

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Nota \_\_\_\_\_

**Instruções Gerais:**

1. A prova pode ser feita a lápis.
2. O quadro de respostas das questões de múltipla escolha deve ser preenchido a caneta azul ou preta.
3. Não é permitido sair da sala durante a aplicação da prova.
4. Não é permitido o uso de calculadora.
5. Permanência mínima de 30 minutos na sala.
6. A prova contém 7 questões
7. A prova é individual e sem consulta.

1. (7 pontos) Calcule os valores reais de  $m$  e  $n$  de tal forma que o sistema linear
- $$\begin{cases} x + 2y + 2z = m \\ 3x - 4y + 6z = 4 \\ 2x - 6y + nz = 1. \end{cases}$$
- possua infinitas soluções.

2. Faça o que se pede.

(a) (4 pontos) Considere as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 0 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$   $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ .

Calcule  $D = A \cdot B^t + C$ .

(b) (2 pontos) Dadas duas matrizes quadradas  $M$  e  $N$ , de ordem  $n$ , é verdadeiro ou falso que  $(M + N)^2 = M^2 + 2MN + N^2$ ? Justifique sua resposta.

3. Considere os vetores  $U = (3, 1, 2)$  e  $W = (2, -1, -2)$ .

(a) (2 pontos) Os vetores  $U$  e  $W$  são ortogonais? Justifique sua resposta.

(b) (4 pontos) Encontre o vetor  $V = (x, y, z)$  tal que  $V$  é paralelo a  $W$ , com sentido oposto ao de  $W$  e com norma  $\|V\| = 18$

4. Considere os vetores  $V = (1, a, 0)$  e  $W = (-4, 0, 3)$ .

(a) (3 pontos) Encontre os possíveis valores de  $a \in \mathbb{R}$  tais que  $\cos \theta = -\frac{1}{5}$ , sendo  $\theta$  o ângulo entre  $V$  e  $W$ .

(b) (4 pontos) Encontre a projeção ortogonal de  $W$  no vetor  $U = (1, 0, 1)$ , ou seja,  $\text{proj}_U W$ .

5. (a) (5 pontos) Encontre a inversa da matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

(b) (2 pontos) Encontre o valor de  $X$  na equação matricial  $A^{-1}X = B$ , onde  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

6. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & -1 \\ 3 & 5 & 8 & 0 \end{pmatrix}$ .

(a)(5 pontos) Encontre o determinante da matriz  $A$ .

(b)(2 pontos) Responda, justificando, o sistema linear homogêneo  $AX = 0$ , onde  $A$  é a matriz dada acima, possui uma solução não nula?