Uma Investigação Sobre a Produção de Tarefas Algébricas para o 6º ano do Ensino Fundamental

Mageri Rosa Ramos

Juiz de Fora (MG)
Agosto, 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Mageri Rosa Ramos

Uma Investigação Sobre a Produção de Tarefas Algébricas para o 6º ano do Ensino Fundamental

Orientador: Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)
Agosto, 2011

Mageri Rosa Ramos

Uma Investigação Sobre a Produção de Tarefas Algébricas para o 6º ano do Ensino Fundamental

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

___

Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva

UFJF – Orientador

___

Profª. Drª. Janete Bolite Frant

UNIBAN

___

Profª. Drª. Maria Cristina de Araújo de Oliveira

UFJF

Juiz de Fora, 04 de Agosto de 2011.

À minha mãe, que me ensinou que os desafios impostos pela vida são menores que a força que há em mim para superá-los.

Ao meu marido Marcílio a quem agradeço o privilégio de compartilhar essa existência.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus a oportunidade de mais essa existência.

À minha mãe, Cely, pela dedicação e exemplo de responsabilidade.

Ao meu pai, Umberto, de quem sinto tantas saudades.

Ao meu padrasto, Zezinho, pelo amoroso exemplo de vida.

Aos meus irmãos, André e Fabrício, por serem muito mais que irmãos.

À minha cunhada-irmã Joseane, pelo convívio alegre e carinhoso.

Aos meus sobrinhos, Bruno e Felipe, que com seus olhares de admiração me impulsionam a ser uma pessoa melhor.

À D. Isabel Salomão de Campos, pelo exemplo de dignidade cristã.

À família Henriques, especialmente D. Lucília, pelo apoio constante.

Ao Amarildo, orientador e paciente amigo, pela orientação e valorização.

Aos professores do Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFJF, especialmente à querida Regina Kopke.

Ao professor Romulo Campos Lins, por aceitar fazer parte da banca de qualificação e por seu Modelo que ajudou a dar “significado” à minha prática docente.

À professora Janete Bolite Frant, por aceitar fazer parte da banca de defesa e pelas enormes contribuições.

À professora Maria Cristina Araújo de Oliveira, por aceitar fazer parte das bancas de qualificação e defesa, e pelas valiosas e gentis contribuições.

À Maria Helena, amiga de todas as horas.

Aos queridos colegas de turma, Lorena, Élida, Alessandro, Bessa, Ricardo, José Mário, Carlos Renato, Willian, Wagner, pelo convívio alegre e enriquecedor.

Aos colegas do NIDEEM pelo apoio, amizade, carinho e debates preciosos.

Aos meus alunos, cuja confiança e carinho me estimulam a continuar.

Aos alunos que participaram da pesquisa, pela imensa contribuição.

Às direções do Colégio São Mateus e da Escola Municipal Gabriel Gonçalves da Silva pelo apoio e incentivo.

À Prefeitura Municipal de Juiz de Fora, pela licença remunerada sem a qual esse trabalho seria muito mais difícil.

Ao meu marido e colega de curso, Marcílio, pela dedicação carinhosa e pelo amor sem limites.

Do mesmo modo que proponho uma Educação Matemática que não seja preparação para a vida, e sim vida, proponho uma reflexão que não seja preparação para a ação, e sim ação.

Romulo Campos Lins

RESUMO

Esta produção científica tem como ponto de partida a análise de diferentes concepções de álgebra, pensamento algébrico e atividade algébrica. Essas informações influenciaram nossa tomada de decisão sobre a concepção adotada como referência neste trabalho, ajudando a verificar de que maneira diferentes concepções afetam o processo de ensino e de aprendizagem de elementos da álgebra escolar. A investigação se caracteriza por uma abordagem qualitativa e adota como base teórica o Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Um dos objetivos desta pesquisa foi a produção de tarefas, com características específicas e referenciadas teoricamente, que auxiliassem no desenvolvimento do pensamento algébrico discente. As tarefas que elaboramos foram aplicadas a um grupo de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, e os significados que eles produziram para estas tarefas foram analisados sob os aportes do MCS. A pesquisa também teve como finalidade a confecção de um produto educacional que consiste no conjunto de tarefas aplicadas no trabalho de campo e em orientações que auxiliem o professor a utilizá-las em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática. Educação Algébrica. Produção de Significados para Álgebra. Ensino Fundamental. Produto Educacional.

ABSTRACT

This scientific work begins with the analysis of different concepts for algebra, algebraic thinking and algebraic activity. Those informations guide the decision making about the concept adopted as reference in this work, helping to verify how different concepts affect the teaching and learning processes of algebraic elements. This investigation is based on a qualitative approach and uses the Model of Semantic Fields (MSF) as the theoretical base. One objective of this research was the production of tasks with specific characteristics based on theoretical references aiming at aiding the development of the students' algebraic thinking. The tasks we have developed have been applied to a group of students from the 6th grade of the elementary school, and the meanings they produced for these tasks were analyzed from the contributions of the MSF. The present research also targets at producing an educational product that consists of a set of tasks applied in the field work and in advisories that aids the teachers to use them in the classes.

Keywords: Mathematical Education. Algebraic Education. Production of Meaning for Algebra. Elementary Teaching. Educational Products.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

No ensino de Álgebra, por muitos anos houve um grande investimento no domínio da manipulação algébrica e na aplicação mecânica de algoritmos por parte dos livros didáticos e professores. Apesar das sucessivas propostas que Vêm sendo empreendidas, as dificuldades de aprendizagem continuam. A exigência foi, por muitos anos, e alguns casos ainda é, na direção da memorização de regras, conceitos e técnicas operatórias e com isso, a Álgebra se tornou, segundo "o mais severo corte da educação matemática escolar" (LINS & GIMENEZ, 1997a, p.9). Esclarecendo a razão de tal afirmação posteriormente asseguram: "Por ser de domínio exclusivo da escola, o fracasso na álgebra escolar significa um fracasso absoluto. Se você fracassa no Português escolar, isso não o impede de falar; se você fracassa na Educação Física escolar, isso não o impede de jogar bola na rua. Mas, se você fracassa na álgebra escolar..." (LINS & GIMENEZ, 1997a, p.164)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ao apresentarem a atual situação do ensino da álgebra, sustentam que a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que tem ocorrido em muitas escolas.

Enfrentei, em minha prática docente, dificuldades que me trouxeram reflexões, devido a real impossibilidade de entender e resolver situações de sala de aula, referentes à aprendizagem de meus alunos. Embora essa fosse a realidade, sempre fosse elogiada pelas direções dos colégios que trabalhei, que avaliavam meu trabalho como excelente porque de alguma forma correspondia aos anseios deles. Esse paradoxo me acompanhava: em sala de aula, só via problemas, fora dela, flores. Questões como essas que entendo serem de minha inteira responsabilidade, levaram-me a integrar, em 2004, o Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática – NIDEEM – da Universidade Federal de Juiz de Fora, sob a orientação do professor Amarildo Melchiades da Silva.

O projeto de investigação que estávamos elaborando no interior do núcleo de pesquisa veio a ser desenvolvido quando da abertura do Mestrado Profissional em Educação Matemática da mesma instituição. Os objetivos principais do mestrado vieram corroborar com meus anseios, já que essa modalidade visa capacitar, através da pesquisa, professores de Matemática, para o exercício mais qualificado da docência; prepará-los para identificar e, sobretudo, utilizar a pesquisa de modo a agregar valor às suas atividades de prática docente.

As dificuldades que observamos em nossa prática docente influenciaram nossa escolha do tema de investigação.

Para isso elaboramos tarefas que foram aplicadas para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Mesmo entendendo que a inicialização da educação algébrica deve se dar o quanto antes, escolhemos aplica-las a alunos do 6º ano do ensino fundamental porque são os alunos mais jovens com os quais temos contato profissional. As duas escolas escolhidas pertencem às redes pública e privada, da cidade de Juiz de Fora, Minas Gerais.

Nossa investigação teve cunho qualitativo, e a coleta de dados foi feita usando videografia - através de filmagem com captação de áudio direto, com posterior análise das falas e demais expressões enunciativas dos sujeitos de pesquisa – anotações no caderno de campo e análise de protocolos dos alunos.

Esse trabalho conta com cinco capítulos. No primeiro capítulo apresentaremos uma revisão de literatura dividida em seis partes. Na primeira parte abordaremos a questão relativa à álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Na segunda e terceira parte falaremos, respectivamente, sobre as concepções de álgebra segundo Zalman Usiskin, pesquisador americano que desenvolve um trabalho em álgebra e sobre o Modelo 3 UV (três usos da variável) desenvolvido pelas pesquisadoras mexicanas Ursini e Trigueiros, e amplamente usado por pesquisadores de várias partes do Brasil. Na quarta parte, apresentaremos nossa revisão de literatura das pesquisas sobre Educação Algébrica desenvolvida por Lins (1992, 1997). Na quinta parte explicitaremos a concepção alternativa de educação algébrica proposta por Lins (1992, 1994(a), 1997). Na sexta e última parte da revisão iniciaremos nosso posicionamento sobre nossa questão de investigação.

No capítulo 2, apresentaremos nossos pressupostos, com base no Modelo dos Campos Semânticos (MCS) proposto por Lins, que será nossa orientação em todo o estudo e colocaremos nossas questões de investigação.

No terceiro capítulo, apresentaremos as características de nossa pesquisa, a metodologia adotada, a preparação de nossa saída a campo e as noções-categorias do MCS que sustentarão nossa análise da produção de significados dos alunos frente às tarefas que elaboramos.

No capítulo 4 faremos a análise do material coletado, com base no MCS e, finalmente, no capítulo 5 apresentaremos nossas considerações finais.

CAPÍTULO 1

A Revisão de Literatura

Não é objetivo dessa revisão de literatura listar todas as concepções de educação algébrica existentes. Pretendemos, nesse primeiro momento, analisar e compreender sobre diferentes entendimentos do que é álgebra, pensamento algébrico e atividade algébrica e verificar de que maneira diferentes concepções afetam o processo de ensino e de aprendizagem.

E de posse dessas informações tomar uma decisão sobre qual concepção tomaremos como referência nesse projeto.

1.1 – A álgebra nos PCN

Nosso ponto de partida foi o desenvolvimento de um estudo referente às concepções de álgebra, presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), já que esses são os documentos oficiais brasileiros que norteiam a reflexão acerca dos currículos escolares e, desde 1998, visam oportunizar aos sistemas de ensino e, mais particularmente, aos professores, subsídios à elaboração ou reelaboração do currículo escolar.

Em relação à educação algébrica, os PCN trazem a orientação de uma pré-álgebra para os três primeiros ciclos do Ensino Fundamental. Essa *pré-álgebra* seria o desenvolvimento de alguns aspectos da álgebra, como a exploração de situações-problema através das quais o aluno reconhecerá, segundo os PCN, as

> (...) diferentes funções da álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p.50-51).

Trabalhada adequadamente, a pré-álgebra desenvolve, ainda segundo os PCN, a habilidade de *pensar abstratamente*, se forem proporcionadas aos alunos experiências variadas envolvendo as noções algébricas. A recomendação é de que seja um trabalho informal, articulado com a aritmética e que deve ser retomado no 3º ciclo (6º e 7º anos) para que as noções e conceitos algébricos possam ser consolidados e ampliados.

Apesar de existir a orientação de que “já se possa desenvolver uma pré-álgebra” (Brasil, 1997, p.39), não são contempladas, no conjunto de seus direcionamentos, ações que possam concretizar essas indicações. Em relação a números e operações, nos primeiros ciclos, a aritmética ocupa prioritariamente o conteúdo, pois deverá ser “especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados” (PCN, 1997, p.39).

No 3º ciclo, os PCN orientam o não aprofundamento com expressões algébricas e equações, pois consideram suficiente que nessa fase se conheça a noção de variável e já se possa reconhecer a expressão algébrica como forma de tradução das relações existentes entre a variação de grandezas, deixando as técnicas convencionais para o 4º ciclo. As orientações se dirigem para um trabalho concomitante de álgebra e aritmética devido ao abandono da aritmética em detrimento da álgebra, praticada por muitos professores, nesse ciclo.

> É importante salientar que no quarto ciclo não se pode configurar o abandono da Aritmética, como muitas vezes ocorre. Os problemas aritméticos praticamente não são postos como desafios aos alunos deste ciclo; em geral, as situações trabalhadas pelos professores privilegiam a aplicação de conceitos algébricos. Pode-se até afirmar que os procedimentos não-algébricos (os que não utilizam equações, sistemas etc.) para resolver problemas são desestimulados nos últimos anos do ensino fundamental, mesmo em situações em que a Álgebra não é necessária (PCN, 1998, p. 83).

Segundo os PCN (1998, p. 116) há um consenso razoável de que se houver o engajamento, por parte dos alunos, em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da álgebra, estará garantido o desenvolvimento do pensamento algébrico. O quadro a seguir (Fig. 1) ilustra as diferentes concepções/tendências citadas nos PCN (1998, p. 116).

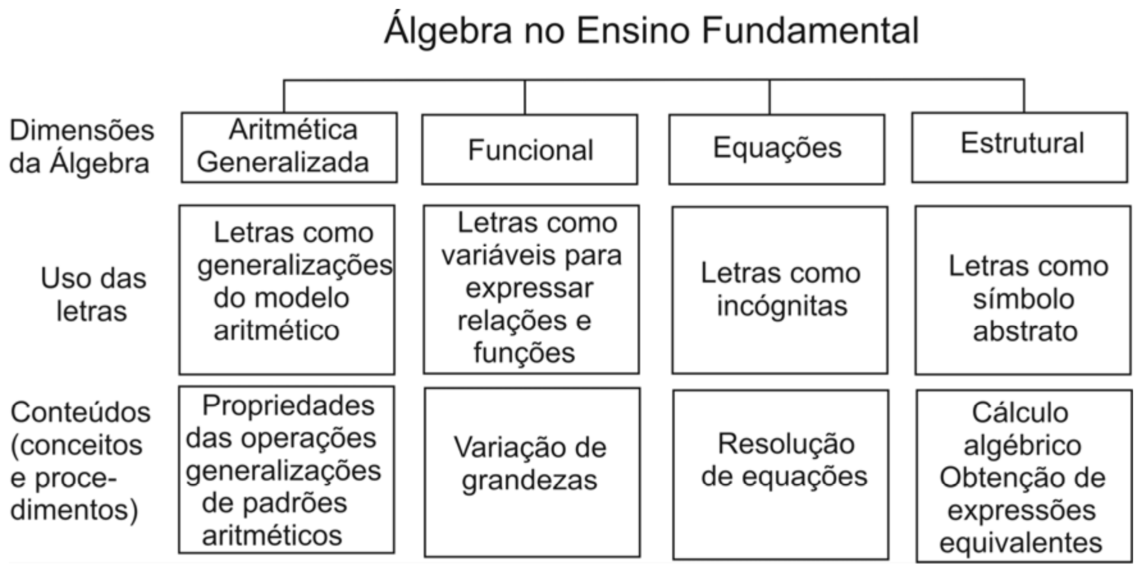


Figura 1 - Quadro de referência das dimensões da álgebra e uso das letras.

As análises de Silva (2006) revelaram que os PCN trazem, em suas orientações, concepções da álgebra como *aritmética generalizada*, como *ferramenta*, e a álgebra como *uma atividade* – todas com a finalidade de produzir a linguagem simbólica das letras. Podemos perceber, nas diretrizes curriculares brasileiras, uma preocupação em garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, de acordo com várias tendências de tratamento da álgebra escolar, que serão explicitadas mais adiante.

Na continuação, nosso projeto de investigação passa por analisar as diversas concepções de Educação Algébrica presentes na literatura de Educação Matemática e nos posicionar quanto à escolha de uma delas como ponto de partida de nosso estudo e propor um conjunto de tarefas que promovam o desenvolvimento da inicialização do pensamento algébrico de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Para isso, começamos por explicitar a perspectiva proposta por Usiskin (1995).

1.2 - Álgebra para Usiskin

Para Usiskin (1995), a álgebra da escola básica se relaciona à compreensão do significado das variáveis e das operações envolvendo variáveis e nos esclarece que muitos consideram que os alunos estão estudando álgebra quando encontram variáveis pela primeira vez.

Entendemos que reduzir álgebra ao estudo das variáveis não nos ajuda a entender qual é a proposta do ensino de álgebra na escola básica. Numa perspectiva de ampliação do tratamento da álgebra na escola básica, Usiskin (1995, p. 10), considera as equações com a mesma forma, ou seja, o produto de dois números sendo igual a um terceiro. Cada uma delas tem um caráter diferente, que serão abaixo associados.

i) $A = b.\ h$ indica uma fórmula;

ii) $40 = 50\ x$ indica uma equação;

iii) $sen\ x = cos\ x.\ tg\ x$ indica uma identidade;

iv) $1 = n.\ (1/n)$ indica uma propriedade;

v) $y = kx$ indica a expressão de uma função.

Para Usiskin (1995), no item v a expressão traduz uma proporcionalidade direta e não é para ser resolvida e que as letras representam papéis diferentes em cada caso e que esses diversos nomes refletem os diferentes usos dados à ideia de variável.

Em (i) *A*, *b* e *h* representam respectivamente a área, a base e a altura de um retângulo ou paralelogramo e têm o caráter de uma coisa conhecida. Em (ii), lemos *x* como uma incógnita. Em (iii), *x* é o argumento de uma função e no item (iv), ao contrário dos outros itens, ocorre a generalização de um modelo aritmético, em que o produto de um número por seu inverso é 1, e nesse caso, *n* indica um exemplo desse modelo. Em (v), *x* é mais uma vez o argumento de uma função, *y* o valor da função e *k* uma constante ou parâmetro, dependendo de como a letra é usada.

Segundo Usiskin (1995), apenas em (v) há o caráter de “variabilidade”, de onde advém o termo variável. Com análise dos itens descritos, Usiskin (1995) afirma que não há, em álgebra, uma única concepção para a variável.

Segundo Zalman Usiskin (1995), as finalidades do ensino de álgebra, as concepções que temos sobre a álgebra na escola básica e a utilização das variáveis são coisas intimamente relacionadas:

> **As finalidades da álgebra** são determinadas por, ou relacionam-se com, **concepções** diferentes **da álgebra** que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos **usos das variáveis**. (USISKIN, 1995, p. 13).

Usiskin (1995) apresenta quatro diferentes concepções de álgebra: (1) a álgebra como aritmética generalizada, (2) a álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, (3) a álgebra como estudo de relações entre grandezas e (4) a álgebra como estudo das estruturas. Passaremos, então, a descrever e analisar essas concepções.

1ª) A álgebra como aritmética generalizada

Nesta concepção, segundo Usiskin (1995), é natural pensar as variáveis como generalizadoras de modelos. Por exemplo, generaliza-se uma igualdade como 3 + 5 = 5 + 3, na qual a ordem das parcelas não altera a soma, escrevendo-se $a + b = b + a$.

Nessa concepção de álgebra o importante é traduzir e generalizar.

2ª) A álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas

Para entendermos essa concepção, Usiskin (1995) propõe um problema: adicionando 3 ao quíntuplo de certo número, a soma é 43. Achar o número. O problema é facilmente traduzido para a linguagem da álgebra da seguinte maneira: $5x + 3 = 43$. Ao traduzirmos esse problema para a linguagem algébrica trabalhamos segundo a concepção 1. Quando continuamos a resolver a equação, trabalhamos segundo a concepção 2.

$5x + 3 = 43$

$5x + 3 + (-3) = 43 + (- 3)$ (somando – *3* a ambos os membros da equação)

$5x = 40$

$x = 8$

Assim, o "certo número" do problema é 8, e facilmente testamos esse resultado, efetuando 5. 8 + 3 = 43.

Ao resolver problemas desse tipo, Usiskin (1995) afirma que muitos alunos têm dificuldade na passagem da aritmética para a álgebra. Aritmeticamente, a resolução consiste em subtrair 3 de 43 e dividir o resultado por 5. Já a forma algébrica $5x + 3$ envolve a multiplicação por 5 e a adição de 3, que são as operações inversas da subtração 43 – 3 e da divisão 40: 5. Para armar uma equação, raciocinamos da maneira oposta à que empregamos para resolver o problema aritmeticamente.

Nesse caso, Usiskin (1995) diz que as variáveis são ou *incógnitas* ou *constantes* e as instruções-chave são, diferentemente da primeira concepção, simplificar e resolver. Na segunda concepção o aluno precisa dominar não apenas a capacidade de traduzir os problemas para a linguagem algébrica, como também precisa ter habilidades em manipular essas equações até obter a solução. Nesse caso a letra como uma incógnita, um valor a ser encontrado e não algo que varia.

3ª) A álgebra como estudo de relações entre grandezas

Segundo Usiskin (1995), ao expressarmos uma relação entre três grandezas e escrevermos a fórmula da área de um retângulo, $A = b.\ h$, não temos a sensação de se estar lidando com uma incógnita, já que não estamos resolvendo nada.

Mesmo que possamos pensar em generalizações, fórmulas como essas nos dão uma sensação diferente de generalizações como $1 = n. (1/n)$.

Considerando que a concepção de álgebra como estudo de relações entre grandezas pode começar com fórmulas, a maior diferença entre esta concepção e a anterior é que, nesse caso, as variáveis realmente variam. Para esclarecer essa questão, Usiskin (1995) exemplifica: o que ocorre com o valor de $1/x$ quando x se torna cada vez maior? Como não pedimos o valor de x, então, x não é uma incógnita. Também não estamos pedindo ao aluno que traduza o problema para a linguagem algébrica, conforme a concepção 2. Há um modelo a ser generalizado, mas não se trata de um modelo que se pareça com a aritmética, já que não teria sentido perguntar, por exemplo, o que aconteceria com o valor de ½ quando 2 se torna cada vez maior. Nesse caso, temos um modelo fundamentalmente algébrico.

A álgebra se ocupa, nessa terceira concepção, de acordo com Usiskin (1995), com modelos e leis funcionais que descrevem ou representam as relações entre duas ou mais grandezas variáveis. Uma variável é um argumento ou um parâmetro, representando, respectivamente, os valores do domínio de uma função ou um número do qual dependem outros números.

O fato de variáveis e argumentos diferirem de variáveis e incógnitas se evidencia na questão: “Achar a equação da reta que passa pelo ponto (6, 2) e tem inclinação 11” (Usiskin, 1995, p. 16).

Podemos começar a partir do fato conhecido, segundo Usiskin (1995), de que os pontos de uma reta estão relacionados por uma equação do tipo $y = mx + b$. Nesse caso, teríamos aqui tanto um modelo entre variáveis como uma fórmula. Para o professor, x e y podem ser encarados como variáveis e m representaria um parâmetro (quando m varia, obtemos todas as retas do plano não-verticais), mas para o aluno pode não ficar claro se o argumento é m, x ou b. Para ele pode parecer que todas as letras sejam incógnitas.

Vejamos a resolução proposta por Usiskin (1995, p. 17). Como conhecemos m, que representa a inclinação da reta, substituímos essa letra pelo seu valor, obtendo $y = 11x + b$. No caso específico do problema, m é uma constante, não um parâmetro e b não é um parâmetro, e sim uma incógnita. Mas, como achar b? Usando um par entre os muitos pares de valores associados x e y, ou seja, escolhemos um valor do argumento x para o qual conhecemos o valor associado de y. Podemos fazer isso em $y = mx + b$ já que essa relação descreve um modelo geral entre números. Substituindo *x* e *y* pelo par (6, 2), temos 2 = 11. 6 + *b*, e, portanto, *b* = – 64. Observemos que não achamos *x* e *y*, embora tenhamos atribuído valores a eles, porque *x* e y, nesse caso, não eram incógnitas. Achamos somente a incógnita *b* e substituímos seu valor na equação, obtendo a resposta do problema: *y = 11x – 64*.

4ª) A álgebra como estudo das estruturas[1]

De acordo com Usiskin (1995), no curso superior de Matemática, o estudo de álgebra envolve estruturas como, por exemplo, grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais, o que nos parece ter pouca semelhança com a álgebra da escola básica, embora sejam essas estruturas que fundamentam a resolução de equações nesse nível de ensino. Entretanto, podemos reconhecer a álgebra como estudo das estruturas na escola básica pelas propriedades que atribuímos às operações com números reais e polinômios.

Para explicitarmos melhor, consideremos os seguintes problemas:

1) Determine *(a + 1) (b – x)*;

2) Fatorar a expressão *ax + ay + bx +by*.

Nesses dois exemplos, a concepção de variável, não coincide com nenhuma das concepções discutidas anteriormente. Não se trata da concepção 1, já que não há qualquer modelo aritmético a ser generalizado. Não há qualquer equação a ser resolvida, de modo que a variável não atua como uma incógnita, como na concepção 2. Do mesmo modo, não se trata de nenhuma função ou relação, ou seja, a variável não é um argumento, como na concepção 3.

Observemos as resoluções dos problemas:

1) *(a + 1) (b – x)*

ab – ax + b – x

2) *ax+ ay + bx + by*

(a + b) (x + y)

[1] Do nosso entendimento o termo estrutura usado por Usiskin (1995) não se refere à noção de estrutura algébrica e sim de manipulação algébrica em que a variável é apenas um “pouco mais que um símbolo arbitrário” (Usiskin, 1995, p. 18).

Vejamos que, nos dois problemas, as variáveis são tratadas como apenas como sinais no papel, sem qualquer referência numérica. Nessa concepção, o que caracteriza a variável é o fato de ser pouco mais do que um símbolo arbitrário. As atividades conhecidas como de cálculo algébrico, por exemplo, produtos notáveis, fatoração, operações com monômios e polinômios, situam-se na concepção 4.

Sintetizando essa discussão sobre as diferentes concepções de álgebra relacionadas como os diferentes usos das variáveis, Usiskin (1995), elaborou o seguinte quadro:

Concepção de álgebra	**Uso das variáveis**
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Estudo de procedimentos para resolver problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações entre grandezas	Argumentos, parâmetros (relacionar, fazer gráficos)
Estudo de estruturas	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

1.3– O Modelo Três Usos da Variável (3UV)

Embora ainda não tenhamos muitas informações acerca desse modelo achamos relevante citá-lo.

O modelo 3UV, proposto por Ursini *et al* (2005), destaca três usos da variável: como termo desconhecido, como número genérico e como relação funcional. Segundo Panossian (2008), o modelo 3UV propõe que nenhuma dessas compreensões da variável tenha destaque em relação às outras, mas que sejam implementadas situações em que o estudante compreenda cada uso e tenha flexibilidade na passagem entre eles. Conforme Ursini et al. (2005) apud Panossian (2008, p. 63)

> Para que um aluno possa trabalhar com certo êxito, em álgebra elementar, é necessário, em primeiro lugar, que trabalhe com as incógnitas, mas também com os números gerais e com as relações funcionais, e que aprenda a passar com flexibilidade entre estes distintos usos da variável.

> Em segundo lugar, que aprenda as regras sintáticas, que regem a linguagem algébrica, mas que possa relacionar os distintos usos da variável com diversas situações (Tradução de Panossian).[2]

Segundo Ursini et al (2005) apud Machado (2010) apesar dos três usos da variável serem trabalhados, não é dada a importância necessária às diferenças desses três usos e quais seriam as ações adequadas que se deve fazer em cada caso. Segundo os autores, essa seria a causa das dificuldades algébricas acumuladas pelos alunos.

1.4 – As concepções algébricas descritas por Lins e Gimenez

De acordo com Lins e Gimenez (1997), não há consenso sobre o que seja *pensar algebricamente*, por isso é necessário ir além da caracterização superficial de que a atividade algébrica é considerada por alguns educadores apenas do ponto de vista de uma descrição, associando-a imediatamente a conteúdos e tentando relacionar o que é e o que não é álgebra. Em geral, a atividade algébrica é descrita como *fazer ou não fazer álgebra*.

Esta ideia, construída com base em uma *concepção conteudista* nos permite, segundo Lins e Gimenez (1997), saber se isto ou aquilo "é" álgebra e trabalhar esses conteúdos, mas carrega alguns problemas. Tais problemas residem no fato de que esse tipo de abordagem não nos permite identificar dois itens fundamentais: a) levantar a existência de outros tópicos que deveriam estar presentes nesse currículo e, ainda, b) fica difícil saber de que forma organizar um currículo para a educação algébrica, e até mesmo se os tópicos tradicionais são tão relevantes quanto parece indicar a inclusão tradicional nos currículos (LINS & GIMENEZ, 1997).

As diversas noções do que seja atividade algébrica são responsáveis pela diversidade das concepções existentes de educação algébrica. Lins e Gimenez (1997) sinalizam quatro possíveis linhas de caracterização do que é atividade algébrica, estabelecendo dessa forma, associações entre atividade algébrica e as

---

[2] Para que un alumno pueda trabajar com cierto éxito en álgebra elemental, es necesario, en primer lugar, que trabaje con las incógnitas, pero también con los números generales y con las relaciones funcionales, y que aprenda a pasar con flexibilidad entre estos distintos usos de la variable. En segundo lugar, que aprenda las reglas sintácticas que rigen el lenguaje algebraico, pero que pueda relacionar los distintos usos de la variable con diversas situaciones. (URSINI et al, 2005, p. 22)

concepções de álgebra existentes em estudos e pesquisas, e para explicitar uma outra possibilidade de introdução do estudo de álgebra. Muitos profissionais concebem a educação algébrica em uma perspectiva chamada, por Lins e Gimenez (1997, pp.105-107), de *letrista*. Para os que assumem essa concepção, a atividade algébrica se resume ao cálculo com letras e algoritmos, sendo assim caracterizada pelo uso de notações. Esta tendência é, ainda hoje, predominante nos livros didáticos brasileiros. Na concepção letrista, atividade algébrica é vista como uma atividade de *cálculo literal*.

Outra concepção de educação algébrica é a *facilitadora* ou letrista-facilitadora que é caracterizada pela atividade algébrica dada pela presença de certos temas e conteúdos que são baseados em situações criadas com finalidade didática, partindo do que é conhecido pelo aluno (LINS & GIMENEZ, 1997).

Lins e Gimenez (1997) consideram como equivocadas essas concepções de Educação Algébrica. Sobre esse assunto, faremos uma análise mais detalhada na próxima seção.

Uma terceira concepção de educação algébrica seria aquela em que o *concreto* também está presente, como ponto de partida. Nessa proposta, as atividades são de investigação de situações reais e a álgebra não é o objeto primeiro de estudo, e sim mais um instrumento de leitura do mundo. Para os adeptos dessa concepção de educação algébrica, a atividade algébrica caracteriza-se como resultado da ação do pensamento formal (*operar* sobre operações ou sobre resultados aritméticos). Essa caracterização nos leva a pensar que a atividade algébrica se caracteriza pela *generalidade*[3] e a álgebra como aritmética generalizada, tornando-se, como as linhas anteriormente descritas, uma caracterização dependente de conteúdos (LINS & GIMENEZ, 1997).

Uma quarta concepção seria a noção de *campo conceitual*, conceito desenvolvido por Gérard Vergnaud e que é constituído por: *a)* um conjunto de esquemas operacionais e de invariantes; *b)* um conjunto de formas notacionais; e *c)* um conjunto de problemas que, a um mesmo tempo, são resolvidos por aqueles esquemas e dão sentido a eles (LINS & GIMENEZ, 1997).

---

[3] Lins e Gimenez (1997) fazem uma distinção entre generalidade e generalização. Generalidade refere-se diretamente do que é geral em uma situação, sem intermediação de casos particulares. Generalização refere-se ao falar do que é comum a um conjunto de casos particulares.

Após tecerem essas considerações sobre atividade e educação algébricas, Lins e Gimenez (1997) propõem outra abordagem, pois consideram que tanto a abordagem letrista quanto as facilitadoras estão equivocadas. Para eles, a primeira tendência – a letrista – ignora o fato de que o texto em letras não possui significado algum, visto que o significado é produzido em relação a um núcleo[4] e pode haver vários significados possíveis. As facilitadoras, por sua vez, ignoram que a passagem de um campo semântico formado em torno de um núcleo familiar para outro núcleo, muitas vezes desconhecido, não acontece de forma suave ou por uma abstração, generalização ou qualquer outra coisa que sugira que permanece uma essência; ademais, quando não há a explicitação do processo ao se mudar o campo semântico, aos alunos só resta "adivinhar" o que está acontecendo.

De uma forma geral, o grande problema, segundo os autores, é que essas formas de abordagem consideram que sempre o aluno estará disponível para atender as atividades, ou seja, ele possui conhecimentos necessários para resolver as situações, não considerando a possibilidade do aluno não possuir tais conhecimentos.

Essas abordagens são dirigidas para a sala de aula e apresentam, para Lins e Gimenez (1997), o grande problema de limitar a compreensão do professor sobre "onde o aluno está" se esse se comporta de modo identificavelmente correto. Mas se ele se comporta de outra maneira, diversa da maneira considerada "ideal", o professor não tem como saber onde (cognitivamente) o aluno está. É necessário, portanto, ter uma perspectiva de atividade algébrica que permita ao professor tanto saber o que é o ideal a ser atingido quanto ler positivamente o que o aluno faz quando está agindo de forma "não-ideal" ao executar uma atividade algébrica.

Para Lins e Gimenez (1997), pode-se dizer que **há atividade algébrica quando ocorre um processo de produção de significados para a Álgebra.** Os autores assim definem Álgebra: "... um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações Aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade." (LINS & GIMENEZ, 1997, p.137). Para esses autores, a atividade algébrica e a aritmética ocorrem juntas, ainda que em planos diferentes.

---

[4] No sentido proposto por Lins e Gimenez (1997). Sobre essa concepção, trataremos no capítulo 3.

Para este tipo de abordagem, a atividade algébrica depende do conteúdo apenas à medida que um recorte do mundo é explicitado,

> (...) um interesse especial por afirmações para as quais nós produziríamos um certo tipo de significado, que se estabelecem fronteiras para a Álgebra, e mesmo assim fronteiras bastante movediças, uma vez que esse recorte não é necessariamente o da matemática acadêmica, e, sim, o da pessoa que examina uma atividade e a classifica como algébrica ou não. (LINS & GIMENEZ, 1997, p.137-138).

O problema das abordagens tradicionais em educação matemática, lembram Lins e Gimenez (1997), é a preocupação exclusiva ou de tamanha importância com a existência das afirmações que os alunos assumam como corretas que todos os demais itens desaparecem do problema do educador.

Como vimos, para os autores, pensar algebricamente é produzir significados para situações em termos de números e operações aritméticas, em como igualdades e desigualdades, para com base nisso, transformar as expressões obtidas de acordo com três características fundamentais do pensamento algébrico: aritmeticismo (produção de significados apenas em relação a números e operações matemáticas), internalismo (consideração de números e operações apenas segundo suas propriedades, não modelando números em outros objetos "físicos" ou "geométricos") e analiticidade (operações sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos).

Os autores sugerem uma proposta de trabalho que se baseie em significados, não em conteúdos, e que essa proposta se enquadra bem no modelo de ciclos, nos quais se possa explorar ou tematizar certos aspectos, introduzir novas considerações e, com base nos resultados, buscar meios de tornar os instrumentos desenvolvidos mais seguros e familiares para os alunos. Para estes, o projeto de educação algébrica deve permitir a produção de significados para a Álgebra e a capacidade de pensar algebricamente.

O trabalho com significado, para os autores, fornece uma flexibilidade para o professor, permitindo-lhe ter um olhar positivo e permanente do que os alunos estão dizendo e fazendo. Os ciclos sugerem um desenvolvimento que não ocorrem de uma só vez, e permite a visita sucessiva e repetida ao mesmo tema, de maneiras diversas e em situações diferentes. Pode-se partir de uma atividade com "intenção" algébrica e chegar a uma atividade de "intenção" aritmética e vice-versa. "Usamos as aspas para indicar, mais uma vez, que é apenas no interior da atividade que ela se caracteriza" (LINS & GIMENEZ, 1997, p.166).

Os ciclos permitem, ademais, a revisão e a relação entre as noções de teoria e prática. A atitude do professor deve ser a de reintroduzir um componente que os autores consideram "importante na atividade matemática, estabelecendo que esta é histórica e material e que tem sujeitos." (LINS & GIMENEZ, 1997, p.167). Quanto a conteúdos, os autores ressaltam que a oferta de uma lista desse tipo contribuiria para matar, de forma prematura, a discussão, fazendo com que o leitor ficasse preso em questões menores como "falta isso ou aquilo".

Com relação às notações, Lins e Gimenez (1997) ressaltam a importância de carregar o processo de significados por meio de uma notação que seja legítima e adequada. O significado está em quem o interpreta, não na notação. Além disso, muitos significados foram produzidos de tal forma que se tornaram legítimos à custa de outros – como no caso, por exemplo, de considerarmos que "x sempre é a incógnita". No dizer dos autores:

> Se a análise da atividade algébrica e aritmética não é feita do ponto de vista dos significados, fica difícil entender a questão da adequação, e ficamos em grande parte restritos a pensar que o 'poder' da 'notação algébrica', é absoluto. (p. 168) (...) Ao pensar a educação matemática em termos de significados, é possível um tratamento mais correto desse processo. (LINS & GIMENEZ, 1997, p.170)

Para os que consideram a Álgebra como a Aritmética generalizada (a atividade algébrica é caracterizada pela expressão da generalidade) a tendência letrista é compensada por uma preocupação com a linguagem algébrica como meio da expressão.

O conhecimento dessas diferentes concepções nos informa sobre o quadro geral do ensino de álgebra nessas diferentes perspectivas. Passaremos agora a analisar uma concepção alternativa de educação algébrica.

1.5 - Uma concepção alternativa

Com base em uma perspectiva epistemológica oferecida por um modelo teórico que enfatiza a *produção de significados* no desenvolvimento do pensamento e na aprendizagem escolar, lançamo-nos à busca de identificar, nos Parâmetros Curriculares Nacionais brasileiros para a Matemática na educação básica, elementos que reforçassem essa nova perspectiva. Não obstante, encontramos graves incongruências entre tais documentos oficiais e os aportes da abordagem proposta para a educação algébrica.

Nas linhas que seguem, explicitaremos uma revisão da literatura acerca do tema, destacaremos nossa metodologia de investigação e os pontos mais importantes de nosso referencial epistemológico, o Modelo dos Campos Semânticos – elaborado por Romulo Campos Lins (1997, 2001) –, a partir do qual discutiremos aspectos da relação entre a produção de significados e a educação algébrica e, finalmente, apresentaremos nossas conclusões.

Em Lins e Gimenez (1997), os autores sugerem como está enraizada, na comunidade de Educação Matemática, a ideia de que a Aritmética deve vir antes da Álgebra e defendem que elas se relacionam, sem que isso implique caracterizar a Álgebra como Aritmética generalizada. Segundo esses autores, o grande corte na educação matemática escolar é a Álgebra, e isso não se explicaria por sua introdução *precoce* no 7º ano ou 8º ano, pois poder-se-ia alegar que estudantes na faixa etária referente a estas séries não teriam alcançado o desenvolvimento intelectual necessário para o desenvolvimento de tais habilidades.

Essa questão parece corresponder aos níveis de desenvolvimento intelectual indicados por Piaget e fez surgir a sugestão de que o ensino e aprendizagem da álgebra na escola deveriam ser inicializados mais tarde, por volta dos 14-15 anos de idade. A ideia de se postergar a inicialização da Álgebra foi assumida pelo sistema escolar inglês e, ainda hoje, a universidade inglesa sente o efeito desse processo sobre alunos ingressantes (Ibidem). Acerca deste fato, Lins e Gimenez observam:

> Nossa leitura da produção de significados para a álgebra e para a aritmética sugere exatamente o contrário: é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra. (LINS & GIMENEZ, 1997, p. 10)

Esta perspectiva, de que o desenvolvimento do pensamento algébrico seja abordado desde a educação infantil, é recomendada nos *Principles and Standards* (NCTM, 2000) e também sustentada por outros pesquisadores, que apontam caminhos e estratégias possíveis de serem aplicadas para o processo de inicialização da álgebra, como, por exemplo, Lins e Kaput (2004), Carpenter (2001), Usinskin (1995) e Booth (1988).

Outro trabalho nesta direção é o de Butto e Rojano (2004), que inferiram que os tempos didáticos para a aprendizagem de álgebra são demorados, e que parece oportuno começar a desenvolver o pensamento algébrico em tenra idade (7-14 anos), aproveitando as fontes de significados que estão presentes nos conteúdos da escola primária. A pesquisa destes autores mostrou que há hoje muitos estudos que pretendem ajudar as crianças a chegarem ao pensamento algébrico em idades menores e justificam que muitas de suas dificuldades na escola secundária se devem, em parte, à introdução tardia da álgebra.

A nossa posição, frente a estes trabalhos, será a de concordância com a inicialização do processo de educação algébrica mais cedo que o habitual, ou seja, ao invés de limitar o processo de algebrização a poucos anos, ou a uma sequência de cursos desconexos, pensamos em criar uma proposta em que a álgebra apareça ao longo de todo o processo de educação matemática escolar.

Para Lins e Gimenez,

> O grande objetivo da educação aritmética e algébrica, hoje, deve ser o de encontrar um equilíbrio entre três frentes: *i)* o desenvolvimento da capacidade de pôr em jogo nossas habilidades de resolver problemas e de integrar e explorar situações; *ii)* o desenvolvimento de diferentes modos de produzir significado (pensar), o que poderíamos chamar de atividades de inserção e tematização; e, *iii)* o aprimoramento das habilidades técnicas, isto é, da capacidade de usar as ferramentas desenvolvidas com maior facilidade. Os pontos *(i)* e *(ii)*, embora descritos separadamente, estão profundamente relacionados. (LINS & GIMENEZ, 1997, p.165)

Para alcançar os objetivos descritos acima, os autores propõem uma nova abordagem com base em significados e não em conteúdos.

Segundo Lins e Gimenez (1997), álgebra é um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade. E pode-se dizer que há atividade algébrica quando ocorre um processo de produção de significados para a álgebra. Para esses autores, a atividade algébrica e a aritmética ocorrem juntas, ainda que em planos diferentes.

Para Lins (1992), pensar algebricamente é produzir significados para situações em termos de números e operações aritméticas, igualdades ou desigualdades, para com base nisso, transformar as expressões obtidas de acordo com três características fundamentais do pensamento algébrico: *aritmeticismo* (produção de significados apenas em relação a números e operações matemáticas), *internalismo* (consideração de números e operações apenas segundo suas propriedades, não modelando números em outros objetos “físicos” ou “geométricos”) e *analiticidade* (operações sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos).

Essas características fundamentais do pensamento algébrico, aritmeticismo, internalismo e analiticidade, formam sete combinações que serão a base para a elaboração das tarefas aplicadas e analisadas nesse trabalho.

