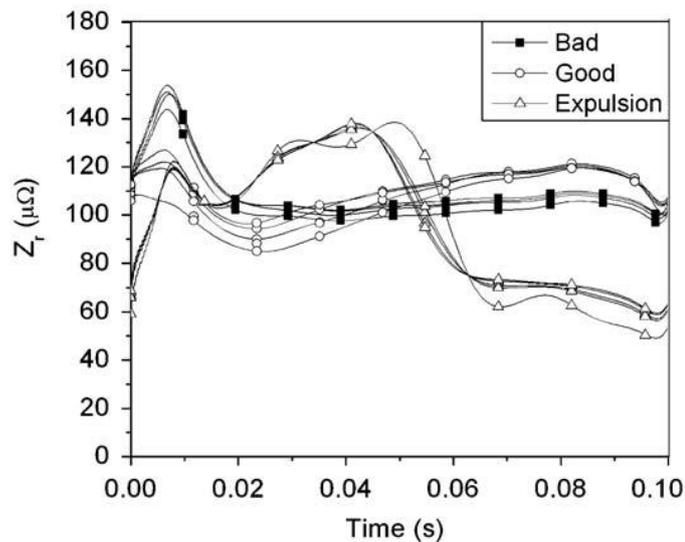


Figura 1 - Z_R representando as qualidades de soldagem [2].

No artigo [3] foi estudada a transferência de metal no processo de soldagem MAG. Nesse processo foi feito o cálculo da impedância, pois essa variável representa o sistema de forma bastante confiável, já que não há interferências externas em seu cálculo. Foi utilizada a Transformada de Hilbert para obtenção da impedância devido ao fato de representar essa variável no domínio do tempo, o que permite saber como ocorrem variações ao longo do processo.

Foi constatado que a força eletromagnética que atua sobre a gota é inversamente proporcional à corrente de soldagem, sendo assim, sugere-se que a reatância tem uma importante influência para o aparecimento do modo de transferência por spray nesse processo. Além disso, com a utilização do gás argônio 95%, a força eletromagnética radial para desprendimento da gota é sempre menor do que quando comparada com o uso de CO_2 como gás de proteção. Isso contraria a literatura, que diz que é desejável uma maior força eletromagnética para transferência de gotas pelo modo spray[3].

Conforme [4], em seu processo de soldagem a arco elétrico com arames tubulares foram calculadas a resistência e a potência do arco elétrico. Verificou-se que a utilização da parte real da impedância no cálculo da potência do arco elétrico é mais precisa do que utilizar apenas a resistência calculada convencionalmente pela lei de Ohm. Isso ocorre porque o cálculo da impedância é feito a partir da Transformada de Hilbert, obtendo a resistência descontada da influência da impedância. Nele, o processo de soldagem foi comparado a um modelo RLC em série com o intuito de facilitar as observações e mostrar que há a presença de indutor e capacitor

no circuito. Também foi mostrado que a parte real da impedância sempre esteve menor do que a resistência resultante da lei de Ohm como observado na figura 2 e tabela 1 abaixo:

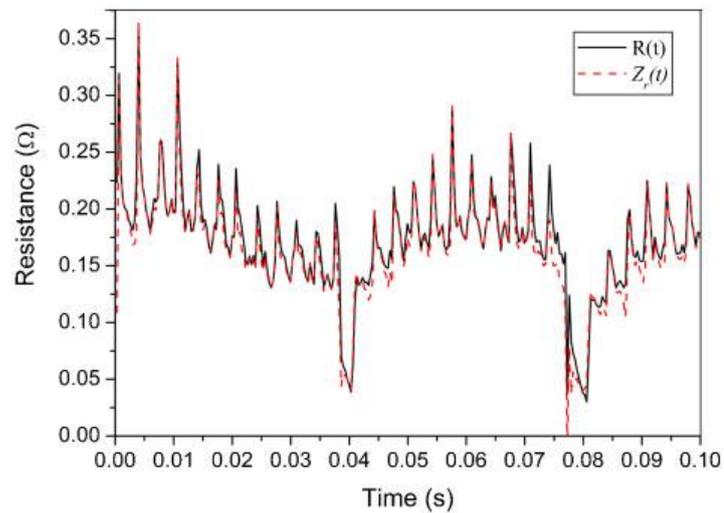


Figura 2 - Comparação da Z_R com a resistência $R(t)$ da lei de Ohm [4].

Tabela 1 - Valores da Z_R e da resistência $R(t)$ da lei de Ohm.

Voltage/V	Current/A	$R(t)/\Omega$					$Z_r(t)/\Omega$				
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
24	150	0-1712	0-1684	0-1749	0-1753	0-1756	0-1617	0-1589	0-1647	0-1634	0-1672
24	175	0-138	0-1364	0-1343	0-1378	0-1371	0-1281	0-127	0-1245	0-1282	0-1279
24	200	0-1345	0-1356	0-1335	0-1359	0-1342	0-1231	0-1228	0-1201	0-1229	0-1213
26	200	0-1353	0-136	0-1303	0-1363	0-1351	0-1281	0-1267	0-124	0-1287	0-1283
28	200	0-1418	0-146	0-1462	0-1444	0-1448	0-1401	0-1438	0-1436	0-1425	0-1418

O estudo obteve, também, gráficos de tensão e corrente versus tempo, o que pode ser visto a seguir nas figuras 3 e 4:

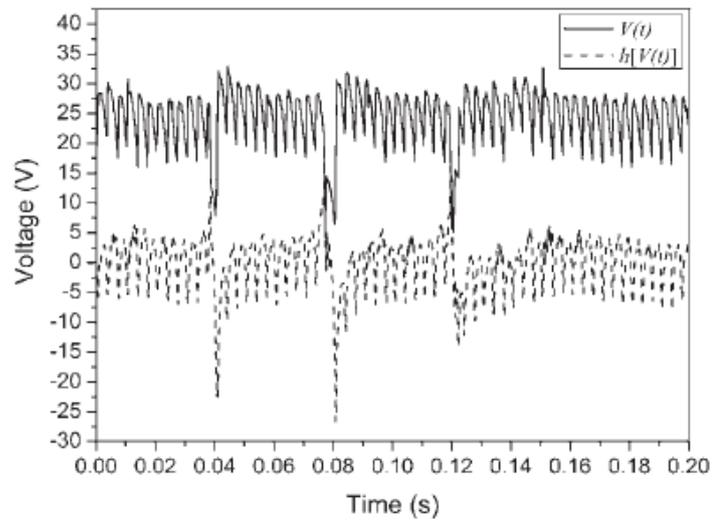


Figura 3 - Representação da tensão versus tempo [4].

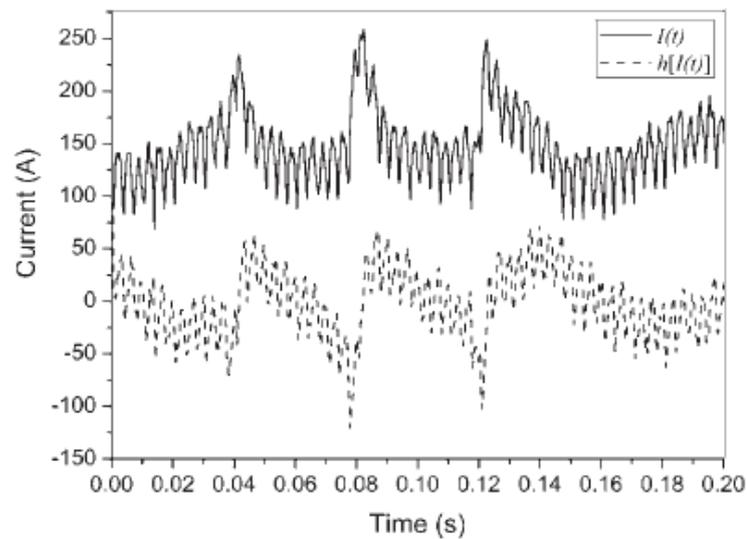


Figura 4 - Representação da corrente versus tempo [4].

Além disso, foi obtido um erro no cálculo da potência do arco elétrico devido à influência do indutor, que varia de 2 a 10% dependendo das tensões e correntes. Esse erro foi calculado conforme a equação 1 abaixo:

$$H_{diff} = \frac{H_{R(t)} - H_{Z(t)}}{H_{R(t)}} \times 100\% \quad (1)$$

Segundo [5], foram realizados estudos em soldagem de resistência por pontos para observar o crescimento do ponto de solda se baseado na impedância elétrica de entrada. Obteve-se medidas de corrente e tensão, e os converteu para sinais complexos por meio da Transformada de Hilbert. Posteriormente foi possível mostrar que variações na impedância podem ser relacionadas com as mudanças no crescimento do ponto de solda.

A figura 5 mostra um gráfico que explicita o comportamento da impedância e do crescimento do ponto de solda no espaço de tempo em que o processo foi realizado[5].

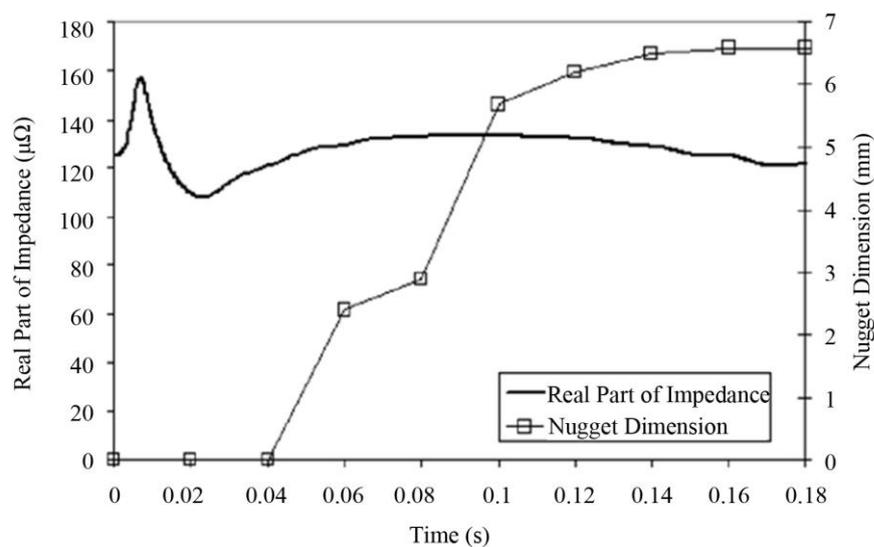


Figura 5 - Comportamento do ponto de solda em relação a impedância [5].

