



Aluno(a): _____ Matrícula: _____ Turma: _____

Instruções Gerais:

- 1- A prova pode ser feita a lápis, exceto o quadro de respostas das questões de múltipla escolha.
- 2 - A prova tem 8 questões distribuídas em 5 páginas.
- 3- Não é permitido o uso de calculadora.
- 4- Permanência mínima de 30 minutos na sala.
- 5- A prova tem duração de 2 horas.

Quadro de Respostas - Valor 10 pontos					
Opção\Questão	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					
E					

1. A derivada da função $f(x) = \frac{x}{\operatorname{tg} x}$ no ponto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ é:

- a) $\frac{\pi - 2}{2}$
- b) $\frac{\pi - 1}{2}$
- c) $\frac{\pi}{2}$
- d) $\frac{2 - \pi}{2}$
- e) $\frac{1 - \pi}{2}$

2. Quando certo tanque esférico está com água a uma altura h , o volume de líquido é dado por

$$V = 5\pi h^2 - \frac{h^3\pi}{3}.$$

Sabendo que o volume de água no tanque está aumentando à razão de $4 \text{ m}^3/\text{min}$, determine a taxa à qual o nível de água está subindo quando $h = 2 \text{ m}$:

- a) $\frac{1}{16\pi} \text{ m/min}$
- b) $\frac{1}{8\pi} \text{ m/min}$
- c) $\frac{1}{4\pi} \text{ m/min}$
- d) $\frac{1}{2\pi} \text{ m/min}$
- e) $\frac{1}{\pi} \text{ m/min}$

Rascunho

3. Considere a função $y = f(x)$ definida implicitamente por

$$3x^2 - 2y^2 = 1.$$

O valor de $f'(x)$ no ponto $(1, -1)$ é:

- a) $-3/2$ c) 0 e) $3/2$
 b) $-1/2$ d) $1/2$

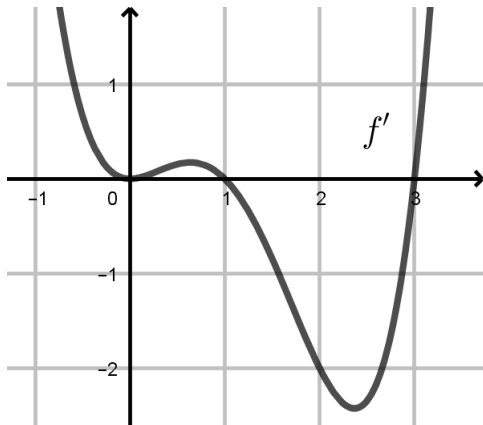
4. Considere a função $f : \left[-\frac{11}{8}, 3\right] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = (8x + 3)^{1/3}.$$

É CORRETO afirmar que:

- a) O valor mínimo de $f(x)$ é 0 e o máximo é 2.
 b) O valor mínimo de $f(x)$ é -2 e o máximo é 3.
 c) O valor mínimo de $f(x)$ é $\sqrt[3]{-3}$ e o máximo é 3.
 d) O valor mínimo de $f(x)$ é -2 e o máximo é 5.
 e) O valor mínimo de $f(x)$ é 0 e o máximo é 5.

5. O gráfico a seguir representa a **derivada** $f'(x)$ de uma função contínua $f(x)$.



Dentre os intervalos a seguir, determine aquele em que f é sempre côncava para baixo:

- a) $(-\infty, 1)$ c) $(1, 2)$ e) $(3, +\infty)$
 b) $(0, 1)$ d) $(2, 3)$

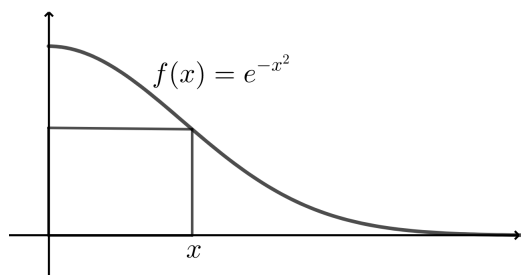
As questões 6, 7 e 8 são abertas. Justifique claramente seus passos.

6. Utilize as regras de L'Hospital para determinar $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln x}{x^3 + 3x^2 + 2}$.

Valor: 3 pontos

7. Considere a parte do gráfico de $f(x) = e^{-x^2}$ apresentado na figura a seguir. Para cada $x > 0$, considere ainda um retângulo R com base no eixo x e um lado no eixo y , como o representado também na figura. Determine x para que a área do retângulo R seja máxima.

Valor: 4 pontos



8. Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$.

Valor: 10 pontos

a) Sabendo que $f'(x) = \frac{-4(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2}$ e $f''(x) = \frac{8x(x^2 - 3)}{(1 + x^2)^3}$, determine, caso existam:

i) (2 pts) Os intervalos de crescimento e decréscimo de f :

ii) (1 pt) Os pontos de máximo e mínimo locais de f :

iii) (2 pts) Os intervalos de concavidade de f :

iv) (1 pt) O(s) ponto(s) de inflexão de f :

v) (2 pts) A(s) assíntota(s) horizontais e verticais do gráfico de f :

b) (2 pts) Esboce o gráfico de f .

