Eletromagnetismo – CEL065 B

«Problemas Selecionados de Eletromagnetismo»

Eletrostática, Magnetostática & Eletrodinâmica Clássica

A solução dos problemas deve ser entregue em formato de relatório impresso, com figuras e equações (pertinentes) numeradas e referenciadas no texto e o desenvolvimento devidamente explicado textualmente.

– ELETROSTÁTICA –

1 – Encontre o campo eletrostático **E** entre os dois cilindros da Fig. 1 em termos da carga por unidade de comprimento "ρ_l" do cilindro interno e os raios a e b. O meio dielétrico entre ambos é o ar (ε_0). Em seguida, calcule a diferença de potencial ΔV entre ambos os cilindros, a capacitância por unidade de comprimento longitudinal "l" ("C_e" – F/m) da estrutura e a energia eletrostática armazenada no campo elétrico ("W_E" – J).

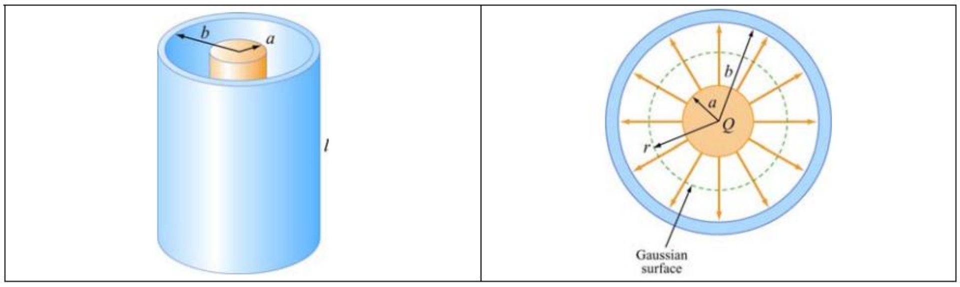

Fig. 1 – Dois cilindros concêntricos de raios a e b, com b > a. O cilindro sólido interno tem carga total +Q = $\rho_l.l$, e a casca cilíndrica externa tem carga total –Q = $-\rho_l.l$.

– MAGNETOSTÁTICA –

2 – O *disco de acreção* de um buraco negro é um fenômeno astrofísico que consiste de uma coleção fina de partículas eletricamente carregadas girando em torno de um ponto massivo (o buraco negro em si). Este fenômeno pode ser modelado como um disco fino de raio "R" (m) possuindo uma densidade superficial de carga uniforme "ρ_S" (C/m²) e girando em torno do eixo z com uma velocidade angular constante "ω" (rad/s). Do ponto de vista inercial do eixo z, a rotação do disco carregado é vista como uma densidade superficial de corrente "K" (A/m), o que produzirá um campo magnético estático. Encontre o campo magnético do disco de acreção no seu eixo de rotação, $\mathbf{B}_z$, para uma altura z qualquer.

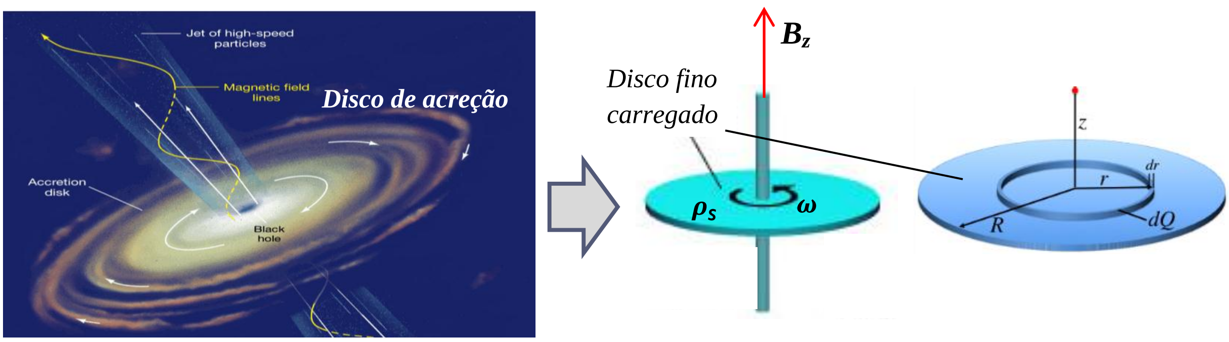

Fig. 2 – Modelando o campo magnético gerado no eixo de um disco de acreção de um buraco negro através de um disco fino com uma densidade superficial de carga, girando, que resulta numa corrente superficial.

Prof. Pedro S. Almeida
Sala 4273-E04
pedro.almeida@ufjf.edu.br

– ELETRODINÂMICA –

3 – Ondas eletromagnéticas, para existirem, têm de, obrigatoriamente, satisfazer às quatro equações de Maxwell e serem uma solução à equação de onda (que relaciona as derivadas de segunda ordem dos campos no tempo com as derivadas de segunda ordem dos campos no espaço – o Laplaciano). Considere, no espaço livre (vácuo, portanto μ_0 e ε_0, livre de fontes – $\rho_v = 0$, $\mathbf{J} = 0$) e no tempo, as seguintes possibilidades de um campo elétrico:

$$\mathbf{E_1}(x,y,z,t) = \mathbf{a_z} E_0 \cos(\omega t - kz)$$
$$\mathbf{E_2}(x,y,z,t) = \mathbf{a_x} E_0 \cos(\omega t - ky) + \mathbf{a_z} E_0 \cos(\omega t - ky)$$
$$\mathbf{E_3}(x,y,z,t) = \mathbf{a_x} E_0 \cos(kz - \omega t) - \mathbf{a_y} E_0 \,\mathrm{sen}(kz - \omega t)$$

a) Encontre os campos magnéticos que estarão associados a cada um dos três campos elétricos variantes.

b) Todos os campos vetoriais satisfazem à equação de onda (abaixo)? Qual a velocidade de propagação da onda (“c” – m/s)? Qual deve ser a relação entre “c”, a frequência angular do campo (“ω” – rad/s) e o número de onda (“k” – m^{-1}) para que a equação de onda seja satisfeita e a solução seja válida?

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = 0$$
$$\nabla^2 \mathbf{B} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{B} = 0$$

c) Quais dos três campos podem ser qualificados como possíveis componentes de uma onda eletromagnética? Para aqueles que não qualificam, mostre claramente quais das equações de Maxwell são violadas, quando “k” é substituído pelo valor encontrado anteriormente para obedecer à equação de onda. Mostre graficamente que, para os campos que qualificam como componentes de uma onda eletromagnética, os campos magnético e elétrico são perpendiculares entre si e também são ambos perpendiculares à direção de propagação, em todo instante de tempo. Qual é a razão entre a magnitude de **B** e a magnitude de **E** (|**B**| / |**E**|)? E entre a magnitude de **H** e a magnitude de **E** (|**H**| / |**E**|)?