Também foi constatado que a temperatura instantânea no processo pode ser calculada baseada na parte real da impedância, pois a resistência é proporcional ao material a ser soldado e ao espaço de ar entre as placas a serem soldadas, já que estas são sensíveis a mudanças de temperatura[5].

O trabalho [6] apresenta um método preciso e de fácil uso para realizar a classificação do modo de transferência de metal na soldagem MAG. Para isso, foi representado um circuito com resistor, capacitor e indutor em série, assim, as alterações tanto na parte real quanto na imaginária da impedância representam as combinações desses elementos na soldagem a arco. Os dados de impedância foram calculados com a utilização dos dados de tensão e corrente de entrada através da Transformada de Hilbert.

Para observar os modos de transferência de metal durante o processo de soldagem, foi utilizada uma câmera de alta velocidade que pôde validar o que foi observado no gráfico de

impedância versus tempo. A figura 6 ilustra como foi avaliada graficamente a diferença entre a transferência globular e por curto circuito[6].

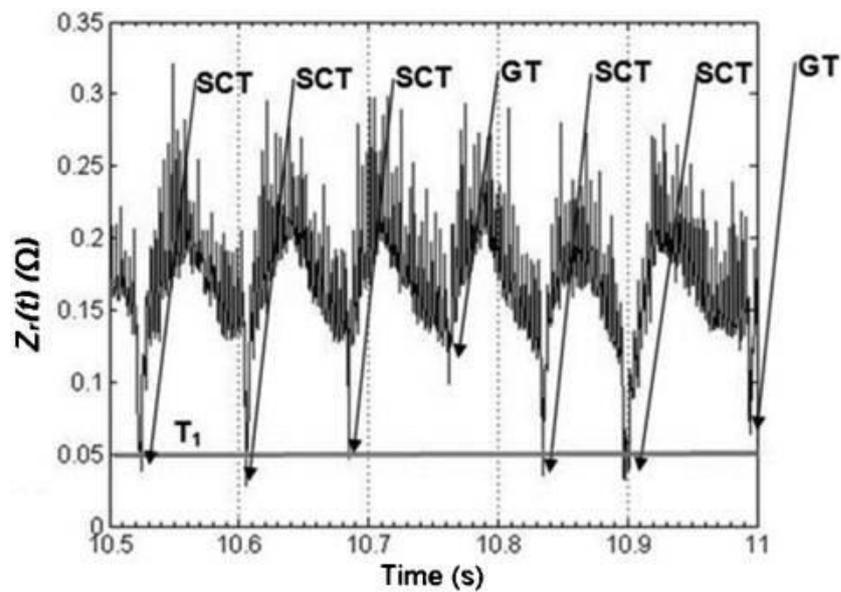


Figura 6 - Transferência por curto circuito (SCT) e globular (GT) [6].

2.2 REVISÃO TEÓRICA

I) SOLDAGEM MIG

A soldagem a arco com proteção gasosa é um processo em que a união de peças metálicas é produzida pelo aquecimento desta com um arco elétrico estabelecido entre um eletrodo metálico nu, consumível, e a peça de trabalho. A proteção do arco e da região da solda contra contaminação pela atmosfera é feita por um gás ou mistura de gases, que podem ser inertes ou ativos. A figura 7 mostra um esquema desse processo de soldagem [8].

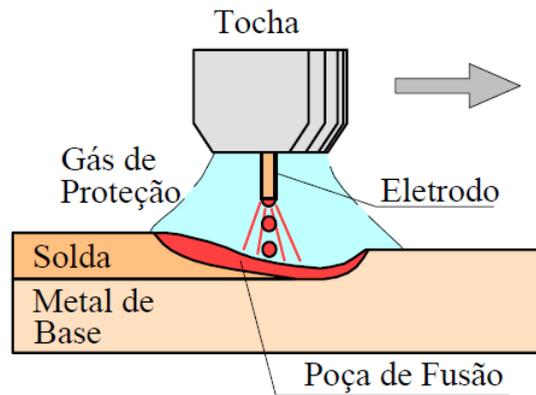


Figura 7 - Esquema da soldagem MIG [8] - p 234.

As principais vantagens da soldagem MIG/MAG quando comparadas à soldagem com eletrodos revestidos são: altas taxas de deposição e alto fator de ocupação do soldador, grande versatilidade quanto ao tipo de material e espessuras aplicáveis, ausência de operações de remoção de escória e limpeza e exigência de menor habilidade do soldador[8].

A principal limitação da soldagem MIG/MAG é a sua maior sensibilidade à variação dos parâmetros elétricos de operação do arco de soldagem, que influenciam diretamente na qualidade do cordão de solda depositado. O maior custo do equipamento, a maior necessidade de manutenção deste, em comparação com o equipamento para soldagem com eletrodos revestidos, e menor variedade de consumíveis são outras limitações deste processo[8].

Na soldagem com eletrodos consumíveis, o metal fundido na ponta do eletrodo tem que se transferir para a poça de fusão. O modo de ocorrência desta transferência é muito importante na soldagem MIG/MAG, pois afeta muitas características do processo, como, por exemplo: a estabilidade do arco, a quantidade de gases absorvida pelo metal fundido, a aplicabilidade do processo em determinadas posições de soldagem e o nível de respingos gerados. A figura 8 mostra essas diferentes formas de transferência[8].

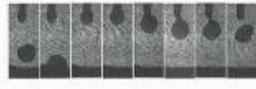
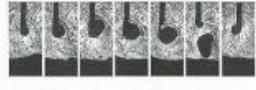
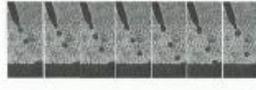
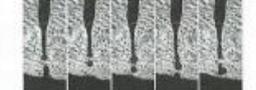
Classe de transferência	Modo de transferência	Imagem	Força (efeito) governante principal
Por curto-circuito	Por curto-circuito		Tensão superficial
Por vôo livre	Globular		Gravitacional
	Globular Repulsiva		Gravitacional e reação
	Goticular (ou Goticular projetada)		Eletromagnética
	Goticular com alongamento		
	Goticular rotacional		
	Explosiva		

Figura 8 - Diferentes modos de transferência [9] - p 132.

No caso deste estudo o método de deposição de material foi realizado por curto-circuito.

Nesse modo de transferência, a ponta do eletrodo, formada por uma gota de metal líquido em crescimento, atinge periodicamente a poça de fusão, ocasionando um curto-circuito elétrico e a extinção momentânea do arco. Esse processo ocorre geralmente em correntes e tensões de soldagem baixas[9].

A figura 9 apresenta o comportamento dos sinais de corrente e tensão durante esse modo de transferência. Pode-se perceber que a tensão cai bruscamente quando a gota toca a poça e permanece baixa até o fim do curto-circuito, enquanto a corrente aumenta rapidamente, decaindo apenas após o destacamento da gota[9].

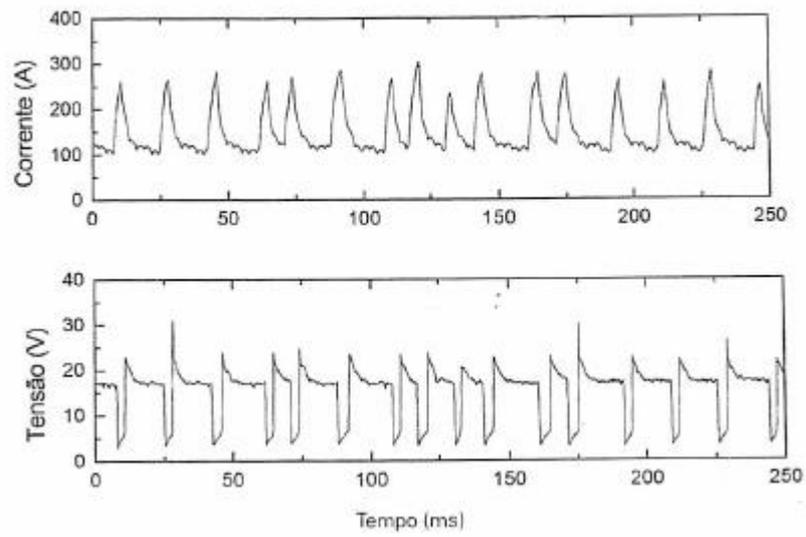


Figura 9 - Oscilograma típico de tensão e de corrente durante a transferência por curto-circuito [8] - p 236.

3. MODELAGEM ELÉTRICA DO ARCO DE SOLDAGEM

3.1 PARÂMETROS DE SOLDAGEM

O processo de soldagem MIG foi realizado em laboratório com dados de entrada idênticos à [10]. Abaixo se encontra uma tabela com os principais dados do experimento.

Tabela 2 - Principais parâmetros dos experimentos de soldagem.

Principais parâmetros	
Velocidade de alimentação nominal (m/min)	3,5
Velocidade de alimentação real (m/min)	3
Distância entre bico de contato e peça (mm)	12
Velocidade de soldagem (cm/min)	30
Angulação da tocha (graus)	90
Tensão nominal de soldagem (V)	18

Para execução dos experimentos, soldagens de simples deposição na posição plana sobre chapas de aço SAE 1020, com espessura de 6,30 mm e largura de 31,90 mm, foram realizadas no laboratório de soldagem da Faculdade de Engenharia da UFJF. As peças de aço carbono foram lavadas com álcool etílico para remoção de resíduos oleosos provenientes do processo de corte e fabricação das mesmas. Utilizou-se o arame-eletrodo AWS ER70S-6 com diâmetro de 1,0 mm para variações do argônio.

A fonte de soldagem utilizada foi um equipamento de uso comercial modelo DIGIPlus A7, do fabricante IMC, configurada para operar no modo de processo de soldagem MIG/MAG convencional.

Realizou-se então um passe por chapa, variando o fluxo de gás em: 4 l/min, 6 l/min, 8 l/min, 10 l/min, 16 l/min e 22 l/min. Assim sendo, os sinais de tempo, tensão e corrente foram coletados e armazenados em um banco de dados no computador, sendo possível então realizar a posterior manipulação desses dados para realizar as análises referentes ao estudo.

