

LISTA DE EXERCÍCIOS SOBRE EQUAÇÕES PARAMÉTRICAS

1. Uma curva $\mathbf{C}$ no plano tem equações paramétricas: $\begin{cases} x = \frac{1}{4q}t^2 + 4 \\ y = t + \beta \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

onde $q, \beta \in \mathbb{R}$. Um ponto P qualquer dessa curva satisfaz a seguinte condição: a distância do ponto P ao ponto $A = (2, 1)$ é igual à distância de P à reta $x = \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcule os valores de β, α e q . Identifique a curva trabalhada.

RESP: $\alpha = 6$, $\beta = 1$, $q = -\frac{1}{2}$, parábola.

2. Uma curva $\mathbf{C}$ no plano tem equações paramétricas: $\begin{cases} x = 1 + \alpha \cos t \\ y = q + 3 \sin t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$

onde $\alpha, q \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq 0$. Um ponto Q qualquer dessa curva satisfaz a seguinte condição: a soma das distâncias de Q a dois pontos fixos $M = (5, 0)$ e $N = (\beta, 0)$ é igual a uma constante γ . Calcule os valores de β, α, γ e q . Identifique a curva trabalhada.

RESP: $\alpha = 5$, $\beta = -3$, $\gamma = 10$, $q = 0$, elipse.

RESP: $\alpha = 5$, $\beta = -3$, $\gamma = 10$, $q = 0$.

3. Determine equações paramétricas para as seguintes curvas:

a.

$$\frac{(x-5)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

.

b.

$$\frac{(x+4)^2}{10} + \frac{(y-3)^2}{25} = 1$$

RESP:

a. $x = 5 + 3 \cos \theta$ $y = 2 \sin \theta$; $\theta \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$

b. $x = -4 + \sqrt{10} \cos \theta$ $y = +5 \sin \theta$; $\theta \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$

4. Determine equações paramétricas para a seguinte curva:

$$\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+3)^2}{8} = 1$$

RESP: $x = 1 + 2 \sec \theta$ $y = -1 + 2\sqrt{2} \operatorname{tg} \theta$; θ $0 \leq \theta < 2\pi$, $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ e $\theta \neq \frac{3\pi}{2}$.

5. Determine equações paramétricas para a seguinte curva:

$$\frac{(y-1)^2}{4} - \frac{(x+3)^2}{8} = 1$$

RESP: $x = -3 + 2\sqrt{2} \operatorname{tg} \theta$, $y = 1 + 2 \sec \theta$, $0 \leq \theta < 2\pi$, $\theta \neq \frac{\pi}{2}$, $\theta \neq \frac{3\pi}{2}$.

6. As equações paramétricas $\begin{cases} x = 3 \operatorname{tg} t \\ y = 1 + 3 \sec t \end{cases}$, onde $t \in [0, 2\pi) - \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$, representam:

- a). uma circunferência de centro em $C = (0, 1)$ e equação cartesiana $x^2 + (y - 1)^2 = 9$.
- b). uma hipérbole de centro em $C = (0, -1)$ e equação cartesiana $(y + 1)^2 - x^2 = 9$.
- c). uma hipérbole de centro em $C = (0, 1)$ e equação cartesiana $x^2 - (y - 1)^2 = 9$.
- d). uma hipérbole de centro em $C = (1, 0)$ e equação cartesiana $(x - 1)^2 - y^2 = 9$.
- e). uma hipérbole de centro em $C = (0, 1)$ e equação cartesiana $(y - 1)^2 - x^2 = 9$.

RESP: letra E.

7. As equações paramétricas $\begin{cases} x = 1 + 4 \sec t \\ y = 4 \operatorname{tg} t \end{cases}$, onde $t \in [0, 2\pi) - \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$, representam:

- a). uma hipérbole de centro em $C = (4, 4)$ e equação cartesiana $(x - 4)^2 - (y - 4)^2 = 1$.
- b). uma hipérbole de centro em $C = (1, 0)$ e equação cartesiana $y^2 - (x - 1)^2 = 16$.
- c). uma hipérbole de centro em $C = (1, 0)$ e equação cartesiana $(x - 1)^2 - y^2 = 16$.
- d). uma hipérbole de centro em $C = (0, 1)$ e equação cartesiana $x^2 - (y - 1)^2 = 16$.
- e). uma circunferência de centro em $C = (0, 1)$ e equação cartesiana $(x - 1)^2 + y^2 = 16$.

RESP: letra C.

8. As equações paramétricas $\begin{cases} x = 3 + 5 \cos t \\ y = 3 \operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in [0, 2\pi)$ representam:

- a). Uma elipse de focos em $F_1 = (-1, 0)$ e $F_2 = (7, 0)$.
- b). Uma elipse de focos em $F_1 = (3 - \sqrt{34}, 0)$ e $F_2 = (3 + \sqrt{34}, 0)$.
- c). Uma elipse de focos em $F_1 = (0, -1)$ e $F_2 = (0, 7)$.

