

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Produto Educacional

Atividades com materiais manipuláveis e curso de formação continuada sobre o
Laboratório de Educação Matemática

Ana Luiza de Araujo Ribeiro

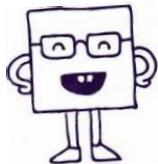
Marco Antônio Escher

Juiz de Fora

2019

Apresentação

Olá, professor(a)!



Este manual básico é composto por um modelo de curso de formação continuada e exemplos de atividades com materiais manipuláveis, ao final do documento. Sendo assim, este Produto Educacional está dividido em duas partes principais: **(A)** Modelo de curso de extensão relacionado ao tema e **(B)** Atividades com materiais manipuláveis.

O material foi elaborado durante o Mestrado Profissional em Educação Matemática (UFJF) e a dissertação que relata o passo a passo da pesquisa pode ser encontrada na íntegra no site do Programa.

Com base na investigação e estudos realizados, verificou-se a existência de um número reduzido de pesquisas sobre o Laboratório de Educação Matemática na escola básica, estando a grande maioria centrada na área superior de ensino. Levando em consideração essa questão e a relevância que se dá a esse espaço, optamos por elaborar um curso de extensão que pudesse proporcionar aos professores discussões e o contato com esse ambiente.

Gostaríamos de destacar que a estrutura do curso e as atividades constituem propostas e sugestões, podendo ser adaptadas para melhor se adequarem ao contexto em que serão aplicadas.

Convidamos todos a promover a implementação do Laboratório de Educação Matemática na escola básica!

“Pensar não é somente ‘raciocinar’ ou ‘calcular’ ou ‘argumentar’, como nos tem sido ensinado algumas vezes, mas é sobretudo dar sentido ao que somos e ao que nos acontece.”

BONDÍA (2002)

Você sabe o que é um “Laboratório de Educação Matemática”?

O Laboratório de Educação Matemática constitui um ambiente proposto a ter materiais e tarefas matemáticas que, além de fugirem do modo experimental, aproximam-se da concepção de construção do próprio conhecimento por parte dos aprendizes. Varizo (2007, p. 76-77) esclarece que, o que dá nome ao laboratório é “a ciência objeto de seus estudos e experiências”. Dessa forma, o nome “Laboratório de Educação Matemática” faz referência ao objeto de estudo e experiências da Ciência da Educação, voltando-se para o contexto da Educação Matemática.



É em um ambiente como o do Laboratório de Educação Matemática que serão desenvolvidos estudos, pesquisas sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, cursos, atividades práticas e utilização de diferentes metodologias para o ensino da disciplina. Além disso, as atividades para um Laboratório de Educação Matemática devem ser distintas do que é aplicado em sala de aula, pois acredita-se na relevância do uso de materiais didáticos manipuláveis e outros artifícios que possam acrescentar aos conteúdos do livro e saberes do professor.

Sugestões de leitura:

- O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores, de Lorenzato (2010).
- O Laboratório de Educação Matemática do IME/UFG: Do sonho à realidade, de Varizo (2007).



Já pensou em como podemos caracterizar certos tipos de laboratório?

Laboratório/Depósito-arquivo

Um depósito de materiais que pode servir de apoio, em especial ao professor, na realização de atividades práticas fora desse ambiente.

Laboratório/Sala de aula

Pode constituir o ambiente da sala de aula convencional e/ou todas as aulas de Matemática. A abordagem pode ser diferenciada ou método de ensino utilizado em sala de aula.

Laboratório/Disciplina

O LEM é um componente curricular, constituindo-se em uma disciplina da Matriz Curricular de alguns cursos de Licenciatura.

Laboratório/Laboratório de Tecnologia

É caracterizado por um ambiente virtual de aprendizagem, como um laboratório de Informática. Local em que são aplicadas tarefas no computador, também podendo conter atividades vinculadas à educação a distância.