3.2 MÉTODO DE OBTENÇÃO DO MODELO DINÂMICO

Para modelar o comportamento dinâmico do sistema foi utilizado um pacote do MATLAB, denominado IDENT. Os dados analisados são a tensão e a corrente medidas no arco voltaico. O modelo identificado corresponde à função de transferência, no domínio da frequência, que relaciona o efeito da variação da tensão na corrente.

O procedimento adotado consiste na sequência de etapas descritas a seguir.

A. *Etapa 1:* Os dados devem ser selecionados e então importados para o MATLAB para que possam ser lidos pelo programa.

B. *Etapa 2:* Entrar com o comando IDENT.

C. *Etapa 3:* Com o pacote IDENT aberto, é preciso selecionar “Import data” e optar por “Time domain data...”, sendo definida a entrada de dados no domínio do tempo. Como “input” são fixados os sinais de tensão e “output” os sinais de corrente. Posteriormente é importante fixar o “Starting time:” como zero e o “Sample time:” como 2 milissegundos, visto que esse é o tempo de coleta das amostras deste trabalho. Só assim podemos acionar o botão “import” que irá armazenar os dados previamente selecionados.

D. *Etapa 4:* Seleciona-se a opção “Estimate” para a escolha do comando “transfer function”. Assim é possível arbitrar o número de polos e de zeros da função de transferência para estimar o valor dessa função. Após a função de transferência estar definida, ela deve ser exportada para o “workspace”, para que possa ser posteriormente comprovada a sua validade por meio do SIMULINK.

E. *Etapa 5:* Utilizando o SIMULINK é possível simular gráficos de corrente versus tempo obtidos no experimento juntamente com a função de transferência obtida pelo método descrito. Com isso é possível observar se o modelo está bem descrito pela função de transferência obtida.

A seguir é apresentado o passo a passo descrito acima para achar essa função de transferência e sua validação por meio do MATLAB e SIMULINK.

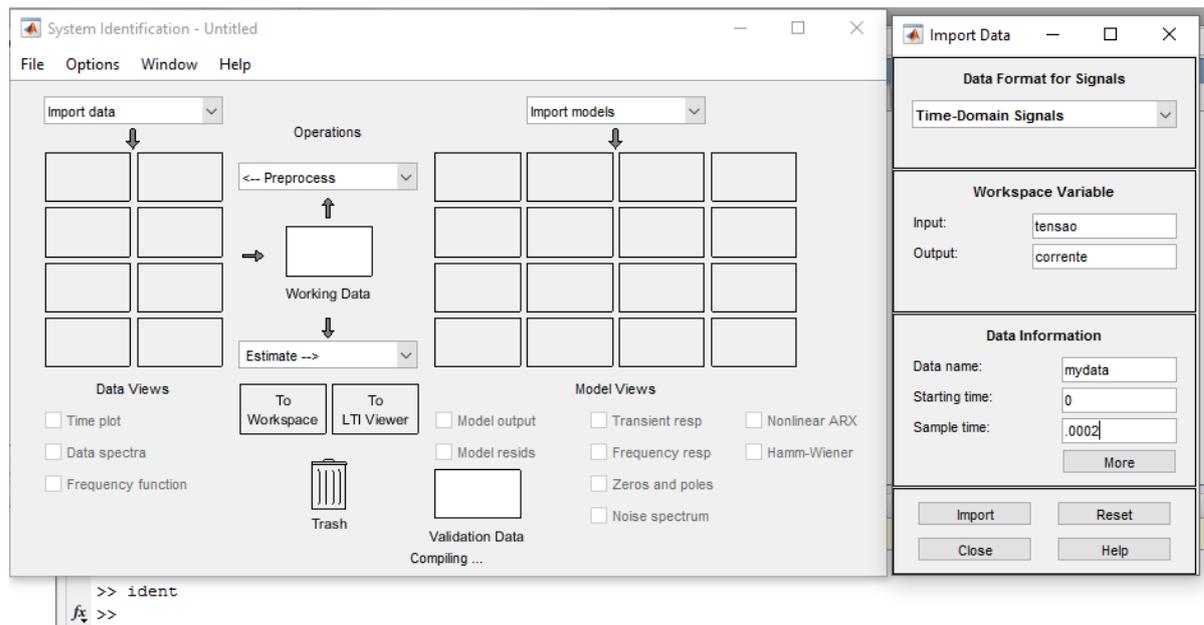


Figura 10 - Processo de armazenagem de dados no domínio do tempo.

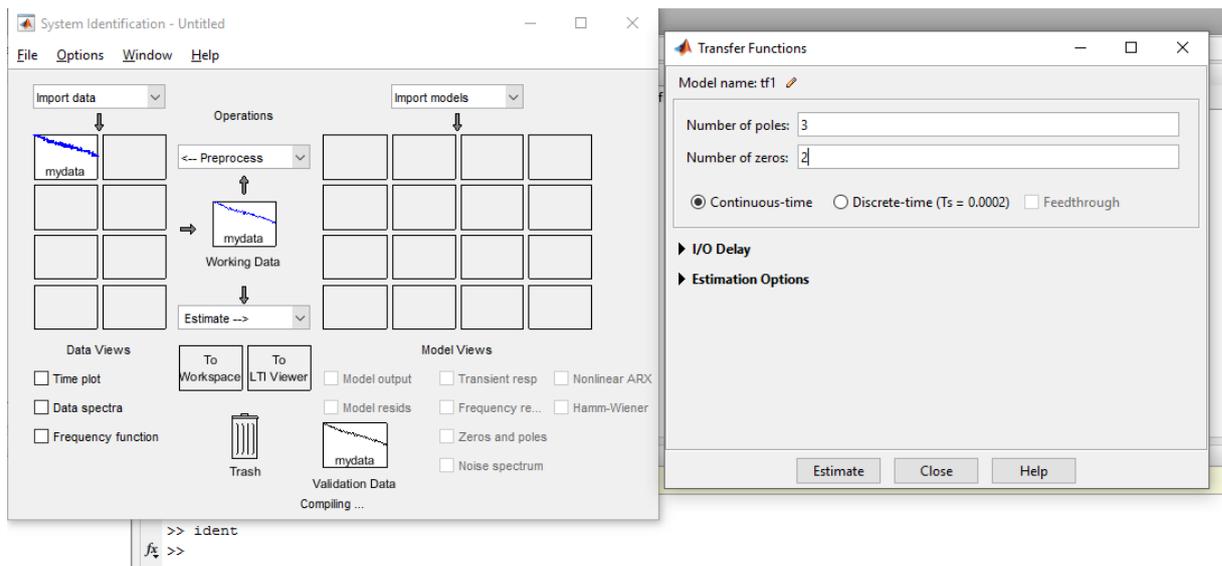


Figura 11 - Processo de arbitrar o número de polos e zeros.

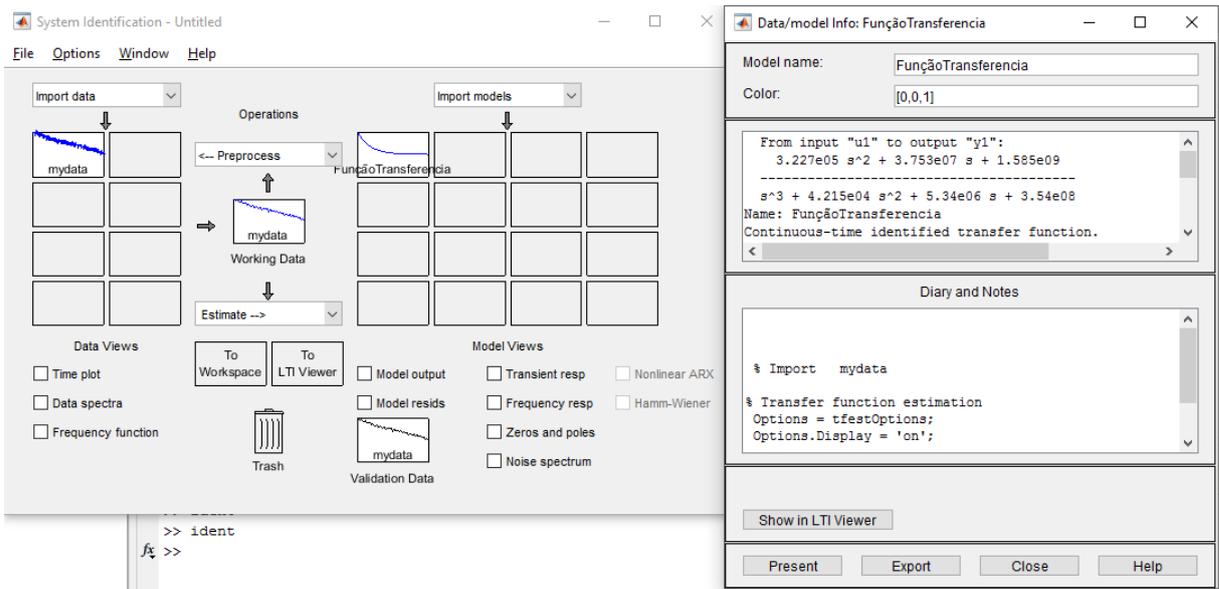


Figura 12 - Obtenção da função de transferência.

