

LISTA DE EXERCÍCIOS - VETORES

1). Dados os vetores $U = (-1, 2, 0)$, $V = (3, -1, 2)$ e $W = (0, 4, -3)$, encontre um vetor T tal que:

a). $2T - 3U = \|W\| W - V$.

b). $W - (V \cdot W)T = 2T + 3U$.

c). $T = [(U \times V) \cdot W] W$.

d). $T = W \times 2V$.

e). $T = 3U \times 2W$.

f). T é paralelo a U , tem mesmo sentido de U e $\|T\| = \sqrt{10}$.

g). T é paralelo a V , tem sentido oposto ao de V e $\|T\| = 2\sqrt{7}$.

h). T é unitário e é simultaneamente ortogonal a U e V (2 possibilidades).

i). T que é simultaneamente ortogonal a V e W , com $\|T\| = 4$ (2 possibilidades).

2). Sejam V e W vetores paralelos e de sentidos opostos. Sabendo que $\|V\| = 2$ e $\|W\| = 3$, encontre o valor de $\alpha = (W + V) \cdot (2V)$.

3). Sejam V e W vetores no espaço tais que $V \times W = (-3, 0, 4)$. Calcule a área do paralelogramo determinado pelos vetores $T = V + W$ e $U = 2V$.

4). Considere o paralelepípedo determinado pelos vetores $U = (-1, 0, 2)$, $V = (2, 1, 0)$ e $W = (a, -3, 1)$. Sabendo que o volume do paralelepípedo é 5 unidades de volume, calcule os possíveis valores de a .

5). Sejam os vetores $T = (-6, 2, 4)$, $V = (9, -3, -6)$ e $W = (0, 1, 2)$. Considere as seguintes afirmações:

(I) Os vetores T e V são paralelos.

(II) Os vetores T , V e W são coplanares.

(III) Os vetores V e W formam um ângulo θ entre eles tal que $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$.

Então:

- a). Todas as afirmações são verdadeiras.
- b). apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- c). apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- d). apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- e). apenas a afirmação (II) é verdadeira.

6). Considere o triângulo ABC , onde $\overrightarrow{AB} = (1, -2, 0)$ e $\overrightarrow{AC} = (1, 0, 2)$. Sabendo que M é o ponto médio do segmento $\overline{BC}$, encontre as componentes do vetor $\overrightarrow{BM}$.

7). Considere o vetor $T = (1, 0, 1)$.

- a). Sabendo que $U = (a, 3, 4)$ é um vetor ortogonal a T , calcule o valor de a .
- b). Encontre as componentes do vetor W , sabendo que:
$$\begin{cases} W \times T = (2, 2, -2) \\ \|W\| = \sqrt{6} \end{cases}$$

8). Dados os vetores $V = (2, 1, 0)$ e $W = (2, 0, 2)$ do espaço, encontre o vetor T do espaço tal que T é simultaneamente ortogonal a V e W , $\|T\| = 4$ e T faz um ângulo $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ com o vetor $\vec{i} = (1, 0, 0)$.

9). Considere U , $V = (2, 1, 0)$ e $W = (2, 0, 2)$ vetores do espaço, onde U é paralelo a $T = (-3, 0, 6)$.

- a). Sabendo que o volume do paralelepípedo determinado por U , V e W é 12 unidades de volume, encontre o vetor U (há 2 possibilidades).
- b). Qual é a altura do paralelepípedo com relação à base determinada por V e W ?

10). Considere os pontos $A = (-1, 2, 3)$, $B = (1, 1, 0)$ e $C = (x, 2, 2)$.

- a). Usando que $x = 0$ no ponto C , encontre a projeção ortogonal do vetor $\overrightarrow{AB}$ sobre o vetor $\overrightarrow{AC}$.

b). Se A , B e C são vértices de um triângulo, para qual valor de x teremos o ângulo reto no vértice A ?

11). Considere os pontos $A = (a_1, a_2)$ e $B = (b_1, b_2)$. Sejam N e P pontos que dividem o segmento $\overline{AB}$ em três partes iguais. Determine as coordenadas de P usando as coordenadas dos pontos A e B .

12). Considere um triângulo ABC . Seja N o ponto médio do segmento $\overline{BC}$. Sabendo que $\overrightarrow{AB} = (1, -2, 0)$ e $\overrightarrow{AC} = (-1, 4, -2)$, encontre os vetores: $\overrightarrow{BN}$ e $\overrightarrow{AN}$.

