Dep. de Matemática - Cálculo 1
2019.3 - 3^a prova **FILA A**
1^a chamada - 23/11/2019

Nota

Aluno(a):______________________________ **Matrícula:**__________ **Turma:**____

Instruções Gerais:

1. A prova pode ser feita a lápis, exceto o quadro de respostas das questões de múltipla escolha.
2. A prova tem duração de 2 horas e a permanência mínima na sala é de 30 minutos.
3. A prova tem 8 questões distribuídas em 5 páginas.
4. Não é permitido o uso de calculadora.

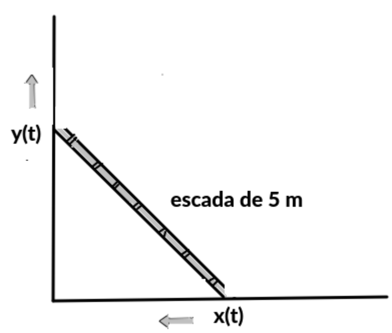
Quadro de Respostas - Valor 10 pontos					
Opção\Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
A					
B					
C					
D					
E					

Rascunho

1. Considere a função $y = f(x)$ definida implicitamente pela equação
$$x + \operatorname{sen} y + xy = 1.$$
O coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(1, 0)$ é:

a) -2 b) -1 c) $1/2$ d) 0 e) $-1/2$

2. Uma escada de 5 m de comprimento está apoiada em uma parede vertical. A base da escada, que está apoiada no chão, está sendo empurrada na direção da parede a uma velocidade constante de $-0,5$ m/s. Com que velocidade o topo da escada sobe quando a base da escada está a 3 m da parede?



a) $11/4$ m/s c) $3/8$ m/s e) $-3/4$ m/s
b) $-3/8$ m/s d) $1/2$ m/s

As questões de 3 a 6 referem-se à função f definida por

$$f(x) = \frac{-2x^2}{x^2-1}$$

e as suas derivadas

$$f'(x) = \frac{4x}{(x^2-1)^2}, \ f''(x) = \frac{-4-12x^2}{(x^2-1)^3}.$$

3. Sobre o crescimento e decrescimento da função f, podemos afirmar que:

   a) f é crescente nos intervalos $(-\infty, -1)$ e $(-1, 0]$ e é decrescente nos intervalos $[0, 1)$ e $(1, +\infty)$.

   b) f é crescente nos intervalos $(-\infty, -1)$ e $[0, 1)$ e é decrescente nos intervalos $(-1, 0]$ e $(1, +\infty)$.

   c) f é decrescente em $(-\infty, -1)$ e $(-1, 0]$ e é crescente em $[0, 1)$ e $(1, +\infty)$.

   d) f é decrescente nos intervalos $(-\infty, -1)$ e $[0, 1)$ e é crescente nos intervalos $(-1, 0]$ e $(1, +\infty)$.

   e) f é decrescente nos intervalos $(-\infty, 0]$ e $(1, +\infty)$ e é crescente no intervalo $[0, 1)$.

4. Sobre os pontos críticos e extremos relativos (locais) da função f, podemos afirmar que:

   a) O conjunto dos pontos críticos de f é $\{-1, 0, 1\}$, f possui máximo relativo em $x = 0$ e não possui mínimo relativo.

   b) O conjunto dos pontos críticos de f é $\{-1, 0, 1\}$, f possui mínimo relativo em $x = 0$ e não possui máximo relativo.

   c) O conjunto dos pontos críticos de f é $\{0\}$, f possui máximo relativo em $x = 0$ e não possui mínimo relativo.

   d) O conjunto dos pontos críticos de f é $\{0\}$, f possui mínimo relativo em $x = 0$ e não possui máximo relativo.

   e) A função f não possui ponto crítico nem possui extremos relativos.

Rascunho

5. Sobre as assíntotas do gráfico da função f é CORRETO afirmar que:

a) $x = -1$ e $x = 1$ são as únicas assíntotas verticais e não existe assíntota horizontal.
b) $x = -1$ e $x = 1$ são as únicas assíntotas verticais e $y = -2$ é a única assíntota horizontal.
c) $x = -1$ é a única assíntota vertical e $y = -2$ é a única assíntota horizontal.
d) $x = 1$ é a única assíntota vertical e não existe assíntota horizontal.
e) não existe assíntota vertical e $y = -2$ é a única assíntota horizontal.

As questões 6, 7 e 8 são abertas. JUSTIFIQUE CLARAMENTE SUAS RESPOSTAS.