Laboratório/Tradicional – Laboratório de Matemática

Espaço físico estruturado para o desenvolvimento de experimentos e realização de atividades práticas, com ênfase em procedimentos. Há a utilização de materiais didáticos com finalidade em si mesmo e realização de experimentos para verificar leis e fenômenos.

Laboratório/Sala Ambiente – Laboratório de Ensino de Matemática

Ambiente construtivista de aprendizagem, focado no processo e com estreita relação entre teoria e prática. Nesse local há a construção e utilização de materiais didáticos como um meio, além da utilização de metodologias alternativas para o ensino e aprendizagem da Matemática.

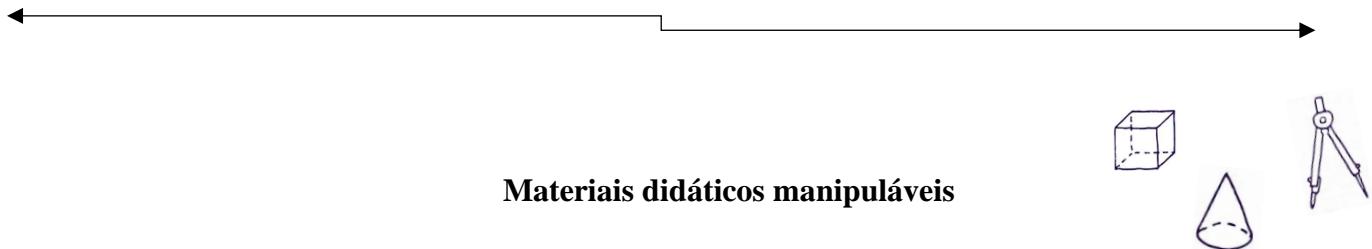
Laboratório/Agente de Formação – Laboratório de Educação Matemática

Nesse local há o desenvolvimento de atividades de ensino, pesquisa e extensão, podendo ainda ser o centro de discussão e desenvolvimento de novos saberes. Há a parceria entre comunidade e instituição e projetos de formação continuada de professores. Atividades como desenvolvimento de materiais instrucionais e

metodologias alternativas para o ensino da Matemática, elaboração do currículo. Progressão do professor enquanto profissional e pesquisador. Engloba, ainda, a ideia do laboratório sala ambiente e do Laboratório de Tecnologia.

Essas caracterizações foram retiradas do texto:

- Laboratório de Educação Matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores, de RODRIGUES (2011).



De acordo com Vale (2014), material didático é qualquer instrumento útil ao qual se recorre para promover o ensino e a aprendizagem, sendo assim, diferentes materiais manipuláveis podem ser considerados materiais didáticos, sejam de uso cotidiano ou educativo. Como exemplo, pode-se citar: palitos, canudos, calculadora, régua, compasso, jogos, *softwares* de geometria dinâmica, sólidos geométricos, entre outros.

Materiais manipuláveis são objetos, instrumentos ou outros meios, que têm aplicação nos afazeres do dia a dia, ou que são utilizados para representar uma ideia, e que os estudantes podem sentir, tocar, manipular e movimentar para ajudá-los a descobrir, entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diferentes fases de aprendizagem (KINDEL; OLIVEIRA, 2017, p. 63).

É importante que o professor se questione quanto as funções e objetivos do uso de um material no momento que antecede a aplicação de uma atividade (“Com qual finalidade será utilizado? Ele é realmente necessário?”), levando em conta que o uso desse recurso deve promover abordagens diferentes e se distanciar dos métodos tradicionais de memorização. Cabe ao educador empenhar-se em promover o raciocínio de seus alunos por meio da relação entre a ação manipulativa e investigativa (reflexiva) dos conteúdos.

PARTE A – Modelo de curso de extensão

A partir da experiência de aplicação do curso de formação continuada a professores da escola básica, o modelo foi otimizado para dar origem a esse manual. Não se esqueça de que as propostas apresentadas são apenas direcionamentos e sugestões, podendo ser adaptadas a outros contextos e objetivos!