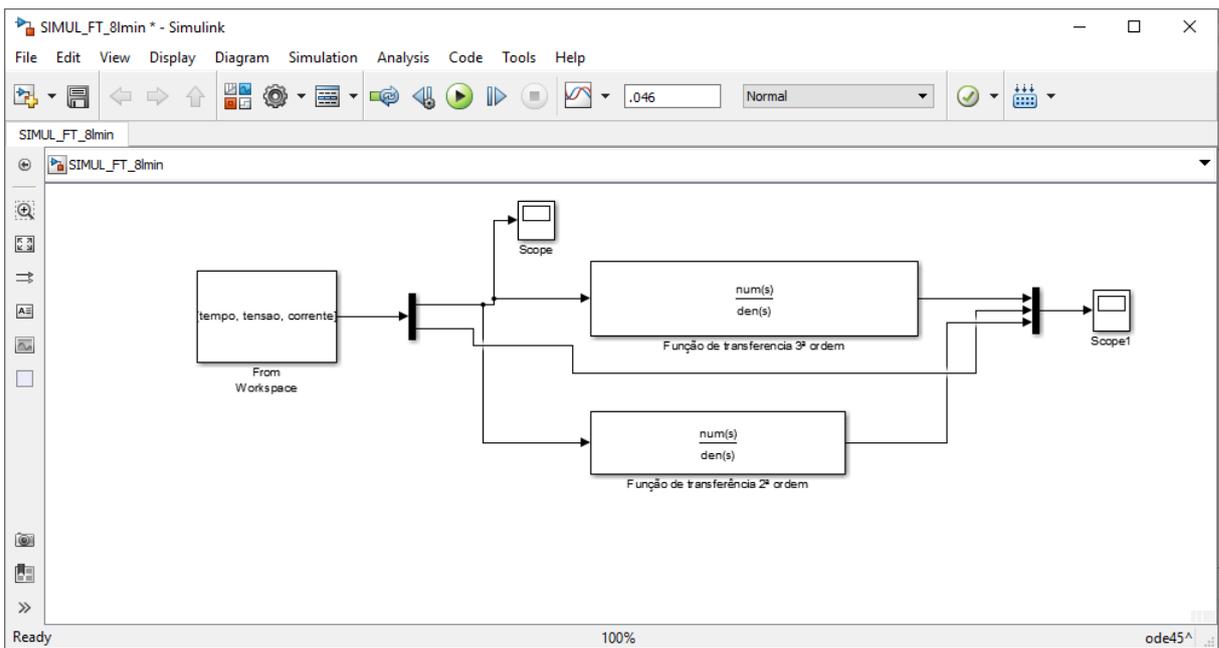


Figura 13 - Validação da função de transferência no SIMULINK.

4. RESULTADOS

Serão apresentadas primeiramente as amostras dos cordões de solda obtidos no procedimento experimental. A figura 14 mostra esse resultado pra todas as vazões de gás de proteção utilizadas no estudo. É importante destacar que o procedimento realizado com 10l/min de argônio foi repetido e os dados utilizado foram do segundo cordão de solda realizado.



Figura 14 - Cordões de solda obtidos no procedimento experimental.

Foi observado um circuito com dois indutores e um capacitor no manual da máquina de solda, tendo, portanto, uma função de transferência de terceira ordem. Logo, buscou-se representar dois modelos, sendo um igual ao da máquina de solda e outro de segunda ordem que pudesse ser equivalente ao comportamento dinâmico do processo de soldagem.

As figuras 15 e 16 apresentam a resposta à um degrau na tensão para as funções de transferência, tanto de segunda quanto de terceira ordem para todos os dados.

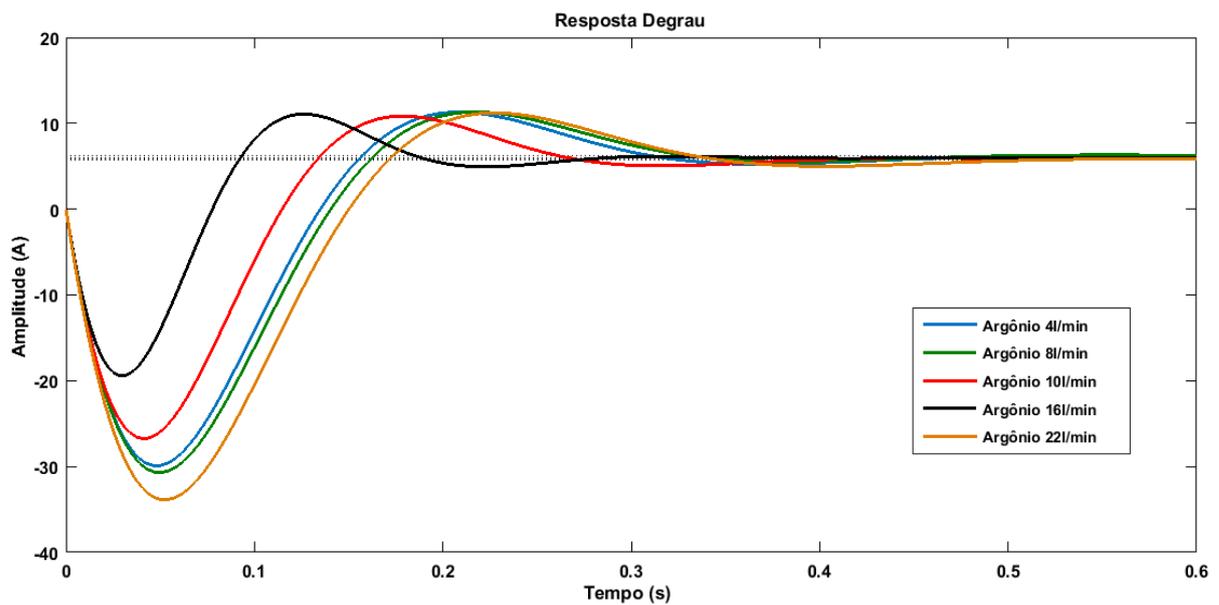


Figura 15 - Resposta degrau para diferentes funções de transferência de segunda ordem.

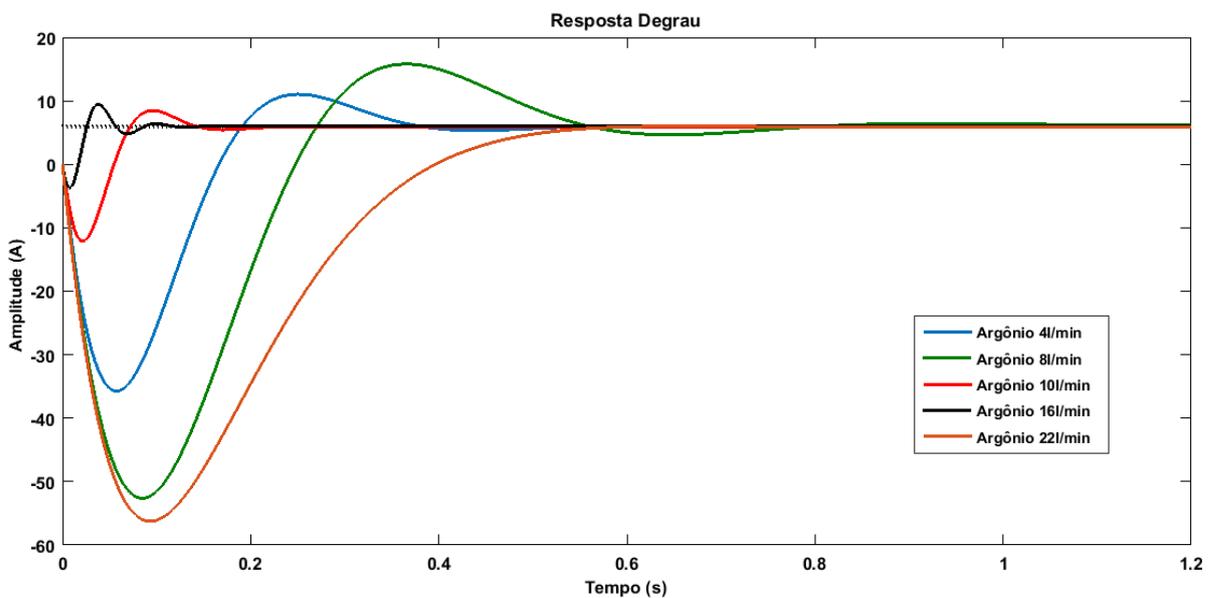


Figura 16 - Resposta degrau para diferentes funções de transferência de terceira ordem.

Esse degrau reflete o quão rápida é a resposta da corrente à uma variação na tensão. Nas figuras 15 e 16 não foi observado nenhum padrão de variações nos tempos de resposta para o aumento do fluxo de gás. Nos gráficos de segunda ordem foi notado um valor similar de sobresinal para todos os casos, o que não ocorre nas funções de terceira ordem, mas não se pode inferir nada a respeito disso.

Os gráficos de tensão, gráficos reais de corrente juntamente com as funções obtidas e os gráficos de erros absolutos estão descritos a seguir. Vale ressaltar que o erro absoluto é obtido pelo módulo da diferença entre o valor real e o valor aproximado. Além disso, foram calculados os erros relativos médios de todas as funções de transferência e serão mostrados na tabela 3 a seguir.

Tabela 3 - Erros percentuais médios das funções de transferência.

Erro percentual médio (%)		
Vazões/Funções	3ª ordem	2ª ordem
4l/min	-0,04561	3,719
8l/min	8,447	-15,54
10l/min	3,497	0,8175
16l/min	22,99	4,732
22l/min	4,603	9,321

Com o cálculos dos erros apresentados na tabela 3 é possível observar os modelos que foram obtidos com melhor e pior precisão. A observação dos gráficos de cada modelo reafirmam o que está descrito nos erros percentuais médios.

Inicialmente serão apresentados os resultados para todas as funções de transferência de terceira ordem.

A. *Para 4l/min de argônio:* A função de transferência é representada pela equação 2 e a figura 17 representa essa função comparada com a real e seu erro.

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{-1407 s^2 - 1,38 \cdot 10^4 s + 2,523 \cdot 10^4}{s^3 + 32,29 s^2 + 617,1 s + 4184} \quad (2)$$

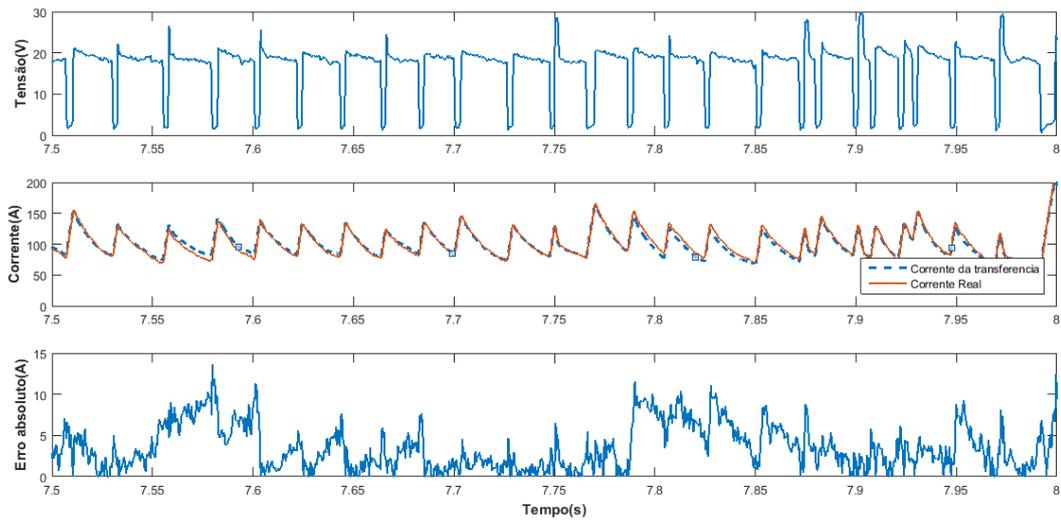


Figura 17 - Validação da função de transferência de terceira ordem para 4l/min.