A proposta de trabalho de Lins e Gimenez (1997) se baseia em significados, não em conteúdos, na qual se possa explorar ou tematizar certos aspectos, introduzir novas considerações e, com base nos resultados, buscar meios de tornar os instrumentos desenvolvidos mais seguros e familiares para os alunos. Para estes, o projeto de educação algébrica deve permitir a produção de significados para a álgebra e o desenvolvimento da capacidade de pensar algebricamente.

A análise da produção de significados, para Lins e Gimenez (1997) fornece uma maneira do professor interagir com seus alunos, permitindo-lhe uma leitura plausível do que os alunos estão dizendo e fazendo.

Com relação às notações, Lins e Gimenez (1997) ressaltam a importância de carregar o processo de significados por meio de uma notação que seja legítima e adequada. O significado está em quem o interpreta, não na notação. Além disso, muitos significados foram produzidos de tal forma que se tornaram legítimos à custa de outros – como no caso, por exemplo, de considerarmos que *x sempre é a incógnita*. No dizer dos pesquisadores:

> Se a análise da atividade algébrica e aritmética não é feita do ponto de vista dos significados, fica difícil entender a questão da adequação, e ficamos em grande parte restritos a pensar que o ‘poder’ da ‘notação algébrica’, é absoluto. (...) Ao pensar a educação matemática em termos de significados, é possível um tratamento mais correto desse processo (LINS & GIMENEZ, 1997, p. 168-170).

Como já dissemos anteriormente, Lins e Gimenez (1997) consideram equivocadas as tendências de Educação Algébrica, denominadas letrista e facilitadora. A tendência letrista ignora o fato de que o texto em letras não possui significado algum. As facilitadoras, por sua vez, ignoram que a passagem de um campo semântico formado em torno de um núcleo familiar para outro núcleo, muitas vezes desconhecido, não acontece de forma suave ou por uma abstração, generalização ou qualquer outra coisa que sugira que permanece uma essência; ademais, quando não há a explicitação do processo ao se mudar o campo semântico, aos alunos só resta "adivinhar" o que está acontecendo.

Ao analisarmos as concepções de Educação Algébrica descritas anteriormente, pela visão crítica dos aportes do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), assumimos que nossos objetivos seguem na direção de discutir uma nova abordagem para os processos de ensino e aprendizagem da álgebra, partindo da *produção dos significados*. E sobre isto falaremos no próximo capítulo.

1.6 – Nossa concepção

Com a análise realizada até agora percebemos que os itens 1.2 e 1.3, em que abordamos as concepções de Álgebra para Usiskin e o Modelo 3UV, respectivamente, correspondem à concepção de Educação Algébrica caracterizada por Lins e Gimenez (1997) de letrista, já que tais modelos referem-se ao uso das variáveis e à manipulação de letras, como já descrevemos no item anterior.

Concordamos com Lins e Gimenez (1997) que consideram equivocada essa concepção de Educação Algébrica e passaremos a adotar, como nossa concepção, a proposta alternativa de Lins e Gimenez (1997) que indica um projeto de Educação Algébrica, sobre o qual explicitaremos no próximo capítulo.

CAPÍTULO 2

A Questão de Investigação

Nesse capítulo, com base na opção que assumimos sobre Educação Algébrica, apresentaremos, inicialmente, nossos pressupostos teóricos que nortearão toda a pesquisa. Assim estaremos em condições de formular nossa questão de investigação que será apresentada a seguir.

2.1 – Os pressupostos teóricos

O nosso olhar e as nossas ações não serão nem do senso comum nem ausentes de pressupostos. Nosso olhar é marcado por concepções que explicitaremos aqui em relação a conhecimento, em sermos todos diferentes, processo comunicativo, significado, produção de significados, campo semântico, ensino e aprendizagem.

De acordo com Lins,

> Conhecimento é entendido como uma crença – algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza, portanto como uma afirmação – junto com que o sujeito considera ser uma justificação para sua crença-afirmação. (LINS, 1993b, p. 86)

Segundo esse conceito, o que garante o conhecimento é a justificação para uma dada crença-afirmação, ou seja, somente a crença-afirmação não caracteriza a produção de um conhecimento. Para uma mesma crença-afirmação podemos ter justificações diferentes que caracterizariam, então, conhecimentos diferentes. As justificações não são explicações para as crenças-afirmação, mas torná-la legítima, o que nos mostra o papel fundamental das justificações na produção do conhecimento.

Tomaremos um exemplo para elucidar esse conceito.

A professora pede que seus alunos resolvam a seguinte equação algébrica.

$$5.x = 10$$

Dois alunos, Bruno e Felipe, resolvem corretamente, mas suas justificativas são diferentes. Observemos.

Crença-afirmação de Bruno: A resposta é $x = 2$.

Justificação de Bruno: $x = 2$, porque se colocarmos o número 2 no lugar do x, fica $10 = 10$.

Crença-afirmação de Felipe: $x = 2$

Justificativa de Felipe: x = 2, porque o número 5 está multiplicando o x e então ele passa para o outro lado dividindo.

Podemos observar que para crenças-afirmações iguais temos justificativas diferentes, o que da perspectiva do modelo caracteriza conhecimentos diferentes. Em relação a esses conhecimentos não utilizamos não há nenhum juízo de valor afirmando que um é melhor que o outro. São conhecimentos diferentes.

Segundo Lins (1999) os pressupostos “somos todos iguais” e “somos todos diferentes” não pode ser entendidos em sentido absoluto, mas precisam ser analisado seriamente. O ensino tradicional, em que existe a crença de que se conceitos e encadeamento lógico são apresentados com clareza, todos aprenderão da mesma forma. Uma aula expositiva, por exemplo, pressupõe que todos os presentes aprenderão e se alguém não aprende, esse alguém é que não tem condições cognitivas para tal. Como exemplo, Lins (1999) cita também o modelo piagetiano que interpreta o desenvolvimento cognitivo em termos de estágios, ao nos indicar que o caminho natural é convergir em termos de conhecimento cognitivo, considerando que todos devam atingir o mesmo estágio de desenvolvimento. Em ambos os casos a pessoa é lida pela falta, pelo o que não desenvolveu ou o que não aprendeu.

Lins (1999), fundamentado nas ideias de Vygotsky, afirma que o caminho natural é o de divergirmos fortemente nas constituições de nosso funcionamento cognitivo, salvo se ocorrer a intervenção de algo ou de alguém. Sendo assim, o pressuposto “somos todos diferentes” significa que a tendência natural é a de que haja uma divergência, de um indivíduo em relação aos outros, no tocante ao funcionamento cognitivo. Se partirmos, então, do pressuposto de que somos todos diferentes cognitivamente, entendemos que não devemos nos ocupar em perceber o que o indivíduo ainda não sabe, mas em que lugar cognitivo esse aluno está e a partir daí avaliar a necessidade de uma intervenção. Não consideramos, portanto, haver desníveis cognitivos entre as pessoas.

> “Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse a perspectiva de você ir a lugares novos.” (LINS, 1999, p. 85)

Em sala de aula, na interação entre professor e alunos, a comunicação é um dos pontos centrais. Muitas vezes, nós professores, não temos certeza da concepção de processo comunicativo que assumimos. Por exemplo, para o ensino tradicional o pressuposto é, muitas vezes, de que o conhecimento pode ser transmitido. O que apresentaremos a seguir é uma perspectiva de processo comunicativo diferente.

Lins (1999) caracteriza o processo comunicativo a partir das noções de autor, leitor e texto. O autor é aquele que, no processo, produz a enunciação, por exemplo, um professor em uma aula expositivo-explicativa ou um pintor expondo sua obra. O que é dito pelo professor em uma aula ou o quadro em uma exposição, Lins chama *resíduo de enunciação*. São esses resíduos de enunciação que o leitor se propõe a produzir significados quando, nos exemplos citados, o aluno fala sobre a aula que assistiu ou um admirador das artes tem sentimentos em relação a uma pintura.

Já o texto é entendido como qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado

> Por um texto [...] entenderei não somente o texto escrito – como em Ecriture, de Derrida (1991), mas qualquer resíduo de uma enunciação: sons (resíduos de elocução), desenhos e diagramas, gestos e todos os sinais do corpo. O que faz do texto o que ele é, é a crença do leitor que ele é, de fato, resíduo de uma enunciação, ou seja, um texto é delimitado pelo leitor; além disso, ele é sempre delimitado no contexto de uma demanda de que algum significado seja produzido para ele. (LINS, 2001a, p.59)

O autor, quando fala, fala sempre na direção de alguém, mas este alguém não corresponde a nenhum indivíduo em específico, e sim para um leitor que é por ele constituído. É para este “um leitor” que “o autor” fala. Essa relação é descrita por Lins (1999) através do seguinte diagrama.

$\text{O AUTOR} \longrightarrow \boxed{\text{TEXTO}} \dashrightarrow \text{UM LEITOR}$

A seta pontilhada, entre texto e um leitor, indica que “a transmissão” somente existe na construção do autor (representada pela seta cheia).

Para Lins (1999), a figura do interlocutor não deve ser identificada como o outro, no sentido de um ser biológico. O interlocutor a quem se dirige o autor é o ser cognitivo, que pode ou não corresponder a um “outro”. Um fator importante apontado por Lins é que compartilhar interlocutores é constituir um espaço comunicativo. Na outra ponta há o outro processo, semelhante, mas não idêntico, no qual o leitor lê:

$\text{O AUTOR} \dashrightarrow \boxed{\text{TEXTO}} \longrightarrow \text{UM LEITOR}$

Esse processo depende da produção de significados de cada um, ora leitor, ora autor. Analisemos um exemplo acorrido em minha sala de aula de 7º ano do Ensino Fundamental.

Conversando com a turma sobre dízima periódica, assunto já abordado no ano anterior, comentei que dízima periódica é um número infinito que tem períodos na sua parte decimal. Vários alunos deram exemplos, reconhecendo uma dízima periódica, mas uma aluna, Camila[5], me procurou ao final da aula e disse: - "Professora, eu não entendo uma coisa. Os períodos não começam e acabam? Como pode ter períodos no número se ele vai ser infinito?". Pedi a ela que me explicasse melhor e ela continuou: "Por exemplo, não tem o período paleolítico, o período neolítico?". Continuando a conversa, Camila me revelou que antes dessa aula de Matemática, sua turma havia tido uma aula de História em que estudavam sobre os períodos da pré-história.

Na situação acima, a professora é autora quando enuncia, para a turma que "Dízima periódica é um número infinito que tem períodos na sua parte decimal" e essa frase é para os interlocutores, um resíduo de enunciação. Para esse resíduo de enunciação, Camila (leitor) produziu significados diferentes dos significados da professora (autor), que nesse caso são significados não-matemáticos, transformando, então o resíduo de enunciação em texto.

Sobre isso, Lins afirma que

> [...] quando se encontram com textos do matemático – livros-didáticos, por exemplo – as pessoas de fato produzem significados que não são os do matemático, mas que as tornam capazes de falar a partir daquele texto [...] (LINS, 1994, p. 37).

Silva (2003), nos assegura que a importância desta afirmação reside na frequência com que ocorre na prática. De fato, como na situação citada, presenciamos professores e alunos produzindo significados "não-matemáticos" quando estão falando sobre objetos da matemática.

Concordando com Lins e baseados nessa visão de processo comunicativo, nossa leitura da produção de significados será feita da seguinte maneira: as ações enunciativas dos autores (fala, gestos, expressões, etc.) chegam até o leitor como um resíduo de enunciação, que se constitui em texto a partir da produção de

---

[5] Para preservar a identidade do aluno em questão faremos uso de um pseudônimo.

significados desse leitor. Essa produção de significados do leitor novamente resultará em um resíduo de enunciação. Sendo assim, produzimos significados para os resíduos de enunciação de um leitor e esse produzirá significados para nossos resíduos.

Sendo assim, esse processo comunicativo diferente de transmissão se une às considerações de Lins sobre a não transmissão de significados Lins (1999), o que ocorre quando se adota a visão tradicional de comunicação, para formar um conjunto de ideias que nos permite propor uma nova alternativa para a descrição do processo comunicativo. Essa alternativa é de grande importância para a utilização do Modelo dos Campos Semânticos como referencial teórico.

Nesse trabalho adotamos a noção de significado proposta por Lins (2001) nos seguintes termos, significado é conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Essa noção se refere não ao que um sujeito poderia dizer, mas ao que ele *efetivamente* diz sobre um objeto, no interior de uma *atividade*[6] (LINS, 2001). E esclarece

> para mim o significado de algo é aquilo que digo deste algo. Grosso modo, significado, para mim, é o que a coisa é. Mas este é não se refere a uma essência da coisa. Talvez isto fique mais claro com a seguinte formulação: os objetos são constituídos enquanto tal precisamente pela produção de significados para eles. Não se trata de ali estão os objetos e aqui estou eu, para a partir daí eu descobrir seus significados; ao contrário, eu me constituo enquanto ser cognitivo através da produção de significados que realizo, ao mesmo tempo em que constituo objetos através destas enunciações. (LINS, 1999, p.86)

Assim, a produção de significados, proposta por Lins (1997, 2001) e alterada em Silva (2003) afirma que se um sujeito produziu significados é o mesmo que dizer que ele produziu ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma atividade, não sendo, portanto, o que se poderia dizer a respeito de algo, mas sim, o que efetivamente se diz.

---

[6] Este termo é tomado no sentido desenvolvido por Leontiev. Para Leontiev (2006, p. 68), atividade é um processo psicologicamente caracterizado pelo objeto e pelo motivo. É, portanto, o conjunto de ações e operações que satisfazem alguma necessidade especial do homem quando ele realiza alguma relação com o mundo, em um determinado contexto.

Para exemplificar a noção de produção de significados, apresentamos uma situação de sala de aula em que a professora propõe aos alunos que resolvam uma equação[7] $3x + 10 = 100$.

Ao perguntar a Daniel como ele resolveu, observamos a sua produção de significados.

Daniel: “Ora professora de um lado tem 3x + 10 e do outro tem 100, então tá equilibrado. Se eu tirar 10 quilos de cada lado, continua equilibrado. Daí, eu fico com 3x = 90 e se eu divido 90 quilos em 3 partes eu fico com x igual a 30 quilos.”

Para Daniel o sinal de igual “=” significa “tá equilibrado”, percebemos, portanto que Daniel produz significados para a equação pensando em uma “balança de dois pratos”. Esse modo de produzir significados é legítimo, mas poderá provocar dificuldades posteriores a Daniel quando ele tentar resolver outro tipo de equação.

O fenômeno da produção de significados é uma atividade complexa que envolve a atividade em questão e a tarefa que é sua origem, os significados e os textos sendo produzidos, o possível processo de transformação dos núcleos e as consequentes rupturas em busca de novos modos de produção de significados. E relacionam-se, ainda, com o papel do professor como interlocutor e os alunos como interlocutores uns dos outros, os interlocutores não-presentes, a existência de certos modos de produção que os educadores querem que os alunos dominem e a existência de certas afirmações que os alunos assumam como correta.

A análise da produção de significados, para Lins e Gimenez (1997) fornece uma maneira do professor interagir com seus alunos, permitindo-lhe uma leitura plausível do que os alunos estão dizendo e fazendo.

A proposta de trabalho de Lins e Gimenez (1997) se baseia em significados, não em conteúdos, na qual se possa explorar ou tematizar certos aspectos, introduzir novas considerações e, com base nos resultados, buscar meios de tornar os instrumentos desenvolvidos mais seguros e familiares para os alunos.

Em relação ao nosso trabalho, estamos voltados a contextos que nos permitam proporcionar o desenvolvimento do pensamento algébrico via produção dos significados sob os aportes do MCS.

---

[7] Situação ficcional que aparece originalmente em Lins (1993).

Utilizando a noção de núcleo e de atividade Lins define campo semântico, como “algo que se constitui na própria atividade de produção de significados, não tendo, portanto, intenção de dizer o que deve ser, sendo ao invés o que está sendo.” (LINS, 1999, p. 85), ou seja, é a atividade de produção de significados em relação a um certo núcleo. Uma pessoa está operando em um campo semântico sempre que estiver produzindo significado em relação a um núcleo dentro de uma atividade.

Baseados na análise de processo comunicativo discutido anteriormente entendemos que os significados produzidos pelos alunos para o que é dito, mostrado e demonstrado em uma sala de aula, não são os mesmos significados produzidos pelo professor. De acordo com Lins, “(...) o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados.” (LINS, 1999, p. 86). Sendo assim, a aprendizagem, não ocorre para todos da mesma maneira, já que cada um produz seus próprios significados.

Segundo Lins (1993) nosso olhar deve alcançar sempre o processo de aprendizagem, mas nos alerta que esse olhar não deve ser fixo. Atentando para as diferentes produções de significados é que conseguiremos entender que não aprendemos conteúdos e técnicas, mas “o que se aprende é a legitimidade de certos *modos de produção de significados*” (LINS, 2008, p. 543, grifos do autor). Complementando essa ideia, em comunicação oral, Lins esclarece que “ensinar é sugerir modos de produção de significados e aprender é internalizar modos legítimos de produção de significados”.

Em relação às dificuldades de aprendizagem Lins (1993b) afirma que dificuldade deve ser entendida de duas maneiras excludentes: ou ela caracteriza-se como um obstáculo ou como um limite epistemológico. Quando dentro de um campo semântico, um aluno poderia produzir significado para uma afirmação, mas não produz, chamamos obstáculo epistemológico. Em contrapartida, se houver a impossibilidade de se produzir significado para uma afirmação dentro de um determinado campo semântico, chamamos limite epistemológico.

Sempre considerando os pressupostos acima referidos, apresentaremos nossa questão de investigação, que será a orientadora de nossa pesquisa de campo.

2.2 – A questão de investigação

Nossa concepção de Educação Algébrica, citada no capítulo anterior, nos coloca em uma situação oposta àquela que se baseia em concepções letristas ou facilitadoras e, portanto de elaborar tarefas que se apóiem nessas perspectivas para nossa proposta de investigação. Elaboramos, então, tarefas que entendemos possuir características que estimulem a produção de significados dos alunos, que ampliem as estratégias de resolução e que possibilite pelo menos um dos elementos constitutivos do pensamento algébrico por nós abraçados, aritmeticismo, analiticidade e internalismo, já citados no capítulo 1.

Entendemos que as tarefas devem proporcionar importantes experiências docentes, como:

a) a existência de significados diferentes produzidos pelos alunos,

b) a explicitação que a produção de significados do professor ou do aluno é apenas uma entre muitos outros possíveis significados,

c) o tratamento de significados matemáticos e não-matemáticos que provavelmente aparecerão nesse contexto.

As tarefas elaboradas e suas características serão abordadas no próximo capítulo.

Como já dissemos, é de nosso interesse especificar os pressupostos teóricos assumidos e esclarecer que o olhar docente e o olhar pesquisador são complementares e que nenhum dos dois excede o outro em relevância.

Em particular, nossa investigação toma a caracterização de Lins para pensamento algébrico e nossa pesquisa envolve a elaboração de tarefas e a leitura da produção de significados de nossos sujeitos de pesquisa

A estrutura matemática subjacente presente nessa questão de investigação e que nossas tarefas envolveram foi, em geral, combinações lineares. Estamos, portanto, olhando para o pensamento algébrico do aluno, quais características desse pensamento algébrico o aluno já possui e quais outras podem ser estimuladas. É certo que olharemos para o objeto matemático, mas não somente para ele como a tradição nos indica.

Nossas tarefas foram produzidas considerando que possam ser entendidas como protótipos, consistindo-se em uma orientação/sugestão aos professores.

Assim, nossa intenção é produzir um protótipo de tarefas orientadas por objetivos e pressupostos teóricos bem definidos.

Na prática, entendemos as tarefas como resíduos de enunciação, portanto, será a produção de significados dos nossos sujeitos de pesquisa, de fundamental importância para analisarmos as potencialidades do produto educacional que objetivamos elaborar.

Um outro importante aspecto de nossa saída a campo para aplicação das tarefas, diz respeito ao refinamento de nosso olhar como exercício de leitura dos resíduos de enunciação dos sujeitos de pesquisa quando produzem significados para as tarefas propostas.

No próximo capítulo, caracterizaremos nossa pesquisa, apresentaremos as tarefas elaboradas, suas características, os elementos necessários para a leitura da produção de significados e esclareceremos sobre a continuidade da pesquisa.

CAPÍTULO 3

A METODOLOGIA DE PESQUISA

Esse capítulo, em que tratamos da metodologia de pesquisa, está dividido em cinco partes. Na primeira parte caracterizamos nossa pesquisa como uma investigação qualitativa. Na segunda parte, apresentamos os sujeitos de pesquisa e descrevemos nossa pesquisa de campo. Na terceira parte, apresentamos as noções categorias, citadas no capítulo anterior e esclareceremos acerca da importância dessas para a leitura da produção de significados. Apresentamos, na quarta parte, as tarefas produzidas e na quinta e última parte elucidamos os procedimentos que balizaram o caminho da elaboração dessas tarefas até a elaboração do produto educacional.

3.1 – Características da pesquisa

Caracterizamos nossa pesquisa como uma abordagem qualitativa, na perspectiva proposta por Bogdan e Biklen (1994). De acordo com a definição dos autores, a investigação qualitativa possui cinco características que podem ser assim resumidas: i) Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; ii) A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras, imagens, com pouca ou nenhuma preocupação com dados numéricos; iii) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; iv) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; v) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa (BOGDAN & BIKLEN,1994).

Toda a pesquisa será desenvolvida na escola em que lecionamos. As informações para análise serão colhidas considerando o processo de produção de significados de nossos alunos. E, não haverá, em nenhum momento, interesse em dados numéricos para análise.

Os sujeitos de pesquisa escolhidos foram alunos do 6º ano de uma escola pública e de uma escola da rede privada da cidade de Juiz de Fora, Minas Gerais. Escolhemos essas escolas pelo fato de não constar nos currículos ministrados nenhum conteúdo que poderia se referir a uma pré-álgebra, pela facilidade do acesso à escola e aos alunos, pois sou professora titular nas duas instituições e pela escola pública não alcançar bons índices nas avaliações de larga escala. Os sujeitos de pesquisa foram escolhidos por sua disponibilidade.

3.2 – A pesquisa de campo

As tarefas foram elaboradas na tentativa de criar situações diversas em que os alunos pudessem falar sobre alguns elementos da álgebra, mesmo que não tendo estudado esses conteúdos formalmente na escola. Em um período de aproximadamente dois meses elaboramos algumas tarefas e escolhemos quatro para passarem pelo pré-teste. As tarefas foram pré-testadas com dois alunos da rede pública de ensino de Rio Preto/MG e sofreram somente algumas alterações de sua formatação. Na tarefa da calculadora, por exemplo, inicialmente os desenhos estavam um ao lado do outro e os sujeitos de pesquisa não entendiam cada calculadora como uma situação diferente dificuldade sanada quando colocamos uma embaixo da outra.

Em seguida, aplicamos essas tarefas aos sujeitos de pesquisa e fizemos a análise dos resultados sob a perspectiva do Modelo dos Campos Semânticos.

A ideia inicial era da aplicação das tarefas em duplas, o que acabou sendo modificado. Na escola pública, as tarefas foram aplicadas para todos os quatro alunos juntos porque eles já estavam ingressando no período de férias escolares e não haveria tempo hábil. Na escola da rede privada, a primeira tarefa foi inicialmente aplicada a duas duplas. A partir da segunda tarefa, por impossibilidade de um dos sujeitos de pesquisa, as tarefas foram aplicadas em trio e individualmente.

Nossa proposta era a de intervir o mínimo possível, portanto saíamos da sala ou ficávamos afastados a maior parte do tempo.

A identidade dos sujeitos de pesquisa foi protegida por pseudônimos e um termo de compromisso ético (vide anexo 1) foi assinado entre a pesquisadora, a direção da escola e os responsáveis legais pelos alunos.

Os sujeitos de pesquisa foram Seia, Poseidon, Isa, Stefanny, na escola pública e Katy, Keven, Sprite e Pepsi na escola particular. Todos tinham 11 anos e na época cursavam o 6º ano pela primeira vez. A escolha dos sujeitos foi feita mediante disponibilidade e interesse dos mesmos.

Para a coleta de dados videografamos as sessões e coletamos o registro escrito dos alunos em fichas que continham as tarefas.

3.3 - A leitura da produção de significados

Para a leitura da produção de significados, o MTCS nos dá o que chamamos de noções-categoria, que são os elementos que devemos analisar para que possamos efetivar essa leitura dos resíduos de enunciação nas tarefas acima mencionadas. Essas noções-categoria são: i) os objetos; ii) os núcleos; iii) as operações e lógicas e; iv) as legitimidades. Essa lista não indica uma ordem para a leitura da produção de significados, mas os elementos que devemos considerar para tal.

Segundo Silva (2003) apud Lins (1996b), os objetos são elementos que estruturam o pensamento, não sendo, portanto as “coisas-em-si”, e sim, as coisas sobre as quais sabemos dizer algo, e dizemos. Os objetos sempre existem dentro de uma atividade e são sobre eles, os objetos, que o sujeito fala, mesmo não sendo previamente constituído, ou seja, o objeto não é o que foi sugerido pelo outro, mas o que o sujeito constitui como objeto. Quando um professor, por exemplo, fala sobre o conceito matemático de função, um aluno pode pensar em função no sentido de funcionalidade, pra que as coisas servem e passar a operar nesse sentido. Os dois, professor e aluno, tomam objetos diferentes a partir dos quais passam a falar coisas.

No processo de produção de significados, o sujeito faz afirmações que não sente a necessidade de justificar, porque as considera localmente válidas, são as “verdades pessoais” a partir das quais o sujeito fala no interior de uma atividade. Ao conjunto de estipulações locais chamamos núcleo. É importante ressaltarmos que a ideia de núcleo não é a de um conjunto fechado de coisas, mas “a um processo que se constitui no interior de atividades e se dissipa ao final delas. Em uma outra atividade, novo núcleo se constitui e esse é o processo” (SILVA, 2003, p. 76).

Para a análise da produção de significados precisamos também analisar as operações e lógicas a partir das quais os sujeitos dizem e as legitimidades, ou seja, o que é, para o sujeito, legítimo ou não dizer no interior de uma dada atividade. (SILVA, 2003)

Essas noções-categorias são de extrema importância para a leitura da produção dos significados porque é a leitura desses elementos que nos permitirá saber sobre o que o sujeito está falando, em quais verdades ele se apóia para dizer o que diz e quais significados ele produz. Essa importância também se deve ao fato de que é a partir dessa leitura que poderemos interagir com o sujeito e intervir em sua produção de significados.

Vejamos o que Lins diz sobre a leitura da produção de significados e sobre o possível processo de intervenção a partir dessa leitura.

> “Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse a perspectiva de você ir a lugares novos.” (LINS,1999,p. 85)

E é todo esse processo de leitura da produção dos significados, interação e intervenção, que entendemos ser de fundamental importância no processo de ensino e de aprendizagem.

3.4 – As tarefas e suas características

Nossa proposta será a de concordância com Lins e Gimenez (1997) que propõe um Projeto de Educação Algébrica. Segundo os autores, esse projeto

> deve compreender dois objetivos centrais: 1) permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados (em nosso sentido) para a álgebra; e, 2) permitir que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente. Pensamos que o desenvolvimento de habilidades “técnicas” (domínio de técnicas manipulativas, por exemplo) deve ser uma conseqüência desses dois pontos; é evidente que se deve prestar atenção a esse desenvolvimento, mas é essencial reconhecer que ele não pode e não deve preceder (1) e (2). (LINS & GIMENEZ, 1997, p. 152)

Com a pretensão de atingirmos esses objetivos, para nossa saída a campo, elaboramos um conjunto de tarefas que foram baseadas nas características do pensamento algébrico, de acordo com Lins (1992) – aritmeticismo, internalismo e analiticidade - como já explicitamos no capítulo1.

Essas tarefas, segundo Silva (2003), devem ser caracterizadas de “familiares e não-usuais” e sobre isso esclarece:

> Familiar, no sentido de permitir que as pessoas falem a partir daquele texto e, não-usual, no sentido de que a pessoa tenha que desprender um certo esforço cognitivo na direção de resolvê-lo. O fato de a tarefa ser não-usual tem como objetivo nos permitir – enquanto professores ou pesquisadores - observar até onde a pessoa pode ir falando. Além disso, será nosso caminho para investigar a dinâmica do processo de produção de significados dos sujeitos de pesquisa. É importante ressaltar que a crença de que uma tarefa seja familiar e não-usual está presente apenas nas

> expectativas do pesquisador através do seu entendimento dos sujeitos envolvidos e do contexto onde o problema será aplicado, pois, não há nada que garanta tal crença. (SILVA, 2003, p.41)

Ser “familiar” significa que devem ser tarefas de que os alunos já tenham recursos para operá-las, ou seja, são tarefas a partir das quais o aluno consegue falar e “não-usuais” no sentido de serem, de certa forma, não-habituais, ou seja, tarefas que o sujeito não consiga resolvê-las sem o mínimo de envolvimento cognitivo, de forma banal.

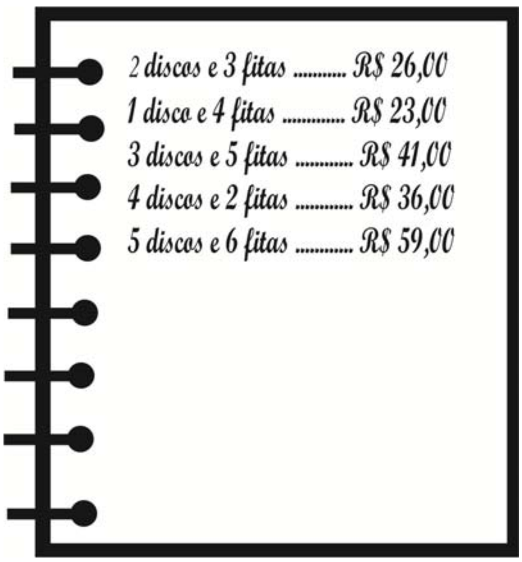
As tarefas elaboradas e aplicadas foram as seguintes:

1 – Tarefa da Feira de Antiguidades

A escola de João está promovendo uma feira de antiguidades para que as turmas arrecadem dinheiro para uma viagem a uma cidade histórica de Minas Gerais.

Sua turma optou por montar uma barraca de vendas de discos de vinil e fitas de videocassete.

No horário destinado ao grupo de João ficar na barraca, seus outros colegas não apareceram e ele não sabia o preço que deveria vender os discos e fitas. Ao procurar pela barraca, encontrou algumas anotações, em um caderno, deixadas pelo grupo anterior. Veja.



Como sua barraca era uma das mais procuradas, ele teve que se virar!

Por que você não ajuda o João a calcular o preço de algumas compras?

O pai de Raquel, sua colega de turma, comprou 3 discos e 7 fitas. Quanto ele pagou?

O professor Carlos, que coleciona discos de vinil e filmes antigos, comprou 5 discos e 8 fitas. Quanto ele pagou?

Marília do 7º ano comprou 2 discos e 1 fita. Quanto ela pagou?

2 – Tarefa dos Bombons e Pirulitos

Laura estava planejando uma festa quando recebeu um anúncio de uma loja que vende bombons e pirulitos. Veja o anúncio.

Ela começou a pensar em algumas possibilidades de compra. Ajude-a a resolver esse problema.

a) Quanto ela gastará se comprar 25 bombons e 20 pirulitos?

b) Qual será o preço de 20 bombons e 30 pirulitos?

c) E se eles comprarem apenas 5 bombons?

d) Quanto custa cada bombom? E cada pirulito?

3 – Tarefa das Promoções

Sandra é dona de uma loja e para aumentar as vendas ela está fazendo promoções em sua loja. Veja o cartaz de divulgação das promoções.

O cartaz diz que encontraremos outras promoções no interior da loja. Sandra quer estar preparada para compras diferentes das que estão no cartaz. Ajude-a.

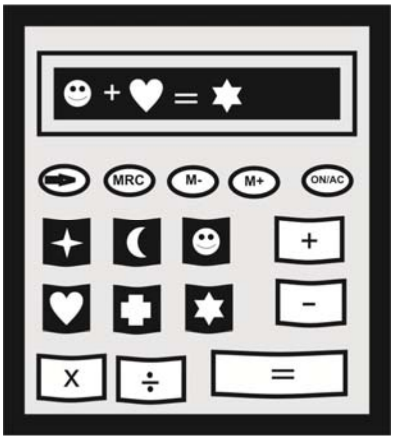
a) Qual será o brinde de quem comprar 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta?

b) Quem comprar 1 blusa e 1 jaqueta ganha o quê?

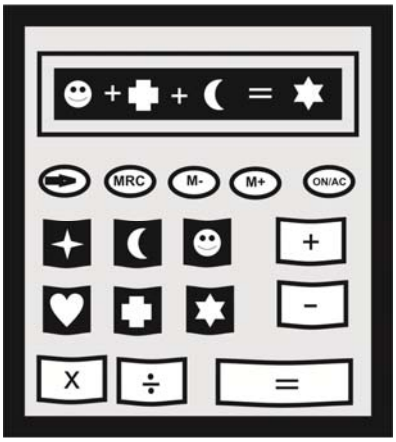
c) E se a compra for de 1 calça e 1 jaqueta?

4 - Tarefa da Calculadora

Marina ganhou uma calculadora MUITO DIFERENTE e resolveu experimentá-la.
Veja a primeira conta que Marina fez e seu resultado.



Ela fez uma outra conta. Observe.



a) Qual seria o resultado da conta  ?

b) Quanto vale o símbolo  ? Responda usando desenhos.

c) Quanto vale o símbolo  ? Responda usando desenhos.

d) Dá para trocar os desenhos por números?

A primeira tarefa aplicada a todos os sujeitos foi a Tarefa da Feira de Antiguidades, que é uma adaptação da tarefa Loja de Discos de Romulo Campos Lins (2010). A tarefa não dá a possibilidade imediata de se encontrar os valores unitários de discos e fitas, estratégia muito utilizada por livros didáticos, professores e alunos em geral. Embora não seja possível encontrar os valores unitários de discos e fitas sem a utilização de combinações lineares, há a possibilidade de análise em relação a qual dos produtos tem maior e menor preço:

> **Katy** – O disco parece que é mais caro que a fita.

E em outra entrevista:

> **Sprite** – O disco é mais caro que a fita.
>
> **Pepsi** – É.

A segunda tarefa aplicada foi a Tarefa dos Bombons e Pirulitos, que apesar de seguir o mesmo padrão da tarefa anterior, apresentava a possibilidade do cálculo do valor unitário de bombons e pirulitos mesmo sem a utilização de combinações lineares. Essa possibilidade nos pareceu interessante porque poderíamos verificar com mais clareza os caminhos adotados pelos sujeitos para sua resolução.

A terceira tarefa foi a Tarefa das Promoções, que não traz a possibilidade de resolução aritmética exigindo uma mudança real de estratégia. Ao elaborarmos essa tarefa tínhamos como objetivo oferecer a quantidade de cada elemento, mas não os preços.

A última tarefa aplicada foi a Tarefa da Calculadora que também não trouxe a possibilidade de resolução aritmética e que diferentemente da tarefa anterior não trouxe nenhum tipo de valor numérico.

3.5 – O Produto Educacional

O objetivo nesse estudo foi o de criar tarefas que possam ser utilizadas em sala de aula e possibilitem a introdução da álgebra escolar e a discussão dos objetivos que envolvem essa produção. Nosso propósito é de que essas tarefas possam ser aplicadas e que sirvam de inspiração para que professores possam criar novas tarefas, aplicá-las e analisá-las. Entendemos que a aplicação de tarefas, elaboradas por nós ou não, possibilitarão ao professor a identificação dos diferentes tipos de pensamento algébrico expressos por seus alunos. A análise das tarefas poderá direcionar o trabalho do professor em sala de aula.

Uma importante questão é que nessa produção, o conteúdo matemático foi orientando por objetivos prévios, como mencionados acima, e não o contrário.

Ao analisar as tarefas fizemos algumas observações em relação à sua elaboração. Na tarefa da calculadora alguns sujeitos tiveram dificuldades em desenhar alguns dos símbolos propostos, como a estrela de seis pontas, por exemplo. Essa dificuldade fica explícita nas falas:

> **Sprite** – Essa estrela muito louca de 6 pontas, que eu não consigo desenhar, é 7. A carinha vale 2 e o coração, 5. Então essa cruz...

E em outro grupo:

> **Isa** – Mas aqui podia fazer um quadrado. Ia ser mais fácil.

Baseados nas falas acima percebemos que as tarefas produzidas devem realmente ser vistas por nós como protótipos. Protótipos no sentido de que podem ser aplicadas da maneira que estão, podem ser revistas, modificadas e aplicadas ou podem somente inspirar novas tarefas.

No próximo capítulo faremos a análise da produção de significados dos sujeitos de pesquisa para as tarefas apresentadas acima.

CAPÍTULO 4

A ANÁLISE DA PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS

Nesse capítulo desenvolveremos a análise da produção de significados de nossos sujeitos de pesquisa quando eles procuram resolver as tarefas propostas, sendo essa a proposta desse estudo. O material usado na investigação e na análise foram as ações enunciativas dos sujeitos durante a execução da tarefa.

Com relação à aplicação das tarefas nossa estratégia foi a de permitir que os alunos produzissem significados, com o mínimo de intervenções. Para isso ficamos o maior tempo possível afastados para evitarmos que nossos significados fossem priorizados em relação aos deles. O modo de operar padrão não foi apresentado como uma resposta correta.

4.1 – A Produção de Significados para a Tarefa 1.

Recordamos que a primeira tarefa proposta foi:

<u>Tarefa da Feira de Antiguidades</u>

A escola de João está promovendo uma feira de antiguidades para que as turmas arrecadem dinheiro para uma viagem a uma cidade histórica de Minas Gerais.

Sua turma optou por montar uma barraca de vendas de discos de vinil e fitas de videocassete.

No horário destinado ao grupo de João ficar na barraca, seus outros colegas não apareceram e ele não sabia o preço que deveria vender os discos e fitas. Ao procurar pela barraca, encontrou algumas anotações, em um caderno, deixadas pelo grupo anterior. Veja.

Como sua barraca era uma das mais procuradas, ele teve que se virar!

Por que você não ajuda o João a calcular o preço de algumas compras?

1. O pai de Raquel, sua colega de turma, comprou 3 discos e 7 fitas. Quanto ele pagou?

2. O professor Carlos, que coleciona discos de vinil e filmes antigos, comprou 5 discos e 8 fitas. Quanto ele pagou?

3. Marília do 7º ano comprou 2 discos e 1 fita. Quanto ela pagou?

Entrevista 1

Entrego as tarefas à dupla constituída por Katy e Keven[8] e me afasto. Ao lerem a tarefa iniciam a atividade de resolvê-la. Keven, de imediato, apresenta uma estratégia para a resolução:

> **Keven** – A gente tem que descobrir 1 disco e 1 fita.

Note que Katy parece procurar o próprio caminho para a solução:

> **Katy** – Mas... Deixa eu pensar em outro jeito, sei lá...
>
> **Katy** – O disco parece que é mais caro que a fita.

Katy, em vários momentos de sua fala, sugere que facilitaria se os preços dos discos e fitas fossem iguais.

> **Katy** – Gente!... Como que e gente vai descobrir isso? Podia ser o mesmo preço, né? O disco e a fita. Ia ajudar tanto! Será que não dá pra fazer operação inversa não?

E ela vai procurando verificar essa possibilidade.

> **Katy** – De 2 discos e 3 fitas, e de 1 disco e 4 fitas. Se eles fossem o mesmo preço, ia dar o mesmo preço no final.

Enquanto Keven busca achar o valor unitário:

> **Keven** – Mas primeiro, pra gente achar o preço de 1 disco, a gente teria que olhar o preço de cima... Por exemplo, são 2 discos...

Cada um opera numa direção diferente, eles produzem significados para interlocutores distintos.

Na continuação ela observa Keven operando e questiona:

---

[8] Todos os sujeitos de pesquisa terão sua identidade preservada por pseudônimos.

Katy – Ah, tá! Mas quanto que custa 1 fita e 1 disco?

Keven – Vai ser 5,2 cada um.

Katy – 5,2? O mesmo preço?

E retorna para sua questão:

Katy – Não é o mesmo preço. O disco é mais caro que a fita. Quer dizer... É. O disco é mais caro. E se a gente pegar a diferença que é 3 reais e fizer alguma coisa... Sei lá, aí a gente pensa, sei lá. Entendeu? A gente pega a diferença de um pro outro que é de 3 reais e a gente pensa que 2... Ah, sei lá!

Quando questiono, Kate apresenta a estratégia de Keven e não a sua:

Pesquisadora – (Se aproxima dos alunos) E aí, tudo bem?

Katy – É... tá meio assim... complicado...

Keven – A gente tá quebrando a cabeça.

Katy – É que a gente tá tentando achar o preço de cada um.

Pesquisadora – Entendi. Vocês estão tentando achar os preços unitários, né?

Katy – Por que fica mais fácil resolver depois.

Faço, então, a primeira intervenção sugerindo que eles observem o desenho do caderno que faz parte da tarefa alegando que essas informações são muito importantes e me afasto.

Katy propõe, então, valores aleatórios para os discos e fitas:

Katy – E se o disco for 10 reais e a fita for 2 [reais]?... (Acerca da 1ª equação).

E Keven sugere:

Keven – Não pode ser o contrário não?... Uma fita ser 10 reais...

Katy – Mas pelo que parece aqui, o disco é mais caro, porque aqui tem dois discos e.. aqui tem mais fita e tá mais barato. (...) Não, não dá.

Keven não abandona a ideia inicial de achar os preços unitários de discos e fitas:

Keven – A gente não conseguiu descobrir o preço de uma coisa!

Aproximo-me novamente e Keven sugere que está pensando de forma diferente:

Pesquisadora – E aí?

Katy – Tá complicado.

Pesquisadora – Como vocês estão pensando?

Keven – Eu tô pensando de outro jeito. A última ideia que eu tive aqui... Por exemplo, 26 eu dividi por 2 pra encontrar o preço de 1 disco.

Embora alegue estar pensando de outro jeito, Keven continua produzindo os mesmos significados que vinha produzindo até aqui. Refere-se à primeira equação (2 discos + 3 fitas = 26 reais) e a Pesquisadora faz outra intervenção:

Pesquisadora – Mas o que é que custa 26 reais?

Keven – 2 discos e 3 fitas.

Pesquisadora – Mas o que é que custou 26 reais, são só os 2 discos?

Keven – Não. São os dois discos mais as 3 fitas.