OBJETIVOS

O principal objetivo é aproximar os docentes participantes do ambiente do laboratório e, possivelmente, estimular um movimento que leve à implementação desse local na escola. Além disso, ao se trabalhar a concepção e as potencialidades do espaço físico de um laboratório junto ao debate de temas relacionados, pretende-se promover a reflexão sobre a prática e o processo de aprendizagem de seus alunos.

CARGA HORÁRIA

O curso é composto por três reuniões presenciais (com 2 horas cada), um encontro à distância e visitas agendadas às escolas.

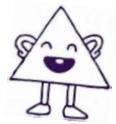
COMUNICAÇÃO

A fim de manter o contato e as discussões, além de facilitar que os professores alinhem seus horários de maneira mais efetiva, foi criado um grupo *online* para manter discussões e a comunicação de atividades. Assim, a comunicação pode se tornar mais eficiente, sem comprometer a carga horária desses.

CRONOGRAMA

Com o intuito de planejar e adequar de uma maneira melhor os horários dos participantes, foi criado um cronograma com dois horários diferentes. Cada um dos participantes pôde escolher o dia da semana que melhor se adequasse aos seus demais compromissos.

Estrutura das reuniões



PRIMEIRA REUNIÃO

1. Apresentação das pessoas do grupo (nome, escola, tempo em sala de aula);
2. Troca de experiências individuais sobre o tema Laboratório de Matemática;
3. Discussão sobre um trecho do livro *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*, de Lorenzato (2010), que aborda a relevância do laboratório no processo de ensino e de aprendizagem e pode ser enviado previamente aos participantes. Nessa ocasião, é interessante levantar a seguinte indagação: “*O quanto um ambiente ou um espaço na sala de aula pode influenciar na relação do aluno com a matemática?*”;
4. Apresentação do espaço físico de um Laboratório de Educação Matemática. Caso você ainda não tenha estruturado ou não tenha acesso a um laboratório, é possível elaborar uma apresentação com fotos e que procure apresentar o local e seus objetivos;
5. Demonstração de uma atividade com apoio de materiais manipulativos e participação ativa dos participantes (abordando justificativa, materiais utilizados, construção, aplicações e adaptações). Essa etapa pode ser encerrada com um diálogo sobre a estrutura da atividade (discussão sobre aplicabilidade, críticas e sugestões).

SEGUNDA REUNIÃO

1. Pensando em proporcionar uma formação continuada reflexiva, esse momento do curso visa estudar e discutir temas pertinentes. Recomenda-se apresentar uma tabela com as diferentes definições e referenciais teóricos que versam sobre os variados tipos de Laboratório de Educação Matemática, retirada da dissertação *Laboratório de Educação Matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores*, de Rodrigues (2011).

2. Leitura e conversa sobre trechos das obras: a) *Formação continuada de professores de matemática: Limites e possibilidades*, de Carneiro (1998); b) *Formação continuada de professores de matemática da educação básica em um contexto de implementação de inovações curriculares*, de Pietropaolo, Campos e Silva (2012) e c) *Formação continuada de professores*, de Imbernón (2010). Esses textos devem vir acompanhados de alguns questionamentos. Além disso, é importante esclarecer aos professores que não se espera alguma resposta específica ou correta, pois apenas objetiva-se estimular a troca e conhecer o ponto de vista de cada um dos docentes.

3. Apresentação de outra atividade aos participantes, com a finalidade de abordar o uso de materiais didáticos manipulativos e de estimular um debate sobre as potencialidades e possibilidades de exploração de conteúdos contidos na mesma.

TERCEIRA REUNIÃO

A penúltima reunião não é presencial e pretende proporcionar a experimentação por parte dos docentes. Nesse momento ocorre a proposta de elaboração de atividades para um laboratório por parte dos participantes – que podem trabalhar em duplas ou trios, caso desejem.

