

EXERCÍCIOS SOBRE COORDENADAS POLARES

1. Dada a equação $r = \frac{3}{2 + \operatorname{sen} \theta}$ em coordenadas polares, encontre a equação cartesiana correspondente. Identifique a curva trabalhada.

Resp: $\frac{x^2}{3} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$, elipse.

2. Dada a equação $r = \frac{5}{2 + 3 \cos \theta}$ em coordenadas polares, encontre a equação cartesiana.

Resp: $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$, hipérbole.

3. Dada a equação $r = \frac{2}{1 - \cos \theta}$, encontre a equação cartesiana correspondente. Identifique a curva trabalhada.

Resp: $y^2 = 4(x+1)$, parábola.

4. Dada a equação $r = \frac{2}{1 - \operatorname{sen} \theta}$, encontre a equação cartesiana correspondente. Identifique a curva trabalhada.

Resp: $x^2 = 4(y+1)$, parábola.

5. A curva representada pela equação polar $r = \frac{1}{1 + \operatorname{sen} \theta}$ é:

(considere aqui o polo coincidindo com a origem do sistema de coordenadas cartesianas e o eixo polar, com o lado positivo do eixo-x)

- a). Uma elipse de centro em $C = (0, -\frac{1}{2})$.
- b). Uma parábola de vértice em $V = (\frac{1}{2}, 0)$.
- c). Uma parábola de vértice em $V = (0, \frac{1}{2})$.
- d). Uma hipérbole de centro em $C = (0, \frac{1}{2})$.
- e). Uma parábola de vértice em $V = (0, 1)$.

Resp: C

6. Considere as afirmações abaixo:

- (I) A equação em coordenadas polares $r \cos \theta = 3$ representa, no sistema de coordenadas cartesianas, uma reta paralela ao eixo das abscissas (eixo-x).
- (II) O ponto $A = \left(2, -\frac{\pi}{2}\right)$ dado em coordenadas polares possui coordenadas cartesianas $x = 0$ e $y = -2$.
- (III) A equação em coordenadas polares $r = 4 \cos \theta$ representa uma circunferência de raio 2 e cujo centro tem coordenadas cartesianas $C = (2, 0)$.

Podemos afirmar que:

- a). Todas as afirmações estão corretas.
- b). Somente a afirmação (II) está correta.
- c). Somente as afirmações (II) e (III) estão corretas.
- d). Somente as afirmações (I) e (II) estão corretas.
- e). Somente a afirmação (III) está correta.

Resp: letra C.

7. Considere as afirmações abaixo:

- (I) A equação em coordenadas polares $r \operatorname{sen} \theta = 4$ representa, no sistema de coordenadas cartesianas, uma reta paralela ao eixo das abscissas (eixo-x).
- (II) O ponto $A = (3, -\pi)$ dado em coordenadas polares possui coordenadas cartesianas $x = -3$ e $y = 0$.
- (III) A equação em coordenadas polares $r = -6 \cos \theta$ representa uma circunferência de raio 6 e cujo centro tem coordenadas cartesianas $C = (0, 3)$.

Podemos afirmar que:

- a). Todas as afirmações estão corretas.
- b). Somente a afirmação (II) está correta.
- c). Somente as afirmações (II) e (III) estão corretas.
- d). Somente as afirmações (I) e (II) estão corretas.
- e). Somente a afirmação (I) está correta.

Resp: letra D.

8. Dada a equação em coordenadas polares $r = \frac{3}{2 + \operatorname{sen} \theta}$, encontre a equação cartesiana na forma reduzida correspondente. Identifique a curva trabalhada.

Resp: $\frac{x^2}{3} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$, elipse.

9. A equação em coordenadas polares $r = \frac{3}{1 - \cos \theta}$ representa:

- a). Uma parábola com reta diretriz paralela ao eixo das abscissas (eixo-x).
- b). Uma elipse de centro em $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$.
- c). Uma parábola de foco em $(0, 0)$.
- d). Uma parábola de foco em $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$.
- e). Uma circunferência de centro em $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$.

Resp: letra C.

10. Uma circunferência de centro em $(2, 0)$ (coordenadas cartesianas) e raio 2 pode ser representada em coordenadas polares pela seguinte equação:

- a). $r = 2 \cos \theta$.
- b). $r = 4 \operatorname{sen} \theta$.
- c). $r = 2 + r^2 \operatorname{sen}^2 \theta$.
- d). $r = 4 \cos \theta$.
- e). $r = 2 + 2 \cos \theta$.

Resp: letra D.

11. Dada a equação polar $r^2 \cos 2\theta = 4r \cos \theta + 5$, encontre a equação cartesiana reduzida correspondente. Qual é o nome da curva que ela representa?

Resp: $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$, hipérbole.

12. Encontre a equação cartesiana da curva de equação polar $r^2 \operatorname{sen}^2 \theta = 2r(\operatorname{sen} \theta + 2 \cos \theta) + 3$. Qual é a curva trabalhada?

Resp: $(y - 1)^2 = 4(x + 1)$, parábola.

13. Encontre a equação cartesiana da curva que tem como equação em coordenadas polares

$$r \cos 2\theta = \frac{3}{r} + 2 \cos \theta$$

Qual é a curva trabalhada?