Katy parece aceitar a ideia de Keven de encontrar o valor unitário:

Katy – Dividiria por 5?

Keven – Eu pensei nisso.

Pesquisadora – Você pode dividir por 5? Qual seria uma condição pra poder dividir por 5?

Keven – Aqui eu dividi por 5 (aponta a folha).

Pesquisadora – Tá. Mas você pode dividir por 5 se tiver o mesmo preço?

Keven e **Katy** – É.

Pesquisadora – Tem o mesmo preço?

Katy – Não.

Katy está confiante de que os preços unitários dos discos e fitas são realmente diferentes, mas Keven continua pensando e operando como se os valores de discos e fitas fossem iguais:

Keven – Oh, aqui cada um deu 5,2 [reais]. Aí depois eu fiz 5,20 vezes 2 e 5,20 vezes 3, deu 15,6. Aí eu somei os 2 e deu 26 [reais].

Katy – É, aí deu 26 [reais], só que nos outros não dá certo com o mesmo preço.

Alerto novamente para a importância da observação do desenho e me afasto.

Katy, então, faz uma proposta que insere novos elementos na tarefa e Keven passa a analisar a quarta equação (4 discos + 2 fitas = 36), mas continua com a ideia de valores unitários:

> **Katy** – A não ser que a pessoa faça assim um preço que, dependendo de uma compra, tem um desconto... (sorrisos).
>
> **Keven** – Eu pensei nisso. 36 dividido por 2... 2 fitas. Você sabe que são 2 fitas a mais. Dá 18 [reais]. E esse 18 a gente acrescenta mais aqui.
>
> **Katy** – Mas porque que você vai dividir por 2?
>
> **Keven** – Ah, pra saber o preço das fitas.
>
> **Katy** – Mas não vai dar certo.

Katy parece perceber a impossibilidade de se encontrar os valores unitários e não vai pelo mesmo caminho de Keven. Ela começa a analisar a relação entre as equações:

> **Katy** – Por exemplo... Aqui esse primeiro pro último dá diferença de mais 3 discos e mais 3 fitas. Aí, sei lá, uma coisa assim... Complexo. Aí eu fiz esse preço menos esse preço. E se eu fizer mais... sei lá.
>
> **Keven** – (Questiona-a com o olhar).
>
> **Katy** – Tá, tipo... mas eu não cheguei a lugar nenhum. Mas talvez tenha uma coisa assim... (gesticula com os braços de modo circular e para o alto). (...) Eu não consigo pensar em mais nada.

Aproximo-me e indago o que eles estão pensando e Keven apresenta a ideia de Katy como se fosse uma ideia da dupla:

> **Pesquisadora** – E aí, meninos?
>
> **Katy** – A gente não conseguiu fazer.
>
> **Keven** – A gente... Por exemplo, 2 discos e 3 fitas dá 26 [reais]. 5 discos e 6 fitas dá 59 [reais]. Aumentou 3.
>
> **Katy** – É, 3 nos dois [discos e fitas].
>
> **Keven** – Aumentou 33 reais.
>
> **Katy** – Só que a gente ainda não chegou em lugar nenhum com isso.

Pergunto quanto à ideia de se achar os valores unitários. Katy esclarece que eles estavam tentando, mas que não está dando certo. Digo que talvez seja necessário mudar a forma de pensar. Katy concorda, balançando a cabeça, enquanto Keven continua inerte e introspectivo, demonstrando desconforto perante as sugestões.

Encerro a tarefa devido ao esgotamento do tempo combinado anteriormente com os sujeitos de pesquisa e seus responsáveis.

Entrevista 2

A segunda dupla a participar da Tarefa das Antiguidades é composta por Pepsi e Sprite. Distribuo a tarefa e me afasto, deixando-os sozinhos. Logo após a leitura da tarefa, há uma dificuldade de interpretação por parte de Pepsi que logo é sanada por Sprite. Após a leitura das questões, Sprite já aponta para a última questão alegando já ter uma resposta.

> **Sprite** – 2 discos e 1 fita. Aqui tem 4 e 2 (aponta para a quarta equação). É só dividir por 2 que você acha o preço.

Pepsi não entende a consideração de Sprite e ele que explica melhor. Pepsi ainda fica em dúvida, mas acaba concordando com o colega.

> **Sprite** – Entendeu? Porque eram 4 discos, aqui pediu 2: é a metade. Aqui tem 2, e aqui pediu 1, que é a metade também. Então, é só dividir por 2 esse preço, que você acha o preço desse, entendeu?
>
> **Pepsi** – Não.
>
> **Sprite** – Não?
>
> **Pepsi** – Não. Entendi mais ou menos, que tem que dividir um negócio lá. (Lê novamente) Acho que eu já entendi, sim. Duas metades. Aqui é metade desse e aqui é a metade desse.

Uma dúvida surge e Pepsi questiona:

> **Pepsi** – Mas... as fitas e os discos têm o mesmo preço?

Sprite não dá atenção à pergunta e explica novamente o que fez e a convence. Pepsi sugere encontrar o valor unitário de discos e fitas.

> **Pepsi** – Tem que descobrir o preço de cada um.
>
> **Sprite** – Eu acho também. Nem tem lugar pra fazer anotação. (Lendo): 2 discos e 3 fitas, 26 [reais]. 1 disco é mais caro que 1 fita... Eu acho. É, eu acho que é.

Pepsi concorda que os discos são mais caros que as fitas. Eles voltam a ler a tarefa partindo para a primeira questão e Sprite faz uma análise em relação à primeira questão (3 discos e 7 fitas) e a terceira equação (3 discos e 5 fitas = 41).

> **Pepsi** – Olha só. Aqui fala dos 3 discos e 5 fitas. Se a gente soubesse o preço só o preço desse aqui, a gente somava esse aqui e ia descobrir.
>
> **Sprite** – Não entendi.
>
> **Pepsi** – É porque aqui tá pedindo 3 discos e 7 fitas. E aqui tem 3 discos e 5 fitas. Aí dá 41 reais...
>
> **Sprite** – Isso, ah é, se a gente somasse esse preço do disco, a gente diminuiria por esse preço e somava.

Após analisar a resposta da terceira questão, Sprite muda sua forma de pensar, dando valores aleatórios para os discos e fitas:

> **Sprite** – Olha, aqui... Deu 18 reais. 2 discos pode ser 7 cada, aí dá 14 [reais].Vamos fazer uma anotações aqui, suposição. (escrevendo na folha) D é igual a 7 reais, 1 fita é igual a 4 reais. Aí vamos ver se dá certo. (Confere no “caderno”). 14...

Fazendo a conferência nas demais equações, Sprite percebe que sua suposição é justamente o preço correto de cada um. De posse dos valores unitários de discos (7 reais) e fitas (4 reais), Sprite resolve a primeira e segunda questões com facilidade, mas Pepsi ainda demonstra incompreensão, mas aceita o término. Eles então saem da sala e encontram com a pesquisadora que dá por encerrada essa tarefa.

Entrevista 3

A tarefa foi aplicada a um grupo de quatro alunos, composto por Isa, Poseidon, Seia e Stefanny.

Seia, baseado na primeira equação, sugere:

> **Seia** – Tem que ver o resultado que dá esse número (aponta para R$26,00). Quantos que é 2 discos e 3 fitas. Aí a gente vai ver.

Seia sugere que para achar a primeira questão é necessário achar os valores separadamente.

> **Seia** – Por causa que a gente tem que tentar achar quanto que dá o resultado aqui. Aí a gente vai ver quanto é que é 3 discos, a gente vai achar aqui, entendeu?

Poseidon auxilia:

> **Poseidon** – Vamos supor que é 30, aqui é 15 e aqui é 15 e no lugar do "e" é mais. 15 mais 15 é 30.

Poseidon produz novos significados, pois sugere achar os valores unitários.

> **Poseidon** – A gente tem que descobrir o preço de cada um.
>
> **Seia** – Quanto que é o disco e quanto que é a fita?

Seia explica para Stefanny já aceitando como sua a produção de significados de Poseidon.

> **Seia** – Tem que saber quantos que é o disco e quantos que é a fita.

Para achar os valores unitários, Stefanny dá uma sugestão, baseada na primeira equação (2 discos + 3 fitas = 26):

> **Stefanny** – Eu tava pensando assim: a gente divide esse preço aqui (R$26,00) por 2 que aí vai descobrir quantos que é cada disco e quantos que é cada fita.

Poseidon aceita a sugestão e completa:

> **Poseidon** – A gente divide por 3 e depois por 2.
>
> **Stefanny** – É.

Seia retoma sua produção de significados inicial tentando resolver a primeira questão:

> **Seia** – Mas calma. A gente não tem que fazer isso. A gente primeiro tem que saber quantos que é 3 discos e 7 fitas.

Isa começa a pensar de forma diferente dos demais. Ela começa a analisar os dados e as questões, observando se há semelhança entre eles:

> **Isa** – Mas tem 3 discos sim, só não tem 7 fitas, tem 6 fitas.

Seia insiste e Stefanny concorda:

> **Seia** – Aí a gente tem que achar o preço.
>
> **Stefanny** – Peraí, a gente não tem que achar é o preço da fita?

Poseidon insiste em achar os valores unitários, mas não sabe como fazer:

> **Poseidon** – Mas a gente soma, divide ou multiplica? Isso que eu não entendi.

> **Stefanny** – Acho que é dividir, né?
>
> **Isa** – É dividir.

Isa produz novos significados, observando a primeira equação (2 discos + 3 fitas = 26):

> **Isa** – A metade de 26 é quanto?
>
> **Poseidon** – 13.
>
> **Isa** – Então é 13.
>
> **Poseidon** – E o 7?
>
> **Stefanny** – 13 não é mais garantido?

Isa passa a considerar o 13 como valor unitário de discos e fitas, mas Seia continua interessado na resolução da primeira questão:

> **Seia** – Mas qual que é o preço dos 3 discos e qual que é o preço das 7 fitas.
>
> **Isa** – Seia é 13 vai dar ... 39.

Seia insiste que os valores devem ser encontrados separadamente e somados depois:

> **Seia** – A gente tem que ver qual que é o preço de 3 discos e qual que é o preço de 7 discos. Aí a gente soma.
>
> **Poseidon** – E compara com esses.
>
> **Seia** – Aí a gente diminui.

Isa não entende o que eles explicam e insiste no valor unitário igual a 13.

> **Seia** – Quanto que é 3 discos?
>
> **Isa** – 39.

Poseidon sinaliza outro caminho, já proposto por Isa anteriormente. Analisa a quantidade de fitas da primeira equação (3) e a quantidade de fitas da primeira questão (7):

> **Poseidon** – De 3 pra chegar no 7 é 4. Então a gente pega o 26 e faz mais 4.

E depois completa a explicação para os discos também:

> **Poseidon** – De 2 pra chegar no 3 vai dar 1, de 3 pra chegar no 7 falta 4. 4 mais 1 vai dar 5.

Seia dá a mesma explicação comparando a terceira equação (3 discos + 5 fitas = 41) com a primeira questão:

> **Seia** – Aqui, 7 fitas, de 5 pra chegar no 7, falta 2. 41 mais 2. Que nem você fez aqui. Olha aqui: 3 discos... 3 discos (comparando), aqui é 5 (fitas) aqui é 7.

Stefanny discorda da produção de significado dos colegas, mas é ignorada e permanece em dúvida. Seia dá nova sugestão para o avanço da estratégia:

> **Seia** – A gente tem que ver qual é que vai ficar mais próximo. (...) 3 discos e 5 fitas. A gente tem que acrescentar 2.
>
> **Seia** e **Poseidon -** A gente tem que achar o número mais próximo de 3 e 7.

A diferença de duas fitas obtida com a análise da primeira questão e da terceira equação torna-se dois reais:

> **Seia** – 3 discos e 5 fitas. De 5 é só colocar 2. Aí coloca 41 mais 2.
>
> **Stefanny** – 41 reais mais dois reais.

Stefanny passa para a terceira questão e é advertida por Seia:

> **Seia** – Ué, você já passou pro último, já fez o segundo?

Eles voltam para a segunda questão e Isa sugere encontrar qual é a equação “mais próxima”:

> **Isa** – O mais próximo é esse, que é o último (aponta para a última equação).
>
> **Seia** – É o último.
>
> **Stefanny** – De 5. Como que vai ser o de 5 [discos]. É zero, né?
>
> **Poseidon** – Já é 5 discos.
>
> **Seia** – 5 discos, aí vai dar 59 mais 2.
>
> **Stefanny** – 59 mais 2?
>
> **Poseidon** – É, 59 mais 2.

Isa percebe que tem alguma coisa errada com o valor encontrado:

> **Isa** – Mas, gente, o valor da fita pode não ser esse...

Discutem qual é o tipo de fita e Stefanny parece disposta a não pensar em outra possibilidade:

> **Stefanny** – Então, gente, é 59 [reais] mesmo, né?

> **Poseidon** – De 6 pra chegar no 8 vai dar 2, então vai ser 59 mais 2...
>
> **Isa** – Vai dar 61 [reais].
>
> **Poseidon** – É, 61.

Poseidon sugere que essa tarefa pode ser uma brincadeira:

> **Poseidon** – Eu tô achando que esta conta não existe.
>
> **Isa** – Eu também. (risos)
>
> **Poseidon** – (Em voz baixa): Isso é armação. É pra gente quebrar a cabeça tentando fazer isso.
>
> **Seia** – Não, mas tá muito fácil... Muito fácil.
>
> **Isa** – É como se a gente tivesse fazendo um outro problema de Matemática.
>
> **Seia** – Tá fácil demais...

E reclamam da falta de explicação:

> **Poseidon** – Mas não tem ninguém pra explicar... Fica mais difícil.
>
> **Isa** – Se tivesse alguém pra explicar, eu saberia fazer. Quando alguém explica, é totalmente diferente.

Poseidon questiona o valor encontrado para o disco:

> **Poseidon** – É o disco mais caro que eu já vi na vida.

Partem para a terceira questão pensando da mesma maneira, mas ficam em dúvida em encontrar qual é a equação "mais próxima".

> **Poseidon** – Eu não tô entendendo (olhando para a 3ª questão). Qual que é o mais próximo de 2 discos e 1 fita? 2 discos e 3 fitas?
>
> **Isa** – 1 disco e 4 fitas.
>
> **Seia** – Não. É 2 discos e 3 fitas, que aí vai ser de menos.
>
> **Poseidon** – É 1 disco e 4 fitas. Sabe por quê? De 1 pra chegar no 2 vai dar 1.
>
> **Seia** – É 26 menos 2. Anda, é 26 menos 2. Vai dar 2 discos e 3 fitas.

Isa parece procurar outros caminhos:

> **Isa** – Mas tem que um outro jeito de resolver isso.

Para Seia o caminho está correto.

> **Seia** – Mas tá dando resultado certo.

Eu me aproximo e peço explicações sobre o que estão fazendo. Eles me explicam:

Seia – A gente fez assim, aqui tá 3 discos e 7 fitas. A gente pegou esse (aponta para o caderno 3 discos e 5 fitas) que é o mais próximo de 3 discos e 7 fitas.

Poseidon – Aí a gente somou a diferença.

Leio a tarefa com eles e faço a primeira intervenção:

Pesquisadora – E vocês fizeram 41 mais 2. É isso? Mas de onde vocês tiraram esses 2 reais?

Poseidon – Que é a diferença de 5 pra chegar no 7 faltam 2.

Pesquisadora – Mas falta 2 o quê lá no caderno? Faltam 2 fitas. Não é?

Poseidon – É.

Pesquisadora – Mas aqui você colocou...

Poseidon – 2 reais.

Dou uma sugestão:

Pesquisadora – Eu vou dar uma dica pra vocês. Vocês têm que olhar pra esse caderno. É nesse caderno que estão todas as informações que vocês precisam. É ali, é nesse caderno. É ali que você tem que olhar com bastante atenção.

Afasto-me e eles tentam traçar novas estratégias. Ainda observando a primeira equação Isa sugere:

Isa – Olha só gente, aqui tem 3 discos e 5 fitas, aí a gente podia tentar dividir por 3.

Stefanny – Por que por 3?

Poseidon – Ah, entendi. Olha só, tem que fazer duas coisas. Você pega o 41 e divide por 7. Aí o resultado...

E Isa continua:

Isa – Por 3, aí vai dar um resultado.

Stefanny – Que vai ser o valor do disco.

E Poseidon prossegue:

Poseidon – Aí no final a gente pega o resultado dos dois e soma.

Stefanny – Soma?

Poseidon – É soma com aquele que pagou.

Eles não se entendem sobre o que fazer.

> **Seia** – Vai que a gente pode dividir por 2.
>
> **Poseidon** – ou por 7?
>
> **Stefanny** – Não dá. 41 por 7 não dá.
>
> **Poseidon** – Não importa, o resto a gente dá um jeito... a gente some com ele.

Eu me aproximo do grupo e pergunto qual é a ideia que eles estão tendo. As diferentes produções de significado aparecem:

> **Seia** – É porque aqui, a gente vai ter que ver qual que é o resultado que dá 26 discos e fitas. Aí a gente vai ter que ver o resultado de 2 discos e 3 fitas pra dar 26.
>
> **Stefanny** – Eu acho que a gente tem que fazer uma conta pra gente ver o valor de cada coisa, do disco e o valor da fita. Mas a gente não tá conseguindo fazer...

Faço uma intervenção:

> **Pesquisadora** – Só que vocês não estão conseguindo fazer isso. Não estão conseguindo fazer esse cálculo. Então, talvez a gente tenha que tentar olhar de uma outra forma, que não olhando dessa forma. Tentar olhar de uma outra forma.

Seia muda de estratégia e começa a atribuir valores aleatórios para discos e fitas, observando a segunda equação:

> **Seia** – Vamos tentar assim, 1 disco vale 50 reais. Não, 1 disco vale 10 reais e 4 fitas valem 13 reais.

Seia continua:

> **Seia** – O preço do disco não pode ser 10.
>
> **Poseidon** – Por quê?
>
> **Seia** – Por causa que aqui, ó, 1 disco vai ser 10 e as 4 fitas vai ser 13, tá deu certo. Só que olha aqui, 2 discos vai dar 20 e 3 fitas vai dar 6? Não pode.

Eles concordam com a estratégia e passam a analisar possíveis valores e ficam muito confusos não sabendo qual operação devem fazer e quais números devem operar. Muitas sugestões são dadas e desconstruídas.

Poseidon – É. Quanto que é cada disco?

Seia – 19.

Isa – Tá muito caro o disco.

Poseidon - Ah! Entendi. A gente pega o 19 e faz vezes 3 aqui.

Seia – Não!

Poseidon - São 3 discos, então são três preços de 19. Aí quanto que é a fita?

Seia sugere:

Seia – Primeiro a gente tem que ver um resultado de um disco que dá pra todos os discos e somar com as fitas que dá o resultado que tá aqui.

Poseidon dá valores e os testa:

Poseidon – Aqui é 8. Um disco é 8 reais aqui. 3 fitas é 10 reais e os 2 discos é 16. Aí 16 mais 8 vai 26.

Seia pensa em dar valores diferentes para os discos:

Seia – Mas, e aqui? Um disco é quanto? 5 reais? E 4 fitas...

As dúvidas sobre o que fazer continuam.

Poseidon – 1 disco é 10 [reais].

Seia – E 1 fita, pode ser quanto?

Poseidon – Não sei. É isso que a gente tem que descobrir.

Seia – Uma fita pode ser 1 real?

Eu me aproximo.

Pesquisadora – Vocês continuam imaginando achar o preço unitário?

Todos – (Afirmam positivamente, balançando a cabeça).

Seia justifica sua dificuldade:

Seia – Se 1 disco for 10 reais, aqui vai dar 50, e as fitas não vai dar.

Poseidon sugere:

Poseidon – No lugar de 3 fitas, colocar 3 discos, em vez de 3 discos, 3 fitas.

Stefanny – Vai dar a mesma coisa.

Eles continuam dando várias sugestões em direções diferentes. Stefanny sugere encontrar o valor unitário:

> **Stefanny** – Ah, eu acho que se a gente achar o preço da unidade, vai ser mais fácil. Por aí, por exemplo, soma uma coisa 7 vezes.
>
> **Seia** – Por exemplo, 1 disco a gente tem que ver quanto que vai valer e 1 fita.

Poseidon, Seia e Isa sugerem dar valores aleatórios:

> **Poseidon** – Mas o preço de um disco vai ter que...
>
> **Isa** – Pode ser 3.
>
> **Seia** – 1 disco pode, por exemplo... Um disco vai ser 5 reais.
>
> **Isa** – A fita 5 [reais] e o disco 3 [reais].

Stefanny diz que desiste, os outros também desanimam e reclamam da dificuldade. Aproximo-me e encerro a tarefa que já excedeu o tempo combinado anteriormente.

A Produção de Significados

A análise das três entrevistas nos mostra uma grande variedade de produções de significados para uma mesma tarefa.

Na primeira dupla, Keven considera a possibilidade de achar os valores unitários de cada disco e fita e parece não levar em consideração novas possibilidades de produção de outros significados propostos por Katy. Keven considera o mesmo preço para discos e fitas, enquanto Katy parece não levar essa possibilidade adiante.

Já a segunda dupla, Pepsi e Sprite concordam que devem achar o valor unitário, mas Sprite resolve a terceira questão sem achar esses valores, analisando algebricamente as equações.

$$\div\ 2 \left(\begin{array}{l} 4\,\text{discos e } 2 \text{ fitas} = 36 \\ 2 \text{ discos e } 1 \text{ fita} = 18 \end{array} \right.$$

Entretanto, esse pensamento não é aplicado para as demais questões, quando Sprite dá valores aleatórios para discos e fitas e consegue encontrar valores que satisfazem às equações dadas.

Na terceira entrevista, as produções de significado são as mais variadas. Poseidon propõe encontrar o valor unitário de discos e fitas e Seia sugere que o caminho, para encontrar o resultado da primeira questão, não é achar os valores unitários e sim os valores de 3 discos e de 7 fitas separadamente. Isa produz significados diferentes. Ela propõe analisar os dados fazendo uma comparação entre eles e as questões, analisando qual dado está "mais próximo" de cada uma das questões. A partir daí, os mais variados cálculos aparecem. Após a primeira intervenção eles partem para a tentativa de achar os valores unitários. Após a segunda intervenção, alguns começam a atribuir valores aleatórios para discos e fitas e Stefanny continua pensando em uma forma de encontrar os valores unitários.

4.2 – A Produção de Significados para a Tarefa 2

Recordamos que a tarefa dada foi:

<u>Tarefa dos Bombons e Pirulitos</u>

Laura estava planejando uma festa quando recebeu um anúncio de uma loja que vende bombons e pirulitos. Veja o anúncio.

Ela começou a pensar em algumas possibilidades de compra. Ajude-a a resolver esse problema.

Quanto ela gastará se comprar 25 bombons e 20 pirulitos?

Qual será o preço de 20 bombons e 30 pirulitos?
E se eles comprarem apenas 5 bombons?

Entrevista 1

Entreguei as tarefas e me afastei. Eles leram com rapidez e Sprite logo traça a estratégia.

> **Sprite** – É a mesma coisa, Pepsi. É só achar o preço de cada um e a gente vai conseguir.

Pepsi logo sugere que os bombons são mais caros, mas não justifica sua opinião:

> **Pepsi** – É. (...) Os bombons devem ser mais caros.

Sprite concorda e Pepsi dá o valor de cada bombom também sem justificar:

> **Pepsi** – É 1 real cada bombom.

Baseado na primeira e segunda linhas do desenho, Sprite descobre o preço de cada pirulito:

> **Sprite** – Nossa, muito fácil! É 1 real cada bombom... aqui tem 10... É 50 centavos cada pirulito.

E escreve usando linguagem sincopada:

> **Sprite** – Um b igual a 1 real e um p igual a 50 centavos.

Eles anunciam que terminaram a tarefa. Pergunto como eles fizeram e eles me explicam:

> **Sprite** – É assim: aqui tem o mesmo número de pirulitos (comparando equação 1 e 2). Só que aqui é um preço mais. Só que aqui aumentou 5, e aqui também. E aí a gente achou que o preço do bombom é um real.
>
> **Pepsi** – Aí ele viu que os pirulitos são 50 centavos.
>
> **Sprite** – 1 real (o bombom). Aqui dá 15 reais só de bombom. E 10 pirulitos, sobrou 5. Aí é 50 centavos cada um.

Depois que descobriram os valores unitários, eles responderam as questões com facilidade.

Entrevista 2

A mesma tarefa foi aplicada ao grupo de quatro alunos, Isa, Poseidon, Stefanny e Seia. Distribuí a tarefa e me afastei do grupo. Eles lêem a tarefa e após ler a primeira questão, Poseidon dá uma sugestão, referindo-se à Tarefa das Promoções:

> **Poseidon** – É só a gente fazer a mesma coisa que a gente fez. Olha.
>
> **Seia** – É. Olha aqui.
>
> **Poseidon** - 10 mais 15 vai dar 25. (soma os bombons das duas primeiras linhas) e...
>
> **Seia** - 10 mais 10 vai dar 20.
>
> **Poseidon** – 10 mais 10 vai dar 20 pirulitos.
>
> **Seia** – 35 reais.

Isa não entende o que eles fizeram, mas parece se acomodar:

> **Isa** – A gente só vai colocar 35 reais?

Passam para a segunda questão e Poseidon e Seia também a resolvem com facilidade, somando a segunda e terceira linhas.

> **Poseidon** – Nossa, a gente tá papando essa. (Lê a segunda questão) 20 bombons e 30 pirulitos... Ah, que isso! 35 reais também.
>
> **Isa** – Por quê?
>
> **Poseidon** – Aqui ó, 15 mais 5, 20. 10 mais 20, 30. Aí aqui você tem que somar. 20 mais 15, 35.
>
> **Isa** – Então como vai ser?
>
> **Seia** – Ou vai ser 20...
>
> **Poseidon** – Tá certo!
>
> **Seia** – É mesmo! A gente soma a segunda com a terceira.

E se empolgam tratando a tarefa como uma sequência:

> **Poseidon** – Aí a gente soma a terceira com a quarta...
>
> **Seia** – A quarta com a quinta.
>
> **Poseidon** – E aí a gente volta de novo.

Quando me aproximo eles estão indo para a terceira questão e Stefanny dá uma sugestão, mas não a justifica:

> **Stefanny** – A gente faz igual ele falou. Soma os preços todos e divide.

Poseidon muda sua forma de operar observando somente a terceira equação:

> **Poseidon** – Não. A gente pega o 15 e divide por 5. Vai dar 3 reais.

Seia e Isa concordam com ele, mas Stefanny discorda:

> **Stefanny** – Não gente! Não é aqui que tá perguntando...
>
> **Seia** – É aqui. Tá perguntando 5 bombons.

Stefanny discorda, mas não justifica:

> **Stefanny** – Não gente. Não é assim não.

Eu me aproximo e peço explicações. Poseidon começa a explicar:

> **Poseidon** – Aqui a gente fez igual naquele outro. A gente pegou 10 faz mais 5 e deu 25 bombons e aqui deu 20 pirulitos e a gente soma 15 mais 20. Deu 35.

Faço referência à Tarefa das Promoções:

> **Pesquisadora** – Ok. Aquela tarefa ajudou né?
>
> **Isa** - Muito.

Pergunto sobre a segunda questão e Poseidon logo a explica:

> **Poseidon** – A gente pega o 15 mais 5 vai dar 20 bombons e 10 mais 20 vai dar 30 (pirulitos). Aí a gente pega 20 mais 15, 35 reais.

Ao ser indagado sobre a terceira questão, Poseidon explica:

> **Poseidon** – Tá perguntando quanto que é 5 bombons. Aí a gente pegou o 15... pegou o valor do bombom com o pirulito... aí a gente dividiu por 5.

Faço, então, uma intervenção:

> **Pesquisadora** – Mas esses 15 reais aqui (aponto para a terceira linha) não é o preço só desses 5 bombons. Ele é o preço de 5 bombons junto com...
>
> **Isa** e **Seia** - 20 pirulitos.

Seia dá uma sugestão:

> **Seia** – Então é pra fazer 20 dividido por 5.

Faço nova intervenção:

> **Pesquisadora** – Seia olha a tabela ali. Olha só pra ela. 5 bombons mais 20 pirulitos dão 15 reais. Então você não pode pegar 15 dividir por 5 só. Isso seria se fosse só 5 bombons.

Stefanny produz novos significados para essa questão:

> **Stefanny** – Eu pensei assim. 20 pirulitos... aí põe 5 reais. É 1 real cada bombom. Aí vai sobrar 10 reais. E cada 10 pirulitos custa 5 reais.
>
> **Pesquisadora** – Entendi. Você está sugerindo um preço pro bombom e um preço pro pirulito. Você está chutando um preço pra cada um pra ver se dá certo.
>
> **Stefanny** – (Afirma com a cabeça)

Continuo fazendo um paralelo com a outra tarefa:

> **Pesquisadora** – Entendi. Na outra tarefa vocês fizeram uma coisa... tem um momento que vocês somaram, né?
>
> **Seia** – Subtraímos...
>
> **Pesquisadora** – Mas vocês depois viram que...
>
> **Seia** – Não é só somar.

Sugiro outro encaminhamento para essa resolução:

> **Pesquisadora** – A gente podia tentar outras coisas. Como que você fez na outra? Você somou...
>
> **Poseidon** – A gente somou e subtraiu.

Poseidon dá uma sugestão:

> **Poseidon** – Se fizer 5 menos 20 e 20 menos 10 (aponta para 3º e 4º linhas), aí vai ficar 15 bombons e 10 pirulitos.

Faço nova intervenção:

> **Pesquisadora** – Você está fazendo 5 menos 20?
>
> **Poseidon** – Então vou fazer o contrário...

Poseidon dá nova sugestão:

> **Poseidon** – E se aqui fosse somar de novo?
>
> **Seia** – Dá pra fazer 20 menos 5.

Isa subtrai a primeira equação da quarta, mas seus colegas não dão importância:

> **Isa** – 20 menos 10, 10. 10 menos 10, zero.

Poseidon continua:

> **Poseidon** – E se a gente fizer... a gente esquece o pirulito, aí 20 bombons. A gente tira 30 daqui e trinta reais. Aí sobra 5. Não! 20 bombons não vai ser 5 reais.

Faço nova intervenção:

> **Pesquisadora** – Vamos olhar mais para a tabela? Vocês estão olhando mais para as perguntas. Então, o que a gente quer achar mesmo?
>
> **Poseidon** e **Isa** – O preço de 5 bombons.
>
> **Pesquisadora** – 5 bombons. Então vamos olhar. Como será que a gente pode combinar isso ao pra achar 5?

Eles dão algumas sugestões sempre baseados na adição das equações. Faço outra intervenção:

> **Pesquisadora** – Somar vocês á viram que não dá. Somando você chega em 5 pirulitos?
>
> **Stefanny** – Acho que não.
>
> **Pesquisadora** – Subtrair você acha que dá. Vamos pensar como a gente teria que fazer pra tentar achar.

Seia direciona os cálculos:

> **Seia** – 5 bombons menos 10 pirulitos.
>
> **Isa** – Não é 10 pirulitos menos 1 bombom, não?

Intervenho novamente:

Pesquisadora – Pode subtrair bombom de pirulito?

Indago novamente:

Pesquisadora – E aí? Qual conta que eu poderia fazer que só daria 5 bombons no final?

Poseidon indica uma operação:

Poseidon – 10 menos 15 vai dar 5 e 10 menos 10 vai dar zero. Então vai dar 5 reais. (aponta para linhas 1 e 2)

Faço outras intervenções:

Pesquisadora – Tá, mas vamos pensar. Se você tem 10 bombons e você tira 15 bombons, ficam quantos?

Poseidon – É o contrário.

Pesquisadora – Então é o contrário. E como seria a conta?

Poseidon – Aqui ia dar 5 (aponta para os bombons das linhas 1 e 2) e aqui vai dar zero e 20 menos 15 vai dar 5.

Os outros concordam e passam, então, para a última questão.

Stefanny – Aí agora tá perguntando quanto custa cada bombom.

Poseidon e Stefanny concordam sobre o valor de cada bombom:

Poseidon – 1 real.

Pesquisadora – 1 real é o que?

Poseidon – Porque esses 5 bombons custa 5...

Stefanny – Não. O bombom eu acho que custa 1 real.

Pesquisadora – 5 bombons custam 5 reais. E aí?

Poseidon – A gente pega 5 e divide por 5. Vai dar 1 real.

Em relação ao preço de cada pirulito, Poseidon opina:

Poseidon – A gente faz de mais...faz aqui menos (bombons) e aqui mais (pirulitos).

Pesquisadora – Como?

Poseidon – Aqui a gente faz a conta de... Ih!não vai dar.

Isa não concorda e argumenta:

> **Isa** – Não. Porque aqui tem 5 bombons (linha3) e aí a gente acha o preço. Aqui, no caso, 20 pirulitos e 5 bombons deu 15. Aí tira o 5 (reais).

Seia concorda com Isa e continua na mesma direção e tenta achar o valor unitário do pirulito:

> **Seia** – 20 pirulitos são 10 reais. 10 pirulitos são 5 reais.
>
> **Poseidon** – 2 reais. A gente pega o 20 e divide por 10.

Intervenho outra vez:

> **Pesquisadora** – Eu vou fazer 20 por 10?
>
> **Poseidon** – Aí vai dar 2.
>
> **Pesquisadora** – Se cada pirulito for 2 reais... Olhe bem. Você me disse que 20 pirulitos custam 10 reais. Se cada pirulito for 2 reais, 20 pirulitos vão custar quanto?
>
> **Poseidon** – 40.
>
> **Pesquisadora** – 40, não 10. Tudo bem? Então tem um ajuste que a gente tem que fazer.

Eles ficam em silêncio. Então continuo:

> **Pesquisadora** – Com 10 reais você compra 20 pirulitos. Com 5 reais você compra 10 pirulitos.

Seia opina:

> **Seia** – Então é 2,50.
>
> **Stefanny** – Não. 2,50 dá mais.

Faço mais uma intervenção:

> **Pesquisadora** – Se você tiver uma nota de 10, você consegue comprar 20 pirulitos. Então custa 1 real cada um?
>
> **Stefanny** – Não. 50 centavos.

Pergunto como ela pensou:

> **Stefanny** – Não, porque assim. Porque, se custar 50 centavos, 2 pirulitos vai dar 1 real.

Eles concordam:

Isa – 4 pirulitos dá 2 (reais).

Pesquisadora – 6 pirulitos vão dar...

Isa – 3 reais.

Stefanny – 8 pirulitos vai dar...

Seia – 4 reais.

Poseidon – E se 10 pirulitos...

Stefanny, **Poseidon**, **Isa** e **Seia** – Tá certo.

Seia – Tá certo porque 5 reais é 10 pirulitos. Tá certo.

Todos fazem anotações e encerramos a tarefa.

Entrevista 3

A tarefa foi aplicada ao Keven, que como já dissemos esteve impossibilitado de comparecer e compor dupla com sua colega. Entreguei a tarefa e fiquei próxima a ele. Keven lê a tarefa e faz uma revelação:

Keven – Eu andei estudando com o meu primo que já tá na faculdade. Eu tava estudando pra essas tarefinhas de hoje, né, aí ele passou umas questões parecidas como essa daqui.

Pesquisadora – É mesmo? Olha! Você estudou pra vir fazer essas tarefas, Keven?

Keven – Estudei até 3 horas da manhã, mais ou menos.

Deixo-o pensar por alguns minutos e depois pergunto:

Pesquisadora – O que você acha? Vamos conversar um pouquinho ou ainda não?

Keven começa a explicar sobre os estudos que realizou com seu primo:

Keven – Vamos. Eu sei que pra eu fazer essas aqui, essas perguntas aqui eu tenho que saber o preço de um bombom e de um pirulito. Aí, o meu primo tinha feito um negócio com bala e picolé. Uma coisa assim. Aí ele me fez descobrir o preço de um picolé e de uma bala. Aí ele falou que a gente deixa duas coisas, vamos supor 6 numa conta e 6 na outra. Você tem que deixar o número igual. Depois você tem que multiplicar, pelo número que você multiplicou pra dar um número igual, né. Vamos supor, se tinha 3 e 2, você multiplicou um por 3 e um por 2. Aí dá 6 nos dois. Aí ele falou que se você tivesse que multiplicar por esse número você tinha que multiplicar a coluna (faz com a mão gesto na horizontal) toda. Aí depois ele falou que

> você faz um negócio, aquele negócio de número negativo, essas coisas pra mudar os sinais.
>
> **Pesquisadora** – Entendi.
>
> **Keven** – Aí depois você descobre.

Pergunto sobre a possibilidade dessa estratégia ser coerente com a tarefa:

> **Pesquisadora** – Mas você acha que essas informações que o seu primo lhe deu no dia que estudou com você, ajudam você a resolver isso aí?
>
> **Keven** – Acho que sim. Descobrir o preço, eu acho que ajuda um pouco.
>
> **Pesquisadora** – Você está pensando do mesmo jeito que você pensou na tarefa das antiguidades, dos discos e fitas. Porque você também ficou tentando achar o preço dos discos e o preço de cada uma das fitas.

Ele afirma:

> **Keven** – Só que eu estudei com ele ontem.
>
> **Pesquisadora** – Entendi. Naquele dia qual foi a conclusão que você chegou mais ou menos?
>
> **Keven** – Ah, conclusão eu acho que não consegui chegar em nenhuma. Eu tentava dividir o resultado final por um tanto, pela quantidade de fitas e cada hora dava um resultado diferente.
>
> **Pesquisadora** – Entendi. Então você não conseguiu achar ali os valores unitários, né? Só que você está tentando ir por esse caminho novamente usando essas novas informações que o seu primo lhe deu. Vamos ver o que você acha, se vale a pena ou não.

Deixo-o pensar sobre o assunto. Alguns minutos depois pergunto novamente o que ele está fazendo. Ele me explica seu pensamento fazendo uso da quarta e quinta equações e do método de resolução de sistemas de equações do 1º grau que utiliza:

> **Keven** – Ah, eu peguei aqui 20 bombons mais 10 pirulitos é igual a 25 reais e 10 bombons mais 40 pirulitos é igual a 30 reais. Aí eu vou deixar esse 20 e esse 10 iguais. Aí multipliquei o 20 por 2, multipliquei o 10 por 4 e igualei os dois. Aí depois eu tive que multiplicar por 2 a conta (equação) inteira e o debaixo por 4 a conta inteira. Aí fez 40 mais 20, assim o resultado não é muita coisa não, mas eu acho que dá certo.

E continua explicando sobre os processos que permitem o cancelamento de uma das incógnitas:

> **Keven** – 40 mais 20 é igual a 50 e 40 mais 160 é igual a 160. Aí coloca a conta, aí depois você coloca a conta maior em cima, com os números maiores em cima e embaixo você coloca a conta com os números menores. Aí você coloca na frente do 40, você coloca o menos, você inverte esse

> mais e coloca menos e no resultado você coloca menos 50. Aí você faz a operação. Você vai diminuir 40 menos 40 vai dar zero. 160 por (menos) 20 vai dar 140 e 60 por (menos) 50 vai dar 10. Aí eu pego esse 140 e divido por 10. Pra saber o preço... vou fazer assim, vou pegar, que nem eu pegava lá (tarefa das antiguidades), vou dividir pra saber o preço de um,mas aqui deu 14. Aí eu acho que não tá muito certo, não, esse 14. Porque, assim, se 10 bombons e 10 pirulitos dão 15, não pode dar 14.
>
> **Pesquisadora** – Você tá achando que tá muito caro?
>
> **Keven** – É.

Keven não consegue os valores corretos porque se confunde ao multiplicar a quinta equação (10 bombons + 40 pirulitos = 30 reais) por 4 e fica em dúvida:

> **Keven** – Aí eu não sei se fui eu que fiz errado aqui ou se as coisas aqui são diferentes das que o meu primo me deu.

Keven está inseguro acerca do resultado que obteve porque está achando muito caro cada bombom por 14 reais. Parece, então, que partirá para uma nova estratégia, mas logo recua:

> **Keven** – Eu pensei numa coisa agora aqui, mas não sei se tá certo. Eu vi que tem um assim: 20 bombons e 10 pirulitos são 25, aí aqui na pergunta são 20 bombons e 30 pirulitos. Aí aqui em cima tem mais 10 bombons e 10 pirulitos aqui no primeiro. Aí eu não sei se tem alguma coisa a ver, tipo tentar calcular pelas outras...
>
> **Pesquisadora** – Usando as outras o que?
>
> **Keven** – As outras...
>
> **Pesquisadora** – Informações.
>
> **Keven** – É. Informações.

Ele fica em silêncio e então, faço uma nova intervenção:

> **Pesquisadora** – Keven, e se eu dissesse pra você que não dá pra achar o preço de um bombom e de um pirulito?

Keven ignora o que digo e volta para a antiga estratégia:

> **Keven** – Então, o meu primo tinha falado assim, que com as informações que ele tinha me dado do primeiro eu não tinha como achar o preço de um, vamos supor, de um bombom e de um pirulito, aqui nesse caso. Aí ele falou que as informações que dão assim, vamos supor 10 bombons e 10 pirulitos, que aí dá pra achar. Aí ele falou que tem que fazer como eu fiz pra poder achar.

Insisto, agora de forma mais incisiva:

> **Pesquisadora** – Tá. Mas seu eu dissesse pra você que não dá pra achar o preço de um bombom e de um pirulito? O que você acha? Que essa tarefa não teria jeito de resolver? Ou se, de repente teria uma outra maneira de resolver ou não, se não tem jeito mesmo? Se não desse pra achar? Eu não tô dizendo que não dá. Eu tô dizendo assim, se não desse pra achar o valor de um único bombom e de um único pirulito? O que você acha? Essa tarefa não tem jeito mais?

Mas ele insiste:

> **Keven** – Dá, mas só com essas informações não dá pra saber. Teria que fazer umas outras coisas pra poder descobrir.

Insisto novamente:

> **Pesquisadora** – Então pra você o caminho é achar o preço de cada bombom e de cada pirulito. É isso que tem que fazer? Você não acha que tem outro caminho?

Ele é taxativo:

> **Keven** – É. Pra mim é. Tem que achar o preço de um bombom e de um pirulito.
>
> **Pesquisadora** – Tá. Tudo bem.

Deixo-o sozinho e retorno após 5 minutos.

> **Keven** – Acho que eu consegui aqui.