O principal objetivo é que os participantes reflitam sobre os temas discutidos e possam construir atividades de maneira livre e embasados em seus conhecimentos prévios e adquiridos no curso. Com a finalidade de oferecer direcionamento aos professores, é relevante criar um plano de atividade para utilizarem como exemplo no momento de elaboração da tarefa (apresentando objetivos, justificativa, público-alvo, entre outros tópicos). Da mesma forma, é interessante enviar mais um exemplo de atividade que utilize materiais didáticos manipuláveis e possa ser aplicada em um laboratório.

QUARTA REUNIÃO

1. Apresentação das atividades criadas pelos participantes, com experimentação de todo o grupo e discussão sobre as etapas de cada tarefa. Nesse momento é fundamental que cada um dos participantes aplique sua atividade explicando suas ideias e objetivos, a fim de verificar se há adaptações a serem feitas;

2. Conversa sobre perspectivas futuras de continuação do projeto nas escolas, uma vez que se espera que a conclusão do curso não implique na interrupção dos estudos dos participantes;

3. Entrega de questionário de *feedback* para que os docentes sejam ouvidos a respeito de suas impressões e críticas/sugestões sobre o curso.

VISITAS ÀS ESCOLAS

Com a finalidade conhecer o contexto dos professores e de cada instituição, incentiva-se que sejam realizadas visitas às escolas interessadas. Os professores das outras escolas podem ser convidados - porém sem caráter obrigatório - a visitar as escolas dos demais.

Aproveite o primeiro encontro para conversar com os professores e decidir quais escolas serão visitadas, além dos dias e horários favoráveis. Para direcionar as visitas, você pode

elaborar um planejamento contendo um momento de conversa com o(a) diretor(a)/coordenador(a) da escola - com a finalidade de conhecer aspectos como a infraestrutura e organização escolar -, e um momento posterior de exploração do local.

SUGESTÃO: Contato pós-curso

É interessante acompanhar os professores após o final das atividades do curso, mantendo contato com esses e oferecendo as orientações necessárias para que, caso desejem, possam continuar trabalhando na iniciativa.

PARTE B – Atividades com materiais manipuláveis

Nessa parte apresentaremos três exemplos de atividades com materiais manipuláveis que podem ser repensadas e adaptadas. Recomendamos que essas sejam testadas antes de sua aplicação.

Atividade I: $64 = 65?$

Atividade II: Explorando equivalência de áreas no Geoplano

Atividade III: Traçando coordenadas no Geoplano



As atividades I e II foram apresentadas aos participantes na primeira e segunda reuniões, respectivamente. A última atividade foi elaborada por uma das participantes do curso.

O formato dos planos de atividade apresenta os objetivos, público-alvo, conteúdo e de que forma foi planejado o desenvolvimento das tarefas. Não se preocupe se os conteúdos abordados não se aplicam à sua turma de atuação - caso isso aconteça, atente-se ao formato da atividade e à estrutura de cada uma das etapas da tarefa.

Atividade I: $64 = 65$?

Um sofisma (do grego antigo σόφισμα -ατος, derivado de σοφίξεσθαι que significa "fazer raciocínios capciosos") é um argumento ou falso raciocínio formulado com o fim de induzir um equívoco. Nesta atividade é apresentado um sofisma matemático que, por meio de sua construção, pode levar os estudantes a concluírem que 64 pode ser igual a 65.

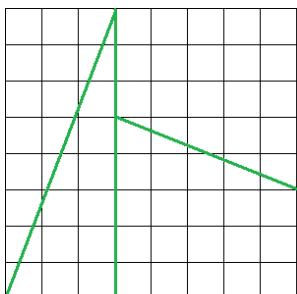
Um quadrado de 8 unidades de lado em papel quadriculado ou em EVA, ambos envolvendo recortes para montagem. Este material pode ser apresentado também em madeira (MDF, por exemplo).

Objetivos:

- Observar que a intuição pode falhar;
- Perceber a importância da demonstração em matemática.