Resp: $\frac{(x - 1)^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$, hipérbole.

14. Dada a equação em coordenadas polares abaixo, encontre a equação cartesiana correspondente. Identifique a curva trabalhada.

$$r = \frac{\frac{16}{r} + 6 \operatorname{sen} \theta}{1 + 2 \cos(2\theta) + 4 \cos^2 \theta}$$

Resp: $x^2 - \frac{(y + 3)^2}{7} = 1$, hipérbole.

15. Dada a equação em coordenadas polares abaixo, encontre a equação cartesiana correspondente. Identifique a curva trabalhada.

$$r = \frac{2 \left(\frac{3}{r} + 2 \cos \theta \right)}{9 \operatorname{sen}^2 \theta + 1}$$

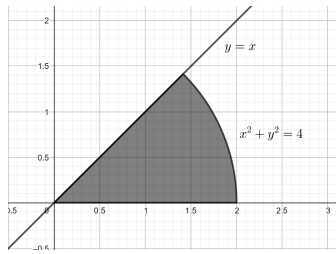
Resp: $y^2 + \frac{(x + 2)^2}{10} = 1$, elipse.

16. Considere as afirmações abaixo:

(I) O ponto $A = (3, \sqrt{3})$ dado em coordenadas cartesianas possui coordenadas polares $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$.

(II) A equação em coordenadas polares $r = 8 \operatorname{sen} \theta$ representa uma circunferência de raio 4 e cujo centro tem coordenadas polares $C = (4, \frac{\pi}{2})$.

(III) A região abaixo delimitada pelo eixo das abscissas (eixo-x), a reta de equação cartesiana $y = x$ e a circunferência de equação cartesiana $x^2 + y^2 = 4$ pode ser representada da seguinte forma em coordenadas polares: $0 < r < 2$ e $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$.



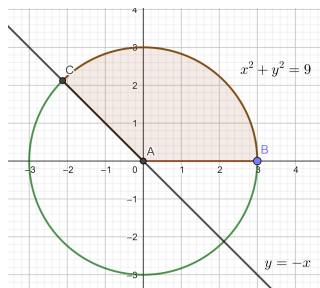
Podemos afirmar que:

- a). Todas as afirmações estão corretas.
- b). Somente a afirmação (II) está correta.
- c). Somente as afirmações (II) e (III) estão corretas.
- d). Somente as afirmações (I) e (II) estão corretas.
- e). Somente a afirmação (I) está correta.

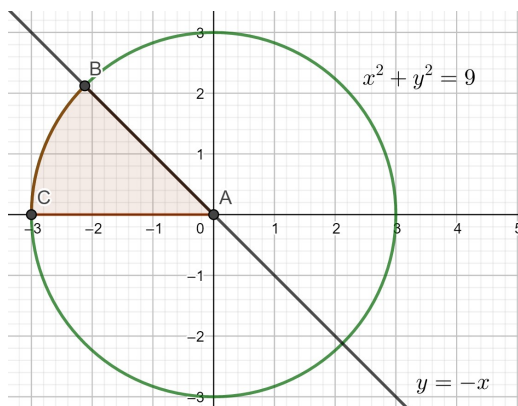
Resp: letra D.

17. Como são representadas as seguintes regiões em coordenadas polares?

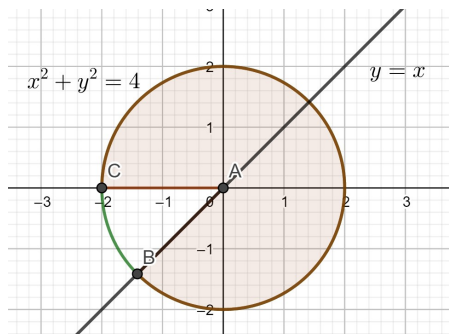
a.



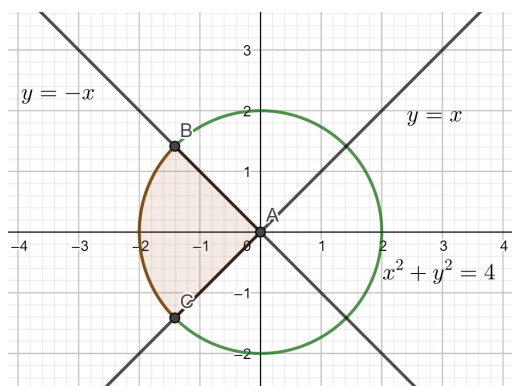
b.



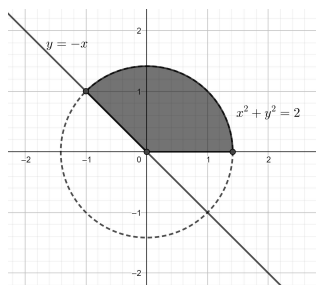
c.



d.



e.



Resp:

a. $0 \leq r \leq 3 \quad 0 \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}.$

b. $0 \leq r \leq 3 \quad \frac{3\pi}{4} \leq \theta \leq \pi.$

c. $0 \leq r \leq 2 \quad -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \pi.$

d. $0 \leq r \leq 2 \quad \frac{3\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{4}.$

e. $0 \leq r \leq \sqrt{2} \quad 0 \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}.$