A figura 16 mostra que a função de transferência obtida modela de forma bastante precisa o processo e o erro absoluto dessa função de transferência chegou ao máximo de 15A.

B. Para 8l/min de argônio: A função de transferência é representada pela equação 3 e o figura 18 representa essa função comparada com a real e seu erro absoluto.

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{-1463 s^2 - 3,939 \cdot 10^4 s + 3,275 \cdot 10^4}{s^3 + 44,83 s^2 + 577,5 s + 5281} \quad (3)$$

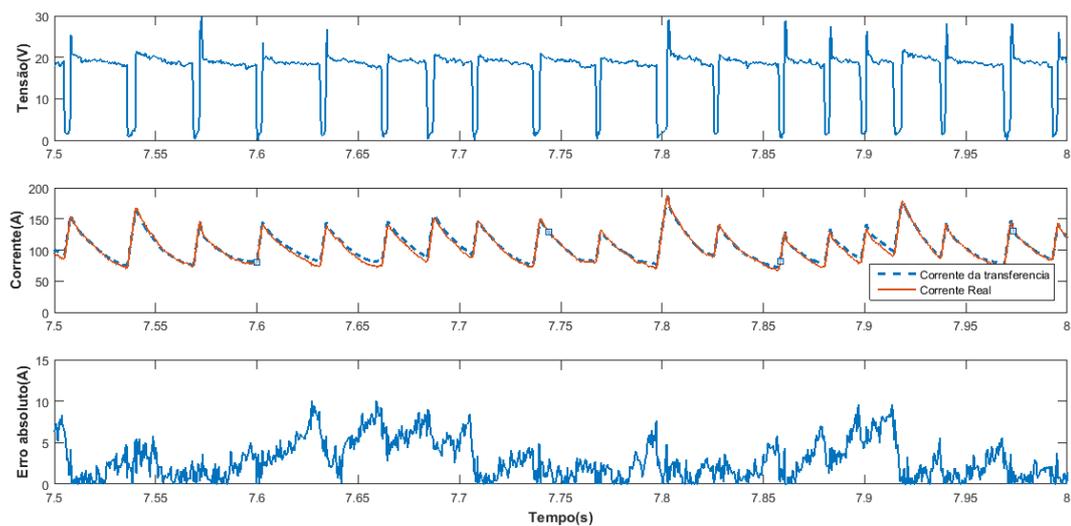


Figura 18 - Validação da função de transferência de terceira ordem para 8l/min.

Com vazão de 8 l/min de argônio foi obtida uma função de transferência bastante precisa, em que o erro máximo foi de 10A.

C. Para 10l/min de argônio: A função de transferência é representada pela equação 4 e o figura 19 representa essa função comparada com a real e seu erro absoluto.

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{-981,5 s^2 - 3,75 \cdot 10^5 s + 4,098 \cdot 10^6}{s^3 + 338,4 s^2 + 1,725 \cdot 10^4 s + 7,019 \cdot 10^5} \quad (4)$$

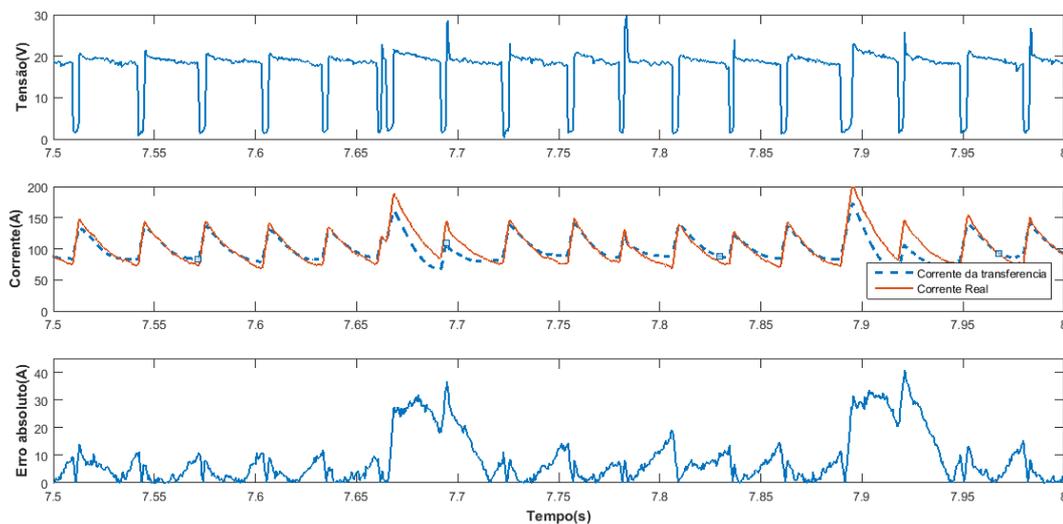


Figura 19 - Validação da função de transferência de terceira ordem para 10l/min.

A função de transferência descrita para 10l/min de argônio foi modelada, porém o erro aumentou bruscamente em alguns pontos, atingindo a 40A.

D. Para 16l/min de argônio: A função de transferência é representada pela equação 5 e o figura 20 representa essa função comparada com a real e seu erro absoluto.

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{-1018 s^2 - 2,005 \cdot 10^4 s + 3,545 \cdot 10^6}{s^3 + 118,7 s^2 + 1,519 \cdot 10^4 s + 5,915 \cdot 10^5} \quad (5)$$

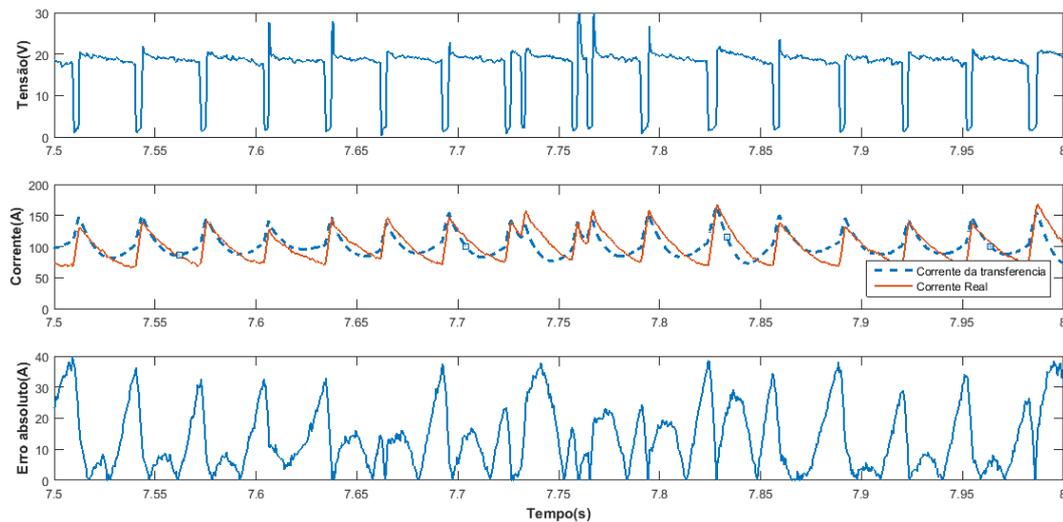


Figura 20 - Validação da função de transferência de terceira ordem para 16l/min.

Para esse caso, temos a função de transferência com um erro absoluto maior que as anteriores, podendo atingir de 40 A de forma recorrente. Percebe-se também, que o gráfico da função não se apresenta de forma muito precisa como as anteriores.

E. Para 22l/min de argônio: A função de transferência é representada pela equação 6 e o figura 21 representa essa função comparada com a real e seu erro absoluto.

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{-1474 s^2 - 1,698 \cdot 10^5 s + 7,444 \cdot 10^4}{s^3 + 127,7 s^2 + 2174 s + 1,297 \cdot 10^4} \quad (6)$$

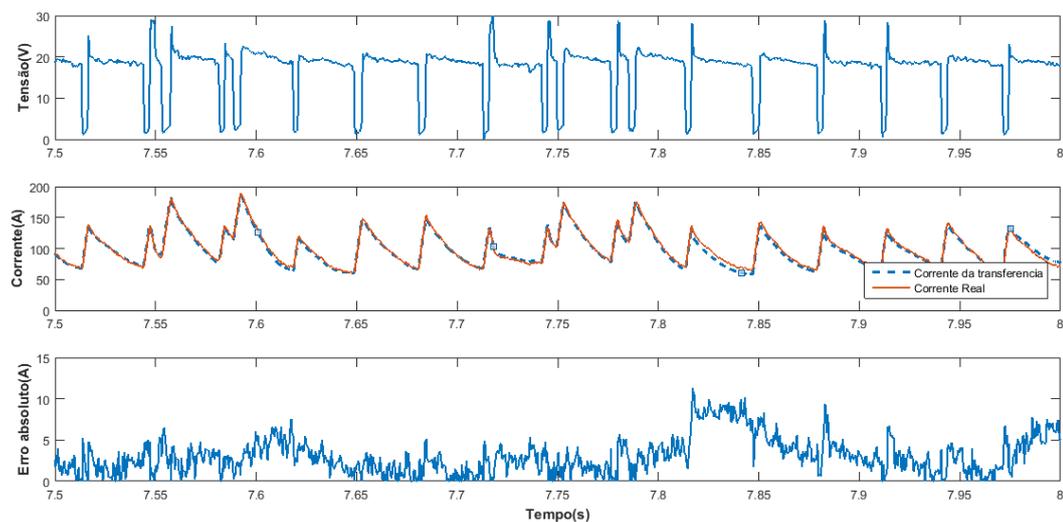


Figura 21 - Validação da função de transferência de terceira ordem para 22l/min.