13). Determine o ponto $C = (c_1, c_2, c_3)$ tal que $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, onde $A = (0, -2, 5)$ e $B = (-2, 6, -3)$.

14). Para qual valor de a os vetores $U = (a, 4, -1)$ e $W = (-2, 3, 4)$ são **ortogonais**?

15). Calcule o **ângulo** entre os vetores: $U = (-3, 3, 6)$ e $W = (2, -2, -4)$.

16). Dados os vetores $V = (0, -1, 2)$ e $T = (1, -1, 0)$, calcule $V \times T$.

17). Dados os vetores $U = (-1, 3, 2)$ e $W = (0, 1, -2)$, calcule:

a). $U \times W$.

b). A **área** do paralelogramo determinado por U e W .

18). Dados os vetores $U = (-1, 3, 2)$, $T = (1, -1, 0)$ e $W = (0, 1, -2)$, calcule:

a). $U \cdot (T \times W)$.

b). O **volume** do paralelepípedo determinado pelos vetores U , T e W .

19). Calcule a área do paralelogramo determinado pelos vetores U e V , sabendo que $U = 3W + T$, $V = -2T + W$ e $T \times W = (-4, 0, 3)$.

20). Considere os vetores $U = (-1, 2, 0)$, $V = (0, 1, -3)$ e W do espaço. Sabendo que W é paralelo ao vetor $T = (2, 1, 1)$ e que o valor do volume do paralelepípedo determinado pelos vetores U , V e W é 12, encontre o vetor W (2 respostas).

21). Considere um triângulo ABC . Seja M o ponto médio do lado $\overline{BC}$ e P um ponto do lado $\overline{AC}$ tal que $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Escrever os vetores $\overrightarrow{BM}$ e $\overrightarrow{MP}$ em função dos vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.

22). Marque com um **X** somente as afirmações VERDADEIRAS.

- a. () Os vetores $U = (2, -4, 8)$ e $V = (-3, 6, -12)$ são paralelos.
- b. () Se U e W são vetores do espaço tais que $U \times W = \vec{0}$, então U e W são ortogonais.
- c. () Se U e V são vetores paralelos, de mesmo sentido e de norma igual a 1, então $U \cdot V = 1$.
- d. () Se o ponto $A = (-4, 2, 3)$ pertence à reta de equação $(x, y, z) = (2, 0, 0) + t(-3, 1, \alpha)$ $t \in R$, então $1 < \alpha < \frac{5}{2}$.
- e. () A projeção ortogonal do vetor $U = (3, -1, 4)$ sobre o vetor $I = (1, 0, 0)$ nos fornece um vetor de norma igual a 9.

23). Considere um triângulo ABC e seja N o ponto do segmento $\overline{BC}$ tal que $\overrightarrow{BN} = \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$. O vetor $\overrightarrow{AN}$ pode ser expresso da forma:

- a). $\overrightarrow{AN} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$.
- b). $\overrightarrow{AN} = \frac{11}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{6}{5}\overrightarrow{AC}$.
- c). $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$.

d). $\overrightarrow{AN} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}.$

e). $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}.$

24) Seja dado o vetor $W = (2, -3)$. Vamos escrevê-lo como a soma dos vetores não nulos V_1 e V_2 , onde V_1 é paralelo ao vetor $U = (1, 5)$ e V_2 é ortogonal ao vetor V_1 . Sobre o vetor $V_2 = (a, b)$, podemos afirmar que:

a). $a + b = 2.$

b). $a + b = -3.$

c). $a + b = \frac{1}{5}.$

d). $a + b = \frac{3}{2}.$

e). $a + b = -\frac{1}{2}.$

25) Considere os vetores $U = (-1, 0, 3)$ e $W = (2, 1, -1)$. Seja $T = (a, b, c)$ um vetor não nulo do espaço tal que:

★ T é simultaneamente ortogonal a U e a W .

★ $\|T\| = \sqrt{7}.$

★ T forma um ângulo θ com o vetor $\vec{i} = (1, 0, 0)$, com $0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$

Podemos afirmar que o valor de $a + b + c$ é:

a). $-\frac{\sqrt{5}}{5}.$

b). $\frac{\sqrt{5}}{5}.$

c). $-1.$

d). $1.$

e). $\sqrt{5}.$

26) Sejam V e W vetores no espaço tais que $V \times 2W = (-1, 0, 1)$. Considere

ainda os vetores $T_1 = V + 3W$ e $T_2 = W - V$. A área do paralelogramo determinado pelos vetores T_1 e T_2 vale:

- a). $2\sqrt{2}$.
- b). $\sqrt{2}$.
- c). $3\sqrt{2}$.
- d). $4\sqrt{2}$.
- e). 2.