6. Considere ainda a função $f(x) = \dfrac{-2x^2}{x^2-1}$ e as suas derivadas

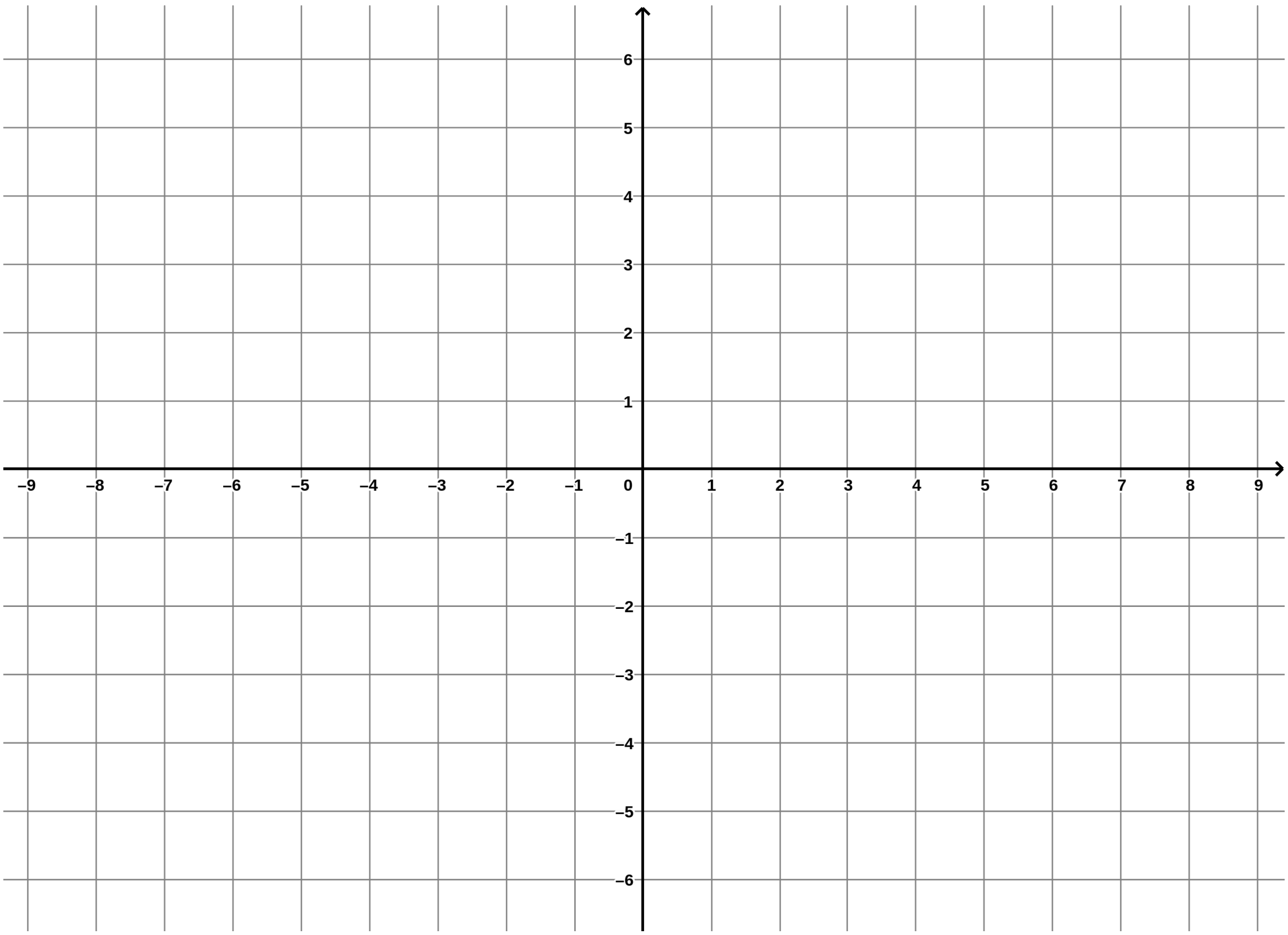
Valor: 8 pontos

$$f'(x) = \frac{4x}{(x^2-1)^2}, \quad f''(x) = \frac{-4-12x^2}{(x^2-1)^3}.$$

a) Determine os intervalos onde o gráfico de f é côncavo para cima e os intervalos onde o gráfico de f é côncavo para baixo.

b) Determine, se existirem, o(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f.

c) Esboce o gráfico de f.



7. Usando a Regra de L'Hospital, calcule $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos(x^2)}{x^3}$.

8. Um cilindro circular reto fechado de altura h cm e raio das bases r cm tem área total igual a $S = (2\pi r^2 + 2\pi r h)$ cm^2 e volume $V = \pi r^2 h$ cm^3. DENTRE TODOS OS CILINDROS DE VOLUME $V = 250\pi$ cm^3, obtenha as dimensões (r e h) daquele que tem a menor área total possível.

Valor: 5 pontos