Com o maior fluxo de gás de proteção a função de transferência se comportou bem e o erro chegou a um máximo de 10A.

Portanto as funções de transferência encontradas apresentam resultados bons para os processos analisados. Sendo a que teve o menor erro absoluto foram as resultantes dos experimentos com 8 e 22l/min de argônio e a que apresentou o pior resultado foi a de 16l/min de vazão.

Comparando essas funções com o circuito da máquina de solda, que é mostrado na figura 22, é possível encontrar o modelo de função de transferência desse circuito. Vale destacar que a resistência R1 foi colocada com o objetivo de se comparar ao arco de soldagem.

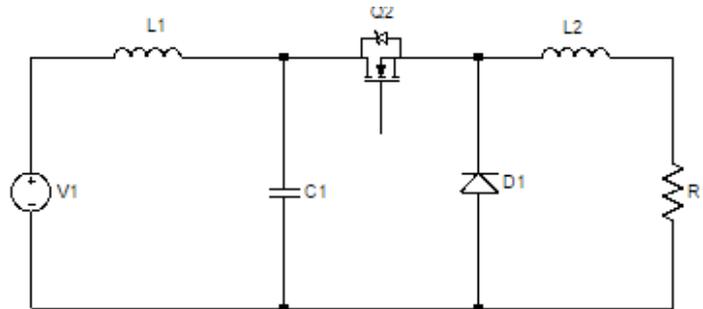


Figura 22 - Circuito da máquina de soldagem.

Para o circuito da figura 22, temos a modelagem da função de transferência por meio dos cálculos no anexo A. Nesse caso a função de transferência é dada pela equação 7.

$$i_{L2} = V_1 \cdot \left[\frac{\left(\frac{1}{L_2}\right) \cdot s^2 - \left(\frac{\Delta^2}{R \cdot C \cdot L_2}\right) \cdot s + \left(\frac{1}{C \cdot L_1 \cdot L_2^2}\right)}{s^3 + \left(\frac{R}{L_2}\right) \cdot s^2 + \left(\frac{\Delta^2 \cdot L_1 + L_2}{C \cdot L_2 \cdot L_1}\right) \cdot s + \frac{R}{C \cdot L_2 \cdot L_1}} \right] \quad (7)$$

Os valores da resistência, indutância e capacitância para cada caso foram calculadas utilizando o Excel, porém os resultados não satisfazem todas as equações, uma vez que o sistema apresentou seis equações e apenas quatro incógnitas. Portanto não foi possível obter uma resposta viável ao modelo apresentado por meio dos procedimentos aqui realizados.

Tentou-se então acrescentar resistências em série com o indutor L1 e com o capacitor C1, porém houve grande dificuldade matemática para obtenção da função de transferência desse modelo.

Assim sendo, buscou-se modelar um circuito RLC equivalente ao comportamento dinâmico do processo de soldagem de segunda ordem. Esse processo será mostrado a seguir da mesma forma que foi apresentado anteriormente para as funções de terceira ordem.

F. Para 4l/min de argônio: A função de transferência é representada pela equação 8 e a figura 23 representa essa função e seu erro absoluto.

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{-1390s + 3171}{s^2 + 23,92s + 527,5} \quad (8)$$

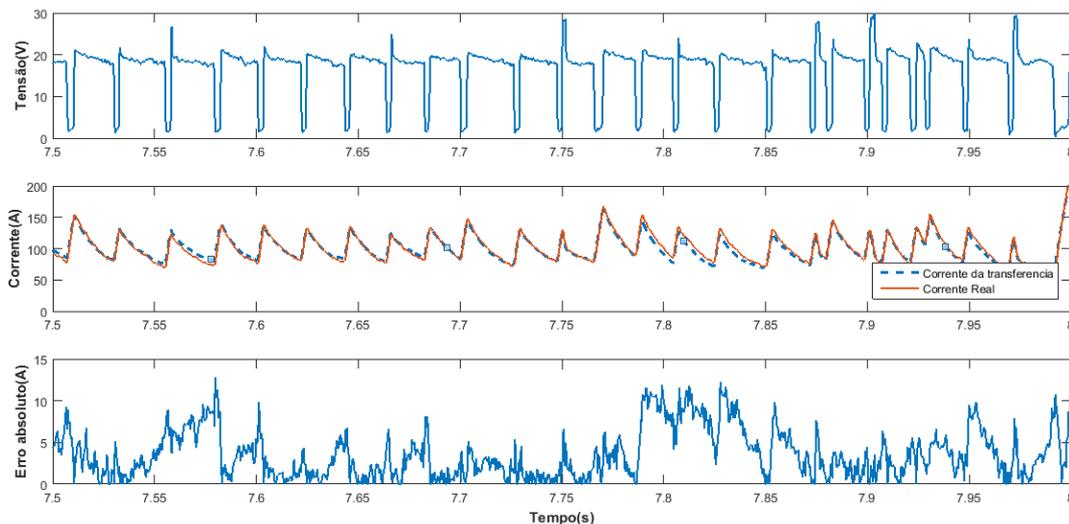


Figura 23 - Validação da função de transferência de segunda ordem para 4l/min.

A função de transferência obtida modela de forma bastante precisa o processo. Sendo que o erro dessa função de transferência pode chegar a quase 15A.

G. Para 8l/min de argônio: A função de transferência é representada pela equação 9 e o figura 24 representa essa função comparada com a real e seu erro absoluto.

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{-1390s + 3043}{s^2 + 23,59s + 490,2} \quad (9)$$

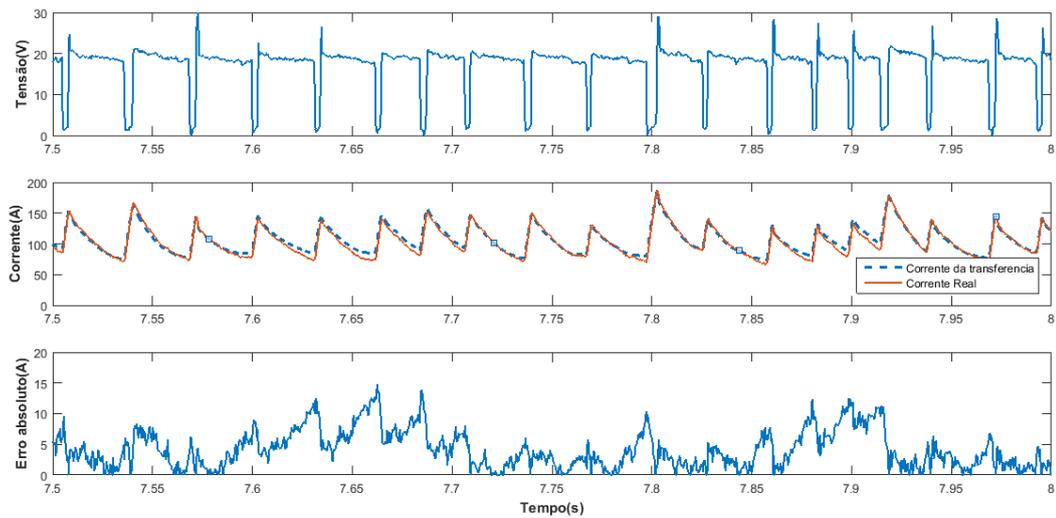


Figura 24 - Validação da função de transferência de segunda ordem para 8l/min.

Com vazão de 8 l/min de argônio, o erro chegou a 15A, se assemelhando ao resultado observado para 4l/min.

H. Para 10l/min de argônio: A função de transferência é representada pela equação 10 e o figura 25 representa essa função comparada com a real e seu erro absoluto.

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{-1437s+4121}{s^2+27,2s+708,6} \quad (10)$$

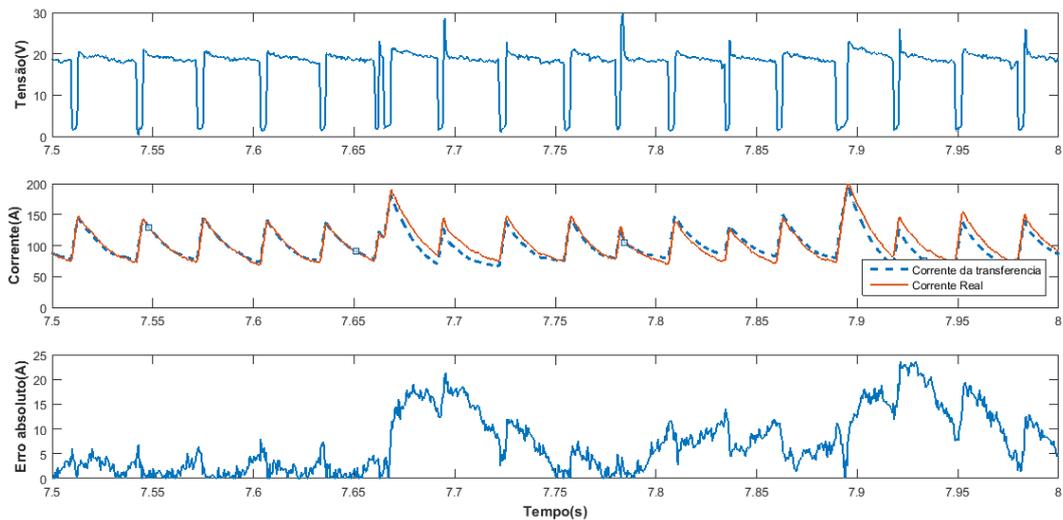


Figura 25 - Validação da função de transferência de segunda ordem para 10l/min.

A função de transferência descrita para 10l/min de argônio apresenta uma maior variação de erro, podendo estar em 25A.

I. Para 16l/min de argônio: A função de transferência é representada pela equação 11 e o figura 26 representa essa função comparada com a real e seu erro absoluto.