Keven resolve o sistema que montou usando o método da adição como seu primo havia lhe ensinado, achando o preço de cada bombom:

> **Keven** – Assim, eu acho que eu consegui. Assim, pirulito eu não consegui. Eu não consegui achar o preço de um pirulito, mas achei o preço de um bombom. Tá. Aí, eu fiz aquele processo e tal, aí no final o resultado deu 1. O bombom custa 1. Aí eu peguei aqui na conta, 10 bombons e 10 pirulitos. Aqui como são 10 bombons e são 1 cada um tirei 10 do valor e sobrou 5. Como são 10 pirulitos, assim, eu tive uma... eu tô tentando achar o preço de 1 pirulito.

Para achar o preço dos pirulitos, Keven faz substituições:

> **Keven** – O pirulito agora... eu tirei o preço dos bombons aqui, né? Sobrou 5.

E continua:

> **Keven** – Sobrou 5, como são 10 pirulitos, eu vou descobrir quanto que são cada um dos pirulitos pra dar 5.

Ele fica em silêncio. Então pergunto:

> **Pesquisadora** – Qual conta você acha que tem que fazer?
>
> **Keven** – Divisão.

E continua:

> **Keven** – Se divide 10 por 5 vai dar 2.

Interfiro novamente:

> **Pesquisadora** – Você tá fazendo 10 dividido por 5? Aí deu 2. E você tá achando que cada pirulito é 2 reais.
>
> **Keven** – É.
>
> **Pesq**uisadora – Experimenta esses valores, Keven.
>
> **Keven** – É pra experimentar nessa aqui?
>
> **Pesquisadora** – É. Experimenta, por exemplo, na primeira. Ela fala 10 bombons e 10 pirulitos por 15. Se 10 bombons a 1 real, vai dar quanto?
>
> **Keven** – Vai dar 10.
>
> **Pesquisadora** – Vai dar 10 reais. E cada pirulito você achou que é 2.

Ele percebe que não é possível, mas não consegue ver o que está errado:

> **Keven** – É, mas eu acho que não é não, porque vai dar 20.
>
> **Pesquisadora** – E teria que dar...
>
> **Keven** – Aqui teria que dar 5. Então...

Insisto, ele demonstra sinais de cansaço e volta a pensar da mesma forma que antes:

> **Pesquisadora** – Você falou que 10 pirulitos vão custar 5 reais.
>
> **Keven** – Ah, tá. Se você pegar o 2 e multiplicar por 5 vai dar 10. Acho que é o 2 mesmo.

Insisto mais algumas vezes e ele sempre opera da mesma forma, dividindo 10 por 5.

> **Pesquisadora** – Entendi. Porque você está fazendo uma conta 10 dividido por 5 que dá 2. Mas você viu que não dá 2. Você já concluiu. Então vamos pensar: com 5 reais você consegue comprar 10 pirulitos. Você vai à cantina, você tem 5 reais. Você dá os 5 reais e eles te dão 10 pirulitos. Quanto vai custar cada um?

Ele faz algumas anotações e não consegue achar o preço de cada pirulito. Diante da isso, intervenho outras vezes:

> **Pesquisadora** – É isso que a gente tá tentando descobrir, o preço do pirulito. Com 5 reais você compra 10 pirulitos. Com a metade do dinheiro você compra...
>
> **Keven** – 5 pirulitos.
>
> **Pesquisadora** – A metade dos pirulitos. Então a metade do dinheiro é...
>
> **Keven** – 2,50.
>
> **Pesquisadora** – 2,50 e você compra...
>
> **Keven** – 5.
>
> **Pesquisadora** – 5 pirulitos.
>
> **Keven** – Então, assim, se você fizer a metade de 2,50...
>
> **Pesquisadora** – você vai comprar a metade de 5 pirulitos que dá 2 pirulitos e meio. Fica meio difícil, mas com 2,50, 2 reais e 50 centavos você compra 5 pirulitos. Quanto que vai custar cada pirulito?

Percebe corretamente o cálculo necessário, mas não consegue executa-lo e continua alegando cansaço:

> **Keven** – 2,50 dividido por 5, é... (faz anotações)
>
> **Keven** – A minha cabeça tá horrível! Eu não tô conseguindo. Eu sei a resposta, mas ela não tá vindo na minha cabeça.

Ele continua pensando e intervenho novamente:

> **Pesquisadora -** Cada pirulito custa 1 real. Se você for comprar 5 pirulitos você vai pagar quanto?
>
> **Keven** – 5 reais.
>
> **Pesquisadora** – 5 reais. Só que você tem 5 reais. Só que você não está comprando 5 pirulitos. Você está comprando 10 pirulitos. Então você acha que o pirulito vai ser 1 real cada um?
>
> **Keven** – Não, porque aí vai ser 10 reais. Por exemplo, se eu for comprar 10 pirulitos.
>
> **Pesquisadora** – Agora vamos mudar a situação. Você tem 5 reais. Você não sabe quanto que custa o pirulito. Aí você chega na cantina e diz assim: eu tenho 5 reais. Dá pra comprar quantos pirulitos? Aí a moça da cantina

> diz assim: 10 pirulitos. Com 5 reais você compra 10 pirulitos. Quanto custa cada um?
>
> **Keven** – 50 centavos.
>
> **Pesquisadora** – Experimenta se com 50 centavos dá.

Faz anotações.

> **Keven** – Dá.

De posse dos valores unitários de bombons e pirulitos, ele responde às questões corretamente.

A produção de significados

Na análise das três entrevistas encontramos diversas produções de significados. Na primeira entrevista, Sprite sugere a estratégia de encontrar os valores unitários, já utilizada anteriormente. Diferentemente da Tarefa da Feira de Antiguidades, eles encontraram os valores unitários de bombons e pirulitos baseado somente na análise dos dados, não utilizando dessa vez a estratégia de atribuir valores aleatórios.

Na segunda entrevista, eles também estabeleceram semelhanças com a Tarefa das Promoções. Resolvem as duas primeiras questões com facilidade fazendo as somas de bombons, pirulitos e preços. Já na terceira questão, diante do obstáculo imposto pela tarefa, alguns mudam totalmente a forma de operar passando a procurar cálculos que possibilitem a identificação do preço de cinco bombons. Stefanny produz outros significados, tentando atribuir valores aleatórios para o preço de bombons e pirulitos e substituindo esses valores nas equações dadas, tentando comprovar se suas atribuições estão corretas ou não.

Na terceira entrevista, Keven, após estudos realizados com um familiar, passa a resolver a tarefa utilizando-se da resolução de sistemas lineares pelo método da adição. Convencido de que a única maneira de resolver a tarefa é encontrar os valores unitários de bombons e pirulitos, ele monta o sistema e após algumas tentativas consegue encontrar o valor de cada bombom e após algum tempo e várias intervenções, o preço de cada pirulito. Vale, ressaltar que Keven, em vários momentos se mostra impermeável[9] às intervenções, não aceitando novas sugestões de encaminhamento para a resolução da tarefa.

4.3 – A Produção de Significados para a Tarefa 3.

Recordamos a tarefa:

<u>Tarefa das Promoções</u>

Sandra é dona de uma loja e para aumentar as vendas ela está fazendo promoções em sua loja. Veja o cartaz de divulgação das promoções.

O cartaz diz que encontraremos outras promoções no interior da loja. Sandra quer estar preparada para compras diferentes das que estão no cartaz. Ajude-a.
Qual será o brinde de quem comprar 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta?
Quem comprar 1 blusa e 1 jaqueta ganha o quê?
E se a compra for apenas de 1 calça e 1 jaqueta?

<u>Entrevista 1</u>

Entreguei a tarefa e saí da sala. Eles leram rapidamente e Sprite tem dúvidas de que irá conseguir realizar a tarefa, mas logo tem a primeira ideia para resolver a primeira questão:

---

[9] Com o termo impermeabilização queremos designar a postura do sujeito de não compartilhar novos interlocutores, diferentes daqueles para o qual ele estava voltado, de não se propor a produzir significados numa outra direção. (Silva, 2033, p. 141,142)

> **Sprite** – Ah! A gente pode somar... 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta e aqui... (mostrando na folha)
>
> **Pepsi** – 2 bonés e um chaveiro.

Pepsi parece demonstrar certo desconforto em relação à falta de números na tarefa e não aceita a ideia de Sprite:

> **Pepsi** – Aqui, ó, 1 calça mais 1 blusa dá um boné. Eu prefiro fazer com número. O brinde será 2 jaquetas e 2 bonés.
>
> **Sprite** – Não, tá errado. É 2 bonés e 1 chaveiro.
>
> **Pepsi** – Por que 1 chaveiro?
>
> **Sprite** – (mostra no papel)
>
> **Pepsi** – Deixa eu ver. Ah é. Nossa! É duas chaveiros.
>
> **Katy** – Duas?
>
> **Sprite** – É dois bonés.

Katy e Sprite parecem aceitar a explicação de Sprite. Sprite, então, parte para a segunda questão. Pepsi logo dá uma sugestão:

> **Pepsi** – 1 blusa, 1 jaqueta e 1 boné, porque você substitui a calça pela jaqueta.

(Silêncio ligeiro)

> **Pepsi** – Se 1 calça e 1 blusa é 1 boné, 1 blusa e 1 jaqueta também.

Sprite não entende e Pepsi tenta se explicar:

> **Pepsi** – Porque a jaqueta substitui a calça.

Sprite não concorda e argumenta e Sprite tenta se explicar:

> **Sprite** – Mas jaqueta, quando tem uma jaqueta nessa debaixo ganha um chaveiro.
>
> **Pepsi** – Porque é 2 blusas.
>
> **Sprite** – É, mas e daí?
>
> **Pepsi** - Só se tirar 1 blusa e 1 calça, aí é um chaveiro.
>
> **Sprite** – 1 calça e 1 blusa é 1 boné. 1 calça é 1 calça.

Todos têm dúvidas e reclamam que não entendem. Pepsi tenta a terceira questão, mas continua pensando na substituição de um item por outro:

> **Pepsi** – 1 blusa e 1 jaqueta deve dar um boné. E se a compra for apenas 1 calça e 1 jaqueta? (lendo 3ª questão) aí dá um boné porque substitui a blusa por uma jaqueta. Mas a jaqueta é mais caro, né?

Sprite aceita a ideia de Pepsi, mas Katy intervém:

> **Katy** – Não, mas não tem calça aqui. Olha só, por exemplo, se 1 calça e 1 blusa é 1 boné, 1 jaqueta e 1 blusa é 1 chaveiro.

Pepsi e Sprite não entendem a explicação de Katy que revela que não entendeu o que eles pensaram na primeira questão. Pepsi e Sprite explicam:

> **Pepsi** – Olha só, a gente fez, ó... a gente somou.
>
> **Sprite** – Olha aqui, 1 calça mais 1 calça, 2 calças. 1 blusa mais 2 blusas, 3 blusas e 1 boné, não, 1 jaqueta, 1 jaqueta. (mostrou no desenho)

Pepsi demonstra novamente desconforto em não ter valores numéricos:

> **Pepsi** – Eu não sei o preço de cada um, mas não dá pra descobrir o preço. Não tem preço.

Pepsi e Katy parecem concordar com a resolução da segunda questão e Pepsi explica:

> **Pepsi** – Mas eu acho que tenho certeza, sabe por quê? Desse aqui pra esse,olha só, dá a diferença de 1 blusa e 1 jaqueta e essa diferença é o que? O chaveiro.
>
> **Sprite** – Entendi.

Passam, então, para a análise da terceira questão e logo Pepsi e Sprite tentam encontrar uma resposta:

> **Pepsi** – E se a compra for de 1 calça e 1 jaqueta? É um boné.

E tenta se explicar voltando à ideia de estabelecer relação entre possíveis valores dos itens:

> **Pepsi -** Olha, sabe por quê? Porque 2 blusas, eu acho que o preço pode ser o igual a 1 jaqueta, então tira essas 2 blusas e dá 1 jaqueta.

Sprite aceita a sugestão de Pepsi e dá valores numéricos:

> **Sprite** – É, eu acho que a jaqueta é, por exemplo, 100 reais e 2 blusas é 50 cada.
>
> **Pepsi** – É.

Eles anunciam que terminaram, eu me aproximo e pergunto o que eles fizeram. Sprite explica a primeira questão:

> **Sprite** – É. Esse foi o mais fácil, esse. A gente só somou os dois.

Pepsi explica a segunda questão:

> **Pepsi** – Nesse aqui a gente fez assim: como 1 calça e 1 blusa é 1 boné, a diferença é de 1 blusa e 1 jaqueta, aí ganhou o chaveiro.

Pepsi fala da terceira questão, explicando a suposição que fizeram:

> **Pepsi** – A gente fez assim... a gente chutou que 1 calça é 1 calça, e aí 2 blusas ia ser igual a 1 jaqueta.
>
> **Pesquisadora** – Isso vocês estão supondo, mas por quê?
>
> **Pepsi** – Igual ele falou, pode ser que 2 blusas sejam 50 reais cada uma e uma jaqueta 100 [reais].

Faço, então, outra suposição numérica:

> **Pesquisadora** – Mas se a jaqueta for 20 [reais] e cada calça for 30 [reais]? A jaqueta não pode ser mais barata que as 2 calças?

Eles percebem que existem outras possibilidades e que com as informações dadas eles não conseguem ter certeza da resposta da terceira questão.

Entrevista 2

Alguns dias depois aplico a mesma tarefa a Keven. Entrego a tarefa e o deixo sozinho por alguns minutos. Quando me aproximo peço que me explique o que está pensando. Ele dá os esclarecimentos acerca da resolução da primeira questão:

> **Keven** – Hãhã. A primeira tá falando assim: qual será o brinde de quem comprar 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta. Aí eu vi que 1 calça e 1 blusa dão 1 boné e 1 calça mais 2 blusas mais 1 jaqueta dá 1 boné mais 1 chaveiro. Aí eu pensei assim: se 2 calças e 3 blusas, 2 é menor que 3, aí eu pensei assim que 1 blusa, 1 calça e 1 boné, assim 2 blusas e 2 calças. Porque, assim, você vai tirar 1 aqui, vai ficar 2 calças e 2 blusas e esse 1 vai ficar pra 1 blusa e 1 jaqueta que dá 1 chaveiro.

E da segunda questão:

> **Keven** – Se eu comprar 1 blusa e 1 jaqueta vai dar o que? Eu pensei assim, no debaixo, 1 calça, 2 blusas e 1 jaqueta é igual a 1 boné e 1 chaveiro. 1 calça pra 2 blusas eu tirava uma (blusa) e ficava 1 calça e 1 blusa que é igual a 1 boné. Aí eu peguei o que eu tirei (1 blusa) e juntei com a jaqueta que dá um chaveiro.

Deixo-o sozinho por mais alguns minutos. Quando retorno, ele me explica o que está pensando para a resolução da terceira questão:

> **Keven** – Assim, eu tô tentando aqui, mas é difícil, né. Eu tô tentando pensar um pouquinho mais. Não cheguei a nada certo não. Mas eu tô pensando assim... tô pensando que 1 jaqueta fosse como 1 boné inteiro, mas não tem muita lógica isso não. Pensa bem, como se 1 calça e 1 jaqueta fosse 2 bonés. Se 1 calça e 1 blusa dão 1 boné é como se 1 calça fosse meio e 1 blusa fosse meio. Aí 1 calça não pode ser 1 boné inteiro. Eu tô tentando entender.

Afasto-me novamente. Quando retorno, falo dos exercícios da escola que sempre tem respostas. E pergunto sobre a possibilidade de estar faltando alguma coisa.

> **Keven** – Tipo assim, mas pode numa resposta colocar assim, não tem resposta?
>
> **Pesquisadora** – O que você acha? Você acha que dizer que não tem resposta é um tipo de resposta?

Ele responde que dependendo da situação é possível que não tenha resposta e tenta se explicar:

> **Keven** – Eu acho que sim, porque, assim, aqui não dá pra saber o preço de 1 jaqueta e de 1 calça, porque as 2 blusas eu já tava sabendo por que 1 calça e 1 blusa dá um boné e a hipótese é de que a calça que restou junto com a jaqueta dá 1 chaveiro. Aí não há a possibilidade de ser 1 boné e 1 chaveiro ser isso daí. Porque 1 blusa e 1 jaqueta deu um chaveiro, mas aqui não dá pra saber direito o que 1 calça e 1 jaqueta dá.

Quanto à possibilidade de exercícios não terem respostas, ele diz ser “meio estranho”, mas alega já ter visto em um exame de seleção.

Entrevista 3

A mesma tarefa foi testada com o quarteto, Isa, Stefanny, Seia e Poseidon. Distribuí a tarefa e me retirei. Eles começam a ler e após algumas sugestões aleatórias surge a primeira estratégia baseada na quantidade de itens:

> **Stefanny** – É. Não, ele vai comprar 3 coisas. Vamos colocar 2 coisas.

Eles tentam chegar a alguma possibilidade de resposta. Pensam como brinde a possibilidade da jaqueta:

> **Seia** – Não é 2 calças mais...
>
> **Poseidon** – 3 blusas.
>
> **Isa** – Aí ele ganha 1 boné mais 1 chaveiro.
>
> **Poseidon** – e 1 jaqueta.
>
> **Stefanny** – Não, jaqueta ele já comprou.

Eles entram em um acordo em relação à quantidade de brindes e em qual deve ser o brinde na primeira questão, mas não justificam a resposta.

> **Poseidon** – 2 boné e 1 chaveiro.

Passam, então para a segunda questão e continuam dando respostas aleatórias, mas logo Poseidon volta à ideia das quantidades:

> **Poseidon** – Não. É 1 boné só ou só 1 calça, porque aqui só comprou 2 produtos.
>
> **Isa** – 1 boné então.
>
> **Poseidon** – Aqui (referindo-se à questão 1) ele comprou 3 e ganhou 2.

Poseidon refere-se não à quantidade de itens comprados, mas à quantidade de tipos de produtos comprados. E argumenta:

> **Poseidon** – Aqui ele vai comprar 2 e ganhar 2? Ele vai ganhar 1 só.

Mas ao entram em acordo de qual deve ser o brinde:

> **Poseidon** – E se ele comprou apenas 1 calça e 1 jaqueta? Ele ganha 1 boné!

Isa – 1 chaveiro.

Stefanny – 1 chaveiro.

Seia – Se aqui já falou...

Poseidon – 1 blusa.

Seia argumenta que os brindes não podem ser repetidos:

Seia – Se aqui já falou da jaqueta e da calça, aqui ganha 1 blusa.

E Poseidon concorda:

Poseidon – No segundo não pode ser boné porque no primeiro já tem.

Os argumentos não convencem a todos e eles parecem tentar entrar em um acordo para as anotações serem iguais.

Stefanny – Você vai colocar o quê? 1 chaveiro?

Poseidon – No segundo é 1 calça.

Seia – No c, blusa.

Poseidon – No terceiro, 1 blusa.

Isa – Gente, coloca o chaveiro.

Seia – Blusa, blusa, blusa.

Após as anotações eles dão a tarefa por encerrada. Quando me aproximo pergunto o que eles fizeram e Poseidon explica a primeira questão:

Poseidon – Aqui, 2 calças mais 3 blusas mais 1 jaqueta e igual a 1 boné mais 2 chaveiros, porque ele comprou 3 produtos e ganhou 2 e aqui 2 ele ganha 1.

Após algumas explicações, intervenho:

Pesquisadora – Mas olha só. Ele comprou 1 calça, 2 blusas mais 1 jaqueta. Então ele não comprou 3 coisas.

Seia – Ele comprou 4.

Poseidon – Então tá errado.

Intervenho novamente:

Pesquisadora – Vocês precisam olhar muito pra esse suporte, pra esse desenho. As coisas estão todas aqui dentro e a gente não olha com muita atenção. Ver o que está acontecendo com essas promoções. Essas promoções não são de qualquer jeito.

Seia – É pra combinar como que ele comprou? Porque olha aqui, 1 calça mais 1 blusa ele ganha um boné...

Pesquisadora – A promoção não é de qualquer jeito. Por exemplo, se eu comprar 2 jaquetas e 5 calças eu ganho 20 blusas. Não é de qualquer jeito. Tem uma questão que a gente tem que olhar aqui. Vamos ver: se ele compra 1 calça e 1 blusa ele ganha 1 boné, na outra situação, se ele comprar 1 calça, 2 blusas e 1 jaqueta ele ganha 1 boné e 1 chaveiro. Não é isso? É nisso que a gente pode pensar. O que é que está acontecendo? Será que a eu posso combinar essas coisas?

Apesar da intervenção eles continuam dando respostas aleatórias:

Seia – 1 blusa mais 1 jaqueta. Vai ganhar o que? Vamos pensar! Vai ganhar um chaveiro.

Isa – Chaveiro.

Logo surge uma outra questão:

Seia – Mais só tem esses dois brindes?

Stefanny – É.

Poseidon – Não é. Entre e confira outras promoções.

Poseidon dá outra sugestão:

Poseidon – E se for assim: aqui tá um. E a gente pode pegar um mais um e dividir tudo por dois.

Mas Seia o interpela:

Seia – Não tem conta, gente!

Isa – Não tem!

Poseidon – Tem sim.

Stefanny – Não tem conta.

Stefanny relembra minha intervenção:

Stefanny – A gente tem que olhar pro desenho.

Isa – A gente não tá vendo o que a gente precisa ver.

E continua a argumentar acerca do valor do brinde:

Stefanny – Sei lá, mas eu acho que é só esses daqui ó. O boné e o chaveiro, porque é claro que... Você já viu loja que você compra 1 calça, 1 blusa e 1 jaqueta e eles dão 1 calça pra você? Nunca!

Seia discorda e parece ver a tarefa como uma situação fora da realidade:

Seia – Mas aqui vai ter que dá. Mas a gente tem que pensar em tudo.

Stefanny – Não. Mas a realidade que a gente pensa não é assim não.

Seia – A gente tem que pensar em tudo. Pode dar até cachorro, o que não é o caso...

Stefanny mantém sua posição:

Stefanny – Igual assim, é... você compra uma coisa acima de 50 reais e ganha um joguinho.

Seia recorda o que o desenho diz sobre os brindes:

Seia - Entre e confira outras promoções.

Isa – É.

Stefanny – Não, mas e, por exemplo, 2 calças, 3 blusas e 5 jaquetas?

Seia – Mas aqui tá mostrando que tem calça, blusa e jaqueta e aqui não tá mostrando que tem mais. (mostra os brindes)

Isa percebe que Poseidon está fazendo contas:

Isa – Ele tá fazendo conta.

Eles não entram em acordo e resolvem me chamar. Pergunto o que eles estão fazendo.

Seia – Eu fiz assim... eu fiz assim... se aqui tá mostrando 1 calças, mais 2 blusas mais 1 jaqueta dá 1 boné e 1 chaveiro e aqui (1ª questão) tá mostrando 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta, aí eu botei 1 boné mais 1 chaveiro mais 1 jaqueta.

Isa dá outra explicação:

Isa – Não, é porque é assim... aqui tá falando 1 calça, 2 blusas e 1 jaqueta. Aí você ganha 2 bonés, 3 chaveiros...

Poseidon dá sua explicação:

Poseidon – Ah, entendi. Aqui vai dar 2 bonés, 1 chaveiro e 1 jaqueta.

Pesquisadora – A jaqueta é brinde?

Stefanny – Não.

Isa – Não.

Stefanny – Um boné e um chaveiro que é o brinde.

Pesquisadora – Então vamos olhar pra isso aqui. (aponta o desenho)

Stefanny sugere pensar novamente nas quantidades compradas:

Stefanny – Por exemplo, se você compra quatro coisas, você ganha 2 coisas.

Poseidon – Aqui vai dar um boné e um chaveiro.

Pesquisadora – Vamos olhar para o desenho.

Poseidon dá outra sugestão analisando o desenho e a pergunta da primeira questão:

Poseidon – Se somar aqui vai dar 2 calças, aqui vai dar 3 blusas. Tem 2 calças e 3 blusas e aqui (1ª questão) tem 2 calças e 3 blusas também.

Faço, então, nova intervenção:

Pesquisadora – E aqui tem jaqueta? (aponta para o desenho)

Poseidon – Tem.

Stefanny dá sua opinião:

Stefanny – Eu acho que é 2 bonés mais 1 chaveiro.

Pesquisadora – Por quê?

Stefanny – Porque aqui tem 2 calças, 3blusas e 1 jaqueta, igual ele falou. Aí junta esse que tá aqui com esse que tá aqui e vai dar 2 bonés e um chaveiro.

Pergunto sobre a segunda questão e Poseidon muda sua forma de operar:

Pesquisadora – Ok. O primeiro é isso aí. E o segundo?

Poseidon – Eu tô achando que é de menos. Tem que diminuir.

Alguns duvidam e ele explica:

Poseidon – Na primeira (questão) a gente somou, aqui a gente vai ter que diminuir. 1 menos 1 vai dar zero. Então não tem calça. 2 menos 1 vai dar 1. 1 blusa. E 1 jaqueta repete.

Pesquisadora – E o brinde? Como que vai ficar essa conta no brinde?

Isa – 1 chaveiro.

Pesquisadora – Por que é que você acha que é um chaveiro?

Isa – É porque no primeiro tem 1 calça e 1 blusa e ganha 1 boné...

Seia - Então 1 blusa e 1 jaqueta vai dar um chaveiro.

Isa – Vai dar um chaveiro

Afasto-me novamente para que eles pensem na terceira questão e logo Seia se manifesta:

Seia – Eu acho que não vai dar brinde não.

Poseidon discorda:

Poseidon – Não, aqui tem brinde sim. Todos têm que ter brinde.

E começam a arriscar possíveis respostas até que Seia volta a pensar em possíveis valores para as mercadorias:

Isa – 1 boné.

Seia – Não. O boné é 1 calça mais 1 blusa.

Poseidon – 1 só... ou 1 boné. Não 1 blusa.

Seia – Não. 2 chaveiros porque a jaqueta e a calça é mais cara, como você falou.

Stefanny – Blusa não. Brinde é só o boné e o chaveiro.

Pensam também no valor dos brindes:

Seia – Porque 1 calça mais 1 blusa é um boné e como você falou, a calça e a jaqueta é a mais cara. Por isso que eu acho que é 2 chaveiros.

Poseidon – Tem que ganhar um mais caro. Então 1 boné.

Stefanny – E o mais barato também.

Isa – 1 chaveiro. Ou 1 boné?

Seia – 2 boné, então.

Eles arriscam várias possibilidades, mas não conseguem justificar suas escolhas.

Isa – Olha aqui, ó. 1 calça com mais 1 jaqueta é igual... a 1 chaveiro. Agora, porque isso, eu não sei.

Poseidon – 1 dividido por 2 não tem como. Por isso que não tem blusa. (silêncio) Vai dar 1 chaveiro.

Poseidon tenta justificar sua resposta:

Poseidon – É que no primeiro já tem 1 boné. Aí só sobra 1 chaveiro.

Eu me aproximo e pergunto o que eles pensaram.

Poseidon - Vai dar 1 chaveiro.

Seia – 1 chaveiro.

Pesquisadora – 1 chaveiro?

Poseidon e **Seia** – É.

Pesquisadora – E como vocês acharam 1 chaveiro?

Poseidon – É porque aqui já tem 1 boné. Aí a gente tirou o boné e só sobra o chaveiro de brinde.

Faço nova intervenção:

Pesquisadora – Ah, tá. Mas deixa-me fazer uma pergunta. Pra ganhar um chaveiro, vocês falaram pra mim que a pessoa tem que comprar uma blusa e uma jaqueta.

Isa – É.

Pesquisadora – Tudo bem. Mas isso não quer dizer que uma compra diferente não possa ter o mesmo brinde. Tudo bem? Só que aqui, eu queria que vocês olhassem pra informação que está aí. Aí tá dizendo que 1 calça e 1 blusa dão um boné e 1 calça, 2 blusas e 1 jaqueta dão 1 boné e um chaveiro. Vocês conseguiram combinar. Lembra que eu falei da combinação? Vocês conseguiram soma, fizeram 1 combinação e acharam a primeira, fizeram uma subtração e acharam a segunda. Então a gente não pode achar só assim: “-Ah! Então eu vou tirar o boné e vou por o chaveiro.” A gente precisa raciocinar um pouquinho.

Poseidon dá sua sugestão:

Poseidon – Então vai dar 1 boné.

Pesquisadora – Por que daria 1 boné?

Poseidon – Porque pra ganhar 1 chaveiro precisa de 1 blusa e 1 jaqueta e é 1 calça e 1 jaqueta. Então vai dar 1 boné.

Percebo que apesar das intervenções eles parecem não querer mudar a maneira de pensar relativo aos brindes não serem distribuídos de qualquer maneira. Encerrei a tarefa.

A produção de significados

Sprite percebe a possibilidade de somar as equações pra resolver a primeira questão, mas a falta de valores numéricos ainda parece incomodá-los.
Produzem vários significados diferentes, como tentar substituir um item comprado por outro e a atribuição valores aleatórios para calças, blusas e jaquetas. Em certo momento alegam a impossibilidade de resolver por não saber os preços de cada um, mas acabam resolvendo as duas primeiras questões.

Keven já produz significados diferentes. Ele não pensa em preços para os itens comprados, mas faz as substituições simbólicas na primeira e segunda questões. Na terceira questão tem dificuldades em pensar acerca de tarefas que não tenham dados suficientes para sua resolução.

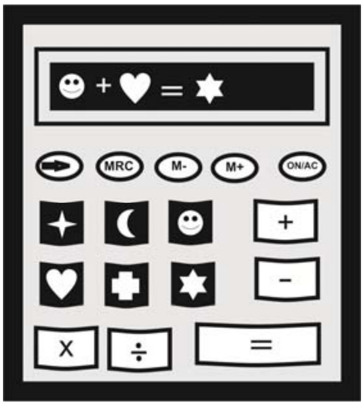
Na terceira entrevista os significados produzidos são outros: eles pensam em quantidade de itens comprados e inserem novos dados como a alegação de que os brindes não podem ser repetidos. Interessante perceber o processo de impermeabilização ocorrido. Apesar de nossa intervenção ressaltando que as promoções não são casuais, eles continuam estabelecendo os brindes sem nenhum raciocínio que justifique suas escolhas. Alguns ficam presos à possibilidade de ter ou não contas, não chegando a um consenso. Stefanny consegue perceber a possibilidade de resolução somando as duas equações dadas. Poseidon percebe e passa a produzir novos significados, pensando agora na possibilidade de outras operações, mas logo volta a pensar em quantidade de brindes comprados.

4.4 – A Produção de Significados para a Tarefa 4

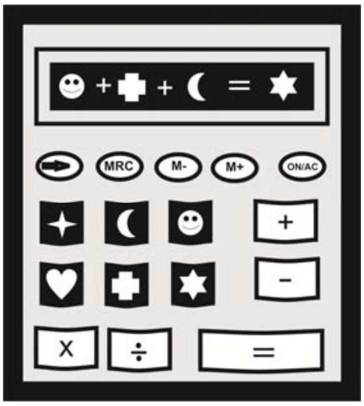
Recordamos que a tarefa proposta foi:

<u>Tarefa da Calculadora</u>

Marina ganhou uma calculadora MUITO DIFERENTE e resolveu experimentá-la.
Veja a primeira conta que Marina fez e seu resultado.



Ela fez uma outra conta. Observe.



1. Qual seria o resultado da conta  ?
2. Quanto vale o símbolo  ? Responda usando desenhos.
3. Quanto vale o símbolo  ? Responda usando desenhos.
4. Dá pra trocar os desenhos por números?

<u>Entrevista 1</u>

Distribuí a tarefa e saí da sala.

E logo Sprite apresenta a resolução da primeira questão:

> **Sprite** – Até que eu acho que eu já tenho uma ideia. Aqui... Esse aqui, tipo cruz aqui em baixo, e essa lua, é igual a um coração.

Katy e Pepsi demonstram não entender bem. Sprite explica novamente, mas não dá muita atenção às duvidas das colegas e logo passa para a última questão.

Sugere, então, valores aleatórios para os desenhos que compõem as teclas da calculadora.

> **Sprite** – Por exemplo, se a carinha fosse 2...
>
> **Pepsi** – Porque 2?
>
> **Sprite** – Eu tô supondo. E o coração 5.

Sprite segue com seu raciocínio de valores aleatórios não se importando com as intervenções de Sprite e Katy e não se conforma com a presença de dados que ele supõe sem utilidade para a resolução da tarefa.

> **Sprite** – Essa estrela muito louca de 6 pontas, que eu não consigo desenhar, é 7. A carinha vale 2 e o coração, 5. Então essa cruz...
>
> **Pepsi** – Não dá pra ser assim.
>
> **Sprite** – ...é 4 e a lua é 1.
>
> **Katy** – Aí dá certo, com essas contas?
>
> **Sprite** – Dá. (Lê a folha). Deixa eu conferir. (Faz contas no papel). Pra quê essa estrela idiota aqui de 4 pontas?

E Pepsi aponta uma solução para o dado da tarefa que se mostra sem utilidade:

> **Pepsi** – Acho que isso deve ser a carinha. Ela tá sobrando... Deve ser essa estrela.

Com essa ideia eles respondem à segunda e à quarta questões e após as anotações me chamam.

> **Pesquisadora** – E aí? O que vocês têm a me dizer sobre isso aí?
>
> **Sprite** – Primeiro, pra achar o valor desses negocinhos, a gente fez assim: a carinha mais o coração é esse símbolo aqui. E uma carinha mais essa cruz e essa lua é igual ao mesmo símbolo. Então, essa cruz e essa lua é igual ao coração. Porque foi substituindo.
>
> **Sprite** – Aí esse aqui (3ª questão) é igual esse (1ª questão), a gente só trocou. É a mesma coisa.

Sprite continua a explicar sua produção de significados acerca das questões 2 e 4:

> **Sprite** – Só que o inverso. E aqui (4ª questão) a gente fez as possibilidades de quanto vale cada um. Aí deu.
>
> **Pesquisadora** – Possibilidades? Como assim?

Sprite – Por exemplo, a gente fez: a carinha vale 2, o coração vale 5... Aí esse resultado aqui tem que valer 7. Aí a gente fez essa cruzinha valendo 4 e essa lua valendo 1. Aí a gente somou e deu o resultado.

Faço uma intervenção perguntando como eles chegaram a esses valores numéricos e Sprite responde que foi chutando como da outra vez, referindo-se à tarefa da Feira de Antiguidades. Então, continuo a intervenção:

Pesquisadora – O que nessa tarefa te deu a impressão de que você podia colocar um número ali?

Pepsi – Porque... é uma calculadora.

Sprite – Ah, porque perguntou.

Pepsi – E também porque, aqui... Aqui perguntou, a aí a gente tentou.

Katy – Tá perguntando se dá pra trocar, aí a gente trocou.

Pesquisadora – Tá, então me esclarece isso: a última pergunta é... se dá pra trocar os desenhos por números. Por causa dessa pergunta...

Pepsi – ...que a gente tentou.

Para a resolução da segunda questão eles utilizam o símbolo (estrela de quatro pontas) que até então não se encaixava na resolução:

Pepsi – Por a gente tinha que saber... Depois, quando a gente voltou pra essa (2ª questão), aí a gente... foi um chutaço mesmo.

Sprite – É, porque foi o único símbolo que sobrou.

Pepsi – É, foi o único. Aí a gente chutou.

Sprite – Não tinha nenhum outro símbolo com o valor da carinha. Aí a gente colocou esse.

Recordo que no enunciado da tarefa está escrito que essa calculadora é muito diferente e logo Pepsi explica porque pensou nas substituições numéricas:

Pepsi – Mas, olha só, se não desse, mesmo com as somas aqui, esses resultados não iam combinar.

Pesquisadora – Mas não iam combinar por quê?

Pepsi – Porque esse mais esse ia dá uma coisa assim... E aqui, como tem a carinha, ia dá uma coisa... sei lá. E aqui sempre é o mesmo resultado (aponta as duas calculadoras), porque o símbolo é igual.

Sugiro outros valores numéricos que satisfazem às equações e Katy avalia:

> **Katy** – Mas aí, do mesmo jeito, dá pra trocar por número.

Pergunto se tem que trocar só pelos números que eles encontraram e eles respondem:

> **Pepsi** – Não. Dá pra trocar por vários.
>
> **Katy** – Pode ser por qualquer outro.
>
> **Sprite** – Pode ser outro. Pode ser de 100...
>
> **Pepsi** – Esse aí é só uma possibilidade pra saber se dá pra trocar. Não tem número certo.

Eles terminaram a tarefa e parecem ter a certeza de que a substituição dos símbolos por valores numéricos é legítima.

<u>Entrevista 2</u>

Alguns dias depois, Keven realizou sozinho, a mesma tarefa. Leu e logo começou a apresentar hipóteses, não percebendo que já apresenta a resolução de uma das questões:

> **Keven** – É, uma cruz mais uma meia lua dá também uma estrela de seis pontas. Então, eu tenho duas hipóteses: ou o coração tem o mesmo resultado da cruz e da meia lua juntos ou essa carinha feliz aqui não vale nada.

Faço, então, a primeira intervenção:

> **Pesquisadora** – Entendi. Ela não teria nenhum valor. Por que você acha que o coração pode ser a cruz mais a meia lua?
>
> **Keven** – Porque, assim, se a carinha feliz mais essa cruz e essa meia lua dão o mesmo resultado que um coração normal, um coração só. Aí eu pensei que esses dois aqui (cruz mais a lua) fosse o coração.

Pergunto se há uma questão com essa pergunta, mas Keven parece desconsiderar a intervenção e sugere que a resolução da primeira questão deve ser a estrelinha de seis pontas ou o coração. Ele não consegue se decidir por um dos símbolos porque leva em consideração a possibilidade da carinha ter ou não algum valor.

Em relação à segunda questão Keven diz:

> **Keven** – Quanto vale o símbolo? Na minha hipótese ela não vale nada, porque se tirasse ela dessas contas aqui, assim, pra mim não ia fazer

> diferença porque o coração ia dar a estrelinha de seis pontas e esses dois aqui (cruz e a lua) dá a estrelinha de seis pontas também.

Intervenho novamente, mas Keven continua com a ideia de que a carinha não tem valor algum.

> **Pesquisadora** – Ok. Keven, mas será que existe alguma conta que eu posso fazer nessa calculadora que o resultado seja uma carinha feliz?
>
> **Keven** – Eu pensei assim: carinha feliz mais carinha feliz é igual a uma carinha feliz.

Quando é indagado acerca da terceira questão, Keven alega não entender o que significa “responda usando desenhos”. Faço nova intervenção:

> **Pesquisadora** – Olhando pra calculadora será que tem alguma conta que a gente possa fazer que o resultado dê um coração? Como aí só tem desenhos você vai ter que responder usando desenhos.
>
> **Keven** – Hãhã. Cruz mais meia lua é igual a um coração.
>
> **Pesquisadora** – Cruz mais meia lua é um coração. Você tinha chegado a essa conclusão. Ok. E a carinha feliz? Será que não tem nenhuma conta que poderia dar a carinha feliz, que não seja carinha feliz mais carinha feliz igual a carinha feliz?

E começa a levantar outras possibilidades:

> **Keven** – Deixa eu ver. Pode usar o menos ou essas coisas?

E chega a uma conclusão:

> **Keven** – Ah, não, tá. Pode ser a estrelinha de seis pontas menos o coração pra dar uma carinha.

Em relação à possibilidade de trocar os símbolos por letras:

> **Keven** – Eu acho que sim. Porque assim, vamos supor com números: se a carinha fosse zero e o coração fosse 5 e o resultado fosse 5 e nesse aqui (calculadora 2) a carinha feliz seria zero, a cruz seria 2 ou 3 ou 1. Por exemplo, se você somasse esses dois aqui (calculadora 1) daria 5 e o resultado seria o mesmo (da calculadora 2), daria 5.

Pergunto:

> **Pesquisadora** – Tá. Mas dá pra você ter certeza qual número é qual símbolo?
>
> **Keven** – Não.

E Keven justifica:

> **Keven** – É que aqui tem uma figura, aqui na calculadora, uma estrelinha de quatro pontas, que não citada, aí não dá pra saber o valor de todos.

Recomendo outros valores numéricos que satisfazem às equações e Keven justifica:

> **Keven** – Não dá pra saber direito o resultado de cada um. Não tem uma hipótese certa para o resultado de cada um. Pode ter duas respostas.

<u>Entrevista 3</u>

Distribuo as tarefas, dou as orientações necessárias e me afasto. Logo aparece a primeira sugestão:

> **Stefanny** – A gente pode pegar os números, 1, 2, 3, 4 e colocar aqui, ó. (aponta para a calculadora)

Isa se reporta ao enunciado:

> **Isa** – E isso é uma calculadora diferente?
>
> **Stefanny** – É...

Isa sugere que a cruz mais a lua é igual ao coração, mas os colegas descartam essa possibilidade. E logo aparece a possibilidade de substituição de valores numéricos. Stefanny sugere que é possível e os colegas que estavam indecisos seguem sua ideia.

> **Stefanny** – Dá para trocar os desenhos por números?
>
> **Poseidon** – Não sei.
>
> **Stefanny** – Eu acho que dá.
>
> **Poseidon** – Tô achando que nesse aqui a gente vai ter que achar os números.
>
> **Isa** – Vamos observar.
>
> **Seia** – Então finge que a estrela de seis pontas é, por exemplo...
>
> **Isa** – 6.
>
> **Seia** – 8. Finge, então. O sorriso vale quanto?

Novamente, Stefanny sugere que os símbolos tenham valores numéricos na mesma ordem que em uma calculadora comum. Isa e Seia aceitam sua produção de significados.

> **Stefanny** – (Contando na calculadora) 1, 2, 3, 4.
>
> **Isa** – Acho que o sorriso vai ser 3. Essa calculadora só vai até o 6, gente!
>
> **Seia** – É mesmo!
>
> **Poseidon** – Não sei...

Mas Poseidon sugere outra possibilidade de substituição numérica:

> **Poseidon** – E se for tudo número par, ó: 0, 2, 4, 6, 8 e 10. Ah, não! O 10 não dá.

Seia continua lendo as questões, estranha a instrução de responder usando desenhos, mas logo sinaliza um ponto em comum entre as duas calculadoras.

> **Seia** – Deve ter alguma coisa a ver com isso. Ela (estrela de 6 pontas) aparece nas duas contas.

Aproximo-me e faço a primeira intervenção:

> **Pesquisadora** – O que é que aparece nas duas contas?
>
> **Stefanny** – O sorriso e a estrela de seis pontas.
>
> **Pesquisadora** – E aí? O que vocês estão pensando?
>
> **Poseidon** – Nada.

Alego que ouvi alguns comentários e estratégias, mas eles não respondem. Começo, então, a perguntar acerca do texto que fala de uma calculadora muito diferente e das operações que aparecem nos desenhos, mas Seia continua dando valores aleatórios para os símbolos:

> **Seia** – 3 + 4 + 1 é igual a 8.
>
> **Poseidon** – E aqui (aponta para a primeira calculadora) 2 + 3. Não. Se aqui (calculadora 2) for 4 + 2 + 2 e aqui (calculadora 1) for 3 + 2?