27) O valor real de a para que os vetores $U = (3, a, -2)$, $V = (0, 2, 1)$, $W = (-1, 1, 1)$ e $T = (3, -3, -3)$ sejam coplanares satisfaz:

- a). $-\frac{3}{2} < a < -\frac{1}{2}$.
- b). $-\frac{5}{2} < a < -\frac{3}{2}$.
- c). $-\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2}$.
- d). $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$.
- e). $\frac{3}{2} < a < \frac{5}{2}$.

28) Sejam U e W vetores no espaço tais que $\|U\| = 1$ e $\|W\| = 2$. Sabendo que U e W formam um ângulo de 60° entre si, temos que o valor de $\|U + 3W\|$ é:

- a). $\sqrt{43}$.
- b). 7.
- c). $2\sqrt{7}$.
- d). $\sqrt{21}$.
- e). 1.

29) Considere as seguintes afirmações sobre os vetores $U = (2, -8, 4)$ e $V = (-3, 12, -6)$ e $W = (5, -20, 10)$.

(I) U e $V + 2W$ são vetores ortogonais.

(II) Se θ é o ângulo entre U e W , então $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

(III) W é paralelo ao vetor $U + 2V$.

Podemos afirmar que:

a). Somente as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

b). Somente a afirmação (II) é verdadeira.

c). Somente a afirmação (III) é verdadeira.

d). Todas as afirmações são verdadeiras.

e). Somente as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

30) O ponto $Q = (a, b, c)$ é simétrico ao ponto $P = (-3, 4, 2)$ em relação ao ponto $N = (2, 0, 1)$. Podemos afirmar que o valor de $a + b + c$ vale:

a). 3.

b). 11.

c). -11.

d). 2.

e). -1.

RESPOSTAS

1.a. $T = \left(-3, \frac{27}{2}, -\frac{17}{2}\right)$.

1.b. $T = \left(-\frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}\right)$.

1.c. $T = (0, 92, -69)$.

1.d. $T = (10, -18, -24)$.

1.e. $T = (-36, -16, -24)$.

1.f. $T = (-\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 0)$.

1.g. $T = (-3\sqrt{2}, \sqrt{2}, -2\sqrt{2})$.

1.h. $T = \left(\frac{4\sqrt{5}}{15}, \frac{2\sqrt{5}}{15}, -\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$ ou $T = \left(-\frac{4\sqrt{5}}{15}, -\frac{2\sqrt{5}}{15}, \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$.

1.i. $T = \left(-\frac{2\sqrt{10}}{5}, \frac{18\sqrt{10}}{25}, \frac{24\sqrt{10}}{25}\right)$ ou $T = \left(\frac{2\sqrt{10}}{5}, -\frac{18\sqrt{10}}{25}, -\frac{24\sqrt{10}}{25}\right)$.

2. -4 .

3. 10 .

4. $a = -9$ OU $a = -4$.

5. a.

6. $(0, 1, 1)$.

7a). $a = -4$ 7b). $W = (-1, 2, 1)$

8). $T = \left(\frac{2\sqrt{6}}{3}, -\frac{4\sqrt{6}}{3}, -\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$

9a). $(2, 0, -4)$ ou $(-2, 0, 4)$ 9b). $\sqrt{6}$

10a). $(2, 0, -2)$ 10b). $-\frac{5}{2}$

11). $P = \left(\frac{a_1 + 2b_1}{3}, \frac{a_2 + 2b_2}{3}\right)$

12). $\overrightarrow{BN} = (-1, 3, -1)$ $\overrightarrow{AN} = (0, 1, -1)$

13). $C = (-1, 2, 1)$

14). $a = 4$

15). π rad

16). $(2, 2, 1)$

17a). $(-8, -2, -1)$ 17b). $\sqrt{69}$

18a). 6 18b). 6

19). 35

20). $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right)$ ou $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$

21). $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$ e $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB})$

22). São corretas: a, c e d.

23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 e 30) Alternativa correta: a.