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{-1413 s + 7979}{s^2 + 33,27 s + 1339} \quad (11)$$

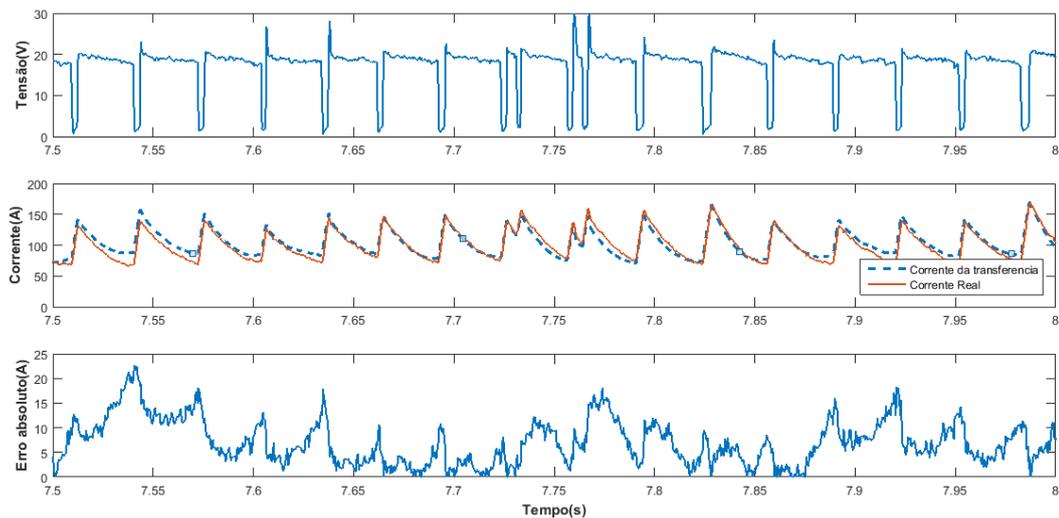


Figura 26 - Validação da função de transferência de segunda ordem para 16l/min.

Para esse caso, temos uma função de transferência com um erro absoluto máximo de 25A.

J. Para 22l/min de argônio: A função de transferência é representada pela equação 12 e o figura 27 representa essa função comparada com a real e seu erro absoluto.

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{-1452 s + 2584}{s^2 + 22,62 s + 449,6} \quad (12)$$

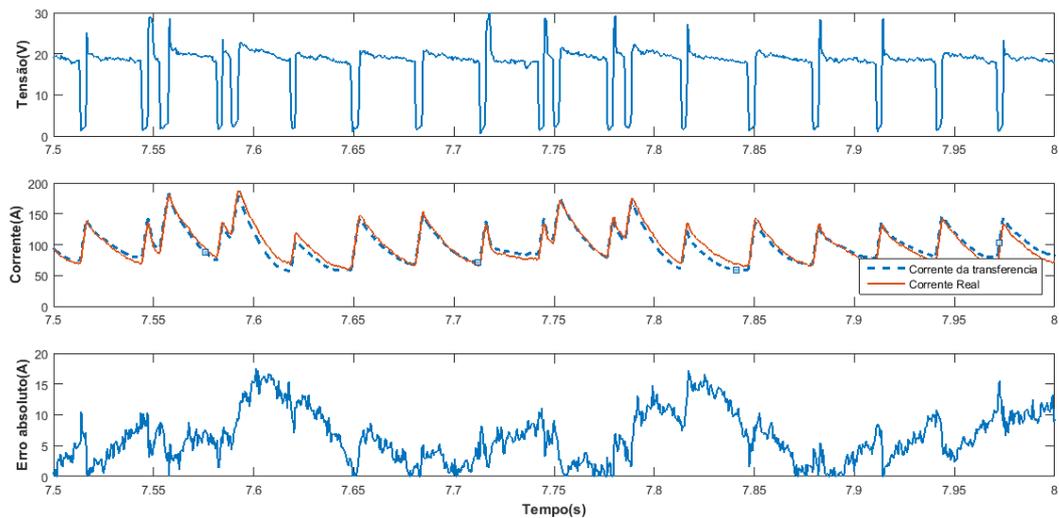


Figura 27 - Validação da função de transferência de segunda ordem para 22l/min.

Com o maior fluxo de gás de proteção a função de transferência se comportou bem e o erro atingiu 20A.

Essas funções encontradas permitem obter um circuito com dois polos e um zero. Ao comparar essas funções de transferência com o circuito da figura 28, podemos apresentar um possível modelo de circuito elétrico.

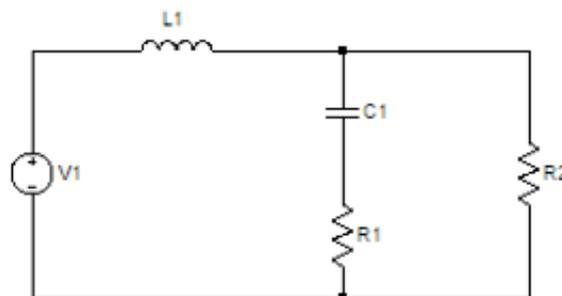


Figura 28 - Circuito equivalente para segunda ordem

A função de transferência obtida para esse circuito é apresentada no anexo A e sua resposta é mostrada pela equação 13.

$$I_2(s) = \frac{s \cdot \left(\frac{R_1}{L \cdot (R_1 + R_2)} \right) + \left(\frac{1}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_2)} \right)}{s^2 + s \cdot \left(\frac{L + R_1 \cdot R_2 \cdot C}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_2)} \right) + \left(\frac{R_2}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_2)} \right)}$$

(13)

Os valores da resistência, indutância e capacitância para cada caso foram calculadas utilizando o Excel e os resultados são estão na tabela 4.

Tabela 4 - Valores de R, L e C no circuito de segunda ordem.

Função de transferência de 2ª ordem					
Componentes/Vazão de argônio	4l/min	8l/min	10l/min	16l/min	22l/min
R1(Ω)	0,1663513	0,161091029	0,171948556	0,167815516	0,173994
R2(Ω)	-0,162968	-0,15766941	-0,1686518	-0,16415272	-0,17094
L(H)	0,0346533	0,033151346	0,035599773	0,031717069	0,038496
C(F)	2,6897768	2,897113129	2,067584063	1,078811624	3,287315

Diferentemente do modelo anterior, esse circuito pôde ter seus parâmetros calculados, porém não foi observado um padrão de variação no valor dos componentes elétricos quando o fluxo de gás de proteção foi aumentado. Além disso, foi obtido um valor de resistência negativo, o que significa que essa resistência operaria como uma fonte nesse circuito. Essa afirmativa, todavia, não faz sentido para um circuito que representa o comportamento dinâmico do processo de soldagem, visto que o fornecimento de energia para o processo é realizado exclusivamente por uma fonte de tensão.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho é apresentado um estudo do comportamento dinâmico do arco de soldagem, que visa modelar um circuito elétrico equivalente. Sendo que um dos focos do trabalho foi mostrar a necessidade de modelagem desse circuito, uma vez que muitos estudos comparam os resultados de seus experimentos a meros circuitos RLC em série. Com isso, foi possível mostrar que a modelagem é importante para não induzir a afirmativas incorretas.

Como a máquina de solda utilizada apresenta um circuito chaveado composto de dois indutores e um capacitor, foram obtidas funções de transferência de terceira ordem. No entanto não foi possível encontrar os valores de indutância, capacitância e resistência para esse modelo. Portanto, foi realizada outra modelagem equivalente, desta vez com uma função de transferência de segunda ordem. Nesse modelo, os valores de indutâncias, capacitâncias e resistências não variaram de forma linear como o aumento da vazão de argônio como era esperado. Esse fato não permitiu extrair conclusões concretas a respeito das impedâncias a partir do método de modelagem apresentado.

Além disso, houve a obtenção de uma resistência com valor negativo, o que indica que ela operaria como fonte de tensão. Porém esse fato não faz sentido quando se trata de um processo de soldagem, visto que a única entrada de energia no sistema seria fornecida pela fonte de tensão para a solda. Assim sendo, o modelo proposto pode ser dito, com ressalvas, equivalente ao comportamento dinâmico do arco voltaico de soldagem.

Para futuros estudos deixo a sugestão de continuar esse trabalho, detalhando fenômenos como potência, para que possa avaliar a possibilidade de um consumo menor de energia durante o processo para uma mesma penetração da solda.

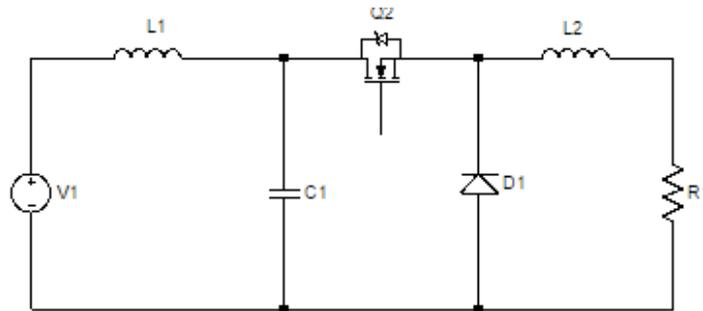
REFERÊNCIAS

- [1] RIBEIRO, K. D. C. Medição da impedância utilizando sistemas digitais. Dissertação de mestrado: UFMG. Belo Horizonte – MG, 2007.
- [2] LING, S-F., WAN, L-X., WONG, Y-R. & LI, D-N. Input electrical impedance as quality monitoring signature for characterizing resistance spot welding. Singapore: NDT&E International 43 (2010) 200–205.
- [3] LING, S-F., WONG, Y-R. An investigation of dynamical metal transfer in GMAW—Effects of argon shielding gas. Singapore: Journal of Materials Processing Technology 214 (2014) 106– 111.
- [4] WONG, Y-R., LING, S-F. Improved measurement of resistance and calculation of arc power in fusion welding. Science and Technology of Welding and Joining vol 18 (2013) 52-56.
- [5] WONG, Y.-R., PANG, X. A New Characterization Approach of Weld Nugget Growth by Real-Time Input Electrical Impedance. Engineering (2014), 6, 516-525.
- [6] WONG, Y-R., LING, S-F. Novel classification method of metal transfer modes in gas metal arc welding by real time input electrical impedance. Science and Technology of Welding and Joining vol 19 (2014) 224-230.
- [7] BAPTISTA, F.G. Uma contribuição aos sistemas de monitoramento de integridade estrutural baseados na impedância eletromecânica. Tese de doutorado: UNESP. Ilha Solteira – SP, 2010.
- [8] MARQUES, P. V., MODENESI, P. J., BRACARESE, A. Q. Soldagem: fundamentos e tecnologia. 3ª Edição. Editora UFMG. Belo Horizonte - BH, 2011. p 233-255 e p 25-26.
- [9] SCOTTI, A., PONOMAREV, V. Soldagem MIG/MAG: melhor entendimento, melhor desempenho. 1ª Edição. Editora Artliber Ltda. São Paulo – SP, 2008. P 133-138.