Stefanny percebe que os resultados das duas calculadoras são iguais e sugere um mesmo valor para a estrela de seis pontas:

> **Stefanny** – Eu acho assim, tem que ser um número que dê o mesmo resultado nos dois negócios. (calculadoras)

Poseidon aceita sua sugestão:

> **Poseidon** – Tipo assim, (calculadora 2) 1 + 2 + 2 e aqui (calculadora 1) 3 + 2.

Mas Seia o interpela:

> **Seia** – Só que você (Poseidon) falou que a carinha feliz aqui (calculadora 1) significa 3 e aqui (calculadora 2) 1.
>
> **Pesquisadora** – E você acha que onde tem carinha feliz tem que ser o mesmo valor?
>
> **Seia** – Eu acho.
>
> **Isa** – Não sei.
>
> **Seia** – Acho.
>
> **Pesquisadora** – Então a carinha feliz não poderia valer 4 numa conta, valer 1 na outra conta. Ela teria o mesmo valor. É isso?

Seia, Poseidon e Stefanny respondem que sim. Isa fica em silêncio mostrando-se não convencida. Mesmo pensando em substituição numérica, Stefanny, consegue analisar os símbolos:

> **Stefanny** – Eu tava pensando aqui agora que o coração pode ser um número que seja, aqui, por exemplo, esse desenho aqui (cruz) mais a lua, seja o mesmo valor que o coração.

Stefanny resolve a terceira questão e Seia percebe que a primeira questão é semelhante e eles a resolvem também. Poseidon concorda, mas Isa permanece em silêncio.

> **Pesquisadora** – O Seia tá dizendo que a primeira... qual que é a resposta Seia?
>
> **Seia** – Coração.
>
> **Pesquisadora** – Por quê?
>
> **Stefanny** – Porque aqui...
>
> **Seia** – Porque aqui é a cruz mais a lua que é igual ao coração e aqui (questão 1) é igual ao coração.

Passam, então, a analisar a terceira questão e a estrela de quatro pontas que não aparece em nenhuma das operações passa a ser uma possibilidade de resposta, por ter sido o único símbolo que não apareceu até então.

> **Poseidon** – Quanto vale o símbolo da carinha?
>
> **Seia** – Vale essa outra cruz aqui.
>
> **Poseidon** – A estrela de seis pontas.
>
> **Isa** e **Stefanny** – (Balançam a cabeça negativamente)
>
> **Seia** – Não. Só ela não pode. Vai dar essa, a estrela de quatro pontas.

Seia justifica, os colegas não entendem e ele repete a justificação com outras palavras e os convencem:

> **Seia** – Porque a carinha feliz não pode ser o mesmo valor que a estrela de seis pontas senão não daria a carinha feliz mais o coração.

Todos anotam e passam para a última questão concordando que é possível trocar os símbolos por números

> **Poseidon** – Dá pra trocar os desenhos por números?
>
> **Seia** – Sim.
>
> **Poseidon** – Sim, só que a gente vai ter que inventar.
>
> **Isa** – É gente.
>
> **Poseidon** – Sim.

Todos fazem anotações, mas Isa não concorda com a substituição dos símbolos por números, mas não sabe explicar:

> **Isa** – Eu acho assim, não tem como. Não tem como substituir por número, não.

E acrescenta:

> **Isa** – Vale isso. Vale o desenho.

Stefanny e Poseidon concordam, mas Seia fica confuso. Eu me aproximo.

> **Pesquisadora** – E aí pessoal? O que vocês achando? Como que ficou esse da carinha feliz mesmo?
>
> **Poseidon** – A carinha feliz dá a estrela de 4 pontas.
>
> **Pesquisadora** – Mas por quê?
>
> **Seia** – Porque se fosse a estrela de seis pontas, só a carinha feliz ia dar a estrela de 6 pontas. Só ela sozinha.

Pergunto:

> **Pesquisadora** – Será que se na calculadora eu apertar a carinha feliz vai aparecer uma estrela de quatro pontas lá, ou eu teria que fazer uma conta?
>
> **Stefanny** – Tem que fazer uma conta.

Chamo a atenção para os desenhos, pergunto quais operações têm na calculadora e eles parecem perceber a possibilidade de uma operação que não seja a soma.

> **Poseidon** – Não. Tem multiplicação...
>
> **Isa** – Multiplicação.
>
> **Seia** – Multiplicação.
>
> **Poseidon** – Divisão e subtração.
>
> **Pesquisadora** – Então pode ser uma outra operação?

Concordam com a cabeça.

> **Pesquisadora** – Então olha para a primeira conta. Carinha feliz mais o coração dão uma estrela de 6 pontas.

Seia insiste em utilizar a estrela de quatro pontas, mas depois aceita que não precisa usar esse símbolo obrigatoriamente.

> **Seia** – Então a estrela de 4 pontas mais o coração dá a estrela de 6 pontas.
>
> **Pesquisadora** – Mas porque a estrela de 4 pontas?
>
> **Seia** – Porque é a que sobrou.
>
> **Pesquisadora** – Mas será que eu não posso ter uma outra conta com esses símbolos e ter uma carinha de resposta. Será que é obrigatório entrar o símbolo que não tinha entrado ainda?
>
> **Seia** – Obrigatório não é!
>
> **Pesquisadora** – Então vamos olhar pra primeira conta. A carinha feliz mais o coração dá a estrela de 6 pontas. O que eu tenho que fazer pra achar só a carinha feliz?

Stefanny para de utilizar a ideia de substituição numérica e passa a utilizar somente os símbolos.

> **Stefanny** – O resultado menos o coração que vai dar a carinha.

Depois da sugestão de resolução, todos passam a não utilizar mais a ideia de substituição numérica:

> **Pesquisadora** – E a última? Que é essa coisa que vocês estavam tentando desde o começo, né? Dá para trocar os desenhos por números?
>
> **Poseidon** – Não.
>
> **Seia** – Não.
>
> **Stefanny** – Acho que não.
>
> **Isa** – Não.

Chamo a atenção para a ideia anterior de substituição numérica:

> **Pesquisadora** – Mas vocês estavam trocando e estava dando certo.
>
> **Poseidon** – Não tava dando muito certo, não.
>
> **Pesquisadora** – Ah, não tava dando muito certo! Então dá pra afirmar que o primeiro símbolo é o número 1, o outro símbolo é o número 2, dá pra ter essa certeza?
>
> **Poseidon** – Não.
>
> **Seia** – Não.

Encerramos a tarefa.

A produção de significados

Analisando essas entrevistas pareceu-nos forte a presença da aritmética nas resoluções apresentadas. Houve uma necessidade de substituição dos símbolos por números e para justificar essa atitude os sujeitos utilizaram diversas explicações.

Importante ressaltar os muitos modos de produção de significados apresentados. Na primeira entrevista, Sprite acha quanto vale o coração fazendo comparação entre as equações apresentadas, mas logo após muda sua forma de pensar e passa a dar valores aleatórios para cada um dos símbolos. Mais tarde percebem que os valores dados por eles não são as únicas possibilidades possíveis.

O símbolo que não aparece em nenhuma das duas operações (estrela de quatro pontas) também parece incomodá-los bastante. Talvez por terem contato com tarefas em que todos os dados são utilizados em sua resolução.

Na segunda entrevista, Keven apresenta algumas hipóteses e não parece querer mudar sua forma de pensar, apesar das intervenções. Mais tarde percebemos que Keven estava preso em apenas uma operação apesar da calculadora apresentar as quatro operações fundamentais.

Como os primeiros entrevistados Keven também se mostra inclinado às substituições numéricas, mas também percebe que os valores dados aos símbolos não são os únicos possíveis.

Na terceira entrevista, a primeira sugestão é a de substituição dos símbolos por números, mas diferentemente das outras entrevistas, a substituição sugerida é na ordem de uma calculadora convencional e mais tarde de substituir somente por números pares. Logo após passam a atribuir valores aleatórios, descartando a possibilidade anterior.

Stefanny passa a pensar somente com os símbolos e resolvem a primeira e terceira questões. Assim como Pepsi e Sprite, eles também se incomodam com o dado que aparentemente não será utilizado e tentam colocá-lo em alguma resposta.

Muitos significados são produzidos também em relação à substituição dos símbolos por números. Isa parece não admitir essa substituição, enquanto os demais permanecem presos a essa ideia. Ao ceder à possibilidade de pensar somente com símbolos e produzir novos significados eles conseguem resolver a tarefa.

4.5 – A Análise Final

Como já dissemos no capítulo 1, segundo Lins e Gimenez (1997), pensar algebricamente é:

i) pensar aritmeticamente;
ii) pensar internamente;
iii) pensar analiticamente.

A proposta foi de que essas características fossem observadas na confecção das tarefas utilizadas nessa produção e em suas posteriores análises.

Algumas estratégias desenvolvidas pelos sujeitos de pesquisa revelam o uso do aritmeticismo, como por exemplo, na Tarefa dos Discos e Fitas, quando Sprite recorre à experimentação de alguns números e descobre o preço de discos e fitas. Já na Tarefa dos Bombons e Pirulitos, ele resolve de forma diferente, pois já não atribui valores aleatórios, mas calcula o preço unitário analisando as equações dadas.

Na Tarefa da Calculadora, Keven estabelece hipóteses iniciais que revelam o pensar analiticamente:

> **Keven** – É, uma cruz mais uma meia lua dá também uma estrela de seis pontas. Então, eu tenho duas hipóteses: ou o coração tem o mesmo resultado da cruz e da meia lua juntos ou essa carinha feliz aqui não vale nada.

E em outro momento:

> **Keven** – Não, acho que já sei. Eu tô em dúvida entre o coração e a estrelinha de seis pontas. Porque, assim, eu tô pensando que a cruz e a lua elas podem ser, elas podem dar esse resultado aqui da estrelinha como se a carinha não existisse, ou ela poderia dar coração.

Os PCN trazem como um dos objetivos de desenvolvimento do pensamento algébrico "Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico." (PCN, 1988, p. 64). Apesar dessa afirmação ser muito vaga, entendemos que, da perspectiva do MCS isso seria pensar internamente. Da nossa observação, nossos sujeitos de pesquisa não operaram internalisticamente.

Chamamos a atenção, ainda, para o fato das tarefas terem atendido às características de serem familiares e não-usuais. De fato, os alunos demandaram grande esforço na resolução das tarefas, mas as constituíram em texto em todos os casos.

No próximo capítulo teceremos nossas considerações finais.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os objetivos do Mestrado Profissional em Educação Matemática fortaleceram meus anseios já que essa modalidade tem por objetivo capacitar, através da pesquisa, professores de Matemática, para o exercício mais qualificado da docência, e, sobretudo, utilizar a pesquisa de modo a agregar valor às suas atividades de prática docente. Essa produção, que aqui apresentamos, é o desenvolvimento do projeto que estávamos elaborando no interior do núcleo de pesquisa antes da abertura do Mestrado Profissional em Educação Matemática.

A proposta inicial dessa produção foi a elaboração de tarefas que promovessem o desenvolvimento do pensamento algébrico em estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental e investigar quais os significados produzido para as tarefas.

Para verificar de que maneira diferentes concepções afetam o processo de ensino e de aprendizagem desenvolvemos um estudo, no capítulo 1, sobre os diferentes entendimentos do que é álgebra, pensamento algébrico e atividade algébrica, embora nosso objetivo não fosse o de listar todas as concepções existentes. Passamos, então, a adotar como nossa concepção, a proposta alternativa de Lins e Gimenez (1997) que indica um projeto de Educação Algébrica, que permitiria a produção de significados para Álgebra e a capacidade de pensar algebricamente. Nesse projeto de Educação Algébrica algumas ideias aparecem fortemente, como a possibilidade da introdução da Álgebra mais cedo e o desenvolvimento da Aritmética e da Álgebra juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra e para alcançar os objetivos propostos concordamos com a proposta de uma abordagem com base em significados e não em conteúdos.

Após esse estudo, ainda no capítulo 1, determinamos que as tarefas que seriam desenvolvidas por nós, deveriam ter as características do pensamento algébrico, de acordo com Lins (1992), aritmeticismo, internalismo e analiticidade. Desenvolvemos, então, o trabalho de elaboração dessas tarefas observando essas características.

No capítulo 2, apresentamos os pressupostos teóricos orientadores dessa pesquisa – o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), que nos auxiliou na produção desse trabalho e em nossa prática docente, pois quando aplicado efetivamente exige do professor uma postura diferenciada da postura imposta pela tradição: professor que fale menos e ouça mais, pois é através do que os alunos dizem que podemos observar e interferir no processo de produção de significados, o que não será possível se a voz não for dada a eles. Apresentamos também nossa questão de investigação que foi definir as características das tarefas e a análise da produção de significados produzidos para essas tarefas.

A metodologia da pesquisa foi apresentada no capítulo 3 em que caracterizamos nossa pesquisa como qualitativa. As informações para análise foram colhidas considerando a produção de significados e não houve interesse por dados numéricos em nenhum momento. As tarefas foram desenvolvidas observando as características do pensamento algébrico, já citadas anteriormente. Desenvolvemos várias tarefas e escolhemos quatro para serem pré-testadas. O pré-teste foi realizado por dois alunos da rede pública e as tarefas passaram, após o pré-teste, por algumas alterações. A pesquisa foi desenvolvida com oito estudantes do 6º do Ensino Fundamental, sendo quatro da rede pública e quatro da rede particular.

No desenvolvimento da pesquisa, o MCS permitiu-nos a leitura da produção de significados produzidos pelos alunos para as tarefas, que apresentamos no capítulo 4. O material utilizado para a análise foram as ações enunciativas dos sujeitos durante a execução da tarefa, como suas falas, expressões, gestos, escrita, etc. A elaboração das tarefas foi um processo demorado. A primeira tarefa apresentada aos sujeitos de pesquisa – Tarefa da Feira de Antiguidades – foi uma adaptação de uma tarefa proposta por Lins (2010) e a segunda tarefa apresentada – Tarefa dos Bombons e Pirulitos – também apresentou características semelhantes à primeira, embora tivesse outras possibilidades de resolução. Essas tarefas apresentaram valores numéricos para preços e quantidade dos elementos. A terceira tarefa – Tarefa da Promoções – teve como propósito a apresentação de valores numéricos para a quantidade de objetos, mas não continha os preços desses objetos e a quarta tarefa – Tarefa da Calculadora - não possui nenhum tipo de valor numérico. Todas as tarefas submetidas envolveram combinações lineares como a estrutura matemática subjacente.

As produções de significados para a Tarefa da Feira de Antiguidades foram as mais variadas. Um grupo não abandonou a perspectiva de encontrar o valor unitário de discos e fitas, objetos antigos que estavam sendo vendidos em uma feira, segundo a tarefa. Outro grupo encontrou os valores unitários através da atribuição de valores aleatórios para discos e fitas e os sujeitos do terceiro grupo tentaram encontrar os valores unitários, fizeram a análise algébrica das sentenças procurando a que estava “mais perto” das questões e tentam também dar valores aleatórios.

Na Tarefa dos Bombons e Pirulitos havia a possibilidade de se encontrar os valores unitários através da análise das sentenças, possibilidade explorada por um grupo que resolveu as questões. Grande foi nossa surpresa quando um dos sujeitos de pesquisa resolveu a tarefa utilizando um método de resolução de sistemas lineares. Inconformado por não chegar, na Tarefa da Feira de Antiguidades, a um resultado que considerasse satisfatório, ele estudou com um familiar para a resolução de qualquer tarefa parecida. Outro grupo iniciou trabalhando com a análise das sentenças e diante da impossibilidade, imposta pela tarefa, eles mudaram a forma de operar e passaram a atribuir valores aleatórios.

A Tarefa das Promoções não possuía valores para os preços dos produtos, o que causou grande desconforto para os sujeitos de pesquisa. Eles atribuíram valores numéricos aos produtos e estranharam a questão que não apresentava dados suficientes para sua resolução.

Na Tarefa da Calculadora eles também atribuíram valores aleatórios e apresentaram bastante dificuldade em pensar em uma tarefa que não possuía números. Eles também atribuem valores comparando a calculadora da tarefa com uma calculadora comum.

Como conseguimos, na análise do material coletado, observar os diferentes significados produzidos pelos sujeitos de pesquisa, entendemos que as tarefas elaboradas e testadas por nós alcançam a finalidade de auxiliar o desenvolvimento do pensamento algébrico.

É importante registrar o quanto nosso olhar para a sala de aula e para a aprendizagem mudou a partir do desenvolvimento dessa produção. Com o referencial teórico sendo aplicado a cada momento, percebemos o quanto o trabalho do professor, quando pautado por concepções claras de seus referenciais, torna-se eficiente. Passamos a considerar situações que antes eram invisíveis, embora corriqueiras, como o aluno que produz significados em certa direção e que não aceita certas intervenções deixou de ser apenas o aluno “teimoso”, da mesma forma que a nossa produção de significados passou a não ser a única e nem a legítima.

As dificuldades de aprendizagem continuam aparecendo, mas a forma com a qual lidamos com elas é que mudou substancialmente.

Dar voz ao aluno não é uma exclusividade do Modelo dos Campos Semânticos, mas sim, a forma de lermos essa voz dada. Percebemos, então, que em uma sala de aula acontecem mais eventos a serem analisados do que podemos conceber, mas para vê-los com clareza precisamos permitir ao aluno explicitar os mais variados modos de operar, pois é isso que dá ao professor a visibilidade do que acontece em sua sala de aula permitindo, então intervenções mais precisas. A capacidade dos professores de identificarem diferentes tipos de pensamento algébrico é fundamental para que esses sejam explorados quando aparecerem.

Essa pesquisa também teve como finalidade a confecção de um produto educacional que consiste no conjunto de tarefas aplicadas no trabalho de campo e em orientações que auxiliem o professor a utilizá-las em sala de aula e a elaborar suas próprias tarefas.

Entendemos, portanto, que esse tema não se esgota com as tarefas aqui apresentadas. Para novas tarefas podemos levar em conta que as características do pensamento algébrico, por nós utilizadas, aritmeticismo, analiticidade e internalismo, devem pautar a confecção de tarefas, como nesse referido trabalho, podendo-se utilizar em cada tarefa uma, duas ou as três características. Fica, portanto, um longo trabalho a ser desempenhado.

REFERÊNCIAS

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1997). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (Primeiro e Segundo Ciclos). Brasília: MEC/SEF.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (Terceiro e Quarto Ciclos). Brasília: MEC/SEF.

Booth, L. R. **Children's Difficulties in Beginning Algebra**. En B. Moses (Ed.), Algebraic thinking. Grades K-12. Readings from NCTM's school-based journals and others publications, (p. 299-307). Reston, 1999, USA: N.C.T.M.

Bogdan, R. e Biklen, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.

Butto, C. e ROJANO, T. **Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría.** Educación Matemática, vol. 16, nº 1, 2004.

Carpenter, T. P., & Franke, M. L. Developing algebraic reasoning in the elementary school: generalization and proof. In: **H. Chick, K. Stacey, J. Vincent y J. Vincent (Eds.), Proceedings of the 12th ICMI Study Conference. The Future of the Teaching and Learning of Algebra,** (p. 155-162). Melbourne: University of Melbourne, 2001.

Leontiev, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil**.** In: L. S. Vigotsky (Dir.), **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem** (pp. 59-83). São Paulo: Ícone, 2006.

Lins, R. C. **A framework for understanding what algebric thinking is.** Thesis (Phd). University of Nottingham, Nottingham, 1992.

Lins, R. C. **Um quadro de referência para se entender o que é pensamento algébrico**. MEC/INEP -1993.

Lins, R.C. **Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa.** Revista de Educação Matemática da SBEM-SP. Ano 1 – n.1- setembro, 1993b.

Lins, R. C. **O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico.** Revista Dynamis. Blumenau, abril/junho. 1(7): 29-39, 1994.

Lins, R. C. **Epistemologia e Matemática.** In: Revista Bolema (Vol. 1, n° 10, p. 35-46). Rio Claro, Brasil: Editora UNESP, 1995.

Lins, R. C. ; Gimenez, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.** Campinas, Brasil: Papirus, 1997(a).

Lins, R. C. **Luchar por la supervivencia: la producción de significados.** In: UNO - Revista de Didáctica de las Matemáticas. Vol. 1, n. 14, p. 39-46). Barcelona: Grão, 1997(b).

Lins, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: Editora UNESP,1999.

Lins, R. C. The production of Meaning for Algebra: a perspective based on a theoretical model of semantic fields. In: Sutherland, R., Rojano, T., Bell, A., & Lins. R. C. (Org.) **Perspectives on School Algebra** (Vol. 1, p. 37-60). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Press, 2001.

Lins, R. C., & Kaput, J. The early development of algebraic reasoning: the current state of the fi eld. In: K. Stacey, H. Chick y M. Kendal (Eds), **The teaching and learning of algebra.** The 12th ICMI Study (p. 47-70). Norwell, MA, USA: Kluwer Academic Publishers, 2004.

Lins, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In M.A.V. Bicudo (Ed.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo, Brasil: EDUNESP, 2004.

Lins, R. C. A diferença como oportunidade para aprender. In: XIV ENDIPE, 2008, Porto Alegre. **Trajetórias e processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e culturas.** Porto Alegre : EdiPUCRS, v. 3. p. 530-550, 2008.

Lins, R. C. Early Algebraic Thinking: The Case of Equivalence in an Early Algebraic Context. In: Z. Usiskin, K. Andersen e N. Zotto (eds.). **Future Curricular Trends in School Algebra and Geometry: Proceedings of a Conference.** p. 31-44. Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc., 2010.

Machado, S. D. A. O papel da notação algébrica no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: **Anais X ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática**, Salvador, 2010.

NCTM. **A Matemática essencial para o século XXI.** In: *Educação e Matemática*, Portugal, n. 14, abr/mai/jun 1990, p.22-25.

Oliveira, R. **Pensando algebricamente antes da 7ª série: Uma outra perspectiva sobre os processos de construção do conhecimento.** Rio de Janeiro, GEPEM, 1998, p. 82 a 107.

Panossian, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino.** Dissertação de Mestrado. São Paulo: USP, 2008.

Santos, G. H. O. **Diferentes Modos de Produção de Significados de deficientes Visuais para a Geometria.** In: X EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2006, Belo Horizonte. X EBRAPEM - Conhecimento e Inclusão Social. Belo Horizonte : UFMG, 2006.

Silva, A. M. **Uma análise da produção de significados para a noção de base em Álgebra Linear.** Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: Universidade Santa Úrsula, 1997.

Silva, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática.** Tese de Doutorado em Educação Matemática. Rio Claro, Brasil: IGCE/UNESP, 2003.

Silva, M. H. **Estudo das visões sobre Álgebra presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental em relação a**

números e operações. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006.

Usiskin, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis.** In: A. F. Coxford & A. P. Shulte, As Idéias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

ANEXOS

ANEXO 1 – Termo de compromisso ético

UNIVERSIDADE
FEDERAL DE JUIZ DE FORA

COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TERMO DE COMPROMISSO ÉTICO

Este termo de compromisso pretende esclarecer os procedimentos que envolvem a pesquisa desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática/UFJF, e a utilização dos dados nela coletados. Tem o objetivo de deixar o mais transparente possível a relação entre os envolvidos e o tratamento e uso das informações que serão colhidas.

As entrevistas, videografadas e transcritas, servirão como material para nossas pesquisas que procuram investigar o processo de produção de significados para a álgebra por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. O acesso ao conteúdo dos vídeos será de uso exclusivo da pesquisadora e dos pesquisadores do Núcleo de Investigação e Divulgação dos Estudos em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, que assumem o compromisso de não divulgar a imagem ou informações que permitam identificar os sujeitos de pesquisa.

As informações provenientes da análise dessas entrevistas poderão ser utilizadas pelos citados pesquisadores em publicações e eventos científicos e divulgadas a todos aqueles que se interessarem pelas pesquisas, na forma acima indicada.

Juiz de Fora, 02 de dezembro de 2010.

______________________________ ______________________________

Amarildo M. da Silva — Mageri Rosa Ramos

Orientador da pesquisa — Pesquisadora

______________________________ ______________________________

Diretor — Responsável pelo Sujeito de Pesquisa

ANEXO 2 – Transcrição da Tarefa Feira de Antiguidades

Grupo 1: Poseidon, Seia, Stefanny e Isa

Tempo aproximado: 61 minutos

Poseidon – Eu tava pensando...

Seia – Que era pra resolver essas contas.

Poseidon – Não. Eu tava pensando que era pra fazer aquele negócio de multiplicar.

Silêncio (leitura)

Poseidon - Aqui eles trocaram. Eles colocaram 3 discos e no outro 3 fitas.

Isa - Tem importância não.

Seia – Achei que tava escrito fritas. Risos.

Isa – Acho que já entendi.

Seia – Primeiro a gente tem que ver o preço que dá esses resultados dos 2 discos e 3 fitas.

Stefanny – Não entendi o que você falou

Seia – Tem que ver o resultado que dá esse número (aponta para R$26,00). Quantos que é 2 discos e 3 fitas. Aí a gente vai ver.

Isa – Esse aqui é o resultado dos...

Seia – 3 discos e 7 fitas.

Stefanny – Tem que fazer os dois juntos.

Isa – E esse aqui é o resultado dos dois juntos. Então você tem que ver qual que é.

Poseidon – Tem que somar?

Seia – Você tem que ver qual que é.

Isa – Qual que é o que?

Seia – Primeiro a gente vai ter que achar qual que é esse, aí somar esse que dá 26. Entendeu?

Stefanny – Não, deixa eu ver. (Lê questão 1)

Seia – Então, a gente tem que fazer quando que dá 26, quando que dá 23, pra gente ver ??? dos discos e das fitas.

Stefanny – Por exemplo, o resultado aqui divide por 2. A gente tem que achar um preço que mais esse ou vezes esse dá 26.

Seia – Por exemplo, olha aqui.

Isa – O que é que nós tá falando?

Seia – Por causa que a gente tem que tentar achar quanto que dá o resultado aqui. Aí a gente vai ver quanto é que é 3 discos, a gente vai achar aqui, entendeu?

Stefanny – Não, me explica direito.

Isa – Não.

Poseidon – Vamos supor que é 30, aqui é 15 e aqui é 15 e no lugar do "e" é mais. 15 mais 15 é 30.

Seia - O preço é 30.

Poseidon – A gente tem que descobrir o preço de cada um.

Seia – Quanto que é o disco e quanto que é a fita?

Stefanny – Dá um jeito de explicar direito porque não tô entendendo nada.

Seia – Tem que saber quantos que é o disco e quantos que é a fita.

Stefanny – Eu tava pensando assim: a gente divide esse preço aqui por 2 que aí vai descobrir quantos que é cada disco e quantos que é cada fita.

Poseidon – A gente divide por 3 e depois por 2.

Stefanny – É.

Poseidon – Vão ver.

Seia – Mas calma. A gente não tem que fazer isso. A gente primeiro tem que saber quantos que é 3 discos e 7 fitas.

Isa – Mas tem 3 discos sim, só não tem 7 fitas, tem 6 fitas.

Seia – Aí a gente tem que achar o preço.

Stefanny – Peraí, a gente não tem que achar é o preço da fita?

Seia – Então, é isso que eu tô tentando explicar.

Poseidon – Mas a gente soma, divide ou multiplica? Isso que eu não entendi.

Stefanny – Acho que é dividir, né?

Isa – É dividir.

Stefanny – Eu acho que pra gente achar o negócio aqui, tem que fazer uma conta aqui, né não?

Poseidon – Já sei: 3 vez 7 divide por 2, 3 vezes 7 divide por 3.

Stefanny – Não.

Isa – A metade de 26 é quanto?

Poseidon– 13.

Isa – Então é 13.

Poseidon – E o 7?

Stefanny – 13 não é mais garantido?

Poseidon – Mas onde é que vocês estão vendo 13, gente?

Isa – Porque aqui tá 26, ó.

Seia – Mas qual que é o preço dos 3 discos e qual que é o preço das 7 fitas.

Isa – Se é 13 vai dar ... 39.

Seia – A gente tem que ver qual que é o preço de 3 discos e qual que é o preço de 7 discos. Aí a gente soma.

Poseidon – E compara com esses.

Seia – Aí a gente diminui.

Isa – Então o que é que eu tô falando. Vai dar 39.

Seia – Quanto que é 3 discos?

Isa – 39.

Poseidon – Como assim?

Risos

Seia – O que é que você falou?

Stefanny – É assim: porque a gente dividiu. Mas não tem jeito não porque aqui aumenta os preços. 5 discos. Vamos ver se 5 discos.

Seia – Primeiro a gente vê.

Isa – Aqui aumenta os preços. 13 mais 13 mais 13 mais 13 mais 13, 6 mais 6 é igual a 12.

Poseidon – Gente, de onde vocês tiraram 13.

Isa – Vai dar 13?

Poseidon – Gente, da onde vocês estão tirando isso?

Stefanny – Ai gente, calma!

Isa – Tamo tentando fazer.

Seia – Também não sei não.

Stefanny – Vão ver.

Poseidon – Olha como que eu fiz: não tem aqui o 2?

Seia – É porque a diferença é de 4 fitas.

Poseidon – De 3 pra chegar no 7 é 4. Então a gente pega o 26 e faz mais 4.

Isa – Ah, tá.

Stefanny – Não entendi nada.

Poseidon – Repete.

Seia – Eu viajei.

Stefanny – Como assim que você fez?

Seia – A gente fez 26 mais 4. É porque é 3 fitas.

Seia – Fizemos errado. (apaga tudo)

Poseidon – De 2 pra chegar no 3 vai dar 1, de 3 pra chegar no 7 falta 4. 4 mais 1 vai dar 5.

Seia – Aqui, 7 fitas, de 5 pra chegar no 7, falta 2. 41 mais 2. Que nem você fez aqui. Olha aqui: 3 discos... 3 discos (comparando), aqui é 5 (fitas) aqui é 7.

Stefanny – Ô gente, mas não vai dar isso não.

Poseidon – De 2 pra chegar no 3 falta 1.

Stefanny - Mas não tem nada a ver isso de 2 pra chegar no 3. Não entendi nada, gente.

Seia – Eu entendi.

Stefanny – Então tá, vai...

Poseidon – Que número que mais 2 é 3? É 1.

Seia – A gente tem que ver qual é que vai ficar mais próximo. (...) 3 discos e 5 fitas. A gente tem que acrescentar 2. (* ver folha de resolução)

Seia e **Poseidon-** A gente tem que achar o número mais próximo de 3 e 7.

Seia – 3 discos e 5 fitas. De 5 é só colocar 2. Aí coloca 41 mais 2.

Stefanny – 41 reais mais dois reais.

Poseidon – Elas não entenderam. (risos)

Stefanny – Aí é só isso e tá bom?

Seia – É.

Stefanny – Entendi, gente.

Seia – Mais 2 reais.

Stefanny - Agora eu quero ver este último aqui: “Marília, do 7ª ano”...

Seia – Ué, você já passou pro último, já fez o segundo?

Stefanny – Não, mas a gente vai chegar lá. (risos)

Seia – Eu coloquei: ele pagou 43 reais.

Isa – E se não for isso?

Poseidon – Ah, se não for...

Seia – Se não vai não.

Stefanny – Se não for, aí já era.

(Todos escrevendo)

Stefanny – (Lendo) “O professor Carlos que coleciona discos de vinil e filmes antigos, comprou 5 discos e 8 fitas. Quanto ele pagou?”

Isa – O mais próximo é esse, que é o último (aponta para a última equação).

Seia – É o último.

Stefanny – De 5. Como que vai ser o de 5 [discos]. É zero, né?

Poseidon – Já é 5 discos.

Seia – 5 discos, aí vai dar 59 mais 2.

Stefanny – 59 mais 2?

Poseidon – É, 59 mais 2.

Isa – Mas, gente, o valor da fita pode não ser esse...

Stefanny – É.

Isa – Pode ser outro.

Poseidon – Que tipo de fita é essa?

Seia – É fita de vídeo, aquelas fitas que coloca no CD.

Stefanny – Eu não entendo dessas coisas de pobre.

Isa – Ah, é, ricona. (deboche)

Seia – Então o que você veio fazer aqui?

Stefanny – Eu vim ver como é que pobre estuda.

(risos)

Stefanny – Então, gente, é 59 [reais] mesmo, né?

Poseidon – De 6 pra chegar no 8 vai dar 2, então vai ser 59 mais 2...

Isa – Vai dar 61 [reais].

Poseidon – É, 61.

Isa – Eu também num tô tão ruim em Matemática assim não.

Poseidon – Eu tô achando que esta conta não existe.

Isa – Eu também. (risos)

Poseidon– (Em voz baixa): Isso é armação. É pra gente quebrar a cabeça tentando fazer isso.

Seia – Não, mas tá muito fácil... Muito fácil.

Isa – É como se a gente tivesse fazendo um outro problema de Matemática.

Seia – Tá fácil demais...

Poseidon – Mas não tem ninguém pra explicar... Fica mais difícil.

Isa – Se tivesse alguém pra explicar, eu saberia fazer. Quando alguém explica, é totalmente diferente.

Stefanny – Com os meninos da minha sala, pode explicar, pode fazer tudo, mas ninguém entende.

Poseidon – É o disco mais caro que eu já vi na vida.

Seia – É disco com fita, disco com a fita.

Poseidon – Mas que tipo de fita?

Seia – Eu não sei... Fita K-7?

Poseidon – Ah! Filmes antigos.

Stefanny – Fita K-7? Você já viu fita K-7? É baratinha, tá?

Isa – 50 centavos lá na Bete. Se ele tivesse perguntado pra mim, eu falaria pra ir na Bete.

(...)

Poseidon – Eu não tô entendendo (olhando para a 3ª questão). Qual que é o mais próximo de 2 discos e 1 fita? 2 discos e 3 fitas?

Isa – 1 disco e 4 fitas.

Seia – Não. É 2 discos e 3 fitas, que aí vai ser de menos.

Poseidon – É 1 disco e 4 fitas. Sabe por quê? De 1 pra chegar no 2 vai dar 1.

Seia – É 26 menos 2. Anda, é 26 menos 2. Vai dar 2 discos e 3 fitas.'

Isa – É menos? E porque que eu fiz de mais?

Seia – É menos, por causa que aqui... 2 discos e 3 fitas, aí vai ser menos 2. E vai dar 2 discos e 1 fita.

(...)

Isa – Mas tem que um outro jeito de resolver isso.

(...)

Poseidon – Gente, mas essa conta é muito óbvio. E se fosse vezes?

Seia – Mas tá dando resultado certo.

Poseidon – Quero saber não, vou fazer vezes 2.

Seia – Chama a Pesquisadora.

Seia – Será que é isso? Tá muito óbvio.

Isa – Para de falar difícil.

Pesquisadora – Tá muito óbvio? Então me conta.

Seia – Aqui, é assim?

Pesquisadora – Explica o que você fez.

Seia – A gente fez assim, aqui tá 3 discos e 7 fitas. A gente pegou esse (aponta para o caderno 3 discos e 5 fitas) que é o mais próximo de 3 discos e 7 fitas.

Poseidon – Aí a gente somou a diferença.

Pesquisadora – Tá. Agora deixa eu te fazer uma pergunta. 3 discos e 5 fitas é 41, é isso? Então você tá dizendo que os 3 discos e as 7 fitas, quer dizer, que as 2 fitas custam...

Poseidon - Ah, que 3 discos custam 41 reais.

Pesquisadora – Vamos dar uma lida aqui (texto). O que é que está dizendo aqui? Vamos olhar no caderno. Tá dizendo que 3 discos e 5 fitas custam 41 reais. E a tarefa tá perguntando 3 discos e ...

Seia – 7 fitas.

Pesquisadora – E vocês fizeram 41 mais 2. É isso? Mas de onde vocês tiraram esses 2 reais?

Poseidon – Que é a diferença de 5 pra chegar no 7 faltam 2.

Pesquisadora – Mas falta 2 o quê lá no caderno? Faltam 2 fitas. Não é?

Poseidon – É.

Pesquisadora – Mas aqui você colocou...

Poseidon– 2 reais.

Pesquisadora – 2 reais. Então você tá supondo que 2 fitas são...

Poseidon– 43 reais.

Isa – Não, 2 reais.

Pesquisadora – É isso que vocês estão dizendo, que 2 fitas são 2 reais, então cada fita custa 1 real. Lá (mostra o texto) 2 fitas e aqui (mostra a questão) você pôs 2 reais.

Seia – Então a gente tem que achar a metade...

Pesquisadora – Eu vou dar uma dica pra vocês. Vocês têm que olhar pra esse caderno. É nesse caderno que estão todas as informações que vocês precisam. É ali, é nesse caderno. É ali que você tem que olhar com bastante atenção.

Alunos começam a apagar.

Pesquisadora – Eu não estou dizendo que vocês têm que apagar. Eu só tô tentando entender o que vocês estão dizendo.

A Pesquisadora se afasta.

Isa – Olha só gente, aqui tem 3 discos e 5 fitas,aí a gente podia tentar dividir por 3.

Stefanny – Por que por 3?

Poseidon – Ah, entendi. Olha só, tem que fazer duas coisas. Você pega o 41 e divide por 7. Aí o resultado...

Isa - Não, não!

Stefanny – Não gente, aqui tem vários valores. Se tivesse só um seria mais fácil de entender? Como tem vários...

Isa - 3 discos e 5 fitas dá 41, aí a gente pode dividir...

Poseidon – Pelo resto.

Isa – Por 3, aí vai dar um resultado.

Stefanny – Que vai ser o valor do disco.

Isa – Que vai ser o valor das fitas.

Seia – Disco.

Stefanny – Disco.

Seia – Disco. Porque você divide pelo disco, então vai ser disco.

Poseidon – Então, era isso que eu tava tentando falar.

Isa – Tá, tá,mas vocês entenderam, né?

Poseidon – Aí no final a gente pega o resultado dos dois e soma.

Stefanny – Soma?

Poseidon – É soma com aquele que pagou.

Isa – Viu, até que eu não sou tão burra assim não.

Stefanny – Aquela hora eu estava falando e vocês não deixaram eu acabar.

Poseidon – Olha é 41, 3 discos e 5 fitas. Aí você pega o 41 e divide por 3 e vai dar o resultado.

Stefanny – Gente, não vai ser o 41. Tem que colocar os dois zeros, né?

Poseidon – Mas aqui não é 5 não, aqui é 7. A gente vai ter que dividir por 7.

Seia – Não, a gente vai fazer por 3. 41 dividido por 3.

Isa – Você não tá entendendo o que eu estou falando. A gente vai dividir por 3.

Poseidon – Mas aqui não é 5 não, aqui é 7.

Isa – Mas o que é que tem? O que é que tem?

Poseidon – Vocês vão dividir por 5?

Isa – Por 3.

Seia – A gente vai dividir 41 por 3.

Poseidon – E depois?

Seia – Depois a gente não vai mais dividir.

Isa – Deixa eu falar. O resultado que eu tô falando é que ia ser o resultado...

Poseidon – Do disco.

Isa – Isso. E ia sobrar, um negócio... ih, não era do disco...

Seia – Calma aí,ó!

Isa – Vocês não tá entendendo, né? Nem eu tô.

Stefanny – Olha o que eu tô pensando. É assim, a gente vai fazer, mas na hora que a gente chegar aqui... quanto que é a diferença? E de 2 não é?

Seia – Vai que a gente pode dividir por 2.

Poseidon – ou por 7?

Stefanny – Não dá. 41 por 7 não dá.

Poseidon – Não importa,o resto a gente dá um jeito... a gente some com ele.

Seia – 3 discos e 5 fitas, aí... como é que vocês tão falando que não entendi nada.

Poseidon – É assim, ó, pega 41 e divide por 7, porque são 7 fitas, aí o resultado que der é o preço das fitas e você pega 41 e divide por 5, aí é o preço dos discos. Aí a gente soma os dois. Aí é o total que ele pagou.

Seia – 3 discos e 5 fitas, deu 2 não é, então 41 divide por 2. Não é assim, não?

Stefanny – Não vai dar não.

Poseidon – Eu vou tentar.

Seia – Tenta 41 dividido por 2.

Stefanny - Aqui tem vários números, tem muitos valores. Eu acho que a gente tem que pegar...

Isa – A gente tem que pegar todos esses números e dividir.

Poseidon – Nossa! Decidida, hein?

Seia – Calma aí. 3 discos e 5 fitas pra dar 7 tem 2. Aí 41 dividido por 2.

Poseidon – Tá.

Seia - Ou 41 vezes 2.

Poseidon – Pó, as fitas tão caras!

Isa – Pode ser.

Seia – Mas também menos não. 41 dividido por 2 vai dar menos.

Poseidon – O que? 41 dividido por 2 vai dar menos?

Seia – Vai dar menos que 41. Então vai ter que ser vezes.

Isa – Vezes, então.

Seia – É.

Stefanny – Por que gente?

Stefanny – Por que vezes 41?

Isa – Vezes o que? Vezes 2? Tem certeza que é vezes 2? Pra mim é dividir.

Seia – Aqui... olha o que eu fiz.

Isa – Mas aí tá muito caro também.

Seia – Não, não tá muito caro.

Isa – Tá sim.

Poseidon – Esse 41 não tem nada a ver.

Stefanny – Pra mim eu acho que é dividir. Esse 41 não tem nada a ver também não.

Isa – O que é que você acha? Vamos deixar ela dar a opinião dela.

Stefanny – Eu não consigo nem imaginar como que é, porque cada um tem um preço, assim. 2 discos ...

Isa – Eu já falei que é pra pegar tudo e dividir.

Poseidon – Ah, já pensou, a gente pega todas as fitas e todos os discos e divide por esse número ...

Isa – Mas a gente não sabe o preço...

Pesquisadora se aproxima.

Pesquisadora – Qual que é a ideia que vocês estão tendo pra resolver?

Seia – É por causa de que 26 é a metade de 2 discos e 3 fitas. A gente tem que ver qual que é a metade que dá o resultado.

Poseidon – Não entendi.

Stefanny – Não entendi.

Pesquisadora – Você me explica outra vez?

Seia – É porque aqui, a gente vai ter que ver qual que é o resultado que dá 26 discos e fitas. Aí a gente vai ter que ver o resultado de 2 discos e 3 fitas pra dar 26.

Stefanny – Eu acho que a gente tem que fazer uma conta pra gente ver o valor de cada coisa, do disco e o valor da fita. Mas a gente não tá conseguindo fazer...

Pesquisadora – Você tá tentando achar o valor de cada um, da unidade?