Público-alvo: A partir do 6º ano do Ensino Fundamental ou para estudantes que possuam o conceito intuitivo de área.

Como construir:

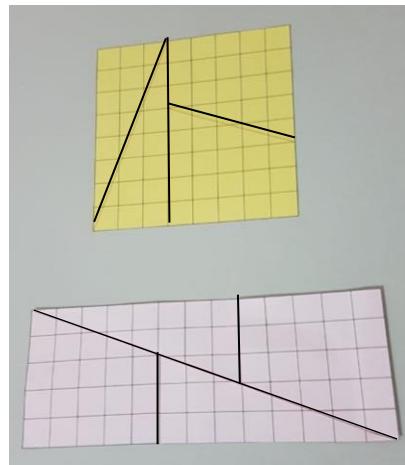


- Desenhe e recorte um quadrado.
- Desenhe os segmentos de reta (em verde), conforme a figura ao lado.

Desenvolvimento da atividade

Antes de começar, esclareça aos estudantes que cada quadradinho equivale a uma unidade de área.

- Inicie perguntando qual a área do quadrado em unidades.
- Após verificar as respostas, peça que os alunos agora recortem nos segmentos desenhados.
- Agora, todos possuem quatro peças que foram recortadas. Solicite que todos formem um retângulo encaixando-as (como mostra a figura de cor rosa a seguir).

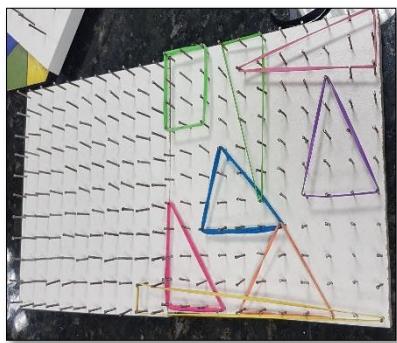


- d) Questione os alunos sobre a área da nova figura, o retângulo.
- e) Em seguida, relembrre as verificações anteriores, pergunta: “O quadrado e o retângulo possuem a mesma área?” Espera-se que nesse ponto todos respondam negativamente, pois a área do quadrado é igual a 64 e a do retângulo, 65.
- f) Pergunte como é possível que as áreas sejam diferentes, uma vez que o “tamanho” das figuras não foi alterado. Deixe que os alunos contem os quadradinhos, repitam as operações e tentem explicar o que ocorreu.

Através da explicação do porquê isso ocorre, podem ser abordados conteúdos de geometria como: propriedades de figuras geométricas, trigonometria em um triângulo retângulo, além do cálculo e conceito de área.

Após o desenvolvimento da atividade e a conclusão do engano cometido, pode-se fazer um diálogo com a filosofia, analisando mais profundamente o significado de sofisma e apresentar diversos outros que são usualmente utilizados no cotidiano e aceitos como verdade.

Atividade II: Explorando equivalência de áreas no Geoplano



O Geoplano é um recurso didático que pode ser utilizado para o estudo da geometria por meio de atividades concretas. Consiste em uma prancha de madeira na qual são fixados pregos ou pinos, formando uma rede quadricular como na figura ao lado. Com o uso de elásticos podem ser construídos polígonos de maneira que seus vértices estejam nessa malha quadricular.

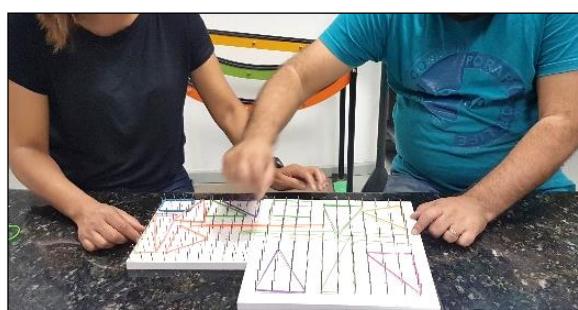
Objetivos:

- Aplicar os conceitos básicos da composição de figuras geométricas planas;
- Reconhecer a equivalência entre as áreas de diferentes figuras geométricas.