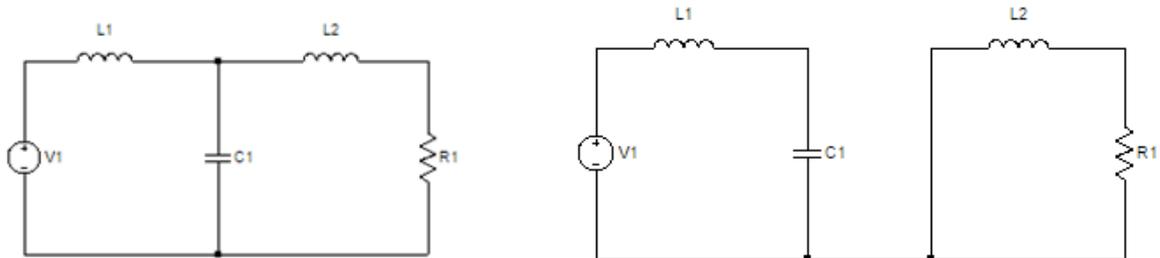
[10] ALMEIDA, V. B. C., LAGARES, K. A. P., AGUIAR, E. P, JÚNIOR, M. L. L. Classification of short circuit GMA welding using artificial neural network. 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering. Rio de Janeiro – RJ, 2015.

ANEXO A - CÁLCULO DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

a) Circuito de três polos referente à máquina de soldagem, em que o arco elétrico foi substituído por R1:



Esse circuito opera da forma mostrada a seguir, em que ora a chave está fechada, ora está aberta.



Considerando X_1 e X_3 correntes que circulam o circuito através do indutor L1 e L2, respectivamente e X_2 a tensão no capacitor. Além disso, a tensão V1 é chamada de u para as contas. Com isso, temos as formulações a seguir.

Com o interruptor ligado temos a formulação do sistema abaixo:

$$\begin{cases} L_1 \cdot X'_1 + X_2 = u \\ C \cdot X'_2 + X_3 = X_1 \\ L_2 \cdot X'_3 + R \cdot X_3 = X_2 \end{cases}$$

Colocando-o na forma matricial teremos:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ X'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{L_2} & -\frac{R}{L_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u$$

$$\mathbf{Y} = X'_3 = [0 \ 0 \ 1] \cdot \mathbf{X}$$

Com o interruptor desligado temos outro sistema, que está mostrado abaixo:

$$\begin{cases} L_1 \cdot X'_1 + X_2 = u \\ C \cdot X'_2 = X_3 \\ L_2 \cdot X'_3 + R \cdot X_3 = 0 \end{cases}$$

Manipulando-o para a forma matricial, teremos:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ X'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u$$

$$\mathbf{Y} = X'_3 = [0 \ 0 \ 1] \cdot \mathbf{X}$$

Vale ainda considerar uma razão cíclica que consiste em uma porcentagem do período e varia entre $0 \leq \delta \leq 1$ e um período igual a τ . Com isso, é possível unir as duas equações, como mostrado a seguir.

$$\mathbf{X}' = \left(\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{L_2} & -\frac{R}{L_2} \end{pmatrix} \cdot \delta + \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L_2} \end{pmatrix} \cdot (1 - \delta) \right) \cdot \mathbf{X} + \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \delta + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot (1 - \delta) \right) \cdot u$$

$$\mathbf{Y} = ([0 \ 0 \ 1] \cdot \delta + [0 \ 0 \ 1] \cdot (1 - \delta)) \cdot \mathbf{X}$$

Manipulando as matrizes, temos a seguir:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{c} & 0 & -\frac{1}{c} \\ 0 & \frac{1}{L_2} & -\frac{R}{L_2} \end{pmatrix}; A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L_2} \end{pmatrix}; B = B_1 = B_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; C = [0 \ 0 \ 1]$$

Substituindo as matrizes, temos:

$$X' = \{A_1 \cdot \delta + A_2 \cdot (1 - \delta)\} \cdot X + \{B_1 \cdot \delta + B_2 \cdot (1 - \delta)\} \cdot u$$

$$Y = \{C_1 \cdot \delta + C_2 \cdot (1 - \delta)\} \cdot X$$

É necessário separar os componentes em regime permanente e transitório, portanto consideramos que:

$$X = x + \tilde{x}; \quad Y = y + \tilde{y}; \quad u = U; \quad \delta = \Delta + \tilde{d}$$

Logo:

$$\tilde{x} + 0 = \{A_1 \cdot (\Delta + \tilde{d}) + A_2 \cdot (1 - \Delta - \tilde{d})\} \cdot (x + \tilde{x}) + \{B_1 \cdot (\Delta + \tilde{d}) + B_2 \cdot (1 - \Delta - \tilde{d})\} \cdot U$$

$$\tilde{y} + y = C \cdot (x + \tilde{x})$$

Sendo $A = A_1 \cdot \Delta + A_2 \cdot (1 - \Delta)$, teremos a seguir:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{c} & 0 & -\frac{\Delta}{c} \\ 0 & \frac{\Delta}{L_2} & -\frac{R}{L_2} \end{pmatrix}; \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta^2 \cdot L_1}{R} & C & -\frac{\Delta \cdot L_2}{R} \\ -L_1 & 0 & 0 \\ -\frac{\Delta \cdot L_1}{R} & 0 & -\frac{L_2}{R} \end{pmatrix}$$

Para análise de pequenas perturbações é dito que $\tilde{x} \cdot \tilde{d} = 0$. Portanto em regime permanente teremos $\tilde{x} = \tilde{d} = \tilde{y} = 0$ e conseqüentemente:

$$\begin{cases} A \cdot X + B \cdot U = 0 \\ Y = C \cdot X \end{cases}$$

Já para o regime transitório, teremos:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = A. \tilde{x} + (A_1 - A_2). X. \tilde{d} \\ \tilde{y} = C. \tilde{x} \end{cases}$$

Aplicando a Transformada de Laplace no regime transitório, temos:

$$\begin{cases} s. \tilde{x}(s) = A. \tilde{x}(s) + (A_1 - A_2). X. \tilde{d}(s) \\ \tilde{y}(s) = C. \tilde{x}(s) \end{cases}$$

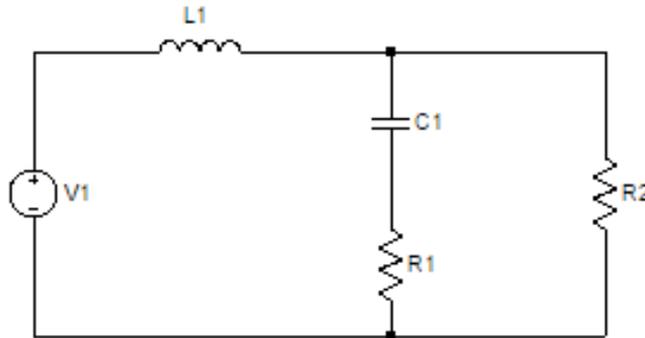
Portanto:

$$\begin{cases} (s.I - A). \tilde{x}(s) = (A_1 - A_2). X. \tilde{d}(s) \\ \tilde{y}(s) = C. (s.I - A)^{-1}. (A_1 - A_2). X. \tilde{d}(s) \end{cases}$$

Manipulando todas a equação $\tilde{y}(s)$ obtemos a seguinte função de transferência:

$$\frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{d}(s)} = U. \left[\frac{\left(\frac{1}{L_2} \right). s^2 - \left(\frac{\Delta^2}{(R.C.L_2)} \right). s + \left(\frac{1}{(C.L_1.L_2^2)} \right)}{s^3 + \left(\frac{R}{L_2} \right). s^2 + \left(\frac{\Delta^2.L_1 + L_2}{C.L_2.L_1} \right). s + \frac{R}{C.L_2.L_1}} \right]$$

b) Circuito equivalente à uma modelagem com dois polos e um zero (nesse caso é possível aplicar a Transformada de Laplace de forma direta):



Temos, portanto a impedância na malha de saída:

$$Z_0 = \left(\frac{R_2 \cdot \left(R_1 + \frac{1}{s \cdot C} \right)}{R_2 \cdot \left(R_1 + \frac{1 + s \cdot C \cdot R_1}{s \cdot C} \right)} \right) = \left(\frac{R_2 \cdot (1 + s \cdot C \cdot R_1)}{s \cdot C \cdot (R_2 + R_1) + 1} \right)$$

Com isso é possível prosseguir os cálculos a seguir:

$$V_1 = \frac{Z_0}{s \cdot L + Z_0} \cdot E = \frac{\left(\frac{R_2 \cdot (1 + s \cdot C \cdot R_1)}{s \cdot C \cdot (R_2 + R_1) + 1} \right)}{s \cdot L + \left(\frac{R_2 \cdot (1 + s \cdot C \cdot R_1)}{s \cdot C \cdot (R_2 + R_1) + 1} \right)} = \frac{R_2 \cdot (1 + s \cdot C \cdot R_1)}{s^2 \cdot L \cdot C \cdot (R_1 + R_2) + s \cdot (L + R_1 \cdot R_2 \cdot C) + R_2} \cdot E$$

Logo a função de transferência é dada por:

$$I_2(s) = \frac{V_0(s)}{R_2} = \frac{(1 + s \cdot C \cdot R_1)}{s^2 \cdot L \cdot C \cdot (R_1 + R_2) + s \cdot (L + R_1 \cdot R_2 \cdot C) + R_2} \cdot E$$

Evidenciando s^2 :

$$I_2(s) = \frac{s \cdot \left(\frac{R_1}{L \cdot (R_1 + R_2)} \right) + \left(\frac{1}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_2)} \right)}{s^2 + s \cdot \left(\frac{(L + R_1 \cdot R_2 \cdot C)}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_2)} \right) + \left(\frac{R_2}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_2)} \right)}$$