

Aluno(a): _____ Matrícula: _____ Turma: _____ Nota _____

Instruções Gerais:

1. A prova pode ser feita a lápis.
2. O quadro de respostas das questões de múltipla escolha deve ser preenchido a caneta azul ou preta.
3. Não é permitido sair da sala durante a aplicação da prova.
4. Não é permitido o uso de calculadora.
5. Permanência mínima de 30 minutos na sala.
6. A prova contém 7 questões
7. A prova é individual e sem consulta.

1. (7 pontos) Calcule os valores reais de m e n de tal forma que o sistema linear
- $$\begin{cases} x + 2y + 2z = m \\ 3x - 4y + 6z = 4 \\ 2x - 6y + nz = 1. \end{cases}$$
- possua infinitas soluções.

2. Faça o que se pede.

(a) (4 pontos) Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 0 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Calcule $D = A \cdot B^t + C$.

(b) (2 pontos) Dadas duas matrizes quadradas M e N , de ordem n , é verdadeiro ou falso que $(M + N)^2 = M^2 + 2MN + N^2$? Justifique sua resposta.

3. Considere os vetores $U = (3, 1, 2)$ e $W = (2, -1, -2)$.

(a) (2 pontos) Os vetores U e W são ortogonais? Justifique sua resposta.

(b) (4 pontos) Encontre o vetor $V = (x, y, z)$ tal que V é paralelo a W , com sentido oposto ao de W e com norma $\|V\| = 18$

4. Considere os vetores $V = (1, a, 0)$ e $W = (-4, 0, 3)$.

(a) (3 pontos) Encontre os possíveis valores de $a \in \mathbb{R}$ tais que $\cos \theta = -\frac{1}{5}$, sendo θ o ângulo entre V e W .

(b) (4 pontos) Encontre a projeção ortogonal de W no vetor $U = (1, 0, 1)$, ou seja, $\text{proj}_U W$.

5. (a) (5 pontos) Encontre a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(b) (2 pontos) Encontre o valor de X na equação matricial $A^{-1}X = B$, onde $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

6. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & -1 \\ 3 & 5 & 8 & 0 \end{pmatrix}$.

(a)(5 pontos) Encontre o determinante da matriz A .

(b)(2 pontos) Responda, justificando, o sistema linear homogêneo $AX = 0$, onde A é a matriz dada acima, possui uma solução não nula?