Público-alvo: A partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

Desenvolvimento da atividade

- a) Utilizando o Geoplano, proponha que os alunos construam um retângulo de área 6. Deixe que eles mostrem uns aos outros as figuras formadas e pergunte como chegaram na resposta.
- b) A partir dessa figura inicial, peça que construam o máximo de triângulos possíveis com a mesma área do retângulo inicial. Nesse momento você pode questioná-los sobre algumas características dessas figuras (como a base e a altura do triângulo) e quais são os tipos de triângulos que conhecem.



- c) Quando todos terminarem, solicite que mostrem suas soluções aos outros colegas e verifiquem juntos os caminhos traçados. Por fim, é interessante mencionar que a palavra equivalência deriva de: *equi* = igual + *valênci*a = valor. Ou seja, equivalência significa área igual, sendo figuras equivalentes aquelas que possuem a mesma área.

É significativo que os próprios alunos participem da construção do Geoplano, pois a preparação, por si só, possibilita experiências geométricas importantes. Por exemplo, durante a construção junto aos alunos, o professor pode explorar conceitos de medida, perpendicularismo e paralelismo.

O Geoplano é um material que permite, ainda, a identificação, classificação ou reprodução de polígonos simples e mais complexos, medição e comparação de áreas e perímetros, simetrias, entre outros conteúdos, como é proposto na atividade a seguir.

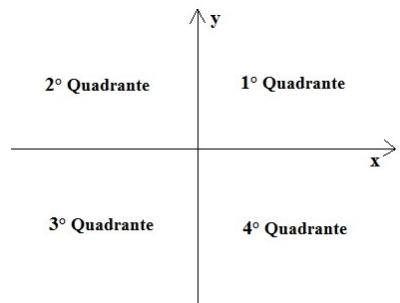
Atividade III: Traçando coordenadas no Geoplano

Criado pelo filósofo e matemático francês, René Descartes, o plano cartesiano é um método utilizado para determinar a localização de pontos no espaço. Trata-se de dois eixos perpendiculares que pertencem a um plano em comum.

Essa atividade utiliza o Geoplano para reproduzir o plano cartesiano e trabalhar conceitos como pares ordenados e propriedades de figuras geométricas.

Objetivos:

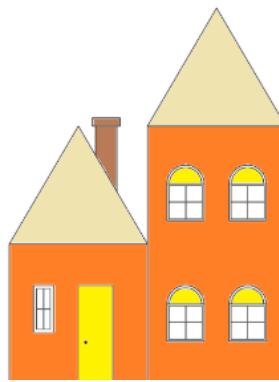
- Reconhecer os eixos no plano cartesiano;
- Identificar pares ordenados;
- Construir e comparar diferentes figuras geométricas;
- Identificar lados e vértices de um polígono.



Público-alvo: A partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

Desenvolvimento da atividade

- a) Divida a turma em duplas e distribua cerca de 10 elásticos para cada grupo. Primeiro, solicite que tracem os eixos x e y.
- b) Verifique se todos conseguiram realizar o item anterior e peça que marquem algumas coordenadas cartesianas. Enquanto o fazem, faça perguntas de verificação e deixe que compartilhem seus resultados.
- c) Em seguida, instrua-os a retirar todos os elásticos do plano e solicite que desenhem as figuras geométricas que observam na figura abaixo:



- d) Depois de desenhar as figuras, os estudantes devem novamente traçar os eixos e escrever no papel as coordenadas de todos os vértices dessas. Peça também que eles escrevam os nomes das figuras desenhadas e identifiquem o número de lados que elas possuem.
- e) No momento final, os alunos podem dividir com os colegas quais figuras identificaram e os conceitos desejados podem ser aprofundados e discutidos.



