Questões	Notas
1+2+3+4+5	
6	
7	
Total	

1^a Prova - Geometria Analítica e Sistemas Lineares
Departamento de Matemática - 05-09-2018 (Prova B)

Aluno: **Matrícula:** **Turma:**

Observações: Esta prova deve conter 7 questões. A prova é individual, sem consulta e não é permitido o uso de calculadora. Não é permitido o uso de folhas de rascunhos ou folhas extras. As questões 6 e 7 podem ser resolvidas à lápis. As respostas das questões 1,2,3,4 e 5 devem ser marcadas à caneta no quadro de respostas abaixo. Tempo de duração: 2 horas.

Quadro de Respostas das Questões					
Alternativa\Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
A					
B					
C					
D					
E					

1). (6 pontos) Considere a matriz $D = \left(A^tB\right)^{-1}C^t$, onde A, B e C são matrizes $n \times n$ invertíveis. Sabendo que $AC^{-1} = B$, podemos afirmar então:

a). $D = I_n$, onde I_n indica a matriz identidade $n \times n$.
b). a matriz D é invertível e $D^{-1} = B^tB$.
c). a matriz D é invertível e $D^{-1} = B^2$.
d). a matriz D é invertível e $D^{-1} = B^{-1}B^t$.
e). a matriz D é invertível e $D^{-1} = \left(BB^t\right)^{-1}$.

2). (6 pontos) A partir de uma matriz A de tamanho 3×3 invertível, foi feita a seguinte operação elementar para se obter a matriz B (troca de posição de duas linhas):

$$A \quad \underline{1^a\ linha\ \leftrightarrow\ 3^a\ linha} \quad B$$

Sabendo que $det\ B = -5$, o valor do determinante de A^{-1} é:

a). $\det A^{-1} = \dfrac{5}{2}$ b). $\det A^{-1} = -\dfrac{1}{5}$ c). $\det A^{-1} = -5$ d). $\det A^{-1} = \dfrac{1}{5}$ e). $\det A^{-1} = 5$

3). (6 pontos) Considere as afirmativas abaixo:

(I) Se A é uma matriz $n \times n$, então $\left(\alpha A + \alpha A^t\right)^t = \alpha A + \alpha A^t$, onde $\alpha \in \mathbb{R}$.
(II) Se A é uma matriz $n \times n$, então $det(3A) = 3^n detA$.
(III) Se A e B são matrizes $n \times n$ tais que $AB = \overline{0}$ e se A é invertível, então $B = \overline{0}$.

Então:

a). apenas a afirmação (I) é verdadeira.
b). apenas a afirmação (II) é verdadeira.
c). todas as afirmações são verdadeiras.
d). apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
e). apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

4). (6 pontos) Considere as matrizes $E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Se $A = (a_{ij})_{3\times 3}$ é uma matriz tal que $B = E_1 E_2 A$, então os elementos da diagonal principal de A são:

a). $a_{11} = 2, \;\; a_{22} = -3, \;\; a_{33} = 1.$

b). $a_{11} = -1, \;\; a_{22} = 1, \;\; a_{33} = 1.$

c). $a_{11} = 5, \;\; a_{22} = \dfrac{1}{3}, \;\; a_{33} = 1.$

d). $a_{11} = 2, \;\; a_{22} = -3, \;\; a_{33} = -1.$

e). $a_{11} = 1, \;\; a_{22} = \dfrac{2}{3}, \;\; a_{33} = -1.$

5). (6 pontos) Considere o sistema linear $AX = B$, onde A é uma matriz $n \times n$. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se X_o e X_1 são soluções do sistema acima, então $X_2 = \dfrac{1}{3}X_o + \dfrac{2}{3}X_1$ também é solução para esse sistema.
(II) Se A é invertível, então o sistema acima possui apenas uma solução.
(III) Se $detA = 0$, então o sistema acima possui infinitas soluções.

Então:

a). apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
b). apenas a afirmação (II) é verdadeira.
c). apenas a afirmação(III) é verdadeira.
d). apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
e). apenas a afirmação (I) é verdadeira.

6). Faça o que se pede.

a). (17 pontos) Considere a matriz A de tamanho 3×3 invertível tal que sua inversa é dada por:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & -1 & c \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad , \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Calcule **o valor do determinante de** A, sabendo que $det \begin{bmatrix} a & b \\ -1 & c \end{bmatrix} = 4.$

b). (18 pontos) Dada a matriz $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -6 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}$, calcule os valores reais de x, y, z para que se tenha $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ x & -1 & 0 \\ y & z & 2 \end{bmatrix}$.

7). Considere o sistema linear: $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & 2z & = & 2 \\ 5x & + & 6y & - & 6z & = & -14 \\ & & y & + & 4z & = & a^2 \end{array}\right.$, $\quad a \in \mathbb{R}$.

a). (18 pontos) Para quais valores de a o sistema acima **não possui solução**? Justifique sua resposta.

b). (17 pontos) Resolva o sistema acima para $a = -\sqrt{6}$.