- d). Uma elipse de focos em $F_1 = (-2, 0)$ e $F_2 = (8, 0)$.
 e). Uma hipérbole de focos em $F_1 = (-2, 0)$ e $F_2 = (8, 0)$.

RESP: letra A.

9. As equações paramétricas $\begin{cases} x = t^2 + 2 \\ y = 2t + 1 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ representam uma parábola que tem vértice, foco e reta diretriz (equação), respectivamente:

- a). $V = (2, 1)$, $F = (3, 1)$ e $x = 1$.
 b). $V = (2, 1)$, $F = (1, 1)$ e $x = 3$.
 c). $V = (8, 1)$, $F = (9, 1)$ e $x = 7$.
 d). $V = (2, 1)$, $F = (2, 2)$ e $y = 0$.
 e). $V = (1, 2)$, $F = (2, 2)$ e $x = 0$.

RESP: letra A.

10. Dadas as equações paramétricas $\begin{cases} x = 4 \cos \theta \\ y = -1 + \sqrt{2} \operatorname{sen} \theta \end{cases} \quad \theta \in [0, 2\pi]$, encontre a equação cartesiana na forma reduzida correspondente.

RESP: $\frac{x^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{2} = 1$, elipse.

11. Dadas as equações paramétricas $\begin{cases} x = 3 + 4 \sec \theta \\ y = -1 + 4 \operatorname{tg} \theta \end{cases} \quad \theta \in [0, 2\pi] - \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$, encontre a equação cartesiana na forma reduzida correspondente.

RESP: $\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{16} = 1$, hipérbole.

12. As equações paramétricas $\begin{cases} x = -t^2 - 1 \\ y = 2t - 1 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ representam uma parábola que tem vértice, foco e reta diretriz (equação), respectivamente:

- a). $V = (-1, -1)$, $F = (-2, -1)$ e $y = 0$.
 b). $V = (-1, -1)$, $F = (-2, -1)$ e $x = 0$.
 c). $V = (1, 1)$, $F = (2, 1)$ e $y = 0$.
 d). $V = (-1, -1)$, $F = (0, -1)$ e $x = -2$.
 e). $V = (1, 2)$, $F = (2, 2)$ e $x = 0$.

RESP: letra B.

13. As equações paramétricas $\begin{cases} x = -1 + 3 \sec t \\ y = 2 + 4 \operatorname{tg} t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi] - \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$, representam qual curva e quais são seus focos?

a). Elipse, $F_1 = (-1 - \sqrt{7}, 2)$ e $F_2 = (-1 + \sqrt{7}, 2)$.

b). Hipérbole, $F_1 = (-6, 2)$ e $F_2 = (4, 2)$.

c). Hipérbole, $F_1 = (-5, 2)$ e $F_2 = (3, 2)$.

d). Hipérbole, $F_1 = (-1, -3)$ e $F_2 = (-1, 7)$.

e). Elipse, $F_1 = (-1, 2 - \sqrt{7})$ e $F_2 = (-1, 2 + \sqrt{7})$.

RESP: letra B.

14. Considere uma curva plana de equações paramétricas: $x = t + a$, $y = \frac{t^2}{b} + c$, com $t \in \mathbb{R}$ (parâmetro). Sabendo que a curva passa pelos pontos de coordenadas cartesianas $B = (1, -1)$, $C = (0, 0)$ e $D = (3, -1)$, encontre os valores de a, b, c . Escreva a equação cartesiana correspondente e identifique a curva trabalhada.

RESP: $a = 2, b = 3, c = -\frac{4}{3}$, parábola $(x - 2)^2 = 3 \left(y + \frac{4}{3} \right)$.

15. Encontre a equação cartesiana da curva plana que tem como paramétricas: $\begin{cases} x = -1 + 2\sqrt{3} \cos \varphi \\ y = 1 + 2\sqrt{3} \operatorname{sen} \varphi \end{cases}$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Qual é a curva trabalhada?

RESP: circunferência, $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 12$.

16. Encontre equações paramétricas para a elipse que cumpre as seguintes condições: considerando o sistema de coordenadas cartesianas, a elipse tem seus focos sobre o eixo das ordenadas (eixo-y), um vértice como sendo o ponto $A_1 = (0, 6)$, A_1 dista 4 unidades do centro da elipse e tal elipse passa pelo ponto $P = (3, 2)$.

RESP: $x = 3 \cos \theta$, $y = 2 + 4 \operatorname{sen} \theta$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

17. Um ponto se move no plano de forma que sua distância ao ponto A é sempre igual à sua

distância à reta r . Encontre as coordenadas cartesianas de A e a equação da reta r , sabendo que a curva gerada por este ponto tem equações paramétricas: $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t^2 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

RESP: $A = (0, 0)$, reta r : $y = 2$.

18. Dadas as equações paramétricas abaixo, encontre a equação cartesiana correspondente. Identifique a curva trabalhada.

$$\begin{cases} x = -7 + 3\cos(\theta) \\ y = 5 + 9\sin(\theta) \end{cases}, \quad \theta \in [0, 2\pi]$$

RESP: $\frac{(x+7)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{81} = 1$, elipse.