Por possuir um apelo visual, essa atividade pode ajudar na representação mental de problemas e facilitar o desenvolvimento de habilidades de comparação e relação entre figuras planas. Nessa experiência de manipulação e de investigação, o aluno tem mais chances de produzir seus próprios conhecimentos, podendo se expressar espontaneamente ao passo que testa diferentes caminhos para solucionar as questões propostas.

Considerações finais

O modelo de curso foi estruturado para ser oferecido a um grupo reduzido, para que seja possível a participação efetiva de todos e possa ser dada atenção às singularidades. Caso tenha um grupo numeroso, pode ser interessante dividi-lo em diferentes turmas de tamanhos menores.

É relevante realizar um estudo teórico no momento prévio ao oferecimento do curso. Você pode iniciar com as leituras apresentadas nas referências ao final do documento e, da mesma forma, propor que os participantes estudem e debatam sobre esses e outros temas relacionados.

Quanto as atividades, também é importante planejá-las e executá-las antes da apresentação para o grupo. Você pode utilizar alguns dos exemplos apresentados nesse manual, mas também pode modificá-los ou até mesmo escolher/elaborar outras tarefas caso esteja inserido em algum contexto específico.

Além disso, o modelo pode ser adaptado para ser oferecido a outros públicos, como estudantes de Licenciatura em Matemática e professores de outros níveis de ensino. Para mais detalhes sobre as reuniões e o que pôde ser analisado, leia a dissertação com todo o detalhamento da pesquisa.

Links para os textos utilizados no curso:

Formação continuada de professores de matemática: Limites e possibilidades: http://www.mat.ufrgs.br/~vclo/tilde/publicacoes/Anped_97.pdf

Formação continuada de professores de Matemática da educação básica em um contexto de implementação de inovações curriculares: <http://www.capes.gov.br/publicacoes/rbpg>

Formação continuada de professores:

https://drive.google.com/file/d/15OkhncKlsEaKm4Oo6JMI3sS0_kFgLMT9/view?usp=sharing

Laboratório de Educação Matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores: http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_RodriguesFC_1.pdf

O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores:

<https://www.dropbox.com/s/0c9k5ocsc5eowqe/O%20laborat%C3%B3rio%20de%20Ensino%20de%20Matem%C3%A1tica%20na%20Forma%C3%A7%C3%A3o%20de%20Professores.pdf?dl=0>

REFERÊNCIAS

- BONDÍA, J. L. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Rev. Bras. Educ.**, 2002, n.19, pp.20-28. ISSN 1413-2478. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S1413-24782002000100003>.
- CARNEIRO, V. C. G. Formação continuada de professores de matemática: Limites e possibilidades. Anais do I Seminário de Pesquisa em Educação - Região Sul. **ANPED**, Florianópolis, 1998.
- IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores**. Tradução Juliana dos Santos Padilha. – Porto Alegre: Artmed, 2010.
- KINDEL, D. S.; OLIVEIRA, R. O uso de materiais manipuláveis na alfabetização Matemática. In: MAIA, Madeline G. B.; BRIÃO, Gabriela F. (Org.). **Alfabetização matemática: perspectivas atuais**. Curitiba, PR: CRV, 2017, p. 61-81.
- LORENZATO, S. (org). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 3º Ed. Campinas: Autores Associados, 2010.
- PIETROPAOLO, R. C., CAMPOS, T. M. M., SILVA, A. F. G. Formação continuada de professores de Matemática da educação básica em um contexto de implementação de inovações curriculares. **RBPG**, Brasília, supl. 2, v. 8, p. 377 – 390, março de 2012.
- RODRIGUES, F. **Laboratório de Educação Matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores**. PUC-Minas, Belo Horizonte, 2011.
- VALE, I; BARBOSA, A. Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. **Boletim GEPEM**, n. 65, p. 3–16, jul./dez. 2014.
- VARIZO, Z. C. M. O Laboratório de Educação Matemática do IME/UFG: Do sonho à **realidade**. In: ENEM, IX, 2007, Belo Horizonte. Anais.