Dep. de Matemática - Cálculo 1
2022.3 - 3^a prova - 14/01/2023

FILA A

Nota

Aluno(a):_______________ **Matrícula:**__________ **Turma:**______

Instruções Gerais:
1- A prova pode ser feita a lápis, exceto o quadro de respostas das questões de múltipla escolha.
2 - A prova tem 8 questões distribuídas em 4 páginas.
3- Não é permitido o uso de calculadora.
4- Permanência mínima de 30 minutos na sala.
5- A prova tem duração de 2 horas.

Rascunho

Quadro de Respostas - Valor 10 pontos					
Opção\Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
A					
B					
C					
D					
E					

1. Um petroleiro derrama óleo no mar que se espalha em um padrão circular. Se o raio do óleo derramado cresce a uma taxa de 2 m/s, quão rápido a área do derramento está crescendo quando o raio é igual a 30 m?

   a) 120π m^2/s
   b) 60π m^2/s
   c) 30π m^2/s
   d) 20π m^2/s
   e) 10π m^2/s

2. Sobre as seguintes afirmações

   I. $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x-2}{(x-1)^2} = -\infty$;

   II. $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \ln\left(1-\frac{1}{x}\right) = 0$;

   III. $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} (e^x - 1) = +\infty$;

   é **CORRETO** afirmar:

   a) Todas são verdadeiras.
   b) Todas são falsas.
   c) Apenas I é verdadeira.
   d) Apenas I e II são verdadeiras.
   e) Apenas III é verdadeira.

3. Sobre a função $f : [0,4] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sqrt{x}(1-x)$ é INCORRETO afirmar que:

   a) f tem uma raiz no intervalo $[1/3, 4]$.

   b) f é contínua em $[0,4]$ e derivável em $(0,4]$.

   c) O valor mínimo de $f(x)$ é 0.

   d) O valor máximo de $f(x)$ é $\dfrac{2}{3\sqrt{3}}$.

   e) f tem apenas um ponto crítico no intervalo $(0,4)$.

4. Sobre a função $f(x) = \dfrac{2x}{x-1}$ restrita ao intervalo $(1, +\infty)$, podemos concluir que:

   a) f muda de concavidade.

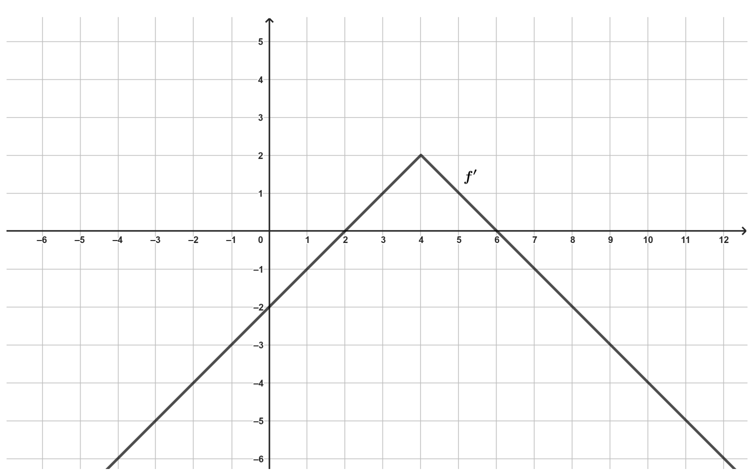
   b) f é crescente e côncava para baixo.

   c) f é crescente e côncava para cima.

   d) f é decrescente e côncava para baixo.

   e) f é decrescente e côncava para cima.

5. Na figura abaixo está representado o gráfico da **DERIVADA** de uma função f.



   Marque a alternativa que apresenta o intervalo onde a função f é crescente e côncava para baixo ao mesmo tempo.

   a) $(-\infty, 4)$

   b) $(6, +\infty)$

   c) $(4, +\infty)$

   d) $(4, 6)$

   e) $(2, 4)$

Rascunho

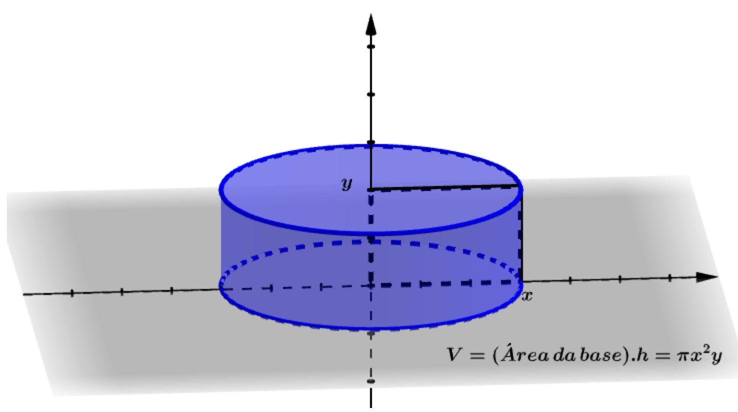
As questões 6, 7 e 8 são abertas. Justifique claramente as suas respostas.

6. Utilize as regras de L'Hospital para determinar $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{5x^3 + x^2 + 8x}{x + e^x}$.

Valor: 3 pontos

7. Gera-se um cilindro circular reto pela rotação de um retângulo de perímetro 6 cm em torno de um de seus lados. Quais são as dimensões do retângulo que gerarão um cilindro de volume máximo?

Valor: 5 pontos



8. Uma função f tem as seguintes propriedades: **Valor: 8 pontos**

- $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}$;
- $f(0) = 0,\ f(2) = 3,\ f(4) = 0,\ f(1) = f(3) = 1$;
- $f'(x) = 0 \iff x = 0, 2$ e 4;
- $f'(x) > 0$ em $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$ e $f'(x) < 0$ em $(2, 4)$;
- $f''(x) < 0$ em $(-\infty, 0) \cup (1, 3)$ e $f''(x) > 0$ em $(0, 1) \cup (3, +\infty)$;
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$;

a) Segundo as propriedades listadas, conclui-se que:

i) f é crescente no(s) intervalo(s) ______________________________ e decrescente no(s) intervalo(s) ______________________________.

ii) f é côncava para cima no(s) intervalo(s) ______________________________ e côncava para baixo no(s) intervalo(s) ______________________________.

iii) ____________ é (são) ponto(s) de máximo local(is), ____________ é (são) ponto(s) de mínimo local(is) e ____________ é (são) um ponto(s) de inflexão do gráfico de f.

b) Esboce o gráfico de f.