Stefanny – É. Da unidade.

Pesquisadora – De uma fita e de um disco. Então, se você conseguir achar isso, você acha que vai ficar simples achar o restante?

Stefanny – Vai.

Pesquisadora – Só que vocês não estão conseguindo fazer isso. Não estão conseguindo fazer esse cálculo. Então, talvez a gente tenha que tentar olhar de uma outra forma, que não olhando dessa forma. Tentar olhar de uma outra forma.

Poseidon – 3 discos e 7 fitas.

Pesquisadora – A primeira quer 3 discos e 7 fitas. Na verdade a gente tem que olhar pra esse caderno.

Pesquisadora se afasta.

Isa – Deixa eu pensar mais um cadinho.

Seia – A gente tem que concentrar no caderno.

Poseidon – A gente tem que engolir o caderno.

Seia – Quando ela falou o caderno eu pensei, caderno? Cadê o caderno?

Risos

Seia – Vamos tentar assim, 1 disco vale 50 reais. Não, 1 disco vale 10 reais e 4 fitas valem 13 reais.

Poseidon – Como que você sabe disso?

Isa – (Falando para Stefanny) O que é que eu te falei? Eu te falei que o disco valia 10 reais.

Poseidon – E se a gente fizesse...

Seia – Um disco, hein?

Poseidon – Olha só! E se a gente pegasse o 2...

Seia – 2 discos vai dar 10 reais. Não! 2 discos vai dar 20 reais.

Poseidon – Se a gente somar todos os números dos discos vai dar 15. Aí o preço do disco é 15?

Seia – O preço do disco não pode ser 10.

Poseidon – Por quê?

Seia – Por causa que aqui, ó, 1 disco vai ser 10 e as 4 fitas vai ser 13, tá deu certo. Só que olha aqui, 2 discos vai dar 20 e 3 fitas vai dar 6? Não pode.

Poseidon – Não tô entendendo!

Seia – Então não pode ser 10.

Isa – Então a fita pode ser...

Poseidon– 13.

Isa – 5 reais.

Seia – 13? Você tá doido? Nem 10 pôde!

Isa – Primeiro a gente tem que chegar num valor.

Stefanny – Eu acho que a gente tem que chegar no valor de cada unidade.

Seia – Por exemplo, um disco é 5 reais e 4 fitas é quanto?

Stefanny – Eu acho que a gente tava pensando assim: 1,50 a fita....

Poseidon– 2 discos...

Seia – 5 mais 15 dá 20. Não dá. Não dá 23.

Poseidon – Por que não dá? Ah, tá!

Seia – Entendeu agora?

Poseidon – Entendi.

Seia – Tem que fazer o disco, aí tem que ver quanto que vai ser o disco, pra somar com quanto que vai ser 4 fitas pra dar 23. E aí a gente vai achar o resultado.

Isa – Mas a gente tá colocando um resultado pra esse que tá aqui e ser o resultado desse. Não vai dar a mesma coisa não?

Seia – Então 1 disco vai ser...

Stefanny – Vou fazer um negócio aqui pra ver se vai dar.

Seia – 3 reais e 4 fitas, 20?

Seia – 3 mais 3 mais 3 é 9, com mais 3 é 12, com mais 3 é 15. 15 reais.

Stefanny – Gente! Não tô conseguindo.

Seia – Xiii!

Isa – Vamos por 5 reais o disco e 5 reais a fita.

Stefanny – Não vai dar não!

Isa – Às vezes dá, vocês não tão falando nada!

Poseidon – Olha o que eu descobri: ímpar, par, ímpar, par.

Seia – (Risos) Que descoberta!

Stefanny – Olha aqui. Se for 5. O primeiro vai dar 5, 10, 15, 20, 25. E o 1 real? Não vai dar.

Seia – Entendi! Olha aqui, entendi! A gente que fazer um resultado que dê pra somar todos. Aqui, aqui deu quase 59.

Poseidon – Quase!

Seia - Diferença de 4. Então vai ter que ser 19 e a fita ser 20 reais cada uma.

Poseidon – Vamos ver, quanto que é o disco?

Seia – Não. 4 fitas é 20 reais.

Poseidon – 4 fitas é 20 reais?

Seia – E 1 disco é 19.

Isa – 1 disco é 19.

Stefanny – 4 fitas é quanto?

Seia – Oi?

Stefanny – 4 fitas é quanto?

Isa – O disco é 19.

Seia – Não pode ser 20. Não pode ser 20.

Isa – Vai dar 19. 3 vezes 19...

Seia – Ih! Não tô achando!

Isa – Vai dar 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26. Vai dar 26. É...

Stefanny – Quantos que é cada disco que eles tá falando?

Poseidon – É. Quanto que é cada disco?

Seia – 19.

Isa – Tá muito caro o disco.

Poseidon - Ah! Entendi. A gente pega o 19 e faz vezes 3 aqui.

Seia – Não!

Poseidon - São 3 discos, então são três preços de 19. Aí quanto que é a fita?

Seia – A fita? Não, eu não sei!

Stefanny – Por que é que a gente não coloca cada fita 8 reais?

Seia – Primeiro a gente um resultado...

Stefanny – Cada disco, 8 reais.

Seia – Primeiro a gente tem que ver...

Stefanny – Fica quieto, por favor!

Seia – Primeiro a gente tem que ver um resultado de um disco que dá pra todos os discos e somar com as fitas que dá o resultado que tá aqui.

Isa – Vai dar 57. 3 fitas vai dar 57 reais. Quer ver? 19.

Seia – Vamos então fazer 3 reais, 1 disco.

Isa – 3 reais, 1 disco. 1 disco é 3 reais.

Seia – E a fita? 4 é 20.

Poseidon – Ah, entendi! Aqui tem 2 discos, aí a gente tem que achar um preço...

Seia – Que dê esse resultado aqui, e que esse vai dar esse.

Poseidon – Aqui é 8. Um disco é 8 reais aqui. 3 fitas é 10 reais e os 2 discos é 16. Aí 16 mais 8 vai 26.

Seia – Mas, e aqui? Um disco é quanto? 5 reais? E 4 fitas...

Poseidon – Se aqui é 8, um disco é 4. Se aqui 2 discos é 8, 1 disco é 4.

Seia – Você falou que é 10.

Poseidon – 8.

Seia – 10.

Poseidon – É. 10. Se aqui for 10, então 1 disco é 5 reais. Aqui é 10, um disco é 5 reais.

Seia – E fita? Se aqui é 16, aumenta quanto?

Poseidon – Isso que eu quero saber... Diminui porque 16 é menos que 23.

Seia – Mas olha bem, 3 fitas e 4 fitas...

Poseidon – Então é um disco que vai ser 5 reais... Mais, menos... Vai dar 13.

Seia – 5 mais 19.

Poseidon – 24.

Seia – Um pontinho a mais.

Poseidon – Peraí...

Seia – Então a fita tem que ser 4 reais. Não... o disco tem que ser 4 reais.Vamos ver... 2 discos dá 8 [reais], mais 3... Quanto que é a fita?

Poseidon– 16 [reais]

Seia – Cada um?

Poseidon– 3 fitas são 16 [reais].

Seia – 8 mais 16?

Poseidon – Não, 3 dividido por 16.

Seia – 8 mais 16?

Poseidon – 24 [reais].

Seia – Então aqui não pode ser 16 a fita, tem que ser um pouco mais.

Poseidon – Não, tem que ser um pouco menos.

Isa – Tem que ser 17 [reais].

Poseidon – Se cada fita é 16, a gente tem que dividir o 16 por 3, pra gente ver quanto é cada um.

Seia – Hã? Repete, eu tava prestando atenção nas meninas.

Poseidon – 3 fitas é 16 [reais]. Que número mais 3 vai dar 16?

Seia – Que número mais 3 vai dar 16...?

Poseidon – A gente var ter que dividir o 16 por 3. Vai dar 5, mas vai sobrar 1.

Seia – 2 discos pode dar quanto?

Poseidon – 10.

Seia – 10?

Poseidon – Então cada um é 5.

Seia – Então cada um é 5. E 3 fitas?

Poseidon – 3 fitas é o triplo de 2 discos.

Seia – (Balança a cabeça negativamente).

Isa – Gente, aqui tá o mais próximo, que é 1 disco e 4 fitas.

Poseidon – A gente quer achar o preço de cada disco.

Seia – É, de cada disco. E aí pode...Vamos ver... 1 disco pode valer quanto?

Stefanny – Vamos fazer uma promoção, gente...

Seia – Promoção... (risos)

Poseidon – 1 disco é 10 [reais].

Seia – E 1 fita, pode ser quanto?

Poseidon – Não sei. É isso que a gente tem que descobrir.

Seia – Uma fita pode ser 1 real?

(Silêncio. Pesquisadora se aproxima.)

Pesquisadora – Vocês continuam imaginando achar o preço unitário?

Todos – (Afirmam positivamente, balançando a cabeça).

Seia – Se 1 disco for 10 reais, aqui vai dar 50, e as fitas não vai dar.

(...)

Seia – Você falou que vai trocar. Como assim?

Poseidon – No lugar de 3 fitas, colocar 3 discos, em vez de 3 discos, 3 fitas.

Stefanny – Vai dar a mesma coisa.

Isa – Eu já falei que era pra dividir.

Poseidon – Será?

Isa – É, uai, dividir?

Seia – 26 dividido por 3, e depois soma com 2?

Isa – Às vezes pode dividir.

Seia – Olha só, primeiro a gente tem que achar um preço que dê pra somar, que dê essa quantidade...

Stefanny – Ah, eu acho que se a gente achar o preço da unidade, vai ser mais fácil. Por aí, por exemplo, soma uma coisa 7 vezes.

Seia – Por exemplo, 1 disco a gente tem que ver quanto que vai valer e 1 fita.

Isa – Aqui tem 1 disco...

Seia – 1 disco vai ser quanto?

Poseidon – Mas o preço de um disco vai ter que...

Isa – Pode ser 3.

Seia – 1 disco pode, por exemplo... Um disco vai ser 5 reais.

Isa – A fita 5 [reais] e o disco 3 [reais].

Seia – 4 fitas vai ser quanto? 20 [reais]

Poseidon – Um disco é 5 [reais]

Seia – E a fita, é quinto?

Isa – Gente, eu já disse que aqui pode ser 5 e aqui pode ser 3!

Poseidon – Não, você não entendeu...

Seia – É mesmo! 1 disco pode ser 3 [reais] e uma fita pode ser 5 [reais]. E aí, no total vai dar 23 [reais].

Isa – Agora a gente vê se bate com os outros.

Poseidon – Ah, entendi! 1 disco é 3 reais. Não, o certo é o disco ser 5 [reais], sabe porquê?... 2 discos vai dar 10 [reais], e aqui a fita pode ser 16 [reais], aí vai dar 26.

Seia – Não, mas aqui não vai bater...

Poseidon – Não, eu tô falando das 3 fitas juntas...

Seia – Mas tem que bater!

Poseidon – Ah, entendi.

Seia – Aqui, vamos ver: 2 discos, 6 reais, e 3 fitas, 15 [reais]. 6 mais 15...

Poseidon– 21 [reais]. Mas e se aqui for 5,50 [reais]? Cada um for 5,50? Que 5,50 aqui, duas vai das 11 [reais]. 11 mais 3 vai dar 16.

Seia – Não vai dar 11.

Poseidon – Aqui vai dar 5. E 5 vezes 3 vai dar 15, e 15 mais 11 vai dar 26. Aqui bateu... aqui os dois bateram.

Seia – Então esse vai bater, esse vai bater e esse já bateu.

Isa – Então é isso!

Seia – Então é isso, 5,50 cada um. Tudo é 5,50.

Seia – Mas, aqui, 5 fitas é 5,50 [reais]? Quantas fitas é 5,50?

Stefanny – Ai, Senhor, eu acho que eu vou desistir...

Seia – É, tá difícil.

Stefanny – Tinha que dar uma coisa diferente que a gente entende. Não um “problema”, tinha que ser um probleminha.

Isa – Eu acho que a gente já fez um negócio desse em Matemática... Só que o preço...

(...)

Isa – Eu acho...

Stefanny – Que eu não sei fazer.

Isa – É.

Poseidon – Tem que pensar muito, aqui.

Stefanny – Bateu o sino e a gente ainda tá aqui: blábláblá, blábláblá... Vamos chamar ela e dizer que a gente não conseguiu fazer.

Poseidon – E se fosse... Essa conta existe?... Tem que achar o preço de cada disco e de cada fita.

Seia – 1 disco pode ser quanto?

Poseidon – Não é “pode ser”; tem que ter o preço.

Isa – Eu tô olhando pra esse caderno e ele não tá me soprando resposta nenhuma.

Poseidon – E se a fita for de graça?

Seia – O disco pode ser... 1 real. E uma fita...

Isa – Mas aí não vai bater os resultados.

Seia – Calma, calma.

Poseidon – Se a gente fosse obrigado a fazer, a gente não saía daqui hoje.

Stefanny – Gente, bateu o sino e eu vou lá chamar ela e falar que a gente não tá conseguindo. Num dá, ué! Tem uns alunos que conseguem e uns alunos que não conseguem.

(Eles chamam a Pesquisadora que encerra a tarefa)

ANEXO 3 – Transcrição da Tarefa Feira de Antiguidades

Grupo: Keven e Katy

Tempo aproximado: 62 minutos

Distribuo as tarefas e me afasto.

Katy – Será que o exercício é só isso?

Keven – Deve ser.

(Ambos lendo)

Katy – Mas como a gente vai fazer isso? Só se a gente... sei lá...

Keven – Dividir?

Katy – Mas você ia dividir o quê?

Keven – Você divide pra saber o preço de 1.

Katy – Mas... Deixa eu pensar em outro jeito, sei lá...

(Silêncio ligeiro. Ambos lendo)

Katy – O disco parece que é mais caro que a fita.

Keven – (Fala ininteligível).

Katy – Gente!... Como que e gente vai descobrir isso? Podia ser o mesmo preço, né?... O disco e a fita. Ia ajudar tanto! Será que não dá pra fazer operação inversa não?

Keven – Olha só, aqui. Se 2 discos e 3 fitas são 26 reais, e 1 disco e 4 fitas é 23 ... (fala ininteligível).

Katy – É a gente podia... somar...

Keven – Eu tinha pensado em multiplicar o disco e a fita, e dividir... Mas não dá.

Katy – Não sei.

Keven – Vamos ver. Se a gente divide 26 por 2, vai dar 13.

Katy – Vai ser 6,50 [reais] cada disco?

Keven – Peraí. Se o preço de 1 disco for 3 reais, pra ir pra 26, 3 fitas devem ser 3 reais também.

Katy – Mas não dá porque aqui tá mais barato. E aí 1 disco e 4 fitas é mais barato que 2 discos e 3 fitas.

Keven – Quer ver?...

Katy – É o mesmo número ao todo (1 disco + 4 fitas e 2 discos + 3 fitas), mas o de baixo ficou mais barato.

Keven – Encontrou o preço de 2 ou 1 disco?

Katy – De 2 discos e 3 fitas, e de 1 disco e 4 fitas. Se eles fossem o mesmo preço, ia dar o mesmo preço no final.

Keven – É.

Katy – Porque o mesmo (ininteligível)... e ia dar o mesmo preço.

Keven – Vamos tentar fazer a conta.

Katy – Será que tem como a gente responder?

Keven – (Fala ininteligível)

Katy – Sei lá... A gente... sei lá...

Keven – (risos) É mais fácil de achar, porque aqui tá 1 disco. É mais fácil...

Katy – É, mas tem 4 fitas.

Keven – Mas primeiro, pra gente achar o preço de 1 disco, a gente teria que olhar o preço de cima... Por exemplo, são 2 discos...

Katy – Mas... nossa! Isso é difícil!

Keven – Ah, tá! Por exemplo, pra gente achar o preço de 1 disco, precisa calcular o preço de 1disco pra fazer... Tipo, tô o maior biruta hoje!

Katy – Não... Mas às vezes dá certo. É que eu embolo assim.

Keven – Se somar os dois e dividir por 26, dá 5 reais e 11 (?) centavos?

Katy – Você vai somar os dois e dividir por 26? Dá certo isso?... Ah, tá! Você divide 26 por 5. Mas se não é o mesmo preço, dá certo?

Keven – Eu não sei o que eu tô fazendo.

Katy e **Keven** – (Falas ininteligíveis)

Keven – 15,6 mais 10,4 é 26 [reais].

Katy – Ah, tá! Mas quanto que custa 1 fita e 1 disco?

Keven – Vai ser 5,2 cada um.

Katy – 5,2? O mesmo preço?

Keven – Vamos ver...

Katy – 2 centavos ou 20 centavos?

Keven – 20 [centavos]. Aí então, se você multiplicar esse número por 2, vai dar 10,4 [reais], que é o preço de 2 discos. Se multiplicar por 3, vai dar 15,6 [reais].

Katy – 2 centavos ou 20 centavos?

Keven – 20. Aí então, se você multiplica esse número por 2 vai dar 10,4 que é o preço de 2 discos. Se multiplicar por 3 vai dar 15,6.

Katy – Mas se eles fossem o mesmo preço o resultado aqui (1 e 2) não teria que ser igual. É que dá 5 em todos.

Keven – Vamos supor... vamos fazer esse aqui pra ver se dá certo. Vai ser 5,2...

Katy – 5,2 vezes 4.

Keven – É... mas...

Katy – Aí não dá certo.

Keven – (ininteligível)

Katy – Não é o mesmo preço. O disco é mais caro que a fita. Quer dizer... É. O disco é mais caro. E se a gente pegar a diferença que é 3 reais e fizer alguma coisa... Sei lá, aí a gente pensa, sei lá. Entendeu? A gente pega a diferença de um pro outro que é de 3 reais e a gente pensa que 2... Ah, sei lá!

Keven – Vai ser outra coisa. Aqui, por exemplo, tentei fazer esse aqui e deu 46 e se dividir por (inaudível)... vai dar 5,8. Mas se eu diminuir 46,8 de 41 dá pra saber...

Katy – Vamos tentar fazer com os debaixo. Às vezes dá certo.

Keven – Olha aqui! Pega 23 dividido por 4, dá 5,75 (2ª). Se eu soubesse o preço da fita, eu descobria o preço de um disco.

Katy – Quanto que é a fita?

Keven - 5,75. É mais vai dar 23.

Katy – Vai dar 23?

Keven – É.

Katy – E se você dividir o 23?

Keven – Vai dar 23.

Katy – Abafa isso.

Keven – Aqui, 5,75 é o preço de 1 disco e 4 fitas, não de 1 disco...

Katy – Mas como a gente vai fazer uma conta pra descobrir se o preço não é o mesmo?

Keven – Vai ver que 5,75 é o preço de 1 disco e de 1 fita juntos. Aí então a gente multiplicou os dois por 4 e deu 23, porque se multiplicasse por 1 ia dar o mesmo resultado [5,75]. Aí ele pegou o 2 e multiplicou.

Katy – Mais aí vai dar o mesmo preço pra cada um...

(Ele faz outras contas no papel, olha pra ela decepcionado e apaga em seguida).

Keven – Vamos fazer de novo.

(Passam 3 minutos)

Keven – 4 discos e duas fitas dá 33 [reais]. Se eu dividir por 2 dá 18 [reais]. Aí eu achei o preço de 2 fitas, e divide por 2 pra achar uma [preço de 1 fita]. Deu 6 [reais]. Agora eu vou pegar 36, dividir por 4, e vai dar 9 [reais].

(Os dois compenetrados fazendo contas)

Pesquisadora – (Se aproxima dos alunos) E aí, tudo bem?

Katy – É... tá meio assim... complicado...

Keven – A gente tá quebrando a cabeça.

Katy – É que a gente tá tentando achar o preço de cada um.

Pesquisadora – Entendi: vocês tão tentando achar os preços unitários, né?

Katy – Por que fica mais fácil resolver depois.

Keven – O problema é que cada hora dá um resultado... quando eu divido...

Katy – O problema é que tá complicado assim.

Pesquisadora – Humhum (compreensiva). Eu acho que vocês devem olhar pra esse caderno aí. Essas informações são muito importantes.

Keven – 2 discos e 3 fitas são 26 [reais]. Aqui diminuiu dois discos. [Passagem da 1ª para a 2ª equação].

Katy – Ah!... É mesmo!

Keven – Vamos supor que 4 fitas custam 5 reais... 1 fita custa 5 reais. Então 4 fitas custam 20 reais. Se pegar 1 fita e multiplicar por 4, dá 20 [reais]... 1 disco, 3 reais. 1 disco não pode ser 3 reais. 1 disco é muito mais caro! Vamos tentar fazer isso daí com os outros [equações, valores?] e a gente vê se dá certo. (Tempo). 5 multiplicar por 3 dá 15 [reais]... Não dá, tá errado. Porque se multiplicar vai dar 21 [reais], e não dá não, porque aqui é 26 [reais]. (Referindo-se à 1ª equação)

Katy – Será que um não é 5 e o outro, sei lá, 3 reais... só que não é ao contrário?

Keven – É, vamos vê... Vamos supor que a gente só colocou o 5 no disco. Então vai ser 5 vezes 3. (Refere-se à 3ª equação). Vai dar 15 [reais]. Só que a gente botou 5 e sobrou um disco. (Faz cálculos no papel). Aí vai dar 8 e vai multiplicar por 2, que vai dar 16 [reais]. E aí você pega... Dá 21 de novo. (Pensando). Vai dar 31 aqui. Aí vou ter que diminuir 5.

Katy – Vai dar aonde isso? (...) Meu Deus...

(Calculam na folha de papel).

Katy – E se o disco for 10 reais e a fita for 2 [reais]?... (Acerca da 1ª equação).

Keven – Mas 1 disco vai se 10 reais?

Katy – Sei lá...

Keven – Não pode ser o contrário não?... Uma fita ser 10 reais...

Katy – Mas pelo que parece aqui, o disco é mais caro, porque aqui tem dois disco e.. aqui tem mais fita e tá mais barato. (...) Não, não dá.

(Eles calculando e dialogando em momentos: fala ininteligível)

Katy – Deu 26 [reais]. Ih! Boiei legal no que eu fiz: que um disco seria 9,50 [reais] e fita seria 7...não!... 2,50 [reais]. 9,50 mais 2,50 vezes 4.

(silêncio)

Keven – Vamos supor, aqui 3 disco são... 2. vamos supor... Cada fita seja... Isso não vai dá o resultado certo.

Katy – (Olhar o seu relógio e deita a cabeça na mesa).

Keven – Você tem hora pra voltar pra casa?

(...)

Katy – Nossa!... Muito difícil!

Keven – Só falta ter mais folha depois.

Katy – Nossa!... Não dá, não. A gente não conseguiu responder nenhum, a gente tá encucada.

Keven – A gente não conseguiu descobrir o preço de uma coisa!

Katy – A gente não consegue resolver o problema...

Keven – Pensei em uma coisa, mas não sei se tá certo.

Katy – Tá, tá. Vai.

Keven – Aqui tem 2 fitas. Eu pego 26 e divido por 2, pra saber o preço de 2 discos... Pego 36 e divido por 2, pra saber o preço de 2 fitas.

Katy – (Fala ininteligível).

(Ele faz mais contas no papel)

Keven – Isso não vai dar certo...

Katy – Isso aqui?

Pesquisadora – E aí?

Katy – Tá complicado.

Pesquisadora – Com vocês estão pensando?

Keven – Eu tô pensando de outro jeito. A última ideia que eu tive aqui... Por exemplo, 26 eu dividi por 2 pra encontrar o preço de 1 disco.

Pesquisadora – Mas o que é que custa 26 reais?

Keven – 2 discos e 3 fitas.

Pesquisadora – Mas não são só 2 discos não, né?

Keven – (Fala ininteligível).

Pesquisadora – Mas o que é que custou 26 reais, são só os 2 discos?

Keven – Não. São os dois discos mais as 3 fitas.

Katy – Dividiria por 5?

Keven – Eu pensei nisso.

Pesquisadora – Você pode dividir por 5? Qual seria uma condição pra poder dividir por 5?

Keven – Aqui eu dividi por 5 (aponta a folha).

Pesquisadora – Tá. Mas você poderia dividir por 5 se tiver o mesmo preço?

Keven e **Katy** – É.

Pesquisadora – Tem o mesmo preço?

Katy – Não.

Keven – Oh, aqui cada um deu 5,2 [reais]. Aí depois eu fiz 5,20 vezes 2 e 5,20 vezes 3, deu 15,6. Aí eu somei os 2 e deu 26 [reais].

Katy – É, aí deu 26 [reais], só que nos outros não dá certo com o mesmo preço.

Pesquisadora – Ah, tá... Porque será, então, que não dá certo?

Katy – Porque não é isso? Ou porque os preços dos discos são diferentes?...

Pesquisadora – É possível que sejam diferentes, é possível que sejam iguais. Mas, não tá dizendo isso, né? Porque se eles fossem do mesmo preço, tranquilo, né?

Katy – Mas ou tô totalmente errada ou o preço deles é diferente, mas aí seria meio estranho...

Pesquisadora – Olha eu vou falar de novo pra vocês a mesma coisa que eu falei aquela hora. Vocês têm que olhar pra esse caderno. As informações estão aí.

(Eles calculam no papel novamente)

Katy – A não ser que a pessoa faça assim um preço que, dependendo de uma compra, tem um desconto... (sorrisos).

Keven – Eu pensei nisso. 36 dividido por 2... 2 fitas. Você sabe que são 2 fitas a mais. Dá 18 [reais]. E esse 18 a gente acrescenta mais aqui.

Katy – Mas porque que você vai dividir por 2?

Keven – Ah, pra saber o preço das fitas.

Katy – Mas não vai dar certo.

(Ela escreve e ele olha para a folha. Depois de 2 minutos, ele também escreve, mas pára antes dela)

Katy – Por exemplo... Aqui esse primeiro pro último dá diferença de mais 3 discos e mais 3 fitas. Aí, sei lá, uma coisa assim... Complexo. Aí eu fiz esse preço menos esse preço. E se eu fizer mais... sei lá.

Keven – (Questiona-a com o olhar).

Katy – Tá, tipo... mas eu não cheguei a lugar nenhum. Mas talvez tenha uma coisa assim... (gesticula com os braços de modo circular e para o alto). (...) Eu não consigo pensar em mais nada.

Keven – Eu também não.

Pesquisadora – E aí, meninos?

Katy – A gente não conseguiu fazer.

Keven – A gente... Por exemplo, 2 discos e 3 fitas dá 26 [reais]. 5 discos e 6 fitas dá 59 [reais]. Aumentou 3.

Katy – É, 3 nos dois [discos e fitas].

Keven – Aumentou 33 reais.

Katy – Só que a gente ainda não chegou em lugar nenhum com isso.

Pesquisadora – Entendi. Vocês já estão conseguindo fazer algum tipo de análise, mesmo que não tenho conseguido ainda resolver, né?

Katy – A gente não conseguiu pensar em como isso vai ajudar a gente a resolver.

Pesquisadora – E aquela ideia de achar o valor de cada um... Vocês ainda estão pensando assim?

Katy – A gente tá tentando, só que... não deu certo. Aí... sei lá...

Pesquisadora – Como não tá dando certo, a gente talvez tenha que mudar a maneira de pensar.

Katy – (Concorda, balançando a cabeça)

Keven – (Inerte, introspectivo)

Pesquisadora – Essa análise que vocês estão fazendo do caderno, ela ajuda mesmo. É por aí, é olhando pra esse caderno e tentar ver como as coisas tão acontecendo que a gente pode tentar achar alguma coisa.

(silêncio)

Pesquisadora – Mas, meninos... Já vai completar 1 hora de gravação, quer dizer, 1 hora que vocês estão tentando, acho que vocês ficam cansados...

Keven – Mas, aqui... eu tava pensando uma coisinha aqui... (Aponta para a folha). Divide aqui 36 por 2, deu 18 [reais]. Eu tinha visto que aumentou... 4 discos e 2 fitas dá 36 [reais]. E aqui aumentou 18 [reais]. Aí eu acrescentei mais 18 aqui, aí deu 59 [reais]. Ah! Tá, lembrei!... Aqui pediu 3 discos e 7 fitas (1ª questão), e aqui tem 3 disco e 5 fitas (caderno). Aí eu vi que aqui tem 2 discos a mais, 2 fitas a mais. Aí eu tô tentando saber quanto são 2 fitas pra somar com essa aqui. Aí deu 59 [reais]. Não sei se... (gesticula, duvidoso).

Pesquisadora – Mas não faz mal, a gente pode combinar o seguinte: eu ainda vejo com vocês sobre essa tarefa, se vale a pena a gente pegar ela de novo em outro dia, ou se não vale... Eu ainda vou pensar, vou conversar com o meu professor, pra ver o que ele acha, e depois a gente vê. Mas é isso mesmo, tá totalmente dentro do esperado, tá Keven?... Acho que a gente já pode encerrar por hoje.

ANEXO 4 – Transcrição da Tarefa Feira de Antiguidades

Grupo: Pepsi e Sprite

Tempo aproximado: 12 minutos

Pesquisadora – Então, aqui tá a tarefa, uma pra cada um... Vocês ficam à vontade pra discutir, trocar ideia... Eu vou sair um pouquinho, mas vocês ficam à vontade.

(Eles lêem as tarefas, em 2 minutos).

Pepsi – Você já leu?

Sprite – Já. Olha, eu acho... Não, não dá.

Pepsi – Você já leu esta parte aqui? (Aponta pra segunda folha, das questões).

Sprite – Já, já li a 1ª pergunta.

Pepsi – Cada um comprou 3 discos e 7 fitas?

Sprite – Não. O pai de Raquel comprou 3 discos e 7 fitas.

Pepsi – E essa mulherzinha aqui [“sua colega de turma” do texto]?

Sprite – “O pai de Raquel comprou 3 discos e 7 fitas”! (lendo e apontando o texto, positivamente)

Pepsi – Tá...

Sprite – Não, eu não entendi o que você falou.

Pepsi – “O pai de Raquel, sua colega de turma”... (lendo e mostrando o texto)

Sprite – A Raquel é colega de turma dele.

Pepsi – (Expressão de dúvida).

Sprite – Não... O que interessa é isso (aponta para “3 discos e 7 fitas” no enunciado).

Pepsi – Ah, entendi!

Sprite – Só você mesmo... (deboche)

(Ambos lendo, por menos de 1 minuto)

Sprite – Já sei essa (apontando para a última questão). É assim, ó...

Pepsi – (Olha pra folha dele e lê). Ah!...

Sprite – 2 discos e 1 fita. Aqui tem 4 e 2 (aponta para a quarta equação). É só dividir por 2 que você acha o preço.

Pepsi – É?

Sprite – Entendeu? Porque eram 4 discos, aqui pediu 2: é a metade. Aqui tem 2, e aqui pediu 1, que é a metade também. Então, é só dividir por 2 esse preço, que você acha o preço desse, entendeu?

Pepsi – Não.

Sprite – Não?

Pepsi – Não. Entendi mais ou menos, que tem que dividir um negócio lá. (Lê novamente) Acho que eu já entendi, sim. Duas metades. Aqui é metade desse e aqui é a metade desse.

Sprite – É a metade de tudo, então é só dividir por 2.

Pepsi – (Fala ininteligível)

Sprite – 36 dividido por 2, dá 18 [reais].

Pepsi – Mas... as fitas e os discos têm o mesmo preço?

Sprite – Não, Pepsi. Se aqui 4 discos e 2 fitas dá 36 [reais], 2 discos e 1 vai ser 18 [reais].

Pepsi – Agora eu entendi.

(Ambos lendo e fazendo contas)

Sprite – Difícil, nossa!...

Pepsi – Tem que descobrir o preço de cada um.

Sprite – Eu acho também. Nem tem lugar pra fazer anotação. (Lendo): 2 discos e 3 fitas, 26 [reais]. 1 disco é mais caro que 1 fita... Eu acho. É, eu acho que é.

Pepsi – O que?

Sprite – Um disco é mais caro que uma fita.

Pepsi – É, deve ser.

Sprite – É...

Pepsi – Ah, não!... Mas fita, você sabe o quê que é fita?

Sprite – Sei, fita... é fita...

Pepsi – De filme?

Sprite – É.

Pepsi – Tá. Não, porque... Deixa pra lá. É, mas o disco é mais caro.

Sprite – Disco?

Pepsi – Disco.

Sprite – O disco é mais caro que a fita.

Pepsi – É.

(Silêncio ligeiro. Ambos lendo)

Pepsi – Olha só. Aqui fala dos 3 discos e 5 fitas. Se a gente soubesse o preço só o preço desse aqui, a gente somava esse aqui e ia descobrir.

Sprite – Não entendi.

Pepsi – É porque aqui tá pedindo 3 discos e 7 fitas. E aqui tem 3 discos e 5 fitas. Aí dá 41 reais...

Sprite – Isso, ah é, se a gente somasse esse preço do disco, a gente diminuiria por esse preço e somava.

Pepsi – Esse daqui (aponta para a 3ª questão) é metade, não é? É só dividir... É, o preço é diferente.

Sprite – Olha, aqui... Deu 18 reais. 2 discos pode ser 7 cada, aí dá 14 [reais].Vamos fazer uma anotações aqui, suposição. (escrevendo na folha) D é igual a 7 reais, 1 fita é igual a 4 reais. Aí vamos ver se dá certo. (Confere no “caderno”). 14...

Pepsi – Porque que o disco é 7 [reais]?

Sprite - Descobri tudo... Que isso, eu descobri tudo!!... Eu fiz uma suposição, porque aquipediu 2 discos, 14 reais. Entendeu?

Pepsi – Humhum (positiva).

Sprite – 2 discos 14 reais, 1 fita 4 reais. Soma tudo: 7 mais 7, 14; com 4, 18 [reais].

Pepsi – Será que dá?

Sprite – Agora olha aqui. 2 discos e 3 fitas. 2 disco, 14 reais. 3 fitas, 12 [reais]. 14 com 12... (aponta para o “R$ 26,00” da primeira equação).

Pepsi – Ó...

Sprite – Muito fácil

(Ambos lendo e calculando, na 1ª questão)

Pepsi – 3 discos, 3 vezes 7...

Sprite – 7 vezes 4...

Pepsi – 28 [reais].

Sprite – 28 mais 21... 59 [reais].

Pepsi – Não!...

Sprite – Não, errei. 49 [reais].

Pepsi – Aí ele pagou 49 reais.

(Ambos escrevem as respostas)

Sprite – Agora (2ª questão), 5 vezes 7...

Pepsi – 8 vezes 4?

Sprite – Humhum (positivo).

Pepsi – Dá 67 [reais].

Sprite – Humhum (positivo).

Pepsi – A gente acabou em 10 minutos!

Sprite – Menos!...

Pepsi – Sério?

Sprite – Não, mais (conferindo no seu relógio). Facílimo!!

Pepsi – Acabou. É, vamos conferir agora.

Sprite – 5 discos, 35 [reais]. 35, 4, 6, 24 [reais]. Certo.

Pepsi – Como é que você descobriu?

Sprite – É suposição, porque eu falei que disco é mais caro que fita.

Pepsi – É, não, eu sei...

Sprite – Aqui é mais caro. Aí tem que dar 18 [reais] (referindo-se à resolução da 3ª questão). Aí eu fiz uma. Se fosse 6, daria 6 com 6, 12 [reais], e a fita seria 6 [reais]. Aí não seria mais caro. Aí se fosse 8, daria 8 e 8, 16 [reais], e 2 [reais] é muito pouco [para o preço da fita]. Aí eu fiz com 7, aí deu. Aí, 1 disco, 7 [reais]; 4 fitas, 16 [reais], e dá 23 [reais]. Acabamos!

Pepsi – Uhuuu!

ANEXO 5 – Transcrição da Tarefa dos Bombons e Pirulitos

Grupo: Seia, Poseidon, Stefanny e Isa

Tempo aproximado: 25 minutos

Todos fazem a leitura.

Stefanny – (Lê a tarefa e a primeira questão em voz alta.)

Poseidon – É só a gente fazer a mesma coisa que a gente fez. Olha.

Seia – É. Olha aqui.

Poseidon - 10 mais 15 vai dar 25. (soma os bombons das duas primeiras linhas) e...

Seia - 10 mais 10 vai dar 20.

Poseidon – 10 mais 10 vai dar 20 pirulitos.

Seia – 35 reais.

Poseidon – 35 bombons.

Seia – 35 bombons.

Poseidon – Nossa!

Isa – A gente só vai colocar 35 reais?

Poseidon – A gente coloca 25 bombons mais 20 pirulitos é igual a 35 reais.

Todos fazem suas anotações.

Poseidon – Nossa, a gente tá papando essa. (Lê a segunda questão) 20 bombons e 30 pirulitos... ah, que isso! 35 reais também.

Isa – Por que?

Poseidon – Aqui ó, 15 mais 5, 20. 10 mais 20, 30. Aí aqui você tem que somar. 20 mais 15, 35.

Isa – Então como vai ser?

Seia – Ou vai ser 20...

Poseidon – Tá certo!

Seia – É mesmo! A gente soma a segunda com a terceira.

Poseidon – Aí a gente soma a terceira com a quarta...

Seia – A quarta com a quinta.

Poseidon – E aí a gente volta de novo.

Anotações.

A Pesquisadora se aproxima.

Poseidon – A gente tá papando essas contas.

Pesquisadora – Tão papando esse?

Poseidon – Agora o terceiro.

Seia – No terceiro tá perguntando 5 bombons só.

Stefanny – A gente faz igual ele falou. Soma os preços todos e divide.

Poseidon – Não. A gente pega o 15 e divide por 5. Vai dar 3 reais.

Seia – É mesmo!

Isa – Vai dar 3 reais. Então é 3 reais. 5 bombons é 3 reais.

Seia – Então vai ficar como?

Poseidon – A gente pega o 15 e divide por 3, ó, 15 e divide por 5. Vai dar 3 reais.

Seia – Aia resposta vai ficar como?

Poseidon – 3 reais cada bombom.

Stefanny – Não gente! Não é aqui que tá perguntando...

Seia – É aqui. Tá perguntando 5 bombons.

Stefanny – Então vai dar quanto?

Poseidon – Se a gente pega o 15 e divide por 5. Vai dar 3.

Seia – 3 reais.

Poseidon – Cada bombom custa 3 reais.

Stefanny – Não gente. Não é assim não.

Poseidon – É sim.

Poseidon – Ah tá! É se eles comprarem apenas 5 bombons.

Stefanny – Isso que eu tô falando.

Seia – 5 bombons vai ser quanto?

Poseidon – 3 reais.

Stefanny – Vai dar 3 reais por bombom? Não, né gente? Se cada bombom é 3 reais...

Seia – 5 bombons são 3 reais.

A Pesquisadora se aproxima.

Pesquisadora – Vocês me explicam?

Poseidon – Aqui a gente fez igual naquele outro. A gente pegou 10 faz mais 5 e deu 25 bombons e aqui deu 20 pirulitos e a gente soma 15 mais 20. Deu 35.

Pesquisadora – Ok. Aquela tarefa (Tarefa das Antiguidades) ajudou né?

Isa - Muito.

Pesquisadora – E o outro?

Poseidon – A mesma coisa.

Pesquisadora – 20 bombons e 30?

Poseidon – A gente pega o 15 mais 5 vai dar 20 bombons e 10 mais 20 vai dar 30 (pirulitos). Aí a gente pega 20 mais 15, 35 reais.

Pesquisadora – Ok. E a outra?

Poseidon – Tá perguntando quanto que é 5 bombons. Aí a gente pegou o 15... pegou o valor do bombom com o pirulito... aí a gente dividiu por 5.

Pesquisadora – Mas esse 15 reais aqui (aponta para a terceira linha) não é o preço só desses 5 bombons. Ele é o preço de 5 bombons junto com...

Isa e **Seia** - 20 pirulitos.

Pesquisadora – 20 pirulitos.

Seia – Então é pra fazer 20 dividido por 5.

Pesquisadora – Seia, olha a tabela ali. Olha só pra ela. 5 bombons mais 20 pirulitos dão 15 reais. Então você não pode pegar 15 dividir por 5 só. Isso seria se fosse só 5 bombons.

Stefanny – Eu pensei assim. 20 pirulitos... aí põe 5 reais. É 1 real cada bombom. Aí vai sobrar 10 reais. E cada10 pirulitos custa 5 reais.

Pesquisadora – Entendi. Você está sugerindo um preço pro bombom e um preço pro pirulito. Você está chutando um preço pra cada um pra ver se dá certo.

Stefanny – (Afirma com a cabeça)

Pesquisadora – Entendi. Na outra tarefa vocês fizeram uma coisa... tem um momento que vocês somaram, né?

Seia – Subtraímos...

Pesquisadora – Mas vocês depois viram que...

Seia – Não é só somar.

Pesquisadora – Não era só somar. Por exemplo...

Seia – Então não é só somar.

Pesquisadora – A gente podia tentar outras coisas. Como que você fez na outra? Você somou...

Poseidon – A gente somou e subtraiu.

Pesquisadora – E subtraiu.

Seia – E dividiu.

Poseidon – Dividiu não.

Pesquisadora – Então pensa assim também, né? Não tem só somar.

Poseidon – Então divide 20 por 5.

Stefanny – Vai dar 4.

Pesquisadora – A gente tem que olhar pra tabela.

Todos lêem o texto.

Seia – 5 menos 20...

Poseidon – Se fizer 5 menos 20 e 20 menos 10 (aponta para 3º e 4º linhas), aí vai ficar 15 bombons e 10 pirulitos.

Pesquisadora – Você está fazendo 5 menos 20?

Poseidon – Então vou fazer o contrário...

Pesquisadora – Então pensa nisso. (A Pesquisadora se afasta)

Todos lêem.

Poseidon – E se aqui fosse somar de novo?

Seia – Dá pra fazer 20 menos 5.

Isa – 20 menos 10,10. 10 menos 10, zero.

Silêncio.

Poseidon – 20 bombons mais 30 pirulitos dá 35.

Seia – Onde você tá vendo?

Poseidon – No segundo (questão) aqui. Aqui é 5 bombons

Seia – E 20 pirulitos...

Poseidon – E se a gente fizer... a gente esquece o pirulito, aí 20 bombons. A gente tira 30 daqui e trinta reais. Aí sobra 5. Não! 20 bombons não vai ser 5 reais.

Pesquisadora – Vamos olhar mais para a tabela? Vocês estão olhando mais para as perguntas. Então, o que a gente quer achar mesmo?

Poseidon e **Isa** – O preço de 5 bombons.

Pesquisadora – 5 bombons. Então vamos olhar. Como será que a gente pode combinar isso ao pra achar 5?

Seia – Ah, aqui. 20 bombons dividido por 5 vai dar 4.

Poseidon – Vai dar 4 bombons, mas aqui é 5.

Stefanny – 20 mais 5 dividido por 5 vai dar 5.

Poseidon – Aqui, ó. 10 mais 5 divide por 5. Vai dar 5.

Pesquisadora – Mas tem que dar certo no pirulito também, né? Porque 10 mais 5, 15...

Poseidon – Aí divide por 5 vai dar 5.

Pesquisadora – Mas aqui...

Poseidon – Vai dar zero.

Pesquisadora – Não. 10 mais 20 vai dar 30. Dividido por 5 vai dar 6.

Silêncio.

Pesquisadora – Somar vocês á viram que não dá. Somando você chega em 5 pirulitos?

Stefanny – Acho que não.

Pesquisadora – Subtrair você acha que dá. Vamos pensar como a gente teria que fazer pra tentar achar.

Seia – 5 bombons menos 10 pirulitos.

Isa – Não é 10 pirulitos menos 1 bombom, não?

Pesquisadora – Pode subtrair bombom de pirulito?

Silêncio.

Pesquisadora – E aí? Qual conta que eu poderia fazer que só daria 5 bombons no final?

Stefanny – Só se diminuísse 20 pirulitos por 15 reais. Aí vai dar 5.

Poseidon – Como?

Pesquisadora – Então eu vou fazer uma conta...

Poseidon – E se...

Pesquisadora – Fala.

Poseidon – 10 menos 15 vai dar 5 e 10 menos 10 vai dar zero. Então vai dar 5 reais. (aponta para linhas 1 e 2)

Pesquisadora – Tá,mas vamos pensar. Se você tem 10 bombons e você tira 15 bombons, ficam quantos?

Poseidon – É o contrário.

Pesquisadora – Então é o contrário. E como seria a conta?

Poseidon – Aqui ia dar 5 (aponta para os bombons das linhas 1 e 2) e aqui vai dar zero e 20 menos 15 vai dar 5.

Pesquisadora – Então 5 bombons custam...

Poseidon – 5 reais.

Pesquisadora – Concordaram?

Stefanny e **Isa** concordam com a cabeça.

Stefanny – Aí agora tá perguntando quanto custa cada bombom.

Pesquisadora – Dá pra descobrir?

Poseidon – 1 real.

Pesquisadora – 1 real é o que?

Poseidon – Porque esses 5 bombons custa 5...

Stefanny – Não. O bombom eu acho que custa 1 real.

Pesquisadora – 5 bombons custam 5 reais. E aí?

Poseidon – A gente pega 5 e divide por 5. Vai dar 1 real.

Pesquisadora – Cada bombom 1 real. E cada pirulito? Dá pra achar o pirulito?

Silêncio.

Poseidon – A gente faz de mais...faz aqui menos (bombons) e aqui mais (pirulitos).

Pesquisadora – Como?

Poseidon – Aqui a gente faz a conta de... Ih!não vai dar.

Silêncio.

Pesquisadora – Você sabe que cada bombom é quanto?

Isa – 5. Não. 1 real.

Pesquisadora – 1 real. E aí?

Isa – 2 reais?

Pesquisadora – Você achou 2 reais como? Você tá chutando?

Isa – Não. Porque aqui tem 5 bombons (linha3) e aí a gente acha o preço. Aqui, no caso, 20 pirulitos e 5 bombons deu 15. Aí tira o 5 (reais).

Seia – 20 pirulitos são 10 reais. 10 pirulitos são 5 reais.

Poseidon – 2 reais. A gente pega o 20 e divide por 10.

Pesquisadora – 10 pirulitos são...

Seia – 5 reais.

Pesquisadora – Como você falou, Isa?

Isa – É que aqui a gente sabe que cada bombom custou 1 real. Aí sobra 10 reais. Aí...

Poseidon – 20 por 10 vai dar 2.

Pesquisadora – Então vamos lá. 20 pirulitos são 10 reais.

Poseidon – Aí a gente divide os 2. 20 por 10.

Pesquisadora – Eu vou fazer 20 por 10?

Poseidon – Aí vai dar 2.

Pesquisadora – Se cada pirulito for 2 reais... Olhe bem. Você medisse que 20 pirulitos custam 10 reais. Se cada pirulito for 2 reais, 20 pirulitos vão custar quanto?

Poseidon – 40.

Pesquisadora – 40, não 10. Tudo bem? Então tem um ajuste que a gente tem que fazer.

Silêncio.

Pesquisadora – Com 10 reais você compra 20 pirulitos. Com 5 reais você compra 10 pirulitos.

Seia – Então é 2,50.

Stefanny – Não. 2,50 dá mais.

Pesquisadora – Se você tiver uma nota de 10, você consegue comprar 20 pirulitos. Então custa 1 real cada um?

Stefanny – Não. 50 centavos.

Pesquisadora – Porque 50 centavos. Tenta falar como você pensou para fazer.

Stefanny – Não, porque assim. Porque, se custar 50 centavos, 2 pirulitos vai dar 1 real.

Pesquisadora – 2 pirulitos dá 1 real.

Isa – 4 pirulitos dá 2 (reais).

Pesquisadora – 6 pirulitos vão dar...

Isa – 3 reais.

Stefanny – 8 pirulitos vai dar...

Seia – 4 reais.

Poseidon – E se 10 pirulitos...

Stefanny, **Poseidon**, **Isa** e **Seia** – Tá certo.

Seia – Tá certo porque 5 reais é 10 pirulitos. Tá certo.

Todos fazem anotações.

ANEXO 6 – Transcrição da Tarefa dos Bombons e Pirulitos

Sujeito: Keven

Tempo aproximado: 23 minutos

Entrego a tarefa e o aluno faz a leitura.

Keven – Eu andei estudando com o meu primo que já tá na faculdade. Eu tava estudando pra essas tarefinhas de hoje, né, aí ele passou umas questões parecidas com essa daqui.

Pesquisadora – É mesmo? Olha! Você estudou pra vir fazer essas tarefas, Keven?

Keven – Estudei até 3 horas da manhã, mais ou menos.

Pesquisadora – Nossa, Keven!

Após aproximadamente 6 minutos.

Pesquisadora – O que você acha? Vamos conversar um pouquinho ou ainda não?

Keven – Vamos. Eu sei que pra eu fazer essas aqui, essas perguntas aqui eu tenho que saber o preço de um bombom e de um pirulito. Aí, o meu primo tinha feito um negócio com bala e picolé. Uma coisa assim. Aí ele me fez descobrir o preço de um picolé e de uma bala. Aí ele falou que a gente deixa duas coisas, vamos supor 6 numa conta e 6 na outra. Você tem que deixar o número igual. Depois você tem que multiplicar, pelo número que você multiplicou pra dar um número igual, né. Vamos supor, se tinha 3 e 2, você multiplicou um por 3 e um por 2. Aí dá 6 nos dois. Aí ele falou que se você tivesse que multiplicar por esse número você tinha que multiplicar a coluna (faz com a mão gesto na horizontal) toda. Aí depois ele falou que você faz um negócio, aquele negócio de número negativo, essas coisas pra mudar os sinais.

Pesquisadora – Entendi.

Keven – Aí depois você descobre.

Pesquisadora – Mas você acha que essas informações que o seu primo lhe deu no dia que estudou com você, ajudam você a resolver isso aí?

Keven – Acho que sim. Descobrir o preço, eu acho que ajuda um pouco.

Pesquisadora – Você está pensando do mesmo jeito que você pensou na tarefa das antiguidades, dos discos e fitas. Porque você também ficou tentando achar o preço dos discos e o preço de cada uma das fitas.

Keven – Só que eu estudei com ele ontem.

Pesquisadora – Entendi. Naquele dia qual foi a conclusão que você chegou mais ou menos?

Keven – Ah, conclusão eu acho que não consegui chegar em nenhuma. Eu tentava dividir o resultado final por um tanto, pela quantidade de fitas e cada hora dava um resultado diferente.

Pesquisadora – Entendi. Então você não conseguiu achar ali os valores unitários, né? Só que você está tentando ir por esse caminho novamente usando essas novas informações que o seu primo lhe deu. Vamos ver o que você acha, se vale a pena ou não.

Após aproximadamente 3 minutos.

Pesquisadora – E aí? O que você está fazendo?

Keven – Ah, eu peguei aqui 20 bombons mais 10pirulitos e igual a 25 reais e 10 bombons mais 40 pirulitos é igual a 30 reais. Aí eu vou deixar esse 20 e esse 10 iguais. Aí multipliquei o 20 por 2, multipliquei o 10 por 4 e igualei os dois. Aí depois eu tive que multiplicar por 2 a conta (equação) inteira e o debaixo por 4 a conta inteira. Aí fez 40 mais 20, assim o resultado não é muito coisa não, mas eu acho que dá certo.

Pesquisadora – Entendi.

Keven – 40 mais 20 é igual a 50 e 40mais 160 é igual a 160. Aí coloca a conta, aí depois você coloca a conta maior em cima, com os números maiores em cima e embaixo você coloca a conta com os números menores. Aí você coloca na frente do 40, você coloca o menos, você inverte esse mais e coloca menos e no resultado você coloca menos 50. Aí você faz a operação. Você vai diminuir 40 menos 40 vai dar zero. 160 por (menos) 20 vai dar 140 e 60 por (menos) 50 vai dar 10. Aí eu pego esse 140 e divido por 10. Pra saber o preço... vou fazer assim, vou pegar, que nem eu pegava lá (tarefa das antiguidades), vou dividir pra saber o preço de um,mas aqui deu 14. Aí eu acho que não tá muito certo, não, esse 14. Porque, assim, se 10 bombons e 10 pirulitos dão 15, não pode dar 14.

Pesquisadora – Você tá achando que tá muito caro?

Keven – É.

Pesquisadora – Entendi.

Keven – Aí eu não sei se fui eu que fiz errado aqui ou se as coisas aqui são diferentes das que o meu primo me deu.

Pesquisadora – Entendi. O outro tá pedindo o preço de 20 bombons e 30 pirulitos, né? Aí o que você está pensando? O bombom por 14 reais...

Keven – Eu não tô muito confiante com esses 14 reais não. Eu tô um pouco em dúvida porque tá meio caro ser 14.

Pesquisadora – Entendi. Você tá achando que tá meio caro ser 14, né?

Keven – É. Eu não tô pondo muita fé nesse 14, não.

Silêncio.

Keven – Eu pensei numa coisa agora aqui, mas não sei se tá certo. Eu vi que tem um assim: 20 bombons e 10 pirulitos são 25, aí aqui na pergunta são 20 bombons e 30 pirulitos. Aí aqui em cima tem mais 10 bombons e 10 pirulitos aqui no primeiro. Aí eu não sei se tem alguma coisa a ver, tipo tentar calcular pelas outras...

Pesquisadora – Usando as outras o que?

Keven – As outras...

Pesquisadora – Informações.

Keven – É. Informações.

Pesquisadora – É uma hipótese, né?

Silêncio.

Pesquisadora – Keven, e se eu dissesse pra você que não dá pra achar o preço de um bombom e de um pirulito?

Keven – Então, o meu primo tinha falado assim, que com as informações que ele tinha me dado do primeiro eu não tinha como achar o preço de um, vamos supor, de um bombom e de um pirulito, aqui nesse caso. Aí ele falou que as informações que dão assim, vamos supor 10 bombons e 10 pirulitos, que aí dá pra achar. Aí ele falou que tem que fazer como eu fiz pra poder achar.

Pesquisadora – Tá. Mas seu eu dissesse pra você que não dá pra achar o preço de um bombom e de um pirulito? O que você acha? Que essa tarefa não teria jeito de resolver? Ou se, de repente teria uma outra maneira de resolver ou não, se não tem jeito mesmo? Se não desse pra achar? Eu não tô dizendo que não dá. Eu tô dizendo assim, se não desse pra achar o valor de um único bombom e de um único pirulito? O que você acha? Essa tarefa não tem jeito mais?

Keven – Dá, mas só com essas informações não dá pra saber. Teria que fazer umas outras coisas pra poder descobrir.

Pesquisadora – Então pra você o caminho é achar o preço de cada bombom e de cada pirulito. É isso que tem que fazer? Você não acha que tem outro caminho?

Keven – É. Pra mim é. Tem que achar o preço de um bombom e de um pirulito.

Pesquisadora – Tá. Tudo bem.

A pesquisadora sai da sala e retorna após 5 minutos.

Keven – Acho que eu consegui aqui.

Pesquisadora – Consegui? Então me conta.

Keven – Assim, eu acho que eu consegui. Assim, pirulito eu não consegui. Eu não consegui achar o preço de um pirulito, mas achei o preço de um bombom. Tá. Aí, eu fiz aquele processo e tal, aí no final o resultado deu 1. O bombom custa 1. Aí eu peguei aqui na conta, 10 bombons e 10 pirulitos. Aqui como são 10 bombons e são 1 cada um tirei 10 do valor e sobrou 5. Como são 10 pirulitos, assim, eu tive uma... eu tô tentando achar o preço de 1 pirulito.

Pesquisadora – E pra achar o pirulito? O que você acha?

Keven – O pirulito agora... eu tirei o preço dos bombons aqui, né? Sobrou 5.

Pesquisadora – Entendi. Você achou que o bombom vale 1. E pra achar o pirulito?

Keven – O pirulito... eu vou, eu vou... eu tirei o preço do bombom aqui, né?

Pesquisadora – Hãhã.

Keven – Sobrou 5, como são 10 pirulitos, eu vou descobrir quanto que são cada um dos pirulitos pra dar 5.

Pesquisadora – Qual conta você acha que tem que fazer?

Keven – Divisão.

Pesquisadora - Ah, tá.

Keven – Se divide 10 por 5 vai dar 2.

Pesquisadora – Você tá fazendo 10 dividido por 5? Aí deu 2. E você tá achando que cada pirulito é 2 reais.

Keven – É.

Pesquisadora – Experimenta esses valores, Keven.

Keven – É pra experimentar nessa aqui?

Pesquisadora – É. Experimenta,por exemplo, na primeira. Ela fala 10 bombons e 10 pirulitos por 15. Se 10 bombons a 1 real, vai dar quanto?

Keven – Vai dar 10.

Pesquisadora – Vai dar 10 reais. E cada pirulito você achou que é 2.

Keven – É,mas eu acho que não é não, porque vai dar 20.

Pesquisadora – E teria que dar...

Keven – Aqui teria que dar 5. Então...

Pesquisadora – Acho que tem alguma coisa aí que não tá legal, né?

Keven – É... deixa eu ver...

Pesquisadora – Qual foi a conta que você fez pra achar o pirulito?

Keven – Pirulito? Foi aquele processo, se 10 bombons e 20 pirulitos dá 25 e 10 bombons e 40 pirulitos...

Pesquisadora – Isso foi pra achar o bombom. E pra achar o pirulito?

Keven – É...

Pesquisadora – Você me falou ali que você fez 10 bombons custava 10, então que 10 pirulitos tinha que custar...

Keven – 5.

Pesquisadora – Então 10 pirulitos custam 5 reais. Se cada pirulito for 2 reais como você sugeriu,os 10 pirulitos vão custar 5?

Keven – Não. Ou vão? Peraí... aminha cabeça tá horrível hoje.

Pesquisadora – Ah, tá nada.

Keven – Eu fui dormir tarde pra caramba.

Pesquisadora – Ah,mas você ficou estudando isso aí até tarde, né KEVEN?

Keven – É. Aí eu tô cansado. Deixa eu ver aqui...

Pesquisadora – Você falou que 10 pirulitos vão custar 5 reais.

Keven – Ah, tá. Se você pegar o 2 e multiplicar por 5 vai dar 10. Acho que é o 2 mesmo.

Pesquisadora – Você disse que 10pirulitos juntos vão custar...

Keven – É... 5.

Pesquisadora – Então pensa nisso como na sua vida. Você tem 5 reais pra comprar 10 pirulitos. Quanto que vai custar cada pirulito?

Keven – 2 reais. Assim... Nossa, uma coisa tão fácil e eu tô tendo dúvida porque eu tô...

Pesquisadora – Não,mas não tem problema ter dúvida não!

Keven – Eu tô confuso!

Pesquisadora – Entendi. Porque você está fazendo uma conta 10 dividido por 5 que dá 2. Mas você viu que não dá 2. Você já concluiu. Então vamos pensar: com 5 reais você consegue comprar 10 pirulitos. Você vai à cantina, você tem 5 reais. Você dá os 5 reais e eles te dão 10 pirulitos. Quanto vai custar cada um?

Keven – Eu acho que é... pensando aqui, é...peraí, deixa eu ver. Eu tenho 5 reais...

(Faz anotações)

Keven – É...

Pesquisadora – Com 5 reais, 10 pirulitos. Com 1 real você compraria quantos?

Keven – É... custando quanto o pirulito?

Pesquisadora – É isso que a gente tá tentando descobrir, o preço do pirulito. Com 5 reais você compra 10 pirulitos. Com a metade do dinheiro você compra...

Keven – 5 pirulitos.

Pesquisadora – A metade dos pirulitos. Então a metade do dinheiro é...

Keven – 2,50.

Pesquisadora – 2,50 e você compra...

Keven – 5.

Pesquisadora – 5 pirulitos.

Keven – Então, assim, se você fizer a metade de 2,50...

Pesquisadora – você vai comprar a metade de 5 pirulitos que dá 2 pirulitos e meio. Fica meio difícil,mas com 2,50, 2 reais e 50 centavos você compra 5 pirulitos. Quanto que vai custar cada pirulito?

Keven – 2,50 dividido por 5, é... (faz anotações)

Keven – A minha cabeça tá horrível! Eu não tô conseguindo. Eu sei a resposta, mas ela não tá vindo na minha cabeça.

Pesquisadora – Entendi. Você tá cansando, né?

Keven – 2,50 pra comprar 5 pirulitos...

Pesquisadora – É 1 real?

Keven – Não, se fosse 1 real seria 2,50. Não... ia ser...

Pesquisadora – Se fosse 1 real. Se você comprasse 5 pirulitos, quanto que você ia pagar?

Keven – Se fosse 1 real? Eu ia pagar 2 reais. Tipo assim, eu só tenho 2,50, se cada pirulito fosse 1 real...

Pesquisadora – Esquece que você tem 2,50.

Keven – Tá.

Pesquisadora - Cada pirulito custa 1 real. Se você for comprar 5 pirulitos você vai pagar quanto?

Keven – 5 reais.

Pesquisadora – 5 reais. Só que você tem 5 reais. Só que você não está comprando 5 pirulitos. Você está comprando 10 pirulitos. Então você acha que o pirulito vai ser 1 real cada um?

Keven – Não, porque aí vai ser 10 reais. Por exemplo, se eu for comprar 10 pirulitos

Pesquisadora – Agora vamos mudar a situação. Você tem 5 reais. Você não sabe quanto que custa o pirulito. Aí você chega na cantina e diz assim: eu tenho 5 reais. Dá pra comprar quantos pirulitos? Aí a moça da cantina diz assim: 10 pirulitos. Com 5 reais você compra 10 pirulitos. Quanto custa cada um?

Keven – 50 centavos.

Pesquisadora – Experimenta se com 50 centavos dá.

Faz anotações.

Keven – Dá.

Pesquisadora – Deu né? Mas tem mais duas perguntas né, KEVENeven? O que tá perguntando?

Keven – E se ela comprar apenas 5 bombons? Cada ume 1 real. 5 reais.

Pesquisadora – 5 reais. Tá.

Faz anotações.

Pesquisadora – E qual que é o último?

Keven – Quanto custa cada bombom e cada pirulito?

Pesquisadora – Você já sabe, né?

Keven – É.

Faz anotações.

Keven – A primeira e a segunda pergunta tiveram o mesmo resultado. Olha só aqui. 25 bombons e 20 pirulitos. 25 bombons, 1 real cada um 25 reais, mais 20 pirulitos, dez reais. Deu 35 reais. Aí aqui o debaixo, 20 bombons e 30 pirulitos. 20 bombons vai dar 20 e 30 pirulitos vai dar 15. 35 também.

Pesquisadora – Ah, legal. Bacana. Terminou Keven?

Keven – Hãhã.

ANEXO 7 – Transcrição da Tarefa dos Bombons e Pirulitos

Sujeitos: Pepsi e Sprite

Tempo aproximado: 4 minutos

Pesquisadora – (Entrega a tarefa aos alunos)

Sprite – (Lê rapidamente a tabela, em 15 seg.): É a mesma coisa, Pepsi. É só achar o preço de cada um é a gente vai conseguir.

Pepsi – É, vamos ver.

Sprite – Mas vamos ver as perguntas, primeiro.

Pepsi – É. (...) Os bombons devem ser mais caros.

Sprite – Vamos ver, peraí. (...) Sim, são.

Pepsi – É 1 real cada bombom.

Sprite – 1 real cada bombom.

Pepsi – É. Fácil!

Sprite – Nossa, muito fácil! É 1 real cada bombom... aqui tem 10... É 50 centavos cada pirulito.

Pepsi – 1 real o bombom e 50 centavos cada pirulito.

Sprite – (Lê o que escreve): Um B igual a 1 real e um P igual a 50 centavos.

(A Pesquisadora se aproxima deles, para trocar a fita)

Sprite e **Pepsi** – A gente já descobriu o preço.

Pesquisadora – Nossa, já?! Como que vocês descobriram este preço?

Sprite – É assim: aqui tem o mesmo número de pirulitos. Só que aqui é um preço mais. Só que aqui aumentou 5, e aqui também. E aí a gente achou que o preço do bombom é um real.

Pepsi – Aí ele viu que os pirulitos são 50 centavos.

Sprite – 1 real (o bombom). Aqui dá 15 reais só de bombom. E 10 pirulitos, sobrou 5. Aí é 50 centavos cada um.

Pesquisadora – Ok.

Pepsi – Agora a gente vai fazer...

Sprite – Agora a gente vai fazer as atividades.

(...)

Sprite – A resposta da primeira é 35 reais.

Pepsi – A segunda é 35 também.

Sprite – É. 35 [reais].

(Resolvem e justificam nas folhas, com muita rapidez)

ANEXO 8 – Transcrição da Tarefa das Promoções

Sujeitos: Poseidon, Seia, Stefanny e Isa

Tempo aproximado: 40 minutos

Distribuí a tarefa.

Pesquisadora – Vou deixar vocês à vontade.

A Pesquisadora se afasta.

Isa faz a leitura em voz alta.

Isa – Qual será o brinde de quem comprar 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta?

Poseidon – 1 boné, 1 jaqueta e 1 boné.

Isa – Já comprou 1 jaqueta.

Poseidon – Leva outra.

Stefanny – 3 blusas, 1 calças e 1 jaqueta.

Poseidon – Ele vai levar 1 boné, 1 chaveiro e 1 blusa.

Stefanny – É. Não, ele vai comprar 3 coisas. Vamos colocar 2 coisas.

Poseidon – Ai, lá vem aquele negócio de preço unitário.

Isa – Não gente, é só a gente colocar... é só a gente colocar uma... são quantas?

Seia – Ah, é só colocar assim, né?

Isa – É só a gente colocar 2 calças mais 3 blusas e 1 jaqueta é igual a...

Seia – O outro a gente também tinha que colocar que nem naquela ordem.

Todos anotam.

Seia – Não é 2 calças mais...

Poseidon – 3 blusas.

Isa – Aí ele ganha 1 boné mais 1 chaveiro.

Poseidon – e 1 jaqueta.

Stefanny – Não, jaqueta ele já comprou.

Seia – Então ganha 1 chaveiro.

Isa – 1 boné e 1 chaveiro.

Seia – Não, 1 boné mais 2 chaveiros.

Poseidon – Isso mesmo. Ou 2 blusas e 1 chaveiro.

Isa – Não.

Poseidon – 2 blusas e 1 chaveiro.

Stefanny – Ele já comprou blusa.

Poseidon – 2 boné e 1 chaveiro.

Seia – É, ou então invertido.

Isa – 1 boné e 2 chaveiros.

Poseidon – Não, pra que? Ah, deixa quieto.

Seia – Ele não tem nenhum chaveiro.

Poseidon – Coitado! Esse é pobre de nascença.

Isa – 1 blusa e 1 jaqueta ganha o quê? 1 calça...

Poseidon – Mais 2 chaveiros.

Stefanny – Olha só. 1 blusa e 1 jaqueta ganha o quê?

Seia – 1 boné...

Isa – 1 boné e 2 chaveiros.

Stefanny – Não, 1 blusa e 1 jaqueta...

Isa – Não a gente já colocou isso.

Stefanny – 1 blusa e 1 jaqueta é 1 calça e 1 boné.

Isa – Aí ganha 1 blusa e 1 boné.

Stefanny – Aqui comprou 1 blusa e 1 jaqueta então ganha 1 boné e 1 calça.

Seia – 1 boné, 1 calça e 1 cha...

Poseidon – Não. Gente, é 1 boné e 1 calça e não 2 bonés e 1 calça.

Seia – É 1 boné e 1 calça.

Poseidon – É 1 boné só.

Stefanny – Eu tô escutando.

Seia – E 1 calça.

Poseidon – Não. É 1 boné só ou só 1 calça, porque aqui só comprou 2 produtos.

Isa – 1 boné então.

Poseidon – Aqui ele comprou 3 e ganhou 2.

Stefanny – 1 boné.

Poseidon – Aqui ele vai comprar 2 e ganhar 2? Ele vai ganhar 1 só.

Poseidon – E se ele comprou apenas 1 calça e 1 jaqueta? Ele ganha 1 boné!

Isa – 1 chaveiro.

Stefanny – 1 chaveiro.

Seia – Se aqui já falou...

Poseidon – 1 blusa.

Seia – Se aqui já falou da jaqueta e da calça, aqui ganha 1 blusa.

Poseidon – É 1 blusa.

Stefanny – Essa tem que pensar. O que é que você acha?

Poseidon – É só raciocinar.

(Todos fazem anotações)

Isa – A gente pode colocar 1 chaveiro, ué. A mulher não vai dar 1 calça.

Poseidon – No segundo não pode ser boné porque no primeiro já tem.

Isa – Ela vai dar 1 chaveiro e 1 boné.

Poseidon – Então aqui pode ser...

Seia – Pode ser a calça.

Poseidon – É pode ser.

Stefanny – Você vai colocar o quê? 1 chaveiro?

Poseidon – No segundo é 1 calça.

Seia – No c, blusa.

Poseidon – No terceiro, 1 blusa.

Isa – Gente, coloca o chaveiro.

Seia – Blusa, blusa, blusa.

Stefanny – Você escreveu errado.

Isa – Ah, é. Eu escrevi um só. 1 blusa?

Poseidon – 1 blusa e 1 jaqueta é igual...

Isa – A uma blusa?

Poseidon – A uma blusa.

Stefanny – 1 blusa, gente!

Isa – Já acabamos.

A Pesquisadora se aproxima.

Pesquisadora – O que vocês fizeram, aí?

Seia – Ele explica porque foi ele que fez. (aponta para Poseidon)

Pesquisadora – Foi o Poseidon que fez sozinho? Não, né? Então me conta.

Poseidon – Aqui, 2 calças mais 3 blusas mais 1 jaqueta e igual a 1 boné mais 2 chaveiros, porque ele comprou 3 produtos e ganhou 2 e aqui 2 ele ganha 1.

Pesquisadora – Entendi o que você está falando. Ah, tá. então você está pensando que ele ganhou quantos produtos?

Poseidon – 2.

Pesquisadora – Ele comprou 2 e ganhou 1. E aqui ele comprou quantos? (aponta para a segunda equação).

Poseidon – 3 e ganhou 2.

Pesquisadora – Mas aqui ele comprou 3?

Seia – Comprou 4 e ganha 3.

Poseidon – 3.

Pesquisadora – Mas olha só. Ele comprou 1 calça, 2 blusas mais 1 jaqueta. Então ele não comprou 3 coisas.

Seia – Ele comprou 4.

Poseidon – Então tá errado.

Pesquisadora – Ele comprou 4. Tudo bem? Vocês concordam?

Silêncio

Pesquisadora – Vocês precisam olhar muito pra esse suporte, pra esse desenho. As coisas estão todas aqui dentro e a gente não olha com muita atenção. Ver o que está acontecendo com essas promoções. Essas promoções não são de qualquer jeito.

Seia – É pra combinar como que ele comprou? Porque olha aqui, 1 calça mais 1 blusa ele ganha um boné...

Pesquisadora – A promoção não é de qualquer jeito. Por exemplo, se eu comprar 2 jaquetas e 5 calças eu ganho 20 blusas. Não é de qualquer jeito. Tem uma questão que a gente tem que olhar aqui. Vamos ver: se ele compra 1 calça e 1 blusa ele ganha 1 boné, na outra situação, se ele comprar 1 calça, 2 blusas e 1 jaqueta ele ganha 1 boné e 1 chaveiro. Não é isso? É nisso que a gente pode pensar. O que é que está acontecendo? Será que a eu posso combinar essas coisas?

Seia – Tá.

Pesquisadora - Mas, Seia, quando eu tô falando em combinar, eu não tô falando se essa blusa combina com essa calça? Não é o combinar pra gente sair arrumadinho. Quando eu tô falando combinar é o que eu posso misturar. Vamos dar mais uma olhada?

Seia – 1 blusa mais 1 jaqueta. Vai ganhar o que? Vamos pensar! Vai ganhar um chaveiro.

Isa – Chaveiro.

Stefanny – Não.

Seia – Não é isso por causa da calça...

Isa – Eu tava pensando de outro jeito.

Poseidon – Eu não tô entendendo!

Isa – Eu vou apagar só a resposta.

Stefanny – Essa tá mais fácil que a outra.

Poseidon – É.

Isa – Também acho. A gente não tem que fazer conta.

Seia – Será que essa primeira tá certa?

Isa – Não, não acho.

Poseidon – Ela falou que tem uma só que tem que fazer conta.

Stefanny – Ela não falou nada de fazer conta!

Poseidon – Disse sim!

Isa – Ele nem sabe o que está falando.

Poseidon – Ela falou alguma coisa assim, que tem uma que vocês tem que fazer conta.

Isa – Ela não falou nada disso.

Stefanny – Nossa!

Poseidon – Falou sim.

Isa – Nada a ver.

(Leitura)

Poseidon – Muito lógico esse jeito.

Isa – Eu acho assim: 1 calça mais 1 blusa é igual a um boné e aqui tem uma jaqueta e ganhou um chaveiro. Aí a gente tem que escolher quais.

Seia – Mais só tem esses dois brindes?

Stefanny – É.

Poseidon – Não é. Entre e confira outras promoções.

Isa – (Lê o enunciado em voz alta) Ela não quer só dar 1 boné e 1 chaveiro.

Seia – Mas o chaveiro e...

Poseidon – E se for assim: aqui tá um. E a gente pode pegar 1 mais 1 e dividir tudo por 2.

Seia – Não tem conta, gente!

Isa – Não tem!

Poseidon – Tem sim.

Stefanny – Não tem conta.

Poseidon – Tem sim. Ela falou.

Stefanny – Não falou.

Poseidon – Falou sim.

Stefanny – Então foi só você que escutou.

Seia – Só você mesmo.

Stefanny – Eu acho que só dá boné e chaveiro.

Seia – Só? Eu acho que pode boné, jaqueta...

Stefanny – Eu acho que só boné e chaveiro.

Isa – Blusa com a coisa da loja... com a marca da loja.

Seia – Hã?

Isa – Gente, eu tô tentando ajudar...

Seia – Blusa é blusa.

Isa – Então blusa, blusa...

Stefanny – É. Lá na (inaudível) tem um desconto se você colocar um adesivo no carro.

Seia – Nossa!

Stefanny – É acho que 1 mês, 1 mês só. Fazendo propaganda, gente. Vamos fazer propaganda.

Isa – Propaganda de quê?

(Conversam sobre outras coisas)

Stefanny – A gente tem que olhar pro desenho.

Isa – A gente não tá vendo o que a gente precisa ver.

(Leitura)

Isa – Podia dar uma indicação. Soprar aí...

Stefanny – Sei lá, mas eu acho que é só esses daqui ó. O boné e o chaveiro, porque é claro que... Você já viu loja que você compra 1 calça, 1 blusa e 1 jaqueta e eles dão 1 calça pra você? Nunca!

Isa – Não. Vai dar é brindezinho.

Stefanny – É. Vai dar boné vagabundo.

Poseidon – Já sei...

Seia – Mas aqui vai ter que dá. Mas a gente tem que pensar em tudo.

Stefanny – Não. Mas a realidade que a gente pensa não é assim não.

Seia – A gente tem que pensar em tudo. Pode dar até cachorro, o que não é o caso...

Stefanny – Eu vou dar um exemplo. Um brinquedinho...

Seia – Não.

Stefanny – Cala a boca. Deixa eu falar.

Seia – Vem calar.

Isa – Para.

Stefanny – Igual assim, é... você compra uma coisa acima de 50 reais e ganha um joguinho.

Poseidon – Disso que eu tô falando.

Stefanny – Então, é uma coisa assim.

Poseidon – Isso que eu tô pensando.

Seia – Tá falando... Só se for na sua mente.

Seia – Não. Aqui só tem essa suposição.

Isa - E aqui tá falando assim...

Seia - Entre e confira outras promoções.

Isa – É.

Stefanny – Não, mas e, por exemplo, 2 calças, 3 blusas e 5 jaquetas?

Seia – Mas aqui tá mostrando que tem calça, blusa e jaqueta e aqui não tá mostrando que tem mais. (mostra os brindes)

Stefanny – Ai!

Isa – Aqui tá falando assim, ó: qual serão brinde de quem comprar 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta?

Seia – Então. Qual será o brinde? Não tá perguntando se vai colocar só boné e jaqueta, quer dizer, boné e chaveiro. Isso é muito óbvio.

Isa – Então. Vai ganhar um chaveiro só.

Seia – Olha aqui. 2 calças, três blusas mais 1 jaqueta, eu coloquei um boné, um chaveiro e uma jaqueta.

Isa – Ele tá fazendo conta. (aponta para Poseidon)

Stefanny – Gente, eu acho assim, é que todo mundo tem que pensar junto. Cada um fazendo uma coisa, não dá não.

Poseidon – Vocês não me escutam!

Stefanny – A minha opinião é que não tem que fazer conta. É a minha opinião.

Isa – Eu acho assim. Vai ser só um chaveiro.

(Seia chama a Pesquisadora)

A Pesquisadora se aproxima.

Pesquisadora – O que é que vocês estão achando?

Seia – Eu fiz assim... eu fiz assim... se aqui tá mostrando 1 calças, mais 2 blusas mais 1 jaqueta dá 1 boné e 1 chaveiro e aqui (1ª questão) tá mostrando 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta, aí eu botei 1 boné mais 1 chaveiro mais 1 jaqueta.

Isa – Acho que eu descobri.

Pesquisadora – Então conta.

Isa – Não, é porque é assim... aqui tá falando 1 calça, 2 blusas e 1 jaqueta. Aí você ganha 2 bonés, 3 chaveiros...

Pesquisadora – Tá.

Poseidon – É assim, aqui é 1 calça e aqui é 2. A diferença é de 1.

Pesquisadora – Vamos olhar pra esse cartaz da promoção.

Poseidon – Ah, entendi. Aqui vai dar 2 bonés, 1 chaveiro e 1 jaqueta.

Pesquisadora – A jaqueta é brinde?

Stefanny – Não.

Isa – Não.

Stefanny – Um boné e um chaveiro que é o brinde.

Pesquisadora – Então vamos olhar pra isso aqui. (aponta o desenho)

Poseidon – Aqui você compra 2 calças...

Stefanny – Por exemplo, se você compra quatro coisas, você ganha 2 coisas.

Poseidon – Aqui vai dar um boné e um chaveiro.

Pesquisadora – Vamos olhar para o desenho.

Poseidon – Se somar aqui vai dar 2 calças, aqui vai dar 3 blusas. Tem 2 calças e 3 blusas e aqui (1 questão) tem 2 calças e 3 blusas também.

Pesquisadora – E aqui tem jaqueta? (aponta para o desenho)

Poseidon – Tem.

Seia – Ah, tá.

Isa – Vai dar 1 boné mais 1 chaveiro.

Seia – 2 bonés e 1 chaveiro, 2 chaveiros, 3 chaveiros?

Pesquisadora – Stefanny o que você achou?

Stefanny – Eu acho que é 2 bonés mais 1 chaveiro.

Pesquisadora – Por quê?

Stefanny – Porque aqui tem 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta, igual ele falou. Aí junta esse que tá aqui com esse que tá aqui e vai dar 2 bonés e um chaveiro.

Pesquisadora – Ok. O primeiro é isso aí. E o segundo?

Poseidon – Eu tô achando que é de menos. Tem que diminuir.

Seia – Então ganha 1 chaveiro?

Poseidon – 1 blusa menos 1 blusa vai dar 1. 1 blusa tá aqui mais 1 jaqueta vai dar o mesmo que aqui. (mostra questão 2)

Seia – Vai dar 1 calça?

Poseidon – Não. Vai dar 1 boné e 1 chaveiro.

Pesquisadora – Vai dar 1 boné e um chaveiro?

Poseidon – É.

Isa – Eu acho que vai dar só, ou 1 boné ou 1 chaveiro.

Poseidon – Ou boné ou chaveiro.

Seia – Vai dar só 1 chaveiro.

Pesquisadora – Por que você acha que vai dar só 1 chaveiro?

Seia – Por causa que aqui tem uma calça mais uma blusa e deu um boné. Só que aqui tá uma calça mais uma jaqueta...

Stefanny – 2 blusas.

Pesquisadora – Fala de novo o que você está pensando.

Seia – Uma calça mais uma blusa...

Poseidon – Aqui tem que tirar um produto, porque a calça não tem.

Pesquisadora – Uma calça e uma blusa dá um boné.

Poseidon – Ah, entendi. Aqui é de menos.

Seia – Uma blusa mais uma jaqueta vai dar um chaveiro.

Pesquisadora – Vai dar um chaveiro. Isa o que você acha?

Isa – Eu acho que não vai dar isso não.

Poseidon – Na primeira (questão) a gente somou, aqui a gente vai ter que diminuir. 1 menos 1 vai dar zero. Então não tem calça. 2 menos 1 vai dar 1. 1 blusa. E 1 jaqueta repete.

Pesquisadora – E o brinde? Como que vai ficar essa conta no brinde?

Isa – 1 chaveiro.

Pesquisadora – Por que é que você acha que é um chaveiro?

Isa – É porque no primeiro tem uma calça e uma blusa e ganha um boné...

Seia - Então 1 blusa e uma jaqueta vai dar um chaveiro.

Isa – Vai dar um chaveiro

Pesquisadora – Ok. Agora vamos pensar na terceira (questão).

Pesquisadora se afasta. Todos lêem.

Seia – Eu acho que não vai dar brinde não.

Poseidon – Mas tudo que compra

Stefanny – Inaudível.

Poseidon – Não, aqui tem brinde sim. Todos têm que ter brinde.

Isa – 1 boné.

Seia – Não. O boné é 1 calça mais 1 blusa.

Poseidon – Não.

Seia – O boné é 1 calça mais 1 blusa.

Poseidon - A calça e a jaqueta são os mais caros.

Isa – Gente, vamos concentrar aqui. (desenho) No outro a gente olhou aqui e a gente conseguiu fazer. Vamos concentrar aqui.

Seia – Então vai ser 2 chaveiros.

Poseidon – 1 só... ou 1 boné. Não 1 blusa.

Seia – Não. 2 chaveiros porque a jaqueta e a calça é mais cara, como você falou.

Stefanny – Blusa não. Brinde é só o boné e o chaveiro.

Isa – É.

Seia – Boné e chaveiro.

Isa – Mas ela (Pesquisadora) vai perguntar por quê. Por que você acha que é dois chaveiros?

Seia – Porque 1 calça mais 1 blusa é um boné e como você falou, a calça e a jaqueta é a mais cara. Por isso que eu acho que é 2 chaveiros.

Poseidon – Tem que ganhar um mais caro. Então 1 boné.

Stefanny – E o mais barato também.

Isa – 1 chaveiro. Ou 1 boné?

Seia – 2 boné, então.

Stefanny – Quem tá comprando é ela.

Poseidon – 2 bonés? Então ele tem 2 cabeças!

Seia – Ah, não! E o primeiro tem 2 cabeças também?

Poseidon – Ah, vai ver que ele estava com outra pessoa e aqui ele está sozinho.

Isa – Gente, vamos concentrar aqui.

Stefanny – Não é ele. É ela. Ajude-a.

Seia – Vai que ela dá pra uma pessoa.

Stefanny – Mas é uma mulher.

Poseidon – A gente tem que fazer do mesmo jeito que a gente fez esse.

Stefanny – Gente, vamos concentrar.

Poseidon – É um boné e 1 chaveiro.

Isa – Gente, vamos concentrar aqui.

Seia – 2 bonés e 2 chaveiros.

Poseidon – Não. Tem que ser 1 boné só.

Seia – É 2 chaveiros. É 2 chaveiros.

Isa – Olha aqui, ó. 1 calça com mais 1 jaqueta é igual... a 1 chaveiro. Agora, porque isso, eu não sei.

Poseidon – 1 dividido por 2 não tem como. Por isso que não tem blusa. (silêncio) Vai dar 1 chaveiro.

Isa – Acabamos? Vou colocar 1 chaveiro, mas você é que vai explicar isso pra ela.

Poseidon – Peraí. Deixa eu pensar um pouquinho.

Seia – Então, tenta multiplicar.

Poseidon – Se eu multiplicar 1 vezes 2 vai dar 2 e aqui não tem blusa. Não é dividir porque 1 blusa dividido por 2 não tem como dividir, não.

Isa – Vou chamar ela, pode?

Stefanny – Pode, mas é o Poseidon que vai explicar pra ela.

Seia – Dividido dá, porque...

Stefanny – Você vai explicar?

Poseidon – Sabe por quê? Porque no primeiro já tem 1 boné.

Seia – Vai multiplicar... não, vai dividir.

Poseidon – É que no primeiro já tem 1 boné. Aí só sobra 1 chaveiro.

Seia – Acabamos.

A Pesquisadora se aproxima.

Pesquisadora – E aí? O que vocês acharam?

Poseidon - Vai dar 1 chaveiro.

Seia – 1 chaveiro.

Pesquisadora – 1 chaveiro?

Poseidon e Se – É.

Pesquisadora – E como vocês acharam 1 chaveiro?

Poseidon – É porque aqui já tem 1 boné. Aí a gente tirou o boné e só sobra o chaveiro de brinde.

Pesquisadora – Ah, tá. Mas deixa-me fazer uma pergunta. Pra ganhar um chaveiro, vocês falaram pra mim que a pessoa tem que comprar uma blusa e uma jaqueta.

Isa – É.

Pesquisadora – Tudo bem. Mas isso não quer dizer que uma compra diferente não possa ter o mesmo brinde. Tudo bem? Só que aqui, eu queria que vocês olhassem pra informação que está aí. Aí tá dizendo que 1 calça e 1 blusa dão um boné e 1 calça, 2 blusas e 1 jaqueta dão 1 boné e um chaveiro. Vocês conseguiram combinar. Lembra que eu falei da combinação? Vocês conseguiram soma, fizeram 1 combinação e acharam a primeira, fizeram uma subtração e acharam a segunda. Então a gente não pode achar só assim: “-Ah! Então eu vou tirar o boné e vou por o chaveiro.” A gente precisa raciocinar um pouquinho.

Poseidon – Então vai dar 1 boné.Pesquisadora – Por que daria 1 boné?

Poseidon – Porque pra ganhar 1 chaveiro precisa de 1 blusa e 1 jaqueta e é 1 calça e 1 jaqueta. Então vai dar 1 boné.

Silêncio.

Pesquisadora – Então tá bom pessoal. Por hoje já tá bom.

ANEXO 9 – Transcrição da Tarefa das Promoções

Sujeitos: Keven

Tempo aproximado: 20 minutos

A Pesquisadora entrega a tarefa.

Keven lê o texto e tenta fazer a tarefa por aproximadamente 5 minutos.

Pesquisadora – E aí Keven?

Keven – Tô resolvendo.

Após aproximadamente 4 minutos.

Pesquisadora – E aí Keven? Explica um pouquinho pra mim o que é que você está fazendo?

Keven – Hãhã. A primeira tá falando assim: qual será o brinde de quem comprar 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta. Aí eu vi que 1 calça e 1 blusa dão 1 boné e 1 calça mais 2 blusas mais 1 jaqueta dá 1 boné mais 1 chaveiro. Aí eu pensei assim: se 2 calças e 3 blusas, 2 é menor que 3, aí eu pensei assim que 1 blusa, 1 calça e 1 boné, assim 2 blusas e 2 calças. Porque, assim, você vai tirar 1 aqui, vai ficar 2 calças e 2 blusas e esse 1 vai ficar pra uma blusa e uma jaqueta que dá 1 chaveiro.

Pesquisadora – Entendi. Entendi seu raciocínio. E o debaixo?

Keven – Se eu comprar 1 blusa e 1 jaqueta vai dar o que? Eu pensei assim, no debaixo, 1 calça, 2 blusas e 1 jaqueta é igual a 1 boné e 1 chaveiro. 1 calça pra 2 blusas eu tirava uma e ficava 1 calça e 1 blusa que é igual a 1 boné. Aí eu peguei o que eu tirei (1 blusa) e juntei com a jaqueta que dá um chaveiro.

Pesquisadora – Entendi.

Keven – Agora eu tô pensando no último.

Depois de aproximadamente 3 minutos.

Pesquisadora – O que você tá achando dessa última?

Keven – Assim, eu tô tentando aqui, mas é difícil, né. Eu tô tentando pensar um pouquinho mais. Não cheguei a nada certo não. Mas eu tô pensando assim... tô pensando que 1 jaqueta fosse como 1 boné inteiro, mas não tem muita lógica isso não. Pensa bem, como se 1 calça e 1 jaqueta fosse 2 bonés. Se 1 calça e 1 blusa dão 1 boné é como se 1 calça fosse meio e 1 blusa fosse meio. Aí 1 calça não pode ser 1 boné inteiro. Eu tô tentando entender.

Pesquisadora – Entendi. Com as informações que tem aí você está tendo dificuldade de achar a última pergunta, né?

Keven – É. Eu ainda tô tentando achar aqui.

Após aproximadamente 2 minutos.

Pesquisadora – Keven, deixa eu te perguntar uma coisa. Sempre no colégio todos os exercícios, eles sempre tem uma resposta, não é?

Keven – Hãhã.

Pesquisadora – Quase todos, né? Então a gente nunca leva em conta a possibilidade de estar faltando alguma coisa. Então eu acho que você pode pensar um pouco sobre isso. Se esse exercício tem todas as informações as que você precisa ou se ele não tem todas as informações que você precisa para resolver.

Keven volta a ler a tarefa.

Pesquisadora – O que você acha sobre isso que eu tô te falando?

Keven – Tipo assim, mas pode numa resposta colocar assim, não tem resposta?

Pesquisadora – O que você acha? Você acha que dizer que não tem resposta é um tipo de resposta?

Keven – Dependendo da situação, sim.

Pesquisadora – Mas você acha que esse aí encaixa nisso que nós estamos falando?

Keven – Eu acho que sim, porque, assim, aqui não dá pra saber o preço de 1 jaqueta e de 1 calça, porque as 2 blusas eu já tava sabendo porque 1 calça e 1 blusa dá um boné e a hipótese é de que a calça que restou junto com a jaqueta dá 1 chaveiro. Aí não há a possibilidade de ser 1 boné e 1 chaveiro ser isso daí. Porque 1 blusa e 1 jaqueta deu um chaveiro, mas aqui não dá pra saber direito o que 1 calça e 1 jaqueta dá.

Pesquisadora – Humhum.

Keven – Aí eu não entendi direito.

Pesquisadora – Então você acha que pode ser um exercício que não tem informações suficientes? Você acha que pode ser esse tipo ou é meio estranho exercício assim?

Keven – Eu acho meio estranho, mas já vi exercício assim uma vez.

Pesquisadora – Você já viu?

Keven – Na prova do Colégio Militar tinha um que era assim. Não tinha resposta. Eu não sei.

Pesquisadora – Então tá. Tá jóia.

ANEXO 10 – Transcrição da Tarefa das Promoções

Sujeitos: Katy, Sprite e Pepsi

Tempo aproximado: 12 minutos

Sprite – Boiei! Acho que eu não consigo!

Pepsi – Ah, tipo assim, 2 calças...

Sprite – Ah! A gente pode somar... 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta e aqui... (mostrando na folha)

Pepsi – 2 bonés e um chaveiro.

Sprite – É dois bonés e um chaveiro.

Katy – Boiei!

Pepsi – Aqui, ó, 1 calça mais 1 blusa dá um boné. Eu prefiro fazer com número. O brinde será 2 jaquetas e 2 bonés.

Sprite – Não, tá errado. É 2 bonés e 1 chaveiro.

Pepsi – Por que 1 chaveiro?

Sprite – (mostra no papel)

Pepsi – Deixa eu ver. Ah é. Nossa! É duas chaveiros.

Katy – Duas?

Sprite – É dois bonés.

Pepsi – É dois chaveiros, não é isso?

Sprite – A comprar uma blusa e 1 jaqueta ganha o quê?

Pepsi - Não sei.

Sprite – Eu não entendi.

Pepsi – 1 blusa, 1 jaqueta e 1 boné, porque você substitui a calça pela jaqueta.

(Silêncio ligeiro)

Pepsi – Se 1 calça e 1 blusa é 1 boné, 1 blusa e 1 jaqueta também.

Sprite – Por quê?

Pepsi – Porque a jaqueta substitui a calça.

Sprite – Mas jaqueta, quando tem uma jaqueta na nessa debaixo ganha um chaveiro.

Pepsi – Porque é 2 blusas.

Sprite – É, mas e daí?

Pepsi - Só se tirar 1 blusa e 1 calça, aí é um chaveiro.

Sprite – 1 Calça e 1 blusa é 1 boné. 1 calça é 1 calça.

Katy – Não!!! É uma...

Sprite – É eu não sei. Não tô entendendo esse.

Pepsi – Nem eu.

Katy – Eu também tô boiando legal.

Pepsi – 1 blusa e 1 jaqueta deve dar um boné. E se a compra for apenas 1 calça e 1 jaqueta? (lendo 3ª questão) aí dá um boné porque substitui a blusa por uma jaqueta. Mas a jaqueta é mais caro, né?

Sprite – Mas, por exemplo, você acha que 2 blusas é 1 chaveiro?

Pepsi – Não.

Sprite – Olha aqui... ah, não, é 1 blusa. Substitui a calça por 1 jaqueta.

Katy – 1 blusa mais 1 calça é 1 chaveiro e 1 calça mais 1 blusa é 1 boné.

Pepsi – Ah, então, você ganha um chaveiro...

Katy – É um chaveiro.

Pepsi – Olha só, aqui tá perguntando 1 blusa e 1 jaqueta, tá. Aqui tá a blusa e aqui a calça.

Katy – Não, mas não tem calça aqui. Olha só, por exemplo, se 1 calça e 1 blusa é 1 boné, 1 jaqueta e 1 blusa é 1 chaveiro.

Pepsi – Você tá falando de qual?

Katy – Lê.

Sprite – 1 calça e 1 blusa é 1 boné e 1 calça e 1 jaqueta é 1 chaveiro?

Pepsi – Não, é porque aqui tem 2 blusas.

Katy – Então.

Sprite – Deve ser isso, mas eu ainda não entendi, porque não tem uma coisa certa.

Pepsi - A gente tá chutando.

Sprite – A gente tá chutando.

Pepsi – Pode tá errado, mas pode tá certo.

Sprite – É as duas coisas.

Pepsi – Peraí, vamos raciocinar. 1 blusa é 1 blusa...

Katy – Peraí, mas eu não entendi. Não entendi o que vocês fizeram nesse aqui primeiro.

Pepsi – Olha só, a gente fez, ó... a gente somou.

Sprite – Olha aqui, 1 calça mais 1 calça, 2 calças. 1 blusa mais 2 blusas, 3 blusas e 1 boné, não, 1 jaqueta, 1 jaqueta. (mostrou no desenho)

Pepsi – Não é 1 chaveiro só, não?

Sprite – 2 bonés e 1 chaveiro.

Pepsi – Nossa, eu coloquei 2 chaveiros.

(Brincam entre eles)

Pepsi – Eu não sei o preço de cada um, mas não dá pra descobrir o preço. Não tem preço.

Sprite – Não tem preço.

Pepsi – Aqui aumentou 1 blusa e 1 jaqueta. 1 blusa e 1 jaqueta é 1 chaveiro. Aqui ó, é o chaveiro.

Katy – É isso. Foi isso que a gente já falou pra ele.

Pepsi – Aqui ó, quem comprar 1 blusa e 1 jaqueta ganha o que? É isso daqui. Ganha 1 chaveiro.

Katy – A gente já pensou nisso, mas a gente não tem certeza.

Sprite – É a gente já disse, mas...

Pepsi – É o chaveiro.

Katy – Eu também acho.

Pepsi – Mas eu acho que tenho certeza, sabe por quê? Desse aqui pra esse,olha só, dá a diferença de 1 blusa e 1 jaqueta e essa diferença é o que? O chaveiro.

Sprite – Entendi.

Katy – Então a gente ficou certo.

Pepsi – E se a compra for de 1 calça e 1 jaqueta? É um boné.

Sprite – É?

Pepsi – Não sei.

Sprite – 1 calça e 1 jaqueta...

Pepsi - Olha, sabe porque? Porque 2 blusas, eu acho que o preço pode ser o igual a 1 jaqueta, então tira essas 2 blusas e dá 1 jaqueta.

Sprite – É, eu acho que a jaqueta é, por exemplo, 100 reais e 2 blusas é 50 cada.

Pepsi – É.

Sprite – Então, aqui a resposta é... (escrevem)

Pepsi – A gente acabou.

(Pesquisadora se aproxima)

Pesquisadora – É mesmo? Então me conta o que vocês fizeram.

Pepsi – Olha só, a gente fez, mas a gente não tem muita certeza. A gente foi fazendo umas coisas.

Pesquisadora – Sei. O que vocês pensaram?

Pepsi – Esse daqui (aponta para a 1ª questão), foi o mais...

Sprite – É, esse foi o mais fácil esse. A gente só somou os dois.

Pesquisadora – O 1º?

Sprite – O 2º a gente fez assim...

Pepsi – Nesse aqui a gente fez assim: como 1 calça e 1 blusa é 1 boné, a diferença é de 1 blusa e 1 jaqueta, aí ganhou o chaveiro.

Pesquisadora – Ok.

Pepsi – Nesse aqui (aponta para a última questão), eu fiz, a gente fez...

Pesquisadora – E nesse último? Ele tá perguntando uma calça e uma jaqueta.

Pepsi – A gente fez assim... a gente chutou que 1 calça é 1 calça, e aí 2 blusas ia ser igual a 1 jaqueta.

Pesquisadora – Isso vocês estão supondo, mas por quê?

Pepsi – Igual ele falou, pode ser que 2 blusas sejam 50 reais cada uma e uma jaqueta 100 [reais].

Pesquisadora – Mas se a jaqueta for 20 [reais] e cada calça for 30 [reais]? A jaqueta não pode ser mais barata que as 2 calças?

Sprite – Isso a gente não sabe. É difícil esse!

Pepsi – Esse daqui a gente fez tipo uma... outra coisa.

Sprite – Um impulso que veio do Céu. (Fala em voz baixa)

Pesquisadora – Esse foi o quê?

Sprite – Um impulso que veio que veio do céu.

(Risos).

Pesquisadora – Ah!.. Um impulso que veio do céu!?... Tá. (...) Então, olhando o cartaz, vocês conseguiram achar os brindes pra quem comprar 2 calças, 3 blusas e 1 jaqueta, e pra quem comprar 1 blusa e 1 jaqueta. Mas eu queria saber... esse último aí...

Pepsi – Foi um...

Pesquisadora – Foi um chute, então.

Pepsi, **Sprite** e **Katy** – Com certeza.

Pesquisadora – Foi chute. Com estas informações vocês não estão conseguindo achar.

Pepsi, **Sprite** e **Katy** – Não.

Pesquisadora – OK. Vamos fazer a outra [tarefa]?

ANEXO 11 – Transcrição da Tarefa da Calculadora

Sujeitos: Poseidon, Seia, Stefanny e Isa

Tempo aproximado: 27 minutos

A Pesquisadora entrega a tarefa e todos fazem a leitura.

Seia – Sorriso mais coração é igual a estrela de 6 pontas.

Poseidon – Sorriso mais cruz mais lua igual a estrela de 6 pontas.

Stefanny – Coisinha mais coisinha...

Isa – É igual a coisinha.

Poseidon – Ah, meu Deus!

Seia – É fácil. (risos)

Isa – Eu acho que dá esse negocinho aqui,ó.

Poseidon – Peraí. Deixa eu ver um negócio...

Seia – E eu acho que dá sorriso.

Stefanny – A gente pode pegar os números, 1, 2, 3, 4 e colocar aqui, ó. (aponta para a calculadora)

Isa – E isso é uma calculadora diferente?

Stefanny – É...

Poseidon – Esquisito!

Isa – Eu acho assim. Esse que tá aqui mais esse que tá aqui vai dar esse que tá aqui.

Poseidon – Eu não acho.

Isa – Quanto vale o símbolo?

Poseidon – Quanto vale o que?

Isa – Quanto vale o símbolo coraçãozinho?

Seia – A gente tem que fazer o desenho aqui.

Poseidon – Ai meu Deus do céu. Se a gente descobrir...

Stefanny – Dá para trocar os desenhos por números?

Poseidon – Não sei.

Stefanny – Eu acho que dá.

Poseidon – Tô achando que nesse aqui a gente vai ter que achar os números.

Isa – Vamos observar.

Seia – Então finge que a estrela de seis pontas é, por exemplo...

Isa – 6.

Seia – Nossa! É pouco.

Poseidon – 5.

Seia – Pouco.

Stefanny – 6000. Não cabe não! A calculadora vai até o 9.

Isa – É.

Seia – 8. Finge, então. O sorriso vale quanto?

Stefanny – (Contando na calculadora) 1, 2, 3, 4.

Isa – Acho que o sorriso vai ser 3. Essa calculadora só vai até o 6, gente!

Seia – É mesmo!

Poseidon – Não sei...

Stefanny – É escolher seis números entre o 9. De 0 ao 9 tem que escolher seis números.

Isa – 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Stefanny – (Parabeniza Isa com um cumprimento)

Poseidon – E se for tudo número par, ó: 0, 2, 4, 6, 8 e 10. Ah, não! O 10 não dá.

Seia – Mas vai até o 8.

Poseidon – Não.

Seia – É.

Poseidon – Que isso?

Seia – 0, 2, 4, 6... Ah, não. Mas, só com 2, 4, 6...

Poseidon – Vai sobrar dois.

Stefanny – Joga um número ímpar.

Poseidon – E se caso... Esse é mais difícil que o primeiro. (Referindo-se à Tarefa das Antiguidades)

Seia – (Lê as questões) Hã? Responder usando desenhos!

Seia – Aqui, ó. Responder usando desenhos. Como que a gente vai fazer isso?

Silêncio.

Seia – Vamos colocar que seria 6.

Poseidon – Vai que tem número certo? Se tiver número certo?

(Conversam outros assuntos)

Seia – Tenho que me concentrar nisso. (aponta as calculadoras)

Poseidon – Quais números deu a estrela de 6 pontas?

Isa – Deve ser igual.

Seia – Deve ter alguma coisa a ver com isso. Ela (estrela de 6 pontas) aparece nas duas contas.

A Pesquisadora percebe que eles não estão trabalhando e se aproxima.

Pesquisadora – O que é que aparece nas duas contas?

Stefanny – O sorriso e a estrela de seis pontas.

Pesquisadora – E aí? O que vocês estão pensando?

Poseidon – Nada.

Pesquisadora – Ah, vocês estão pensando sim.

Seia – Como é que eu vou fazer respondendo usando desenhos?

Pesquisadora – Eu vi que vocês estavam pensando, sim. Eu ouvi falando 1, 2, 3, com a ideia de substituir por números. Aí, o Seia viu que tinha questões pedindo para responder com desenhos, né?

Seia – Aí eu não entendi.

Pesquisadora – Sim. Então, outra vez eu vou falar a mesma coisa, né? Aonde a gente tem que olhar?

Isa – (Aponta para as calculadoras)

Poseidon – Para a calculadora.

Pesquisadora – A gente tem que olhar para essas contas, aí. O texto está dizendo que é uma calculadora muito diferente, não é?

Silêncio.

Pesquisadora – Qual é a primeira conta? Fala pra mim.

Silêncio.

Pesquisadora – A primeira conta que a calculadora tá fazendo.

Poseidon – Carinha feliz mais o coração.

Pesquisadora – É igual a...

Poseidon, **Seia** – Estrela de 6 pontas.

Pesquisadora – Carinha feliz mais coração dá uma estrela de seis pontas. Ok. Mas ela fez uma outra conta.

Poseidon – Carinha feliz, mais uma cruz, mais a lua é igual a uma estrela de 6 pontas.

Seia – 3 + 4 + 1 é igual a 8.

Poseidon – E aqui (aponta para a primeira calculadora) 2 + 3. Não. Se aqui (calculadora 2) for 4 + 2 + 2 e aqui (calculadora 1) for 3 + 2?

Pesquisadora – Vamos pensar, então, a carinha feliz pode ser 5.

Stefanny – Eu acho assim, tem que ser um número que dê o mesmo resultado nos dois negócios. (calculadoras)

Pesquisadora – O que você está falando Stefanny? Fala pra mim de novo.

Stefanny – É assim, a gente tá vendo que os dois resultados são o mesmo desenho. Então a gente tem que descobrir um número que seja, que dê o mesmo resultado. Tipo uma conta que você vê que dá o mesmo resultado.

Pesquisadora – Entendi. Entendi o que você está falando.

Poseidon – Tipo assim, (calculadora 2) 1 + 2 + 2 e aqui (calculadora 1) 3 + 2.

Pesquisadora – Entendi. Por que? Porque o resultado nas duas calculadoras são iguais.

Seia – Só que você (Poseidon) falou que a carinha feliz aqui (calculadora 1) significa 3 e aqui (calculadora 2) 1.

Pesquisadora – E você acha que onde tem carinha feliz tem que ser o mesmo valor?

Seia – Eu acho.

Isa – Não sei.

Seia – Acho.

Pesquisadora – Então a carinha feliz não poderia valer 4 numa conta, valer 1 na outra conta. Ela teria o mesmo valor. É isso?

Seia, **Poseidon** e **Stefanny** – É.

Pesquisadora – Então vamos olhar pra essas calculadoras, pra essas contas. Uma carinha feliz mais um coração deu uma estrela de seis pontas. A carinha feliz, mais a cruz, mais a lua, dá a mesma estrela de seis pontas.

Stefanny – Eu tava pensando aqui agora que o coração pode ser um número que seja, aqui, por exemplo, esse desenho aqui (cruz) mais a lua, seja o mesmo valor que o coração.

Pesquisadora – Eu queria que você me explicasse melhor porque você acha que o coração é igual à cruz mais a lua?

Stefanny – Porque a carinha tá aqui (aponta para as duas calculadoras) e dá o mesmo resultado.

Pesquisadora – Entendi. Então o coração seria... o que é que você falou?

Stefanny – A cruz e a lua.

Pesquisadora – Tem algum lugar que está perguntando quanto que dá o coração?

Seia – Tem. Quanto que vale o símbolo coração? É a terceira pergunta.

Pesquisadora – É pra responder com símbolos. Então o que é que vocês acham que vale?

Isa – Ah!

Seia – Então tem que responder com esses símbolos aqui.

Pesquisadora – Stefanny você repete de novo o que você pensou?

Stefanny – É que a carinha feliz tá aqui, nas duas contas e aqui deu o mesmo (resultado). O que diferencia é que tem a cruz e a lua e o outro tem um coração. E o coração pode ser os dois símbolos que tá aqui, juntos, que formam um número só que é o coração.

Pesquisadora – Beleza. Você acha que pode ser ou você acha que tem de ser?

Stefanny – Tem.

Pesquisadora – Então, aonde tá o coração, como eu vou responder usando símbolos. Não tem uma pergunta quanto vale o símbolo coração?

Stefanny – A cruz e a lua.

Pesquisadora – A cruz e a lua.

Stefanny – A cruz mais a lua.

Seia – Então a primeira é o coração.

Pesquisadora – A primeira é o coração? Vamos ver o que é que o Seia está falando?

Stefanny – É. É o coração mesmo.

Pesquisadora – E você, Poseidon? Você está concordando ou não?

Poseidon – Tô.

Pesquisadora – Se discordar fala: Olha, eu tô discordando...

Poseidon – Eu tô concordando.

Pesquisadora – O Seia tá dizendo que a primeira... qual que é a resposta Seia?

Seia – Coração.

Pesquisadora – Por que?

Stefanny – Porque aqui...

Seia – Porque aqui é a cruz mais a lua que é igual ao coração e aqui (questão 1) é igual ao coração.

Poseidon – Se o coração é igual à cruz mais a lua, a cruz mais a lua é igual ao coração.

Pesquisadora – Ok.

Poseidon – Tem que responder em desenhos?

Pesquisadora – Em desenhos, pode responder com palavras. A maneira que vocês acharem melhor.

Todos anotam e a Pesquisadora se afasta.

Stefanny – Quanto vale o símbolo da carinha?

Poseidon – Quanto vale o símbolo da carinha?

Seia – Vale essa outra cruz aqui.

Poseidon – A estrela de seis pontas.

Isa e **Stefanny** – (Balançam a cabeça negativamente)

Seia – Não. Só ela não pode. Vai dar essa, a estrela de quatro pontas.

Stefanny – Por quê?

Poseidon – É, por quê?

Isa – Por que você acha isso?

Seia – Não sei.

Isa – Mas tem que saber!

Stefanny – Tem que saber pra gente ver se...

Seia – É por causa que é o único que tá sobrando. Por causa que a estrela de seis pontas não pode porque senão a carinha feliz vai dar... ela sozinha já vai dar a estrela de seis pontas.

Poseidon – Mas a estrela de seis pontas... a estrela de seis pontas e a estrela de quatro pontas. Isso mesmo.

Seia – Então, carinha feliz mais a estrela de quatro pontas. Eu já falei por que.

Poseidon – Mas eu ainda não entendi.

Isa – Mas eu não entendi.

Stefanny – Nem eu.

Seia – Porque a carinha feliz não pode ser o mesmo valor que a estrela de seis pontas senão não daria a carinha feliz mais o coração.

Poseidon – É.

Isa – Então é...

Poseidon – Então é a estrela de quatro pontas.

Stefanny – Então se não pode ser esses dois.

Isa – Então é a estrela de quatro pontas.

Todos anotam.

Poseidon – Dá pra trocar os desenhos por números?

Seia – Sim.

Poseidon – Sim, só que a gente vai ter que inventar.

Isa – É gente.

Poseidon – Sim.

Todos anotam.

Seia – Acabamos. (Chamando a Pesquisadora)

Stefanny – Nossa, minha letra tá horrível.

Isa – Acabamos nada. Eu ainda não acabei.

Stefanny – A gente vai ter que fazer conta com a calculadora, né? Vai ter que fazer.

Seia – Não, não tá pedindo.

Poseidon – É.

Stefanny – É melhor escrever. Vamos escrever?

Poseidon – Ela pediu pra usar desenhos.

Pesquisadora – Pode escrever com palavras. (A pesquisadora se afasta)

Todos anotam e desenham.

Stefanny – Não é que eu acho que a gente tem que usar a calculadora.

Isa – Eu acho assim, não tem como. Não tem como substituir por número, não.

Poseidon – A gente ia ter que...

Stefanny – Não tem como fazer isso não.

Seia – Por que?

Stefanny – Se tá perguntando o valor daqui, não é mais o negócio, não. Olha lá, quanto vale o símbolo?

Isa – Vale isso. Vale o desenho.

Seia – Eu tô confundindo.

Stefanny – Agora é só escrever sim ou não. Ou não ou sim.

Poseidon – Sim.

Isa – Eu acho que não. Eu acho que não. Porque...

Stefanny – Finge que esse aqui vale 6...

Poseidon – Não tem como!

Stefanny – E esse coração vale 3 aí dá 8. Não tem como.

Poseidon – Não tem como!

Todos anotam.

Poseidon – Sabe por quê?

Isa – Por que?

Poseidon – Se esse daqui (carinha), ó, vale 6. Vamos supor que esse vale 6 e esse (coração) 5. Vai dar...

Stefanny – 11.

Poseidon – Então a estrela vai valer 11.

Stefanny – Não é não, ô inteligência. Se dá 11, a calculadora não tem o número 11.

Poseidon – Esse daqui vai valer 11. Então na outra conta, esse daqui vai valer 6... Ah, não sei quanto que vai dar não.

A Pesquisadora se aproxima.

Pesquisadora – E aí pessoal? O que vocês achando? Como que ficou esse da carinha feliz mesmo?

Stefanny – Ele (Seia) é que explicou, aí.

Poseidon – A carinha feliz dá a estrela de 4 pontas.

Seia – Vale a estrela de 4 pontas.

Pesquisadora – Mas por quê?

Seia – Porque se fosse a estrela de seis pontas, só a carinha feliz ia dar a estrela de 6 pontas. Só ela sozinha.

Pesquisadora – Será que se na calculadora eu apertar a carinha feliz vai aparecer uma estrela de quatro pontas lá, ou eu teria que fazer uma conta?

Stefanny – Tem que fazer uma conta.

Pesquisadora – Você acha que tem que fazer uma conta. Vamos olhar pra calculadora. Vamos ver. Vamos olhar pra primeira conta. Essas duas operações são somas. Mas será que nessa calculadora tem só soma?

Poseidon – Não. Tem multiplicação...

Isa – Multiplicação.

Seia – Multiplicação.

Poseidon – Divisão e subtração.

Pesquisadora – Então pode ser uma outra operação?

Concordam com a cabeça.

Pesquisadora – Então olha para a primeira conta. Carinha feliz mais o coração dá a estrela de 6 pontas.

Seia – Então a estrela de 4 pontas mais o coração dá a estrela de 6 pontas.

Pesquisadora – Mas porque a estrela de 4 pontas?

Seia – Porque é a que sobrou.

Pesquisadora – Mas será que eu não posso ter uma outra conta com esses símbolos e ter uma carinha de resposta. Será que é obrigatório entrar o símbolo que não tinha entrado ainda?

Seia – Obrigatório não é!

Pesquisadora – Então vamos olhar pra primeira conta. A carinha feliz mais o coração dá a estrela de 6 pontas. O que eu tenho que fazer pra achar só a carinha feliz?

Stefanny – O resultado menos o coração que vai dar a carinha.

Poseidon – A estrela de 6 pontas menos o coração.

Stefanny – É.

Seia – É.

Pesquisadora – Por que?

Seia – Por causa que a gente tá somando a carinha feliz mais o coração que dá a estrela de 6 pontas. E tem que subtrair...

Poseidon – A estrela de 6 pontas menos o coração.

Pesquisadora – E a última? Que é essa coisa que vocês estavam tentando desde o começo, né? Dá para trocar os desenhos por números?

Poseidon – Não.

Seia – Não.

Stefanny – Acho que não.

Isa – Não.

Pesquisadora – Mas vocês estavam trocando e estava dando certo.

Poseidon – Não tava dando muito certo, não.

Pesquisadora – Ah, não tava dando muito certo! Então dá pra afirmar que o primeiro símbolo é o número 1, o outro símbolo é o número 2, dá pra ter essa certeza?

Poseidon – Não.

Seia – Não.

Stefanny – Então vai ser o coração, não, a estrela de seis pontas menos o coração.

Isa – Mas aqui podia fazer um quadrado. Ia ser mais fácil.

Todos anotam.

Pesquisadora – Terminamos?

Todos confirmam com a cabeça.

ANEXO 12 – Transcrição da Tarefa da Calculadora

Sujeito: Keven

Tempo aproximado: 16 minutos

A Pesquisadora entrega a tarefa.

Leitura.

Após aproximadamente 3 minutos.

Pesquisadora – O que você achou dessa?

Keven – É quase igual à outra. Um pouquinho mais complexa.

Pesquisadora – Mas é parecida com a tarefa das promoções?

Keven – É.

Após aproximadamente 3 minutos.

Pesquisadora – E aí? Vamos falar um pouquinho dela? O que você está achando?

Keven – Tô achando um pouquinho difícil, mas tô tentando pela lógica. Uma carinha feliz mais um coração dá, tipo, uma estrela de seis pontas. E uma carinha feliz mais... (não acha um nome para do desenho)

Pesquisadora – Uma cruz.

Keven – É, uma cruz mais uma meia lua dá também uma estrela de seis pontas. Então, eu tenho duas hipóteses: ou o coração tem o mesmo resultado da cruz e da meia lua juntos ou essa carinha feliz aqui não vale nada.

Pesquisadora – Entendi. Ela não teria nenhum valor. Por que você acha que o coração pode ser a cruz mais a meia lua?

Keven – Porque, assim, se a carinha feliz mais essa cruz e essa meia lua dão o mesmo resultado que um coração normal, um coração só. Aí eu pensei que esses dois aqui (cruz mais a lua) fosse o coração.

Pesquisadora – Tem essa pergunta aí?

Keven – Tá perguntando assim, ó: qual seria o resultado da conta cruz mais meia lua, quanto vale o símbolo carinha feliz, respondendo usando desenhos e quanto que vale o símbolo coração.

Pesquisadora – Então essa primeira aí que é a cruz mais a meia lua. O que você acha?

Keven – Acho que seria a estrelinha de seis pontas.

Pesquisadora – Se na calculadora...

Keven – Não, acho que já sei. Eu tô em dúvida entre o coração e a estrelinha de seis pontas. Porque, assim, eu tô pensando que a cruz e a lua elas podem ser, elas podem dar esse resultado aqui da estrelinha como se a carinha não existisse, ou ela poderia dar coração.

Pesquisadora – Entendi. Você está vendo duas hipóteses: se a carinha não tiver nenhum valor, o coração seria a mesma coisa que a estrelinha. Se a carinha tivesse valor, você acha que o coração deveria valer a cruz mais a meia lua. Ok. E a segunda, Keven? Quanto vale a carinha feliz?

Keven – Quanto vale o símbolo? Na minha hipótese ela não vale nada, porque se tirasse ela dessas contas aqui, assim, pra mim não ia fazer diferença porque o coração ia dar a estrelinha de seis pontas e esses dois aqui (cruz e a lua) dá a estrelinha de seis pontas também.

Pesquisadora – Entendi.

Keven – Eu tô pensando assim, você junta os dois que dão coração e a estrelinha de seis pontas.

Pesquisadora – Ok. Keven, mas será que existe alguma conta que eu posso fazer nessa calculadora que o resultado seja uma carinha feliz?

Keven – Eu pensei assim: carinha feliz mais carinha feliz é igual a uma carinha feliz.

Pesquisadora – Nada mais nada é igual a nada?

Keven – É.

Pesquisadora – Tudo bem. Ok. E o último, Keven?

Keven – Quanto vale o coraçãozinho? Eu não entendo “responda usando desenhos”.

Pesquisadora – Olhando pra calculadora será que tem alguma conta que a gente possa fazer que o resultado dê um coração? Como aí só tem desenhos você vai ter que responder usando desenhos.

Keven – Hãhã. Cruz mais meia lua é igual a um coração.

Pesquisadora – Cruz mais meia lua é um coração. Você tinha chegado a essa conclusão. Ok. E a carinha feliz? Será que não tem nenhuma conta que poderia dar a carinha feliz, que não seja carinha feliz mais carinha feliz igual a carinha feliz?

Keven – Deixa eu ver. Pode usar o menos ou essas coisas?

Pesquisadora – Essas operações têm na calculadora, não é? Então eu acho que sim, sem problemas.

Keven – Eu tinha pensado assim: coração menos estrelinha de seis pontas igual a uma carinha feliz.

Pesquisadora – Seria o coração menos a estrela de seis pontas?

Keven – hã?

Pesquisadora – Seria essa ordem?

Keven – Ah, não, tá. Pode ser a estrelinha de seis pontas menos o coração pra dar uma carinha.

Pesquisadora – Ok. Então seria isso que é responder com símbolos, tá?

Keven – Agora o último, se dá pra trocar os símbolos por números? Ah...

Pesquisadora – O que você acha?

Keven – Eu acho que sim. Porque assim, vamos supor com números: se a carinha fosse zero e o coração fosse 5 e o resultado fosse 5 e nesse aqui (calculadora 2) a carinha feliz seria zero, a cruz seria 2 ou 3 ou 1. Por exemplo, se você somasse esses dois aqui (calculadora 1) daria 5 e o resultado seria o mesmo (da calculadora 2), daria 5.

Pesquisadora – Tá. Mas dá pra você ter certeza qual número é qual símbolo?

Keven – Não.

Pesquisadora – Isso você não consegue...

Keven – É que aqui tem uma figura, aqui na calculadora, uma estrelinha de quatro pontas, que não citada, aí não dá pra saber o valor de todos.

Pesquisadora – Então será que, igual ao que você tá sugerindo, né, que a carinha feliz fosse zero, o coração fosse 5 e a estrela de seis pontas fosse 5. Então você teria dois símbolos com o mesmo valor, né? O coração seria 5 e a estrela de seis pontas seria 5. No outro a carinha seria zero, a cruz 2, por exemplo, a lua 3 e a estrela 5. Mas será que a gente poderia ter outro valor? A carinha ser 1, o coração ser 4 e a estrela ser 5. Depois a carinha ser 1, a cruz ser 2, a lua ser 2.

Keven – Não dá pra saber direito o resultado de cada um. Não tem uma hipótese certa para o resultado de cada um. Pode ter duas respostas.

Pesquisadora – Entendi. Tudo bem, Keven.

ANEXO 13 – Transcrição da Tarefa da Calculadora

Sujeitos: Katy, Sprite e Pepsi

Tempo aproximado: 23 minutos

Sprite – Nossa!... Eu já tô, tipo, boiando aqui.

Pepsi – Oh! Como é que eu vou saber?

Sprite – Até que eu acho que eu já tenho uma idéia. Aqui... Esse aqui, tipo cruz aqui em baixo, e essa lua, é igual a um coração.

Pepsi – Por quê?

Sprite – Porque a carinha mais o coração é igual a essa estrela. (Indicado com o lápis as figuras no papel)

Pepsi – Então, esse mais esse o resulto seria o coração.

Katy – É?

Sprite – É.

Pepsi – Não, é ele que tá falando.

Katy – É ele que falou, mas num...

Sprite – Você vai desenhar coração ou vai escrever coração? (...) Eu vou desenhar coração.

Pepsi – Esse símbolo aqui, esse último, eu já sei: vale esse e esse. Não...

Sprite e **Katy** – É... É.

Pepsi – É... Eu acho que esse 3º a gente tem que responder com desenho.

Katy – É, deve ser.

Pepsi – Quanto que vale o símbolo carinha?

(Silêncio. Todos lendo.)

Sprite – Dá pra trocar os desenhos por números?

Pepsi – Dá.

Sprite – Por exemplo, se a carinha fosse 2...

Pepsi – Porque 2?

Sprite – Eu tô supondo. E o coração 5.

Pepsi – Não. A carinha vale 1 e...

Sprite – Não. Por exemplo, se o coração vale 5...

Pepsi – Por quê?

Sprite – Nossa, Pepsi, eu tô supondo!...

Pepsi – Mas só que aqui o coração é 2.

Sprite – Calma aí.

Pepsi – Não dá pra ver... (??)

Sprite – Essa estrela muito louca de 6 pontas, que eu não consigo desenhar, é 7. A carinha vale 2 e o coração, 5. Então essa cruz...

Pepsi – Não dá pra ser assim.

Sprite – ...é 4 e a lua é 1.

Katy – Aí dá certo, com essas contas?

Sprite – Dá. (Lê a folha). Deixa eu conferir. (Faz contas no papel). Pra quê essa estrela idiota aqui de 4 pontas?

Pepsi – Acho que isso deve ser a carinha. Ela tá sobrando... Deve ser essa estrela.

Sprite – 2, que vale a carinha. É, deve ser essa estrela mesmo... Quer dizer, nenhum é igual à carinha.

(Todos escrevem na folha.)

Sprite – Acabamos! (Falam à Pesquisadora)

(A Pesquisadora se aproxima deles.)

Pesquisadora – E aí? O que vocês têm a me dizer sobre isso aí?

Sprite – Primeiro, pra achar o valor desses negocinhos, a gente fez assim: a carinha mais o coração é esse símbolo aqui. E uma carinha mais essa cruz e essa lua é igual ao mesmo símbolo. Então, essa cruz e essa lua é igual ao coração. Porque foi substituindo.

Pepsi – Esse daqui (2ª questão), a gente deu uma pulada.

Pesquisadora – Ah, vocês pularam a 2ª questão!

Pepsi – É, a gente pulou. Aí esse aqui...

Sprite – Aí esse aqui (3ª questão) é igual esse (1ª questão), a gente só trocou. É mesma coisa.

Pepsi – É, trocou.

Pesquisadora – É o mesmo raciocínio...

Sprite – Só que o inverso. E aqui (4ª questão) a gente fez as possibilidades de quanto vale cada um. Aí deu.

Pesquisadora – Possibilidades? Como assim?

Sprite – Por exemplo, a gente fez: a carinha vale 2, o coração vale 5... Aí esse resultado aqui tem que valer 7. Aí a gente fez essa cruzinha valendo 4 e essa lua valendo 1. Aí a gente somou e deu o resultado.

Pesquisadora – Tá, mas deixa eu fazer uma pergunta: como que vocês deram esses valores numéricos pra esses desenhos?

Pepsi – Igual àquela vez...

Sprite – A gente foi chutando...

Pepsi – É, a gente chutou.

Pesquisadora – O que nessa tarefa te deu a impressão de que você podia colocar um número ali?

Pepsi – Porque... é uma calculadora.

Sprite – Ah, porque perguntou.

Pepsi – E também porque, aqui... Aqui perguntou, a aí a gente tentou.

Katy – Tá perguntando se dá pra trocar, aí a gente trocou.

Pesquisadora – Tá, então me esclarece isso: a última pergunta é... se dá pra trocar os desenhos por números. Por causa dessa pergunta...

Pepsi – ...que a gente tentou.

Pesquisadora - ...é vocês tão supondo trocar?

Pepsi, **Sprite** e **Katy** – É.

Pesquisadora – Então, se não tivesse essa pergunta, “se dá pra trocar”, vocês teriam pensado nisso?

Pepsi – Mais ou menos, porque...

Sprite – Não.

Pepsi – Por causa dessa daqui, ó... (2ª questão)

Sprite – Mais ou menos.

Pepsi – Por a gente tinha que saber... Depois, quando a gente voltou pra essa (2ª questão), aí a gente... foi um chutaço mesmo.

Sprite – É, porque foi o único símbolo que sobrou.

Pepsi – É, foi o único. Aí a gente chutou.

Sprite – Não tinha nenhum outro símbolo com o valor da carinha. Aí a gente colocou esse.

Pesquisadora – Tá. Mas o enunciado, lá no começo, diz que essa calculadora é muito diferente. Então, realmente, ela não é uma calculadora comum.

Pepsi – Mas, pode ser que...

Sprite – Então não pode substituir, não?

Pesquisadora – Eu é que tô perguntando. (risos)

Pepsi – Mas, olha só, se não desse, mesmo com as somas aqui, esses resultados não iam combinar.

Pesquisadora – Se não desse o quê?

Pepsi – A gente viu... se não desse pra trocar por números, nenhum dos resultados ia combinar. Seriam resultados diferentes.

Pesquisadora – Mas não iam combinar por quê?

Pepsi – Porque esse mais esse ia dá uma coisa assim... E aqui, como tem a carinha, ia dá uma coisa... seu lá. E aqui sempre é o mesmo resultado (aponta as duas calculadoras), porque o símbolo é igual.

Pesquisadora – Entendi. (...) Mas eu fico pensando assim: o coração, vocês acharam que é a cruz mais a lua. Então, será que o coração não pode ser 3, a cruz pode ser 2 e a lua pode ser 1?

Pepsi – Mas aí...

Pesquisadora – E daria 2 mais 1 igual a 3.

Sprite – É, mais...

Katy – Mas aí, do mesmo jeito, dá pra trocar por número.

Sprite – É. Do mesmo jeito.

Pesquisadora – Ah, então... será que tem que trocar por só por esses números que vocês acharam aí?

Pepsi – Não. Dá pra trocar por vários.

Katy – Pode ser por qualquer outro.

Pesquisadora – Ah, então será que tem que trocar só por esses números que vocês acharam aí?

Sprite – Pode ser outro. Pode ser de 100...

Pepsi – Esse aí é só uma possibilidade pra saber se dá pra trocar. Não tem número certo.

Pesquisadora – Tá. Mas vocês também tão percebem que com outros números também daria certo?

Pepsi, **Sprite** e **Katy** – Sim.

Pesquisadora – Daria certo pra outras coisas também, né? (...) Tá